



UNIVERSITE DE LIEGE
Faculté des Sciences

*Métrieologie optique :
développements pour la shearographie et
extrapolation à la projection de franges.*

Dissertation présentée par
Fabrice MICHEL
pour l'obtention du titre de
Docteur en Sciences.
Année académique 2010-2011.

A mes fils, Louis, Tom et Téo

"Passion creates possibilities",
Liv Sansoz.

Je tiens à remercier mon promoteur, le Dr. Serge Habraken, pour avoir mis à ma disposition tous les moyens nécessaires pour l'accomplissement de mon travail. Je le remercie également pour le suivi qu'il lui a accordé.

J'adresse toute ma gratitude au Dr. Yvon Renotte pour son enseignement, sa grande disponibilité, nos nombreuses discussions et la confiance qu'il m'a accordée durant cette dernière décennie.

Je remercie également le Dr. Vincent Moreau pour ses conseils avisés et pour avoir partagé avec moi son expérience et ses connaissances.

Il me tient à cœur de remercier Sébastien Ronveaux pour ses conseils en programmation et traitement d'images, mais aussi pour sa bonne humeur quotidienne. Je tiens ensuite à dire merci à Pascal Blain et aux différents stagiaires avec qui j'ai travaillé pour leurs aides et contributions au laboratoire.

Je remercie le Dr. Marc Georges du Centre Spatial de Liège pour m'avoir permis de tester l'algorithme de quantification de défauts sur des cartes de phase obtenues par interférométrie holographique au sein de son laboratoire. Je remercie Pierre Glosesener de la société AMOS pour m'avoir autorisé à utiliser quelques outils de la société pour mes travaux en caractérisation de fronts d'onde.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes parents pour l'éducation qu'ils m'ont donnée.

Merci enfin à ma compagne et à mes enfants pour leur patience et leur compréhension lorsque j'ai privilégié mes travaux de recherche à notre vie de famille.

Table des matières

Acronymes utilisés.	5
Motivations.	7
I Bases théoriques	11
1 De la granularité laser à la shearographie.	15
1.1 La granularité laser : l'effet de speckle.	15
1.2 Le speckle, source d'information.	17
1.3 Détermination de la distribution de phase.	20
1.3.1 Décalage de phase temporel.	22
1.4 Shearographie et mesure.	24
1.4.1 Vecteur déplacement et carte de phase enroulée.	24
1.4.2 Géométrie du montage et vecteur sensibilité.	27
1.4.3 Introduction au déroulage de phase spatial.	28
II Mise en oeuvre expérimentale et application de la shearographie au contrôle non destructif	31
2 Détection de défauts par shearographie à décalage de phase temporel.	35
2.1 La shearographie au Hololab.	35
2.2 Détection de défauts par shearographie à décalage de phase temporel.	41
2.3 Conclusion.	48
3 Quantification de défauts par transformée en ondelettes.	51
3.1 Méthodologie de quantification de défauts.	52
3.2 Quantification de défauts par transformée en ondelettes.	56

3.2.1	Introduction à la transformée en ondelettes.	56
3.2.2	Quantification de défauts par transformée en ondelettes.	59
3.2.3	Indépendance de l'algorithme vis à vis de la forme du signal.	63
3.3	Influence des temps d'irradiation IR et de relaxation sur la quantification des défauts.	66
3.4	Influence de la taille du cisaillement.	69
3.5	... et en interférométrie holographique ?	69
3.6	Conclusion.	72
III	Optimisations de l'installation de shearographie	73
4	Remplacement de l'élément de cisaillement par une lame de Savart.	77
4.1	Avantages des cristaux biréfringents en tant qu'éléments de cisaillement.	79
4.2	Caractérisation du comportement de la lame de Savart.	81
4.3	Intégration de la lame de Savart dans l'installation de shearographie.	85
4.4	Interféromètre à deux directions de cisaillement.	88
4.5	Performances de l'installation.	92
4.6	Conclusion.	93
5	Shearographie dynamique par transformée de Hilbert temporelle.	95
5.1	Introduction à la transformée de Hilbert.	96
5.2	Mesure de phase dynamique par shearographie et transformée de Hilbert.	97
5.3	Etude des performances de l'algorithme : simulations numériques.	98
5.4	Des simulations au laboratoire...	103
5.4.1	Introduction de la fréquence porteuse.	103
5.4.2	Contrôle non destructif par shearographie et transformée de Hilbert temporelle.	106
5.4.3	Comparaisons avec le décalage de phase temporel.	112
5.5	Conclusion.	112
IV	Extrapolation des développements en projection de franges interférométriques.	115

6 Projecteur de franges, à lame de Savart et transformée de Hilbert spatiale.	119
6.1 Introduction à la projection de franges.	119
6.2 La projection de franges au Hololab.	123
6.3 Projecteur de franges à lame de Savart.	126
6.3.1 Projecteur à interfrange effectif modulable.	129
6.4 Scan d'un bas-relief égyptien.	132
6.4.1 De la phase au relief.	134
6.4.2 Validation du concept d'interfrange effectif.	137
6.4.3 Performances de l'installation.	138
6.5 Modélisation de la phase de référence.	139
6.5.1 Modélisation de la distribution de phase projetée.	139
6.5.2 Modélisation de la distribution de phase perçue par la caméra.	141
6.5.3 Prise en compte des aberrations optiques.	144
6.5.4 Conclusion relative à la modélisation de la phase de référence.	149
6.6 Traitement des franges par transformée de Hilbert spatiale.	149
6.6.1 Mesure de la phase par transformée de Hilbert spatiale.	150
6.6.2 Application au bas-relief égyptien.	151
6.6.3 Influence de la fréquence porteuse.	152
6.6.4 Gain en temps.	154
6.6.5 Conclusion relative au traitement des franges par TH spatiale.	155
6.7 Conclusion.	156
V Introduction à la mesure d'erreurs de fronts d'onde par shearographie.	157
7 Caractérisation de fronts d'onde par shearographie.	161
7.1 Erreurs de fronts d'onde.	162
7.1.1 Introduction aux polynômes de Zernike.	163
7.1.2 Mesure de WFE.	165
7.2 Introduction à la mesure WFE par shearographie.	168
7.3 Caractérisation expérimentale de fronts d'onde par shearographie	180
7.3.1 Senseur shearographique de fronts d'onde.	180
7.3.2 Cas-test : caractérisation de défocus.	181
7.4 Conclusions.	188

VI Conclusion générale et perspectives	189
8 Conclusion générale et perspectives.	191
8.1 Conclusion générale.	191
8.2 Perspectives.	193
VII Annexes	197
A Exemples supplémentaires de quantification de défauts par transformée en ondelettes.	199
A.1 Etude du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$.	199
A.2 Etude du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$.	202
B Description de quelques composants biréfringents.	209
B.1 Prisme de Wollaston.	207
B.2 Prisme de Rochon.	208
B.3 Polariseur de Glan-Thompson.	209
B.4 Polariseur de Glan-Taylor.	210
C Aberrations optiques.	211
C.1 Tilt.	211
C.2 Défocus.	211
C.3 Aberration de sphéricité.	211
C.4 Astigmatisme.	212
C.5 Coma.	212
C.6 Trefoil.	213
D Publications de l'auteur.	215
Bibliographie.	219

Acronymes utilisés.

A.O.	Axe Optique
Cc	Concave
CGH	Computer-Generated-Hologram
Cx	Convexe
IR	Infrarouge
LCD	Liquid Crystal Device
LSA	Longitudinal Spherical Aberration
NDT	Non-Destructive Testing
PTV	Peak-to-Valley
TH	Transformée de Hilbert
TE	Transverse Electric
TM	Transverse Magnetic
TNE	Transient Nematic Effect
TPS	Temporal Phase-Shifting
TSA	Transverse Spherical Aberration
u.a.	unité arbitraire
WFE	WaveFront Errors
WFS	WaveFront Sensor

Motivations.

Suite à une demande importante du monde patrimonial, de nombreux laboratoires de recherche en sciences exactes, appliquées ou naturelles ont développé ces dernières années des outils dédiés à l'étude, à la conservation, à la restauration, à l'archivage ou à la valorisation des œuvres d'art. Les outils développés enthousiasment généralement le monde patrimonial par leur rapidité, leur objectivité et par leur caractère non destructif¹. Ils sont par conséquent de plus en plus employés :

- Les restaurateurs et conservateurs de musées employent la spectroscopie pour attribuer une œuvre à un artiste ou à un atelier, déterminer son origine géographique, comprendre les techniques de fabrication de l'artiste ou encore investiguer l'altération de l'œuvre dans son environnement de conservation. Dans ce but, depuis 1989, les Musées de France disposent pour leurs analyses de l'accélérateur de particule AGLAE² situé dans les locaux du Musée du Louvre de Paris [1].
- Pour acquérir un relevé 3D d'une œuvre, les conservateurs peuvent utiliser, par exemple, la projection de franges [2]. La numérisation résultante permettra maintes applications telles que l'analyse quantitative du relief, l'archivage numérique, la reproduction de l'œuvre originale, ou encore la création de bornes interactives.
- La radiométrie photothermique permet la détection des décollements de couches picturales ou des poches d'air existantes entre les différentes couches d'une peinture murale. L'utilisation de la technique permet donc une restauration préventive de l'œuvre. Une étude récente sur la peinture murale florentine du Saint-Christophe montre que la radiométrie photothermique est apte à la détection des altérations situées dans de telles œuvres [3]. Les résultats obtenus sont en excellente corrélation avec ceux du sondage acoustique, technique traditionnellement

¹Les techniques sont généralement entièrement automatisées, sont de champ, sans contact et ne recourent pas à des prélèvements de matière.

²Accélérateur Grand Louvre d'Analyse Élémentaire

employée par les restaurateurs.

- A l'aide de nombreux domaines d'expertise tels que la radiométrie aux rayons X, la fluorescence aux ultraviolets, la photographie, la chimie, la minéralogie, la bactériologie, le scan-laser et la mécanique, le fabuleux *Michelangelo Project* a permis l'étude des conditions environnementales de conservation, l'étude du marbre et la numérisation 3D du célèbre *David* de Michelangelo [4].

Retenons des exemples précédents que les archéologues, les historiens de l'art, les conservateurs de musées et les restaurateurs disposent à ce jour d'une panoplie importante de technologies de pointe pour améliorer leur travail qu'il soit dans le domaine de la sauvegarde, de la valorisation ou de la restauration du patrimoine culturel. Ce croisement entre technologie et patrimoine a donné naissance à l'**archéométrie**.

Sensibilisé par le Centre Européen d'Archéométrie (CEA) de l'Université de Liège aux besoins en nouvelles technologies pour l'archéométrie, le laboratoire Hololab³ a développé une installation de relevé 3D utilisant la projection de franges [2] et dédié initialement au secteur patrimonial. La technologie développée présente une résolution, aussi bien latérale qu'en profondeur, de l'ordre du dixième de millimètre. Elle permet le relevé 3D de nombreuses pièces et ce pour des applications on ne peut plus diverses : sauvegarde du patrimoine, interactivité et valorisation des musées, "reverse-engineering", biomédicales,...

Hololab souhaite maintenant développer de nouveaux outils dédiés à l'archéométrie mais aussi à d'autres domaines, notamment industriels. L'expérience du Hololab conduit à penser que l'interférométrie de speckle est une des techniques les plus intéressantes à investiguer. En interférométrie de speckle, il existe une configuration particulière dite différentielle ou encore shearographie, qui présente l'avantage d'être moins sensible aux perturbations extérieures. Ces caractéristiques étant essentielles pour une utilisation *in situ*, la configuration différentielle sera adoptée pour le développement du nouvel outil.

La shearographie peut être employée pour la mesure de micro-pentes ou pour la caractérisation de micro-déformations. Dans le cadre de l'étude de tableaux, le premier champ d'application permettrait une étude des coups de pinceau de l'artiste et par conséquent, d'étudier ses techniques ou d'identifier

³Service de Physique Générale de l'Université de Liège.

l'artiste. Le second champ d'application permettrait principalement l'analyse des défauts les plus importants proches de la surface de l'oeuvre. Elle permettrait par conséquent la prédition de chutes de matière et donc d'anticiper la restauration de l'oeuvre. De même, la carte des défauts de l'oeuvre pourra servir de "carte d'identité" afin de distinguer les oeuvres originales des copies ou encore pour déterminer les responsables de la déterioration d'une oeuvre lors d'un prêt ou d'un déplacement de cette dernière. L'étude des défauts répondant plus aux besoins de l'archéométrie, le Hololab a décidé de privilégier à court terme la détection des défauts. Ce rapport a pour ambition de décrire les recherches effectuées dans ce cadre. Nous qualifierons de **défaut** toute région d'un objet qui, suite à l'application d'une contrainte homogène, induit des déplacements de la surface inattendus, c'est-à-dire de valeur en désaccord avec une étude mécanique théorique qui serait réalisée.

La première partie de ce document introduit les bases théoriques utiles à la compréhension de notre travail.

Dans la seconde partie, nous décrirons l'installation de shearographie mise au point au laboratoire pour la mesure de micro-déformations. Nous adapterons alors cette installation pour la détection de défauts et réaliserons quelques essais afin de nous familiariser avec la technique mais aussi pour mettre en évidence les développements à apporter au dispositif pour améliorer ses performances. Nous étudierons ensuite si, en plus de détecter les défauts, la shearographie permet d'estimer leur position et leur taille à partir des cartes de phase obtenues. Pour ce faire, un outil numérique original basé sur la transformée en ondelettes sera développé.

Après avoir démontré que la shearographie est apte à la détection et dans une large mesure à la quantification de défauts nous remplacerons l'élément clé du dispositif, à savoir un prisme séparateur⁴ des états de polarisation linéaire s et p, par un cristal biréfringent et plus précisément par une lame de Savart. Cette optimisation permettra de détecter et d'analyser les défauts dans au moins deux directions du plan. Le remplacement du prisme par la lame sera également motivé pour diverses raisons optiques qui seront précisées en temps voulu. La substitution du prisme par la lame de Savart sera décrite dans la troisième partie de ce document.

Dans cette troisième partie, nous décrirons également une deuxième optimi-

⁴Nous verrons au chapitre 2 que le cisaillement du faisceau objet est réalisé par séparation des états de polarisation linéaire grâce à un composant multicouche déposé sur l'hypothénuse d'un prisme de verre.

sation importante de l'installation : la mise au point d'un algorithme adapté à la mesure de phase dynamique. Les premiers essais de détection de défauts ont été réalisés par décalage de phase temporel. L'objet se déformant lors de l'enregistrement des images nécessaires au calcul des cartes de phase, le décalage de phase temporel n'est pas l'algorithme le plus mieux pour mesurer la phase. Pour améliorer ce point, nous développerons un algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert.

L'installation de shearographie initialement développée au laboratoire est constituée des mêmes composants optiques que le projecteur de franges interférométriques du Hololab. Il est donc apparu normal d'extrapoler les résultats obtenus en shearographie à la projection de franges :

- Le prisme séparateur des états de polarisation du projecteur de franges a donc été substitué par une lame de Savart. Cette adaptation a été motivée par le fait que l'utilisation de la lame permettra de disposer d'une gamme continue d'interfranges ;
- L'algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert a été adapté pour la projection de franges de manière à réduire d'un facteur deux le nombre d'images à enregistrer pour le calcul des cartes de phase.

Cette extrapolation des résultats obtenus en shearographie à la projection de franges est détaillée dans la quatrième partie de ce document.

Après avoir optimisé l'installation de shearographie pour le contrôle non destructif et extrapolé les développements à la projection de franges, nous adapterons et validerons le dispositif de shearographie pour la caractérisation de fronts d'onde. Cette dernière partie de notre travail permettra d'entrevoir de nouvelles applications de l'installation, par exemple, dans le domaine de la fabrication optique et/ou dans le domaine de l'optique active. La cinquième partie de ce rapport introduit la caractérisation de fronts d'onde par shearographie.

Première partie

Bases théoriques

La première partie de ce rapport consiste à résumer la théorie propre à la shearographie. Les détails théoriques sont disponibles dans la littérature spécialisée et principalement dans la référence [7]. En partant de la notion de speckle, nous discuterons la méthode permettant l'obtention de la phase de chacune des tavelures, information clef en shearographie. Cette discussion mènera aux techniques d'interférométrie de speckle et de shearographie, à la notion de shearogramme, aux algorithmes de décalage de phase temporel et de déroulage de phase.

La méthode traditionnellement utilisée pour obtenir la distribution de phase d'une figure de speckle sera d'abord décrite. Nous rappellerons ensuite la notion de vecteur déplacement d'un objet soumis à une contrainte. De là, nous introduirons le lien entre la shearographie et la mesure de la dérivée première du champ vectoriel des déplacements. Ce lien permettra l'interprétation physique des résultats obtenus et ce en fonction de la géométrie du montage, ou plus précisément en fonction de l'orientation du vecteur sensibilité de l'interféromètre.

Les avantages de la technique de shearographie, par rapport aux autres techniques optiques, seront également établis en temps voulu.

Chapitre 1

De la granularité laser à la shearographie.

1.1 La granularité laser : l'effet de speckle.

En éclairage cohérent, l'image d'un objet optiquement rugueux, c'est-à-dire un objet dont les variations du relief de surface sont de l'ordre de quelques longueurs d'onde de la lumière incidente, présente un aspect granuleux (Fig. 1.1). Les "grains de lumière" de l'image portent le nom de *grains de speckle*, *speckles* ou *tavelures*, et l'image est appelée *figure de speckle*¹. Cette figure de speckle résulte de la micro-interférence des ondes cohérentes diffusées par les différents points de l'objet éclairé ([8]-[11]).



FIG. 1.1 – Photographie, en niveaux de gris, d'une figure de speckle d'une plaque métallique éclairée par de la lumière cohérente.

En 1970, GABOR classifie les speckles en deux catégories : les speckles objectifs et subjectifs [12]. Les *speckles objectifs* correspondent à des spe-

¹*speckle pattern*

ckles se propageant dans l'espace libre. De tels speckles peuvent être enregistrés sur une plaque photographique. Quant aux *speckles subjectifs*, ils correspondent à des speckles visualisés par l'intermédiaire d'un système imageant. Dans ce dernier cas, le diamètre² d_s des grains de speckle, défini par la distance entre deux zones claires, dépend du système optique utilisé. Par exemple, dans un système optique élémentaire constitué d'une lentille et d'un diaphragme circulaire, la taille des grains de speckle est donnée par [7] :

$$d_s = 2.44 \frac{\lambda p'}{D} \quad (1.1)$$

où p' est la distance du plan principal image de la lentille à l'image, λ est la longueur d'onde de la radiation lumineuse utilisée pour l'éclairage et D est le diamètre du diaphragme.

Dans le cas d'un diaphragme carré de côté D , on obtient [8] :

$$d_s = 2 \frac{\lambda p'}{D} \quad (1.2)$$

La taille d'un speckle subjectif dépendant du dispositif optique imageant utilisé, plusieurs régimes d'enregistrement sont possibles. Dans le cas où chaque tavelure recouvre strictement un pixel du détecteur utilisé (CCD, CMOS,...), on parle de *speckle résolu* [8].

Remarques.

- Nous avons défini la notion de speckle sur base expérimentale : les speckles sont les grains de lumière perçus lors de l'éclairage d'une surface optiquement rugueuse par une lumière cohérente. Signalons toutefois qu'il existe une "définition mathématique" de la notion de tavelure. Cette définition est basée sur la fonction de corrélation, entre points voisins, de l'amplitude et de l'éclairage de l'image de l'objet diffusant, dans le plan d'observation. Cette définition est à la base des équations 1.1 et 1.2. Le lecteur intéressé par plus de détails est invité à consulter les références ([8]-[10]). Pour éviter toute redondance avec ces ouvrages, la fonction de corrélation d'un speckle, et plus généralement, les propriétés statistiques d'un speckle ne seront pas traitées dans ce travail.

²Les grains de speckle sont souvent considérés comme des grains circulaires. La notion de diamètre est dès lors significative et la relation 1.1 permet d'obtenir un ordre de grandeur relatif de la taille des grains de speckle. Toutefois, signalons que la forme réelle des tavelures équivaut à des bâtonnets ([8], [9]).

- Nous verrons ultérieurement que la shearographie considère individuellement chaque tavelure de la figure de speckle. Il sera dès lors nécessaire de pouvoir identifier chacune d'entre elles. Pour ce faire, les tavelures seront nommées à l'aide de leurs coordonnées cartésiennes (x, y) dans le plan image du détecteur, sur base du référentiel décrit par la Fig. 1.2.

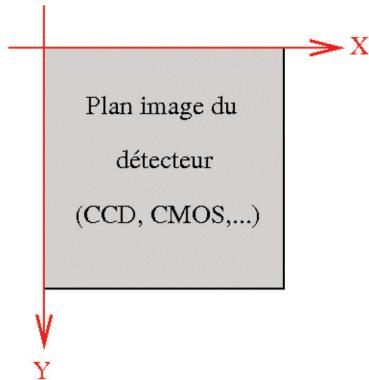


FIG. 1.2 – Système de coordonnées bidimensionnel utilisé dans ce rapport pour identifier les tavelures d'une figure de speckle.

1.2 Le speckle, source d'information.

Il existe deux manières de considérer le speckle. Le premier consiste à considérer le speckle comme un bruit à réduire voire, idéalement, à éliminer. Ce point de vue est adopté, par exemple, en imagerie en lumière cohérente : GABOR qualifie le speckle d'ennemi numéro 1 de l'holographie [12]. Le second point de vue est de considérer la granularité laser non plus comme un bruit, mais bien comme une source d'information³. Ce second point de vue est à la base de l'interférométrie de speckle et de la shearographie. Plus précisément, en shearographie, la dérivée première des déplacements des particules matérielles de l'objet diffusant et induits par l'application d'une contrainte sur cet objet, est codée dans la phase des différentes tavelures.

En shearographie, il convient donc de déterminer la phase de chaque tavelure. Cependant, ceci n'est pas chose aisée. La phase d'un grain de speckle fluctue rapidement dans le temps : pour une illumination avec un laser Nd-YAG (532nm), la fréquence temporelle des fluctuations de la phase est de

³Dans ce cas, nous retiendrons la citation de LEENDERTZ et BUTTERS, "if we cannot get rid of speckle, why don't use it ?" [7].

l'ordre de $5.6 \cdot 10^{14}$ Hz. Dans ces conditions, l'intégration temporelle des détecteurs ne permet pas de percevoir des fluctuations de l'éclairement des tavelures mesuré, représentatives de la fluctuation de leur phase. Le stratagème utilisé pour palier ce problème consiste à estimer la phase des speckles non plus de manière absolue mais relative. Ceci est réalisé en utilisant une deuxième onde, dite *onde de référence* ou *faisceau de référence*, de fréquence égale à celle des fluctuations temporelles de la phase des speckles. En faisant interférer la figure de speckle de l'objet étudié, appelée *faisceau objet*, avec le faisceau de référence, la phase des différentes tavelures par rapport à la phase de l'onde de référence peut être estimée. La différence de phase $\phi(x, y)$, qualifiée de *phase relative du speckle* (x, y), est constante dans le temps si aucune variation de chemin optique n'est introduite dans un des deux faisceaux. Dans ces conditions, le problème consiste à estimer la phase relative $\phi(x, y)$ de chaque tavelure à partir de la mesure de leur éclairement $I(x, y)$, en sachant que ces deux grandeurs physiques sont mathématiquement liées (section 1.3).

Les dispositifs expérimentaux utilisés pour faire interférer les faisceaux objet et de référence sont classés en deux catégories : ceux basés sur l'interférométrie de speckle et ceux fondés sur la shearographie.

1. En *interférométrie de speckle*, le faisceau de référence se présente soit sous la forme d'un faisceau constant en phase et en éclairement (Fig. 1.3), comme en holographie, soit sous la forme d'une deuxième figure de speckle de l'objet.

Le dispositif comporte deux ondes d'éclairement et deux ondes d'observation. Il est appelé *interféromètre de speckle* et livre un interférogramme dit *specklegramme*. L'interférométrie de speckle a été étudiée au sein du laboratoire Hololab ([5], [6]).

2. Une seule onde d'illumination est nécessaire en *shearographie*⁴. Le faisceau objet est *autoréférencé*. Il interfère avec lui-même. Pour ce faire, l'interféromètre fournit deux figures de speckle à partir du seul faisceau objet (Fig. 1.4). Ces deux figures de speckle, décalées dans l'espace (Fig. 1.5), permettent, après interférence, la détermination de la phase relative de chaque tavelure : la première figure de speckle joue le rôle de faisceau de référence pour la deuxième figure de speckle, qui

⁴Signalons que la shearographie est un cas particulier d'interférométrie de speckle : la shearographie est parfois qualifiée d'*interférométrie différentielle de speckle*. Cette appellation sera justifiée ultérieurement. Cette caractéristique permet l'utilisation de la plupart des outils numériques traditionnellement employés en "interférométrie de speckle classique". Dans la suite de ce travail, l'appellation "interférométrie de speckle" concerne l'interférométrie de speckle "traditionnelle".

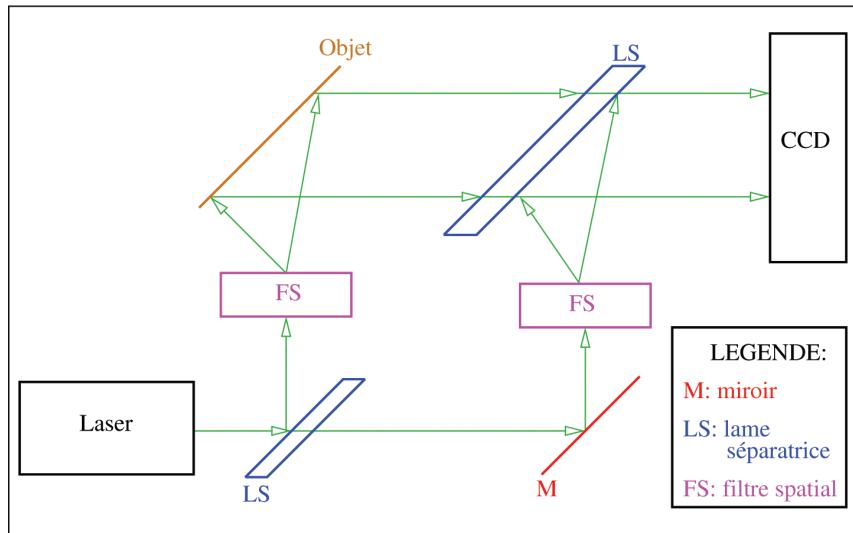


FIG. 1.3 – Exemple d'un interféromètre de speckle dont le faisceau de référence est constant en phase et en éclairement.

joue le rôle de faisceau objet et inversement. En d'autres termes, la phase de la tavelure (x,y) de la deuxième figure de speckle est mesurée par rapport à la phase de la tavelure (x,y) de la première figure de speckle. Ou encore, plus précisément, si les deux figures de speckle sont décalées, ou cisaillées, dans la direction X d'une grandeur δx dans le plan image du détecteur, la phase du speckle (x,y) du faisceau objet, et relatif au point (x^{obj},y^{obj}) de l'objet, est mesurée par rapport à la phase du speckle (x,y) du faisceau de référence, et relatif au point $(x^{obj} + \delta x^{obj},y^{obj})$ de l'objet ; où δx^{obj} est l'équivalent dans le plan de l'objet du cisaillement δx . Les grandeurs δx et δx^{obj} sont proportionnelles entre elles. Pour un système imageant présentant un grossissement M [7] :

$$\delta x = M \delta x^{obj} \quad (1.3)$$

Le cisaillement réalisé par le dispositif justifie l'appellation de *shearographie*⁵ : en anglais, "*to shear*" signifiant cisailler. L'interférogramme fourni par l'interféromètre est quant à lui appelé *shearogramme* (Fig. 1.5). La région d'intersection entre les deux figures de speckle cisaillées est qualifiée dans ce rapport de *zone de recouvrement*.

⁵*shearography*

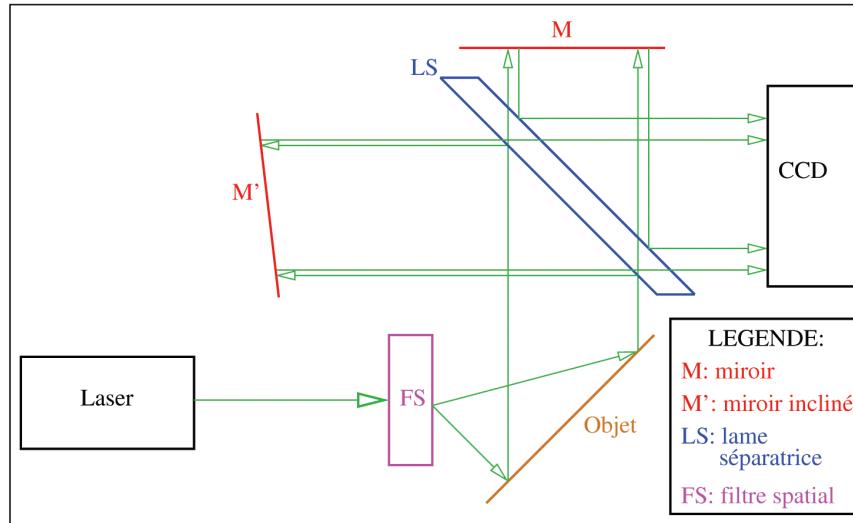


FIG. 1.4 – Exemple d'un montage de shearographie : interféromètre de Michelson modifié. Dans un tel dispositif, le cisaillement du faisceau objet est obtenu en inclinant un des deux miroirs, généralement à l'aide d'un transducteur piézoélectrique.

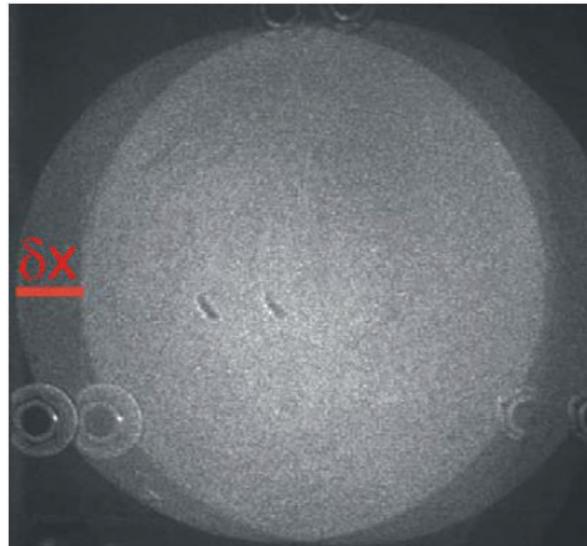


FIG. 1.5 – Shearogramme d'une pièce de monnaie enregistré au Hololab [31].

1.3 Détermination de la distribution de phase.

L'éclairement $I(x,y)$ du speckle (x,y) d'un shearogramme résulte de l'interférence entre les faisceaux objet et de référence. Il est par conséquent décrit par la relation ([7], [15]) :

$$I(x, y) = I_{obj}(x, y) + I_{ref}(x, y) + 2\sqrt{I_{obj}(x, y)I_{ref}(x, y)} \cos(\phi(x, y)) \quad (1.4)$$

où $I_{obj}(x, y)$ et $I_{ref}(x, y)$ correspondent aux éclairements du speckle (x,y) respectivement des faisceaux objet et de référence ; $\phi(x, y)$ représente la différence de phase entre les ondes objet et de référence au point (x,y) du détecteur.

En introduisant l'éclairement moyen $I_0(x, y)$ des speckles (x,y) relatifs respectivement aux faisceaux objet et de référence, ainsi que le **facteur de visibilité** $\gamma(x, y)$ de l'interférence entre ces speckles (x,y), la relation 1.4 s'écrit ([7], [11]) :

$$I_0(x, y) = \frac{I_{obj}(x, y) + I_{ref}(x, y)}{2} \quad (1.5)$$

$$\gamma(x, y) = \frac{2[I_{obj}(x, y).I_{ref}(x, y)]^{1/2}}{I_{ref}(x, y) + I_{obj}(x, y)} \quad (1.6)$$

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y). \cos(\phi(x, y))] \quad (1.7)$$

Dans la distribution d'éclairement 1.7, l'argument $\phi(x, y)$ du cosinus est de haute fréquence spatiale suite au caractère aléatoire des figures de speckle [15]. Par conséquent, l'interférogramme enregistré ne présente pas de franges d'interférence (Fig. 1.5).

Dans la relation 1.7, le paramètre pertinent est la distribution de la phase $\phi(x, y)$, clef de voûte de la shearographie. En pratique, le shearogramme est enregistré sur un détecteur photosensible (plaque photographique, détecteur CCD,...). Seule la distribution spatiale de l'éclairement $I(x, y)$ du shearogramme est obtenue, codée sur 256 niveaux de gris dans le cadre d'un enregistrement numérique d'images monochromes sous 8 bits, et l'information $\phi(x, y)$ recherchée n'est pas directement accessible. Dès lors, à partir de la distribution $I(x, y)$ il faut déduire la distribution $\phi(x, y)$. Pour ce faire, il existe de nombreux stratagèmes. Citons, entre autres, le décalage de phase temporel [15] ou spatial [16], par transformée de Fourier [17], de Hilbert [18] ou encore en ondelettes [19]. Dans un premier temps, le **décalage de phase temporel** (TPS⁶) a été implémenté au laboratoire. Cette technique

⁶*temporal phase-shifting*

est particulièrement bien adaptée pour l'analyse des déformations statiques, premier champ d'application de la shearographie développé au Hololab. Nous discuterons d'un algorithme de mesure de phase de phase par transformée de Hilbert au chapitre 5. Cet algorithme sera performant pour la caractérisation et/ou le suivi de déformations dynamiques.

1.3.1 Décalage de phase temporel.

L'algorithme de décalage de phase temporel (TPS) propose d'effectuer l'enregistrement d'*au moins* trois shearogrammes en introduisant pour chacun, un déphasage α supplémentaire connu, entre les ondes objet et de référence⁷. On obtient ainsi un système d'*au moins* trois équations (les distributions spatiales des éclairements des divers shearogrammes enregistrés) à trois inconnues ($I_0(x, y), \gamma(x, y), \phi(x, y)$) ([15], [7]) :

$$\begin{cases} I_1(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y))] \\ I_2(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + \alpha)] \\ I_3(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) - \alpha)] \end{cases} \quad (1.8)$$

où I_i représente la distribution d'éclairement du i^{ieme} shearogramme enregistré.

L'incrément de phase α peut être quelconque. Cependant, l'erreur commise sur la détermination de $\phi(x, y)$ est minimale pour un angle α particulier, l'**incrément de phase optimal**. Dans le cas d'un décalage de phase temporel à 3 incréments, l'incrément de phase optimal vaut $2\pi/3$ [14].

La résolution du système 1.8 livre, entre autre, la distribution spatiale $\phi(x, y)$ recherchée. Pour l'incrément de phase optimal, la distribution de la phase est donnée par la relation [7] :

$$\phi(x, y) = \arctan \frac{\sqrt{3} (I_3(x, y) - I_2(x, y))}{2I_1(x, y) - I_2(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.9)$$

L'algorithme TPS à 3 incréments de phase permet la détermination de la distribution de phase $\phi(x, y)$. Signalons toutefois qu'en pratique, et ce malgré une augmentation du temps d'acquisition et du volume des informations à

⁷En pratique, dans un interféromètre de Michelson modifié, l'incrément de phase est introduit en translatant un des deux miroirs de l'interféromètre, le plus souvent à l'aide d'un transducteur piézoélectrique. Dans notre cas, l'incrément de phase sera introduit à l'aide d'une cellule à cristaux liquides (section 2.1).

stocker et à traiter, certains chercheurs préfèrent l'emploi d'un algorithme à plus de 3 incrément de phase pour limiter les erreurs sur la détermination de $\phi(x, y)$. Des algorithmes notamment à 4 ([7], [15], [21]) ou 5 incrément α ([14]) sont couramment utilisés.

Dans le cas d'un décalage de phase temporel à quatre incrément de phase, le système à résoudre devient [7] :

$$\begin{cases} I_1(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y))] \\ I_2(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + \alpha)] \\ I_3(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + 2\alpha)] \\ I_4(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + 3\alpha)] \end{cases} \quad (1.10)$$

L'incrément de phase optimal vaut dans ce cas $\pi/2$. Pour cet incrément de phase, la solution recherchée $\phi(x, y)$ du système d'équations 1.10 satisfait la relation [7] :

$$\phi(x, y) = \arctan \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)} \quad (1.11)$$

Dans le cas d'un algorithme TPS à cinq incrément de phase, le système à résoudre est [14] :

$$\begin{cases} I_1(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) - 2\alpha)] \\ I_2(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) - \alpha)] \\ I_3(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y))] \\ I_4(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + \alpha)] \\ I_5(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi(x, y) + 2\alpha)] \end{cases} \quad (1.12)$$

L'incrément de phase optimal vaut $\pi/2$ et la distribution de phase peut être déterminée par la **formule de Hariharan** ([14]) :

$$\phi(x, y) = \arctan \frac{2[I_2(x, y) - I_4(x, y)]}{2I_3(x, y) - I_1(x, y) - I_5(x, y)} \quad (1.13)$$

Remarque.

Les valeurs de l'angle ϕ calculées par décalage de phase sont limitées, en conséquence du théorème de la fonction inverse [22], à l'intervalle $]-\pi/2, +\pi/2[$. Dans le but d'accéder à des valeurs incluses entre $-\pi$ et $+\pi$, il est nécessaire d'analyser les signes du numérateur et du dénominateur de la relation (1.9, 1.11 ou 1.13) utilisée selon le nombre d'incrément de phase, et ce à condition que les numérateur et dénominateur coïncident respectivement à des fonctions sinus et cosinus ([7], [14], [15]).

1.4 Shearographie et mesure.

Nous venons de décrire la manière d'obtenir la distribution de phase relative d'une figure de speckle. Cette distribution permet d'analyser la dérivée première du champ vectoriel des déplacements d'un objet soumis à une contrainte. Pour introduire la relation entre la phase relative et la dérivée première des déplacements, nous commencerons par rappeler la notion de déplacement (sous-section 1.4.1). Cette notion introduite, nous analyserons la manière d'obtenir à partir de la distribution de phase $\phi(x, y)$ et en fonction de la géométrie du montage, les différentes composantes de la dérivée première du vecteur déplacement de chaque particule matérielle de l'objet analysé (sous-section 1.4.2).

1.4.1 Vecteur déplacement et carte de phase enroulée.

Considérons un objet dans une *configuration de référence A*. Dans cette disposition, chaque particule matérielle⁸ du corps solide peut être étiquetée par ses coordonnées cartésiennes $\overrightarrow{x_A^{obj}} = (x_A^{obj}, y_A^{obj}, z_A^{obj})$. Si une contrainte est appliquée, le corps solide analysé se retrouve dans une nouvelle configuration, une *configuration B dite déformée* et les particules matérielles sont maintenant repérées par de nouvelles coordonnées cartésiennes $\overrightarrow{x_B^{obj}} = (x_B^{obj}, y_B^{obj}, z_B^{obj})$ (Fig. 1.6). Ce changement de position dans l'espace correspond, en mécanique des milieux continus, à la notion de *déplacement* $\overrightarrow{u^{obj}} = (u^{obj}, v^{obj}, w^{obj})$ définie, pour chaque particule matérielle, par la relation [23] :

$$\overrightarrow{u^{obj}} = \overrightarrow{x_B^{obj}} - \overrightarrow{x_A^{obj}} \quad (1.14)$$

La shearographie permet d'obtenir la dérivée première spatiale du déplacement de chaque tavelure, lorsque l'objet a été déformé par rapport à sa configuration de référence.

En shearographie, un objet dans sa configuration de référence, ou plus généralement dans un état A, livre un shearogramme dont la distribution spatiale de l'éclairement dans le plan image du détecteur est :

$$I_A(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi_A(x, y))] \quad (1.15)$$

⁸La particule matérielle $\overrightarrow{x_A^{obj}}$ équivaut à la matière contenue dans un volume infinitésimal dV entourant le point $\overrightarrow{x_A^{obj}}$ du corps solide [23]. En shearographie, les particules matérielles considérées coïncident avec les différentes tavelures des figures de speckle de l'objet analysé.

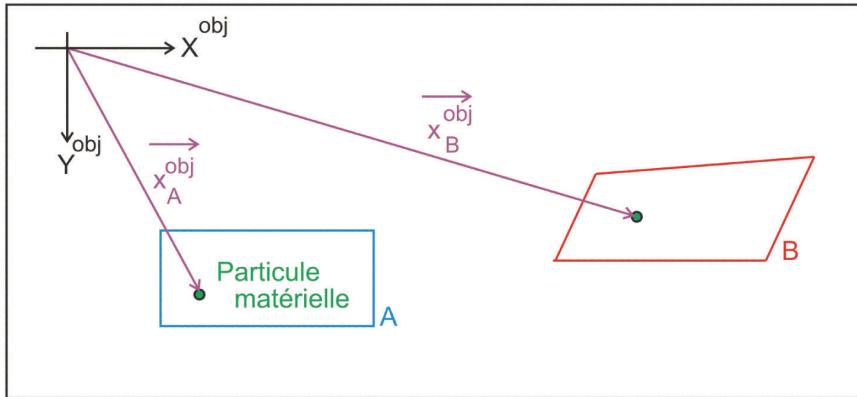


FIG. 1.6 – Schématisation de la notion de déplacement. *En bleu* : l'objet dans son état A de référence. *En rouge* : l'objet dans une configuration B déformée.

où l'indice "A" caractérise l'état A de référence de l'objet.

Le même corps dans une configuration B déformée fournit un shearogramme dont la distribution de l'éclairement dans le plan image du détecteur est maintenant :

$$I_B(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos(\phi_B(x, y))] \quad (1.16)$$

où l'indice "B" est relatif à l'état B déformé de l'objet.

La phase relative de la tavelure (x,y), suite à la contrainte, n'est plus définie par la distribution $\phi_A(x, y)$, mais par $\phi_B(x, y)$: la contrainte induit une modification du chemin optique des faisceaux donnant naissance aux speckles. En pratique, les distributions de phase relative $\phi_A(x, y)$ et $\phi_B(x, y)$ sont obtenues par application du décalage de phase temporel aux shearogrammes de l'objet dans ses états A et B. Une fois les distributions $\phi_A(x, y)$ et $\phi_B(x, y)$ déterminées, il est coutume de considérer la ***variation de phase relative*** $\Delta(x, y)$, dite aussi ***carte de phase enroulée ou modulo 2π*** ([7], [20], [24]) :

$$\Delta(x, y) = \phi_B(x, y) - \phi_A(x, y) \quad (1.17)$$

Cette carte de phase enroulée se présente en pratique sous forme de courbes d'iso-phase ou franges (Fig. 1.7). Ces dernières peuvent être discontinues. Elles présentent des ***sauts de phase*** : lors du passage d'une frange claire (niveau de gris = 255) à une frange sombre (niveau de gris = 0), la valeur de la variation de phase relative enroulée passe de π à $-\pi + \epsilon$, au lieu de π

à $\pi + \epsilon$. La distribution $\Delta(x, y)$ est dite enroulée *modulo* 2π .

La technique de *déroulage de phase spatial*⁹ est traditionnellement utilisée pour obtenir la valeur $\pi + \epsilon$ lors d'un saut de phase. Ce stratagème fournit, "en comptant les franges" de la distribution $\Delta(x, y)$, une nouvelle distribution angulaire $\Delta_d(x, y)$ dite *carte de phase déroulée*. Cette dernière ne présente aucune restriction sur les valeurs angulaires permises de la variation de phase relative. La philosophie du déroulage de phase sera explicitée à la section 1.4.3.

Pour un petit cisaillement entre les images relatives aux faisceaux objet et de référence, la littérature ([7], [20], [24]) signale que la variation de phase relative déroulée $\Delta_d(x, y)$ est étroitement liée, en shearographie, à la dérivée première des déplacements :

$$\Delta_d(x, y) = \left(A \frac{\partial u}{\partial x_i} + B \frac{\partial v}{\partial x_i} + C \frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \delta x_i \quad (1.18)$$

où A, B et C sont des constantes de proportionnalité dépendant de la géométrie du montage et appelées *coefficients de sensibilité* (section 1.4.2). u, v et w sont respectivement les composantes selon les axes X, Y et Z dans le plan image du détecteur, des vecteurs déplacements des particules matérielles de l'objet et induits par la contrainte exercée. x_i représente la coordonnée cartésienne qui caractérise la direction du cisaillement de l'interféromètre. δx_i caractérise la taille du cisaillement, au niveau du détecteur et dans la direction X_i , entre les images liées aux faisceaux objet et de référence.

L'équation 1.18 donne la relation entre la variation de phase relative déroulée et la dérivée première des déplacements induits des différentes particules matérielles de l'objet. Cette équation justifie mathématiquement la nécessité de cisailler les images relatives aux faisceaux objet et de référence de l'interféromètre : la direction et la taille du cisaillement sont des paramètres pertinents.

La shearographie permet d'obtenir la dérivée première du champ vectoriel des déplacements. La technique est *différentielle* : la shearographie est parfois appelée *interférométrie différentielle de speckle*. Cette propriété induit que les installations de shearographie sont insensibles aux faibles vibrations d'ensemble de l'objet étudié. Les dispositifs de shearographie sont ainsi les plus aptes, parmi les montages interférométriques¹⁰, à être utilisés

⁹*spatial phase unwrapping*

¹⁰Par exemple, les interféromètres holographiques ou de speckle (ESPI/DSPI), ainsi que les profilomètres, sont fortement sensibles aux vibrations de l'objet.

dans un environnement industriel.

Les techniques utilisées, ou potentiellement utilisables, par les mécaniciens (interférométrie de speckle, stéréocorrélation, jauge de contraintes,...) fournissent le vecteur déplacement \vec{u} . Il leur est donc nécessaire de dériver numériquement ce vecteur dans le but de retrouver le tenseur des déformations infinitésimales ε , lequel apparaît dans les lois de la mécanique (loi de Hooke,...) et, par conséquent, traduit le comportement du corps étudié¹¹. La shearographie présente donc l'avantage sur les techniques traditionnelles de donner directement accès à la dérivée première du vecteur \vec{u} de chaque particule matérielle, directement liée au tenseur ε d'ordre 2 [23] :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T \right] \quad (1.19)$$

où l'exposant "T" signifie transposé.

Par exemple, la composante ε_{xy} du tenseur des déformations infinitésimales est donnée par :

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (1.20)$$

ou encore la composante ε_{zz} du tenseur ε vaut :

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.21)$$

1.4.2 Géométrie du montage et vecteur sensibilité.

La relation 1.18 liant la carte de phase déroulée à la dérivée du vecteur déplacement est une fonction de la géométrie du montage par l'intermédiaire des coefficients de sensibilité A, B et C. En caractérisant cette dernière par le **vecteur sensibilité** \vec{K}_s de l'interféromètre, vecteur défini comme étant la différence entre le vecteur d'onde \vec{k}_{obs} caractérisant la direction d'observation et le vecteur d'onde \vec{k}_{inc} des ondes éclairant l'objet [7] :

$$\vec{K}_s = \vec{k}_{obs} - \vec{k}_{inc} \quad (1.22)$$

la relation 1.18 peut se réécrire [7] :

$$\Delta_d(x, y) = \left[\left(\vec{K}_s \cdot \vec{e}_x \right) \frac{\partial u}{\partial x_i} + \left(\vec{K}_s \cdot \vec{e}_y \right) \frac{\partial v}{\partial x_i} + \left(\vec{K}_s \cdot \vec{e}_z \right) \frac{\partial w}{\partial x_i} \right] \delta x_i \quad (1.23)$$

¹¹Une interprétation physique des composantes du tenseur des déformations infinitésimales est disponible dans la référence [23].

où le symbole "." qualifie un produit scalaire et les vecteurs \vec{e}_i sont les vecteurs de base unitaires du système de coordonnées (x,y,z).

L'orientation du vecteur sensibilité est un paramètre pertinent. Elle permet de corrélérer la dérivée première, par rapport à x_i , de la composante u, v et/ou w du vecteur de déplacement \vec{u} à la carte de phase déroulée¹². Ainsi, par exemple, pour un vecteur sensibilité parallèle à l'axe Z¹³ la relation devient :

$$\Delta_d(x, y) = \left(\vec{K}_s \cdot \vec{e}_z \right) \frac{\partial w}{\partial x_i} \delta x_i \quad (1.24)$$

et seule la dérivée de la composante w, dite **composante hors-plan**, peut être analysée. Le montage est qualifié de **hors-plan**.

L'équation 1.24 permet de lier la carte de phase déroulée à la dérivée de la composante hors-plan du vecteur déplacement. Elle permet donc une étude quantitative de cette dérivée. De même, la relation 1.24 permet une interprétation qualitative des franges de la carte de phase enroulée. Celles-ci peuvent être "vues" comme des "courbes d'iso-déformation hors-plan"^{14,15}.

1.4.3 Introduction au déroulage de phase spatial.

La carte de phase enroulée permet une interprétation qualitative de la dérivée première des déplacements. Pour une mesure quantitative, basée sur la relation 1.23, de cette même dérivée, il est nécessaire de dérouler la phase, c'est-à-dire de restituer le multiple de 2π à ajouter à la valeur obtenue au terme du décalage de phase, afin de retrouver la valeur réelle $\Delta_d(x, y)$ de la phase $\Delta(x, y)$. Pour ce faire, il existe de nombreux algorithmes ([7], [26], [27]). En pratique, nous n'aurons pas besoin de développer notre propre programme de déroulage de phase. Nous utiliserons celui mis au point par la spin-off DEIOS s.a. Par conséquent, l'algorithme de déroulage de phase ne sera pas

¹²Par analogie, en optique diffractive, le vecteur d'onde d'un réseau, défini par la différence entre le vecteur d'onde du $m^{ième}$ ordre diffracté et le vecteur d'onde incident, est un paramètre pertinent qui, à la fois, caractérise la géométrie du réseau et régit l'équation des réseaux [25].

¹³Traditionnellement, les axes X et Y sont définis par le meilleur plan de l'objet (Fig. 1.6). L'axe Z est perpendiculaire à ce plan et pointe dans la direction du vecteur d'onde des ondes réfléchies par l'objet.

¹⁴Signalons toutefois que le terme "iso-dérivée, par rapport à la direction du cisaillement, de la composante hors-plan du vecteur déplacement" serait plus adéquat.

¹⁵En interférométrie de speckle ([5],[9]) et en interférométrie holographique [13], les franges de la carte de phase enroulée correspondent à des "courbes d'iso-déplacements".

détaillé dans ce rapport. Seule la philosophie du déroulage de phase spatial est introduite ci-après.

Le théorème d'échantillonnage de Shannon implique que pour avoir une carte de phase enroulée bien échantillonnée, c'est-à-dire qui traduit bien la réalité physique du problème, l'évolution de la variation de phase relative sur une rangée de pixels ne peut jamais être supérieure à π [14]. Par conséquent, toute modification de cette variation de phase relative supérieure (resp. inférieure) à $+\pi$ (resp. $-\pi$) dans la carte de phase enroulée correspond à un saut de phase induit par la fonction arctan. A chaque saut de phase détecté par ce critère, il suffit d'augmenter (resp. de diminuer) d'une unité le multiple m de 2π à ajouter à la valeur $\Delta(x, y)$ [14] :

$$\Delta_d(x, y) = \Delta(x, y) + 2m\pi \quad (1.25)$$

En comparant la variation de phase relative $\Delta(x, y)$ d'un pixel avec celle de son voisin, il est donc possible de détecter les sauts de phase dans la distribution $\Delta(x, y)$. A ces sauts de phase, la variation de phase relative est augmentée ou diminuée de 2π . La distribution corrigée est appelée carte de phase déroulée $\Delta_d(x, y)$.

La Fig. 1.7 présente une carte de phase enroulée, la carte de phase déroulée qui lui est associée, en niveaux de gris et sous forme de graphique 3D.

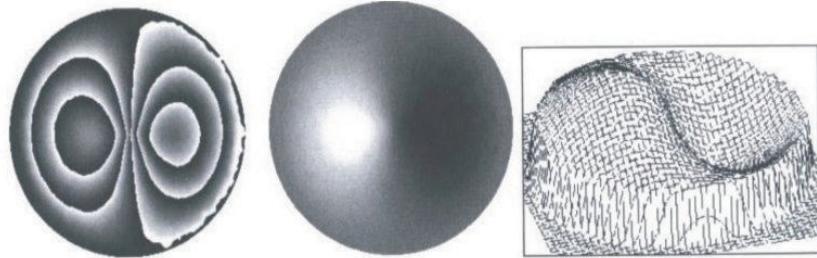


FIG. 1.7 – *A gauche* : une carte de phase enroulée. *Au centre* : carte de phase déroulée, en niveaux de gris, relative à l'image de gauche. *A droite* : la même carte de phase déroulée sous forme d'un graphique 3D [7].

Deuxième partie

Mise en oeuvre expérimentale et
application de la shearographie
au contrôle non destructif

La première partie de ce rapport a présenté la théorie relative à la shearographie à décalage de phase temporel. Cette seconde partie a pour but de décrire l'interféromètre développé au Hololab et de discuter le potentiel de la technique pour la détection et la quantification de défauts.

Le chapitre 2 présente l'installation à chemins optiques quasi-communs mis au point au laboratoire, ainsi qu'un exemple de mesure de la dérivée première de déplacements hors-plan. Riche de l'expérience acquise dans ce type d'application, nous décrirons ensuite le lien entre détection de défauts et mesure de la dérivée première de déplacements. Ce lien établi, nous présenterons quelques essais de détection de défauts.

L'idée que la shearographie est adaptée à la détection des défauts est une idée largement répandue dans le monde du contrôle non destructif. Toutefois, nous n'avons pas trouvé dans la littérature de publication pertinente sur la quantification de défauts. Par conséquent, au chapitre 3, nous étudierons si la shearographie est également adaptée à la quantification de la taille des défauts. Pour ce faire, une méthodologie de quantification sera décrite et une mise en œuvre originale de cette méthodologie, basée sur la transformée en ondelettes, sera réalisée. La méthodologie tiendra compte de la taille et de la direction du cisaillement, sera indépendante de la manière dont le défaut a été mis en évidence et de la forme de la phase dans sa région d'impact, et surtout sera objective et livrera des résultats reproductibles. Cet apport personnel aboutira à la conclusion que la shearographie est adaptée pour la quantification des défauts dans le direction du cisaillement.

Chapitre 2

Détection de défauts par shearographie à décalage de phase temporel.

Ce chapitre a pour but la description de l'interféromètre mis au point au Hololab, ainsi que son application en mesure de gradient de déplacements hors-plan et en détection de défauts. Les tests réalisés en contrôle non destructif ne sont pas originaux mais permettent une familiarisation avec la technique et de montrer le bon fonctionnement de l'interféromètre. Ils permettent aussi d'évaluer les développements à réaliser pour augmenter le potentiel de la technique en contrôle non destructif (NDT¹).

2.1 La shearographie au Hololab.

Sur base des concepts décrits précédemment, le Hololab a développé une installation originale de shearographie. La Fig. 2.1 schématise l'interféromètre du laboratoire. Dans cette installation, le faisceau laser guidé, élargi et nettoyé de ses défauts de phase à l'aide de la fibre optique, éclaire de manière quasi-uniforme l'objet à étudier. Après rétro-diffusion sur celui-ci, les ondes électromagnétiques traversent le prisme séparateur des états de polarisation, l'élément de cisaillement. Le passage du faisceau objet dans le prisme induit deux figures de speckle cisaillées : une polarisée "Transverse Electric" (TE ou s) et une polarisée "Transverse Magnetic" (TM ou p). Ces deux faisceaux images traversent la cellule à cristaux liquides, le modulateur de phase de l'installation, et interfèrent à l'aide du polariseur linéaire. Les shearogrammes sont enregistrés par l'intermédiaire de la caméra CMOS.

¹*Non-Destructive Testing.*

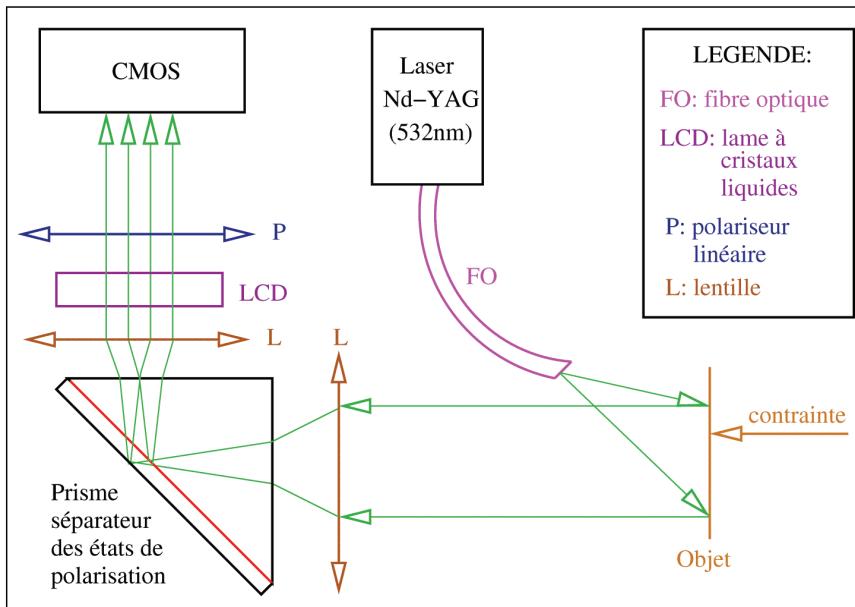


FIG. 2.1 – Schéma du montage de shearographie du Hololab.

*Le prisme séparateur des états de polarisation*² est l'élément de cisaillement de l'interféromètre. Grâce à un composant multicouche déposé sur son hypothénuse, ce prisme de verre sépare une onde électromagnétique incidente en deux ondes polarisées linéairement et perpendiculairement l'une par rapport à l'autre : une onde polarisée TE et une polarisée TM. Le composant multicouche réfléchit le mode TE et transmet le mode TM par effet Brewster. La Fig. 2.2 montre les degrés de polarisation en réflexion, P_R , et en transmission, P_T , du composant diffractif en fonction de l'incidence des rayons lumineux sur le prisme et pour la longueur d'onde opérationnelle du composant (532 nm). Ces degrés de polarisation sont respectivement définis par les équations 2.1 et 2.2. Ils caractérisent la séparation des modes de polarisation TE et TM par réflexion et par transmission.

$$P_R = \left| \frac{R_{TM} - R_{TE}}{R_{TM} + R_{TE}} \right| \quad (2.1)$$

$$P_T = \left| \frac{T_{TM} - T_{TE}}{T_{TM} + T_{TE}} \right| \quad (2.2)$$

²Ce prisme a été livré par la société *Edmund Optics*.

où R_{\perp} , représente la réflectance et T_{\parallel} , la transmittance du mode de polarisation \perp , renseigné en indice.

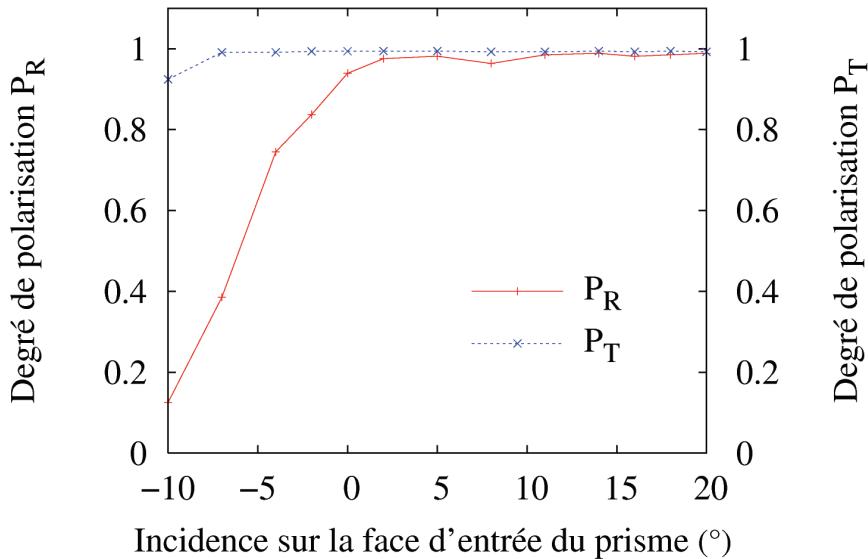


FIG. 2.2 – Réponse angulaire du prisme séparateur des états de polarisation à 532 nm dans sa plage angulaire d'utilisation recommandée.

Nous constatons que pour une longueur d'onde de 532 nm, le cisaillement de l'onde est optimal pour les incidences supérieures à 0° . Cependant, le degré de polarisation n'étant pas unitaire en réflexion en incidence normale, il existe une réflexion résiduelle en mode TM qui peut interférer avec le faisceau TM transmis par le composant multicouche. Cette interférence parasite est une source de bruit dans les cartes de phase.

Chacun des faisceaux obtenus par cisaillement correspondra à une figure de speckle de l'objet étudié. Pour diriger ces faisceaux dans une même direction, une lame de verre à faces parallèles est accolée au composant multicouche à l'aide d'une huile d'indice adéquate ($n=1.522$). Cette lame réoriente, par réflexion totale, le faisceau polarisé TM transmis par le composant diffractif dans la direction du faisceau TE réfléchi par le composant (Fig. 2.3). Pour faire interférer ces deux faisceaux, un polariseur linéaire est introduit sur le chemin des faisceaux TE et TM réorienté. L'orientation de ce polariseur est telle que les éclairements des deux faisceaux soient dans un rapport unitaire au niveau du détecteur. L'interférence donne lieu au shearogramme, lequel est enregistré par l'intermédiaire de la caméra CMOS.

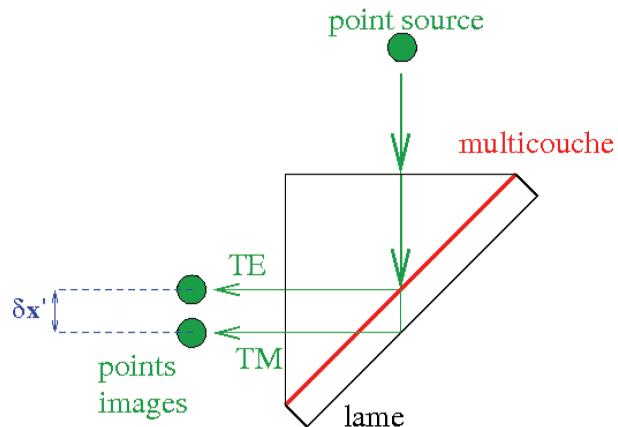


FIG. 2.3 – Représentation schématique de l'élément de cisaillement. Le système (prisme - composant multicouche - lame) permet l'obtention de deux points images distincts à partir d'un seul point source et dans la même direction de propagation de la lumière.

La taille du cisaillement résultant de la séparation des états de polarisation est proportionnelle à l'épaisseur de la lame de verre accolée au prisme. Plus précisément, la taille du shearing $\delta x'$ à la sortie du prisme est liée à l'épaisseur d de la lame de verre par la relation :

$$\delta x' = \sqrt{2}d \cos(\theta_i) \left[1 + \frac{n \sin(\theta_i)}{n^2 - \sin^2(\theta_i)} \right] \quad (2.3)$$

avec n , l'indice de réfraction du prisme et θ_i , l'angle d'incidence des rayons lumineux sur la face d'entrée du prisme.

En pratique, l'épaisseur de la lame de verre n'est pas parfaitement uniforme. La taille du cisaillement varie par conséquent d'un point à l'autre du shearogramme. Les deux lentilles présentes dans le dispositif expérimental ont pour rôle de limiter cet effet. La lentille à l'entrée du prisme est placée de manière à focaliser la figure de speckle polarisée TM sur l'interface verre/air de la lame de verre. Cette focalisation réduit la surface utile de l'interface qui est éclairée. Elle diminue la probabilité de balayer des épaisseurs relativement différentes. La lentille à la sortie du prisme permet la défocalisation des ondes lumineuses. Cette seconde lentille augmente également la taille du cisaillement et ce en fonction de son grandissement transversal M_{lent} . Derrière

la lentille, la taille du cisaillement δx_{lent} devient :

$$\delta x_{lent} = M_{lent} \cdot \delta x' \quad (2.4)$$

La taille du cisaillement au niveau du détecteur est également modulée par le grandissement transversal M_{obj} de l'objectif du détecteur. Cependant, la taille de l'image de l'objet est affectée de la même manière par cet objectif. Par conséquent, le rapport entre la taille du cisaillement et la taille de l'image est indépendant du grandissement M_{obj} . En accord avec l'interprétation physique³ du cisaillement, il est donc inutile d'introduire le facteur de modulation M_{obj} dans la relation 2.4. En définitive, au niveau du détecteur, la taille du cisaillement δx est donnée par :

$$\delta x = \delta x_{lent} = M_{lent} \cdot \sqrt{2}d \cos(\theta_i) \left[1 + \frac{n \sin(\theta_i)}{n^2 - \sin^2(\theta_i)} \right] \quad (2.5)$$

La Fig. 2.4 montre la linéarité entre l'épaisseur de la lame de verre accolée au prisme et la taille du cisaillement au niveau du détecteur CMOS⁴. Le coefficient de corrélation linéaire r^2 est de l'ordre de 97%.

L'utilisation d'un élément de cisaillement par séparation des états de polarisation induit que dans le dispositif les deux figures de speckle qui interfèrent parcoururent des chemins optiques, ou géométriques, quasi-communs. Les deux bras de l'interféromètre sont confondus sur la presque totalité du montage et sont donc influencés simultanément en cas de perturbation. L'interféromètre reste par conséquent opérationnel en présence de perturbations extérieures telles que les vibrations, les turbulences atmosphériques, un gradient de température... Cette insensibilité implique que le dispositif sera apte à des applications *in situ*.

Dans le but de pouvoir implémenter un algorithme de décalage de phase temporel, un modulateur de phase doit être introduit dans le dispositif. En accord avec l'élément de cisaillement employé dans l'installation, le modulateur de phase doit pouvoir déphasier le mode de polarisation TM par rapport au mode TE. Le modulateur de phase le plus apte à répondre à ces contraintes est une **cellule à cristaux liquides** (LCD). Deux ondes électromagnétiques polarisées linéairement et respectivement parallèlement aux

³Cf. page 19.

⁴Une estimation simple de la taille du cisaillement consiste à imager un objet pointu à l'aide de l'interféromètre et d'évaluer la distance entre les deux images cisaillées de la pointe de cet objet. Cette distance est équivalente à la taille du cisaillement.

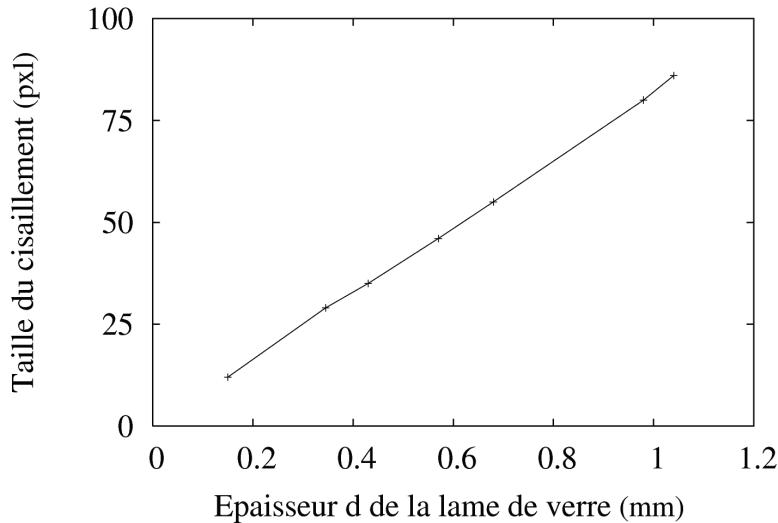


FIG. 2.4 – Taille du cisaillement en fonction de l'épaisseur de la lame de verre accolée au prisme séparateur des états de polarisation. Pour l'expérience réalisée, 1 pixel du détecteur équivaut à 0.289 mm dans le plan objet.

axes rapide et lent de la cellule (ou inversement) seront déphasées l'une par rapport à l'autre après leur passage à travers la cellule et ce tout en conservant leur état de polarisation. Le déphasage introduit sera fonction de la tension appliquée aux bornes du modulateur de phase. Ainsi, dans l'interféromètre, la cellule à cristaux liquides est placée entre l'élément de cisaillement et la seconde lentille. Ses axes lent et rapide sont respectivement orientés parallèlement aux directions de polarisation TE et TM⁵. Les shearogrammes sont successivement enregistrés sous des tensions aux bornes de la cellule à cristaux liquides égales à 1300mV, 1530mV, 1689mV et 1927mV afin d'introduire les incrémentations de phase utiles au décalage de phase temporel à quatre incrémentations [30].

Plus de détails sur le comportement des différents composants de l'interféromètre peuvent être obtenus en consultant les références [30] à [33]. Nous avons limité dans ce rapport la description du dispositif afin d'éviter toute redondance avec ces références.

⁵Notons que nous pourrions aussi travailler avec l'axe rapide de la cellule orienté parallèlement, non par rapport à la direction de polarisation TM, mais par rapport à la direction de la polarisation TE. Le choix est purement arbitraire.

Le dispositif, tel que décrit ci-dessus, a été employé et validé dans le cadre de la mesure de la dérivée première de déplacements hors-plan. La mesure de la dérivée première de déplacements hors-plan d'une plaque d'acier plane (282 mm x 282 mm x 1 mm) et induits par la charge, appliquée en son centre, successivement d'une masse de 12 g et de 19 g (Fig. 2.5) a été réalisée avec succès ([30], [31], [34]). Les cartes de phase enroulées obtenues lors de cette expérience sont présentées à la Fig. 2.6. Ces cartes de phase ont permis, après filtrage⁶ et déroulage de phase⁷, la détermination de la distribution spatiale de la dérivée première des déplacements hors-plan dus à la charge de la masse sur la plaque (Fig. 2.7).

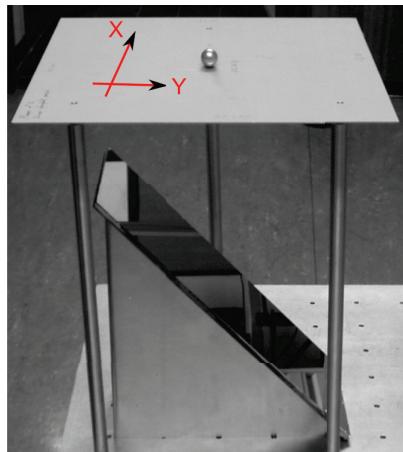


FIG. 2.5 – Photographie du système objet/contrainte étudié. Le miroir incliné à 45° évite de devoir positionner verticalement le système imageant. La configuration du système objet/contrainte permet d'assurer la stabilité et la reproductibilité de l'expérience.

2.2 Détection de défauts par shearographie à décalage de phase temporel.

Un objet fragilisé par un défaut et soumis à une contrainte *homogène* se déforme différemment dans le voisinage de son défaut, car ce dernier induit une concentration de contraintes dans sa région. Cette concentration de contraintes affecte la réponse mécanique de l'objet vis-à-vis de la contrainte

⁶Dans cette expérience, le filtre employé est un masque moyen de dimension 3 appliqué une fois au niveau sinus-cosinus de la carte de phase enroulée [30].

⁷Le déroulage de phase est basé sur un algorithme par croissance de régions [26].

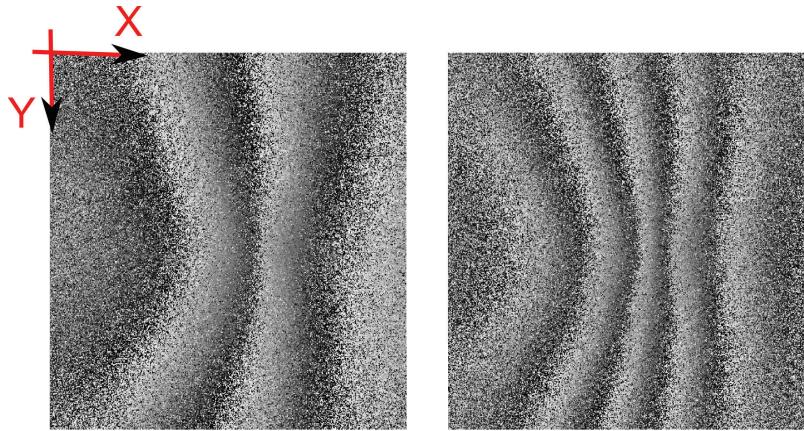


FIG. 2.6 – Cartes de phase enroulées (non filtrées) relatives à la charge de la masse m sur la plaque d'acier plane. *A gauche* : $m = 12$ g. *A droite* : $m = 19$ g. Le cisaillement est effectué parallèlement à l'axe X et vaut 8 mm. Zone étudiée : 124 mm x 124 mm (430 pxl x 430 pxl).

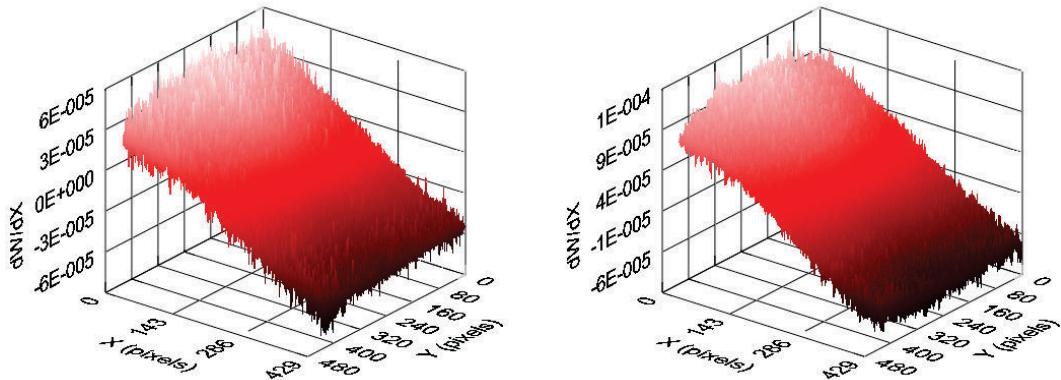


FIG. 2.7 – Cartes de la dérivée première des déplacements hors-plan induits par la charge de la masse m sur la plaque d'acier plane. *A gauche* : $m = 12$ g. *A droite* : $m = 19$ g.

appliquée. Si le défaut affecte les déplacements de la surface de l'objet induits par la contrainte, alors la carte de phase enroulée présentera des franges singulières dans le voisinage du défaut et ce qu'elle soit obtenue par interférométrie holographique [35], par interférométrie de speckle [36] ou par shearographie⁸ ([7], [28], [37]). Dans la carte de phase déroulée, ces franges singu-

⁸Précisons toutefois que la détection des franges singulières est plus aisée dans les cartes de phase enroulées obtenues en shearographie que dans celles obtenues par interférométrie holographique ou de speckle [28]. La différence est liée au caractère différentiel de la

lières se traduiront par une zone où l'amplitude de la phase est inattendue. Cette région *d'impact*⁹ du défaut sera qualifiée dans ce rapport de **zone de "haute-phase"**. En définitive, la détection de défauts par voie interférométrique consiste en la détection d'une zone de franges singulières dans la carte de phase enroulée ou en la détection d'une région de phase, ou de dérivée première de déplacements, d'amplitude inattendue dans la carte de phase déroulée.

La détection de défauts par shearographie consiste donc en une mesure de la dérivée première de déplacements. L'interféromètre du laboratoire étant adapté pour une telle mesure, il est opérationnel tel quel pour réaliser des premiers tests de faisabilité de détection de défauts. Ainsi, l'installation a été employée pour l'analyse d'une plaque d'acier plane évidée sur un volume de 10.1 x 10.1 x 5.0 mm³ et sur sa face invisible par la caméra (Fig. 2.8).

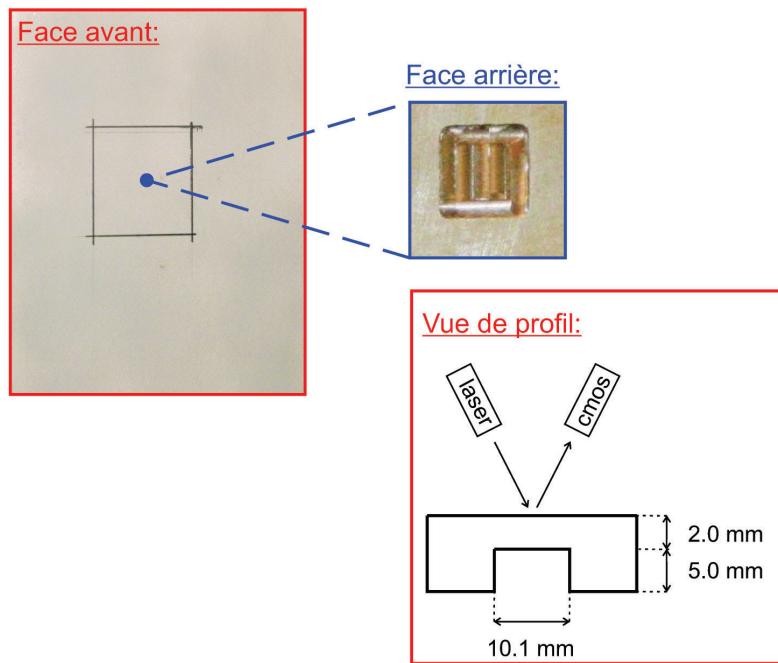


FIG. 2.8 – Faces avant et arrière, et profil de la plaque d'acier évidée. La face avant est celle vue par la caméra de l'interféromètre. Le carré noir sur la face avant représente la zone d'intérêt étudiée.

technique.

⁹Les techniques interférométriques détectent la zone affectée par le défaut et non la zone "géométrique" du défaut. Ceci n'est pas un inconvénient, car c'est cette zone d'impact qui constitue la zone fragilisée de l'objet.

La Fig. 2.9 représente la carte de phase enroulée filtrée de cette plaque d'acier et dont l'état de référence est son état sans déformation, tandis que son état déformé est celui pour lequel une force statique et quasi-ponctuelle est appliquée au centre de la zone évidée. Dans ces conditions, la distribution spatiale de la contrainte étant inhomogène, le défaut n'est pas mis en évidence.

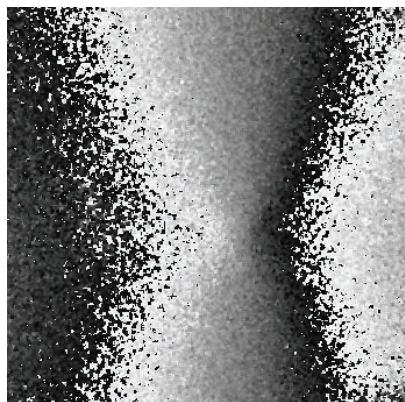


FIG. 2.9 – Carte de phase enroulée filtrée, une fois au niveau sinus-cosinus par un masque moyen de dimension 3, de la plaque d'acier évidée et relative à une contrainte quasi-ponctuelle appliquée au centre du défaut.

Pour mettre en évidence le défaut, une contrainte homogène doit être appliquée. La contrainte que nous employons sera une contrainte thermique créée à l'aide d'une ampoule infrarouge (IR)¹⁰. Une telle contrainte sera facilement transposable *in situ*, pilotable par un ordinateur et est particulièrement peu onéreuse. L'état de référence de l'objet sera son état avant irradiation IR, tandis que son état déformé sera son état à un instant t_{relax} de la relaxation thermique, c'est-à-dire au moment t_{relax} après extinction de la lampe. Les Fig. 2.10 représentent des cartes de phases enroulées filtrées et déroulées relatives à la plaque d'acier évidée, à divers instants t_{relax} . L'irradiation IR est réalisée durant $t_{IR} = 10$ s à l'aide d'une ampoule de 250 W située à une dizaine de centimètres de l'objet¹¹. Dans ces cartes de phase, le défaut est

¹⁰Signalons que les ondes émises par la lampe IR présentent des fronts d'onde sphériques. La plaque d'acier étant plane, la contrainte thermique n'est pas parfaitement homogène. Celle sera d'autant plus homogène que la source IR sera éloignée de l'objet étudié, c'est-à-dire que les fronts d'onde des ondes IR pourront être assimilées à un front d'onde plan.

¹¹Précisons que les temps t_{relax} et t_{IR} ont été fixés par essai-erreur pour ajuster le rapport signal sur bruit des cartes de phase.

clairement mis en évidence. La mesure de la phase à divers instants de la relaxation thermique facilite d'avantage la détection du défaut, car la dynamique de la déformation de la zone de "haute-phase" est différente de celle des régions non affectées par le défaut.

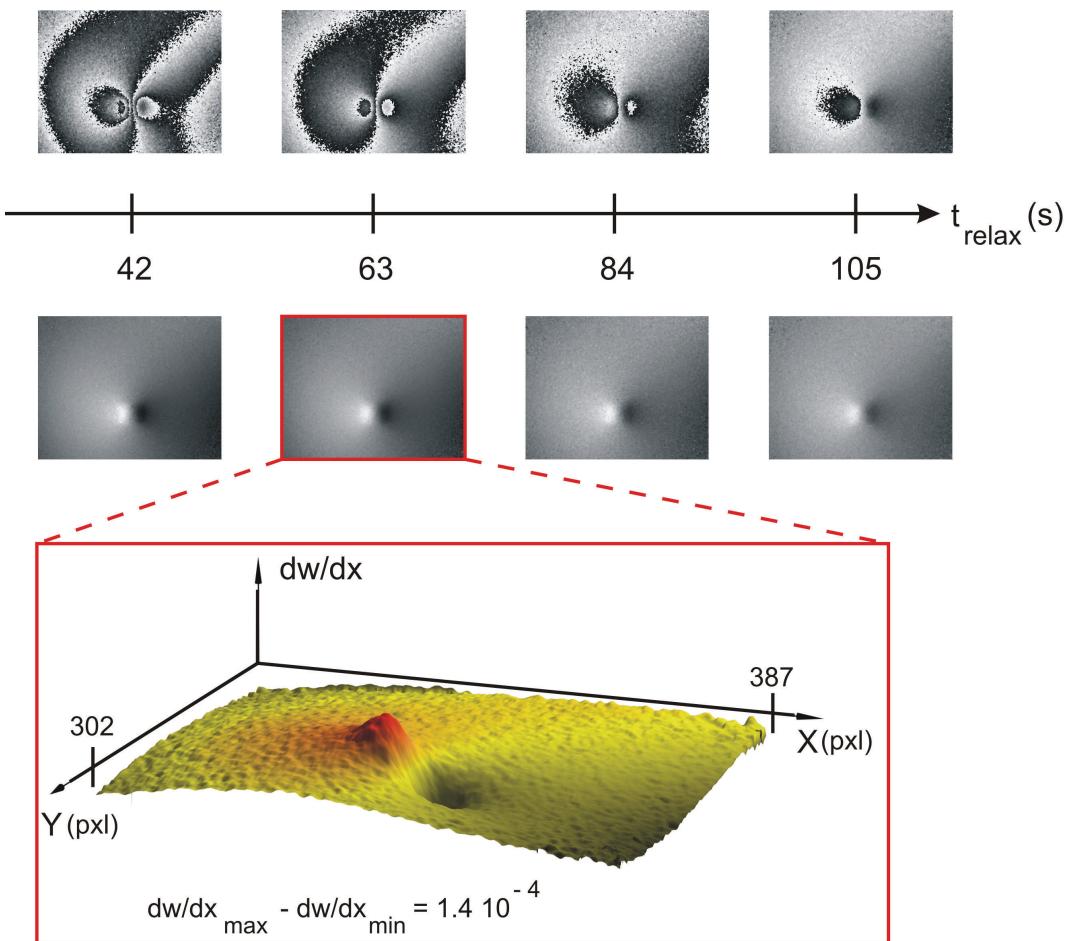


FIG. 2.10 – Cartes de phase enroulées (haut) et déroulées (milieu), filtrées une fois au niveau sinus-cosinus par un masque moyen de dimension 3, de la plaque d'acier évidée, relatives à une même contrainte thermique ($t_{IR} = 10$ s) et des temps de relaxation t_{relax} différents. Distribution spatiale de la dérivée première des déplacements hors-plan relative à $t_{relax} = 63$ s (bas). $\delta x = 6.2$ mm.

Parallèlement au test de faisabilité décrit ci-dessus, des tests de détection de défauts sur des échantillons représentatifs du monde de la restauration de tableaux ont été réalisés. Le premier échantillon étudié dans ce cadre simule des fissurations de la couche externe d'une peinture (acrylique) sur un

support en toile de lin. La Fig. 2.11 représente des cartes de phase enroulées relatives à divers temps d'irradiation IR et de relaxation. Dans ces cartes de phase, les fissures verticales les plus importantes présentes dans l'échantillon sont détectées. Aucune fissure horizontale n'est mise en évidence car la direction du cisaillement employée est parallèle à l'axe horizontal OX [37]. La shearographie semble par conséquent adaptée pour la détection de ce type de défaut si l'interféromètre dispose d'un cisaillement dont la direction peut être modifiée. Précisons toutefois que dans ce type de détection, les cartes de phase deviennent rapidement complexes. Leur interprétation peut alors s'avérer difficile.

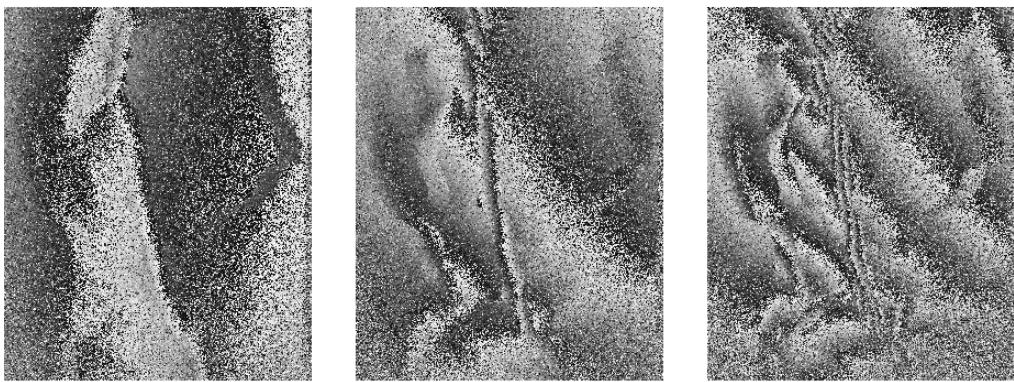


FIG. 2.11 – Mise en évidence de fissures d'une peinture acrylique sur un support en toile de lin. Le cisaillement est parallèle à l'axe horizontal. L'ampoule IR de 250 W est située à environ un mètre de l'échantillon. Le couple (t_{IR} , t_{relax}) vaut respectivement de gauche à droite (<0.5 s, 7 s), (10 s, 35 s) et (20 s, 28 s).

Le deuxième échantillon étudié et relatif au monde de la restauration consiste en une peinture acrylique sur un support en toile. Le défaut simulé représente un décollement de la couche picturale, c'est-à-dire une perte d'adhésion entre la peinture et son support. Ce type de défaut est un des défauts les plus importants dans les tableaux car, contrairement aux fissurations, il n'est pas détectable à l'oeil nu et surtout il peut engendrer à long terme une perte de matière et donc une altération importante de l'oeuvre. La Fig. 2.12 présente la carte de phase déroulée relative à une irradiation IR de 1 s et à un temps de relaxation de 217 s. La source IR de 250 W est située à environ un mètre de l'oeuvre. Dans cette carte de phase, la zone de décollement de la couche picturale est clairement mise en évidence. La shearographie est adaptée pour la détection de ce type de défauts.

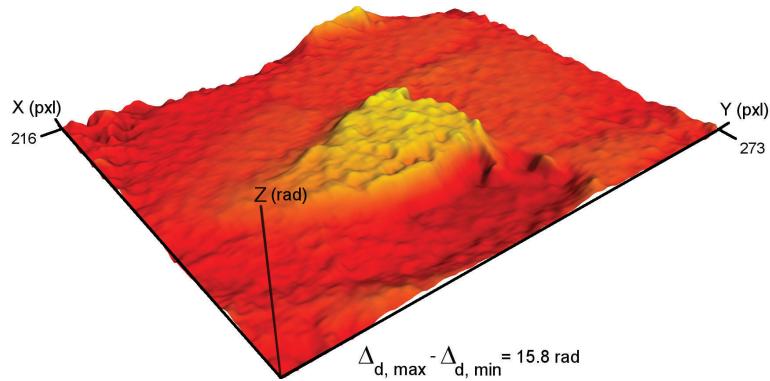


FIG. 2.12 – Carte de phase déroulée mettant en évidence le décollement d'une couche de peinture acrylique sur un support en toile de lin. L'axe vertical Z représente la phase déroulée Δ_d .

Le quatrième exemple présenté dans ce chapitre consiste en la détection d'une lacune de matière sur un support en bois. Plus précisément, l'échantillon correspond à une planche de contreplaqué évidée sur un volume de $15 \times 15 \times 1 \text{ mm}^3$ (Fig. 2.13). Le tout est recouvert d'une toile dans le but de rendre le défaut indéetectable à l'oeil nu. Cet échantillon jouera un rôle important dans nos recherches et plus précisément dans nos travaux relatifs à la quantification de défauts (chapitre 3), car sur cet échantillon, on peut penser qu'il est très probable que la zone d'impact du défaut et le défaut physique correspondent si la toile de lin est collée correctement. Ce défaut sera qualifié dans ce rapport de "Trou 1.5 - Bois".

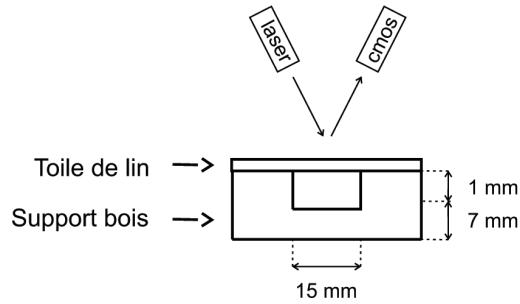


FIG. 2.13 – Défaut "Trou 1.5 - Bois".

Les Figs. 2.14 correspondent aux cartes de phase enroulée et déroulée de ce défaut "Trou 1.5 - Bois". La différence de comportement du bois et de l'air par rapport à l'échauffement IR induit une mise en évidence incontestable du défaut.

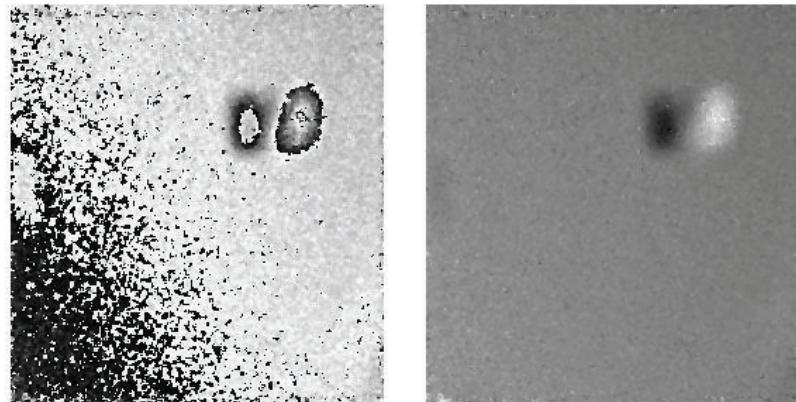


FIG. 2.14 – Cartes de phase enroulée et déroulée, filtrées une fois au niveau sinus-cosinus par un masque moyen de dimension 3, et relatives au défaut "Trou 1.5 - Bois". Les temps d'irradiation IR et de relaxation valent respectivement 2 s et 15 s.

Les échantillons en support toile et bois présentés dans cette section ont été réalisés avec l'aide de Séverine PADIOOLLEAU, que nous remercions, de l'Ecole d'Art d'Avignon (France).

2.3 Conclusion.

Sur base des principes théoriques décrits à la partie I de ce rapport, le Hololab a développé une installation de shearographie à décalage de phase temporel. Cet interféromètre a été employé et validé dans le cadre de la mesure de la dérivée première des déplacements hors-plan. Ce type de mesures étant à la base du contrôle non-destructif, des tests de détection de défauts ont été effectués sur différents supports (acier, toile de lin et bois). Les défauts simulés sont mis en évidence. Les cartes de phase présentées dans ces exemples sont encourageantes et nous incitent à poursuivre nos travaux en détection de défauts par shearographie.

Les essais réalisés avaient pour objectif principal de nous familiariser avec le contrôle non destructif par shearographie et d'évaluer les développements à effectuer pour améliorer la technique dans ce domaine. Suite aux essais réalisés, les développements suivants seront considérés :

1. la shearographie étant apte à la détection de défauts, nous analyserons son potentiel pour quantifier la taille des défauts détectés (chapitre 3) ;

2. la direction du cisaillement devra pouvoir être facilement modifiée de 90° pour permettre la détection de fissures dans au moins deux directions orthogonales (chapitre 4) ;
3. le degré de polarisation en réflexion de l'élément de cisaillement devra être amélioré pour réduire l'interférence parasite induite par les faisceaux polarisés TM transmis et réfléchi par le composant diffractif du prisme. Idéalement, le degré de polarisation devra être unitaire en transmission et en réflexion (chapitre 4) ;
4. les cartes de phase sont établies en enregistrant des shearogrammes durant la relaxation thermique de l'objet étudié. Nous développerons un algorithme de mesure de phase dynamique à priori mieux adapté à ce type de problème que le décalage de phase temporel (chapitre 5).

Chapitre 3

Quantification de défauts par transformée en ondelettes.

La littérature et les tests de faisabilité décrits précédemment enseignent que la shearographie est une technique adaptée à la détection des défauts qui, suite à l'application d'une contrainte homogène, induisent un déplacement de la surface de l'objet de quelques dizaines à quelques centaines de nanomètres. Toutefois, la référence [28] signale que la technique est inadaptée à l'analyse quantitative des défauts et plus précisément à l'estimation de leur taille car la taille estimée est dépendante de la taille du cisaillement. Ce chapitre a pour but le développement d'une méthodologie et d'un outil numérique de quantification des défauts, et d'étudier si la shearographie permet ou non l'analyse quantitative de ces derniers. La méthodologie décrite est effective pour un cisaillement dans la direction parallèle à l'axe X. Elle est toutefois transposable à un cisaillement dans la direction Y. Nous arriverons à la conclusion que la méthodologie développée sera adaptée, dans la direction du cisaillement, pour la quantification de la surface des défauts détectés. Elle pourra par conséquent être employée, par exemple, pour étudier l'évolution temporelle de la surface de ces derniers. Elle devrait donc permettre de déduire des informations sur l'impact des conditions de conservation, de transport ou de manipulation des œuvres d'art. Nous montrerons également que la méthodologie peut être employée pour la quantification de défauts détectés par interférométrie holographique. Cette extension devrait également être valable pour l'interférométrie de speckle.

3.1 Méthodologie de quantification de défauts.

La première étape dans la quantification consiste en la calibration du dispositif optique, c'est-à-dire en la détermination du grandissement transversal¹ de l'optique, et en la mesure de la taille du cisaillement employée. Cette calibration est effectuée en enregistrant l'image d'un étalon. Ce dernier peut être, par exemple, une grille régulière de carrés de longueur connue et placée devant l'objet étudié. Dans ce cas, le grandissement transversal du dispositif est déterminé, pour un cisaillement parallèle à l'axe X, en mesurant la distance entre deux lignes horizontales consécutives, tandis que la taille du cisaillement est estimée en mesurant la distance entre les deux images cisaillées de l'étalon.

La seconde étape dans la quantification est l'acquisition et le traitement de cartes de phase enroulées mettant en évidence le défaut. L'acquisition consiste à enregistrer, pour un même défaut, différentes cartes de phase enroulées et relatives à des temps d'excitation IR et/ou de relaxation différents. Ces diverses cartes constitueront un échantillon statistique pour nos mesures de quantification (section 3.3). Quant au traitement, il consiste principalement à filtrer les cartes de phase enroulées, à les réduire à la zone de recouvrement des deux images cisaillées, à les dérouler et à représenter en 3D le résultat de ce déroulage de phase.

Les cartes de phase traitées permettent une estimation de la position et de la taille du défaut *dans la zone de recouvrement* des images cisaillées. Sur le profil $\Delta_d^{y_d}(x)$ de la carte de phase déroulée le long de la droite $y = y_d$ de la zone de recouvrement, le défaut sera confiné entre les frontières $x_1(y_d)$ et $x_2(y_d)$ de la zone de "haute-phase" (Fig. 3.1). Ces frontières définissent l'abscisse des bords du défaut dans la zone de recouvrement en $y = y_d$ et permettent une estimation locale de la longueur² de ce dernier sur le profil $y = y_d$ de la zone de recouvrement, $L(y_d)$:

$$L(y_d) = x_2(y_d) - x_1(y_d); x_2(y_d) > x_1(y_d) \quad (3.1)$$

Par analogie, le profil $\Delta_d^{x_d}(y)$ de la carte de phase déroulée le long de la droite d'abscisse $x = x_d$ de la zone de recouvrement permet une estimation de l'ordonnée des frontières du défaut, $y_1(x_d)$ et $y_2(x_d)$, (Fig. 3.1) et de la

¹Il s'agit de savoir à combien de millimètres dans le plan objet correspond un pixel du détecteur.

²Dans ce rapport, la longueur du défaut est définie parallèlement à la direction du cisaillement, tandis que sa largeur est définie perpendiculairement à cette même direction.

largeur de ce dernier en $x = x_d$, $l(x_d)$:

$$l(x_d) = y_2(x_d) - y_1(x_d); y_2(x_d) > y_1(x_d) \quad (3.2)$$

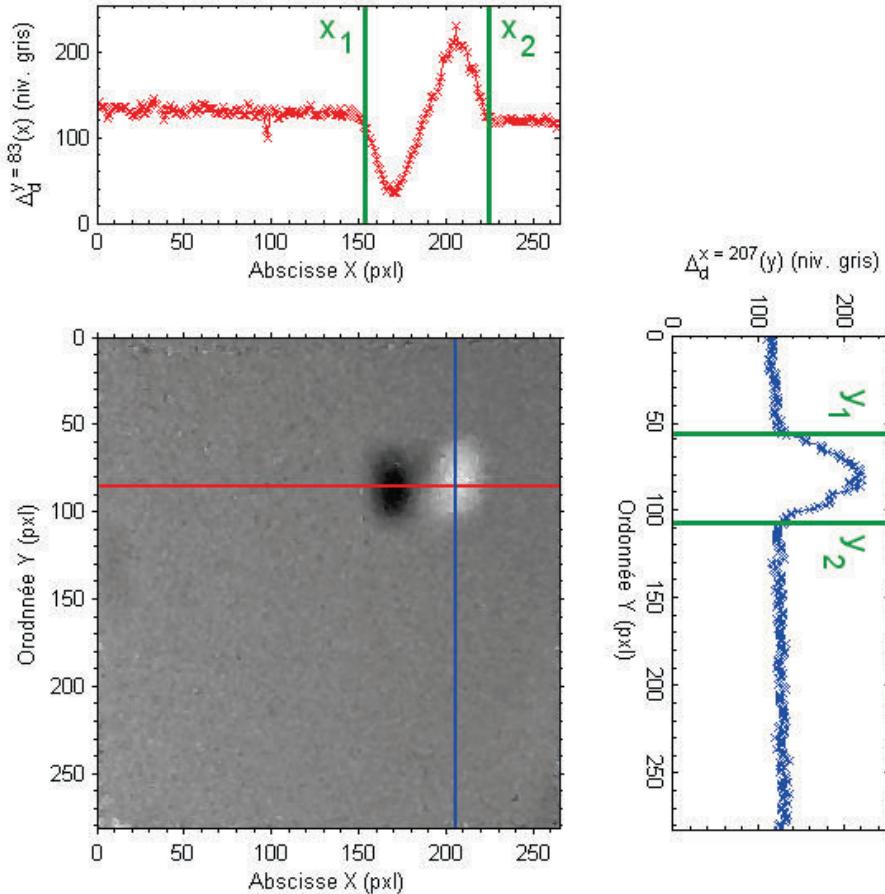


FIG. 3.1 – Exemples de signaux $\Delta_d^y(x)$ et $\Delta_d^x(y)$. En vert : les frontières $x_1(y = 83)$, $x_2(y = 83)$, $y_1(x = 207)$ et $y_2(x = 207)$. Ces dernières ont été estimées grossièrement uniquement pour aider la compréhension du lecteur. La carte de phase déroulée est relative au défaut "Trou 1.5 - Bois" présenté au chapitre 2. Sa longueur vaut 15 mm. 1 pixel = 0.29 mm.

Les estimations précédentes sont réalisées dans la zone de recouvrement. En pratique, il est nécessaire d'effectuer la correspondance entre ces estimations dans cette zone et leur valeur dans une image non cisaillée de l'objet. Cette correspondance permettra, par calibration de l'installation, de remonter à la position et à la taille du défaut dans un référentiel associé au plan de l'objet. Pour les mesures effectuées parallèlement à la direction du cisaillement,

les correspondances sont (Fig. 3.2) :

$$x_1^{obj}(y_d) = x_1(y_d) + \delta x \quad (3.3)$$

$$x_2^{obj}(y_d) = x_2(y_d) - \delta x + \delta x = x_2(y_d) \quad (3.4)$$

où l'exposant obj caractérise l'estimation dans une image non cisaillée de l'objet.

La correction apportée à $x_1(y_d)$ se répercute naturellement sur l'Eq. 3.1 :

$$L^{obj}(y_d) = L(y_d) - \delta x \quad (3.5)$$

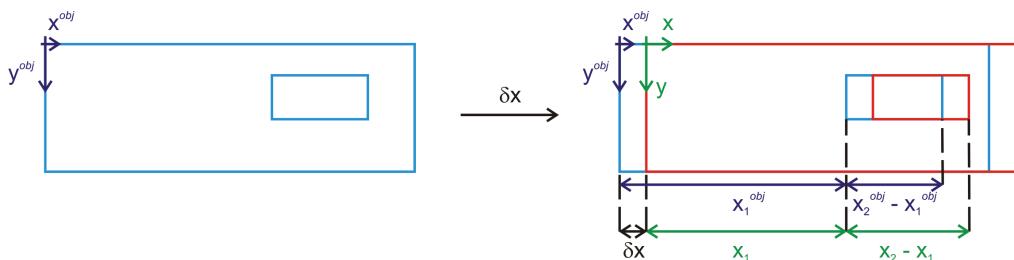


FIG. 3.2 – Schéma permettant la compréhension des relations de correspondance entre les systèmes de référence relatifs aux images non cisaillée et cisaillée d'un objet présentant un défaut.

S'il est possible de caractériser la zone de "haute-phase" dans la zone de recouvrement et dans la direction perpendiculaire au cisaillement, il paraît par contre difficile d'établir la correspondance entre ses propriétés $y_1(x_d)$, $y_2(x_d)$ et $l(x_d)$ dans la zone de recouvrement et leur équivalent dans une image non cisaillée de l'objet. Suite au cisaillement δx du faisceau objet, une ambiguïté importante existe sur l'abscisse x_d où sont effectuées les mesures perpendiculaires à la direction du cisaillement. La variable x_d prend dans l'image non cisaillée une valeur x_d^{obj} dépendante de la forme du défaut, ceci lié au fait que le pseudo-défaut mis en évidence par les cartes de phase correspond à l'union des défauts élémentaires cisaillés.

Dans le cas supérieur de la Fig. 3.3, la largeur $l(x_d)$ mesurée en l'abscisse x_d de la zone de recouvrement est celle du triangle rouge. Le référentiel du plan objet à considérer est donc celui du rectangle rouge. Ce référentiel

est confondu avec celui de la zone de recouvrement. Nous obtenons donc la correspondance suivante entre l'abscisse x_d dans la zone de recouvrement et l'abscisse x_d^{obj} dans le référentiel objet : $x_d^{obj} = x_d$.

Dans le cas inférieur de la Fig. 3.3, la largeur mesurée en x_d est celle du triangle bleu. Le référentiel du plan objet à prendre en compte est donc celui du rectangle bleu. Les référentiels du plan objet et de la zone de recouvrement étant distants de la taille du cisaillement dans la direction X du cisaillement, la correspondance entre l'abscisse x_d dans la zone de recouvrement et l'abscisse x_d^{obj} dans le référentiel objet devient : $x^{obj} = x_d + \delta x$.

Les estimations réalisées en $x = x_d$ dans la zone de recouvrement correspondent donc aux propriétés du défaut en $x_d^{obj} = x_d$ ou en $x_d^{obj} = x_d + \delta x$, dans l'image non cisaillée, selon respectivement que le défaut est plus large en $x^{obj} = x_d$ ou en $x^{obj} = x_d + \delta x$. Nous pouvons par conséquent estimer la taille du défaut, mais nous ne pouvons prédire ni aisément, ni précisément en quel endroit du défaut correspond la largeur estimée si la forme du défaut n'est pas connue préalablement.

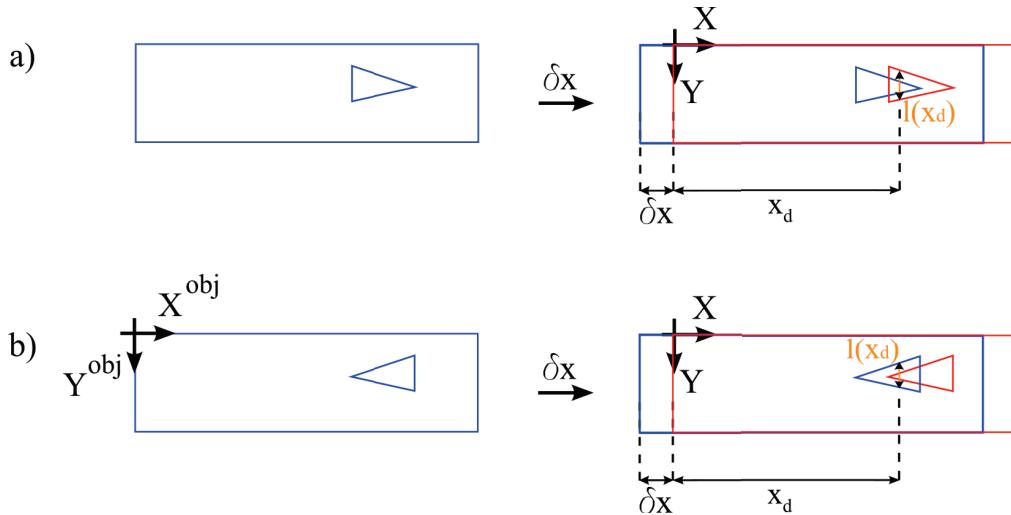


FIG. 3.3 – Mise en évidence de l'ambiguité relative à la variable x_d . *A gauche* : images non cisaillées d'objets. Le grand rectangle schématise un objet tandis que le triangle schématise un défaut. *A droite* : images cisaillées des objets. Dans le cas supérieur, les référentiels du plan objet et de la zone de recouvrement sont confondus : $x_d^{obj} = x_d$; tandis que dans le cas inférieur, ces référentiels sont décalés de δx dans la direction X du cisaillement : $x_d^{obj} = x_d + \delta x$. La correspondance entre x_d^{obj} et x_d dépend de la forme de l'objet.

Les termes correctifs δx présents dans les équations 3.3 et 3.5, et l'ambiguité portant sur x_d sont liés au fait que la carte de phase ne révèle pas le défaut mais plutôt un pseudo-défaut correspondant à l'union des défauts cisaillés.

En définitive, nous avons établi ci-dessus une méthodologie pour quantifier les défauts dans la zone de recouvrement des deux images cisaillées de l'objet. Nous avons également décrit, pour les mesures dans la direction parallèle au cisaillement, la correspondance entre les propriétés du défaut estimées dans la zone de recouvrement et ses caractéristiques dans le plan de l'image non cisaillée de l'objet. Quant aux mesures réalisées dans la direction perpendiculaire au cisaillement, des ambiguïtés importantes apparaissent dans la correspondance entre x_d et x_d^{obj} . Ceci amène à penser que la shearographie ne pourra être une technique performante en termes de quantification des défauts que dans la direction du cisaillement. Dans ces conditions, nous travaillerons toujours dans ce rapport dans cette direction.

3.2 Quantification de défauts par transformée en ondelettes.

Pour quantifier un défaut au niveau $y = y_d$, la méthodologie décrite à la section 3.1 nécessite de déterminer de manière objective et reproductible les frontières $x_1(y_d)$ et $x_2(y_d)$ du signal $\Delta_d^{y_d}(x)$, et ce pour toute forme du signal. Un outil mathématique particulièrement bien adapté à la résolution de ce type de problème est la transformée en ondelettes. Cette transformée est couramment employée pour la détection des singularités et des variations importantes d'un signal ([38]-[41]). Dans les lignes qui suivent, nous introduirons brièvement cette transformée³ d'un point de vue traitement du signal. Nous verrons comment appliquer celle-ci à la détection des frontières de la zone de "haute-phase" du signal et l'employerons à la quantification d'un défaut de taille connue pour tester expérimentalement ses performances.

3.2.1 Introduction à la transformée en ondelettes.

Une ondelette $\Psi(x)$ est une fonction appartenant à $L^2(\mathbb{R})$, normalisée, centrée au voisinage de $x=0$ et de moyenne nulle [38] :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x) dx = 0 \quad (3.6)$$

³Plus de détails théoriques sont disponibles dans les références [38] et [39].

Cette ondelette, dite ***ondelette mère***, est dilatée par un paramètre s et translatée de u pour donner naissance à un ensemble de fonctions $\Psi_{u,s}(x)$, dites ***ondelettes filles***, définies par la relation [38] :

$$\Psi_{u,s}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{x-u}{s}\right) \quad (3.7)$$

La transformée en ondelettes d'une fonction $f(x)$ à l'échelle s et à la position u , $Wf(u,s)$, correspond à la corrélation entre $f(x)$ et l'ondelette $\Psi_{u,s}(x)$ [38] :

$$Wf(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \Psi_{u,s}^*(x) dx \quad (3.8)$$

où * représente le complexe conjugué.

Les ondelettes filles constituent ainsi une base fonctionnelle pour le signal $f(x)$ analysé. Les coefficients $Wf(u,s)$ sont les "composantes" de ce signal dans cette base.

Contrairement à la transformée de Fourier, la base fonctionnelle employée en transformée en ondelettes est à support compact : l'énergie des ondelettes filles est confinée dans l'espace autour de u et sur une distance finie proportionnelle à s . Cette propriété de la base fonctionnelle induit que la transformée en ondelettes conserve l'information spatiale du signal : la transformée en ondelettes informe sur les fréquences spatiales $1/s$ constituant $f(x)$, mais aussi sur la position u de ces fréquences. Cette localisation dans l'espace sera employée pour la détection des frontières du défaut. Elle sera effectuée, dans l'espace, avec une résolution proportionnelle à s , tandis que la résolution en fréquence sera proportionnelle à $1/s$. L'échelle s joue le rôle de "zoom". La transformée en ondelettes est un outil ***multirésolution***.

La transformée en ondelettes est aujourd'hui de plus en plus utilisée. Elle trouve ses lettres de noblesse principalement en traitement d'images et en traitement du signal : la transformée est employée en compression d'images, en détection de contours, mais aussi en débruitage, en détection de singularités ou de variations importantes d'un signal unidimensionnel. Dans le cadre de notre étude, les ondelettes sont employées pour la détermination des abscisses $x_1(y_d)$ et $x_2(y_d)$ nécessaires à l'estimation de la longueur et de la position du défaut au niveau $y = y_d$. Il s'agit donc d'employer la transformée en ondelettes pour détecter les variations importantes du signal $\Delta_d^{y_d}(x)$.

Pour analyser ces variations importantes, la littérature ([38]-[41]) enseigne qu'il faut :

1. déterminer, pour toutes les échelles s , les ***modules maxima*** locaux de la transformée en ondelettes, soient les coefficients $|Wf(u_0, s_0)|$ vérifiant $|Wf(u_0, s_0)| > |Wf(u_0 \pm 1, s_0)|$;
2. construire la ***trajectoire*** des modules maxima locaux dans le plan (u, s) en reliant les modules maxima les plus proches qui appartiennent à deux valeurs consécutives de s ;
3. analyser la convergence des diverses trajectoires aux échelles fines. La convergence de ces ***lignes des modules maxima*** livre la position des singularités et des variations importantes du signal analysé.

Pour ce type d'applications, les ondelettes employées sont réelles. Les ondelettes complexes, telle celle de MORLET, sont plutôt considérées pour étudier l'évolution des fréquences d'un signal.

Les lignes des modules maxima dans le plan (u, s) sont toujours continues le long des échelles si l'ondelette mère est une des dérivées de la fonction gaussienne (proposition de HUMMEL, POGGIO et YUILLE [38]). Par conséquent, dans le but de faciliter l'analyse de la convergence de ces lignes des modules maxima, nous employerons dans ce rapport une des dérivées de la gaussienne comme ondelette mère.

Les ondelettes dérivées de la gaussienne peuvent être interprétées comme des opérateurs différentiels multiéchelles : $Wf(u, s)$ est la dérivée d'ordre n d'une moyenne de f sur un domaine proportionnel à s si l'ondelette mère est la dérivée d'ordre n de la gaussienne [38]. Ainsi, l'ondelette dérivée seconde de la gaussienne, qualifiée traditionnellement de ***chapeau mexicain***⁴, permet une analyse de la courbure du signal, tandis que l'ondelette dérivée première de la gaussienne analyse les pentes. En accord avec cette interprétation, le "chapeau mexicain" sera adopté pour déduire les frontières de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y_d}(x)$. Les frontières estimées seront des points de courbure importante.

L'ondelette mère $\Psi(x)$ "chapeau mexicain" normalisée est définie par l'Eq. 3.9 et est représentée à la Fig. 3.4 :

$$\Psi(x) = \frac{2\sqrt[4]{\pi}}{\sqrt{3}}(x^2 - 1)\exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) \quad (3.9)$$

Les ondelettes filles découlant de cette ondelette mère sont, en accord

⁴*Mexican hat*

avec l'Eq. 3.7 :

$$\Psi_{u,s}(x) = \frac{2\sqrt[4]{\pi}}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{s}} \left(\left(\frac{x-u}{s} \right)^2 - 1 \right) \exp \left(-\frac{(x-u)^2}{2s^2} \right) \quad (3.10)$$

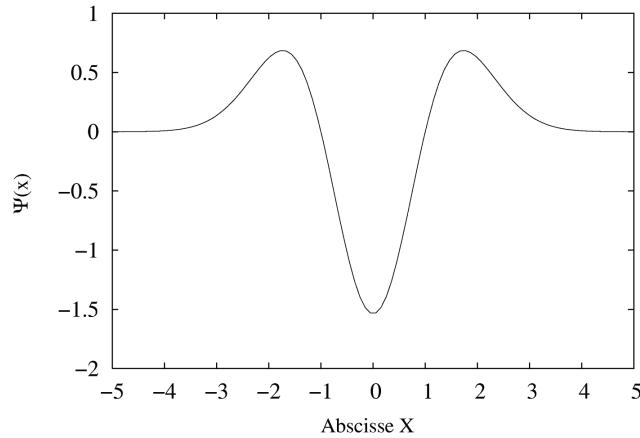


FIG. 3.4 – Ondelette "chapeau mexicain".

En définitive pour trouver les frontières $x_1(y_d)$ et $x_2(y_d)$ du signal $\Delta_d^{y_d}(x)$, il s'agira de calculer, à l'aide du chapeau mexicain, sa transformée en ondelettes, de déterminer ses modules maxima locaux, d'analyser leur trajectoire dans le plan (u,s) et de déterminer la convergence de ces lignes des modules maxima aux fines échelles s .

3.2.2 Quantification de défauts par transformée en ondelettes.

Appliquons concrètement la transformée en ondelettes à la détection des frontières de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$ représenté à la Fig. 3.1.

Souhaitant travailler avec le "chapeau mexicain" comme ondelette mère, la transformée en ondelettes du signal $W\Delta_d^{y=83}(u, s)$ se calcule, pour tout couple (u,s) ⁵, en accord avec l'Eq. 3.8 :

$$W\Delta_d^{y=83}(u, s) = \frac{2\sqrt[4]{\pi}}{\sqrt{3}s} \int_0^{x_{max}} \Delta_d^{y=83}(x) \left(\left(\frac{x-u}{s} \right)^2 - 1 \right) \exp \left(-\frac{(x-u)^2}{2s^2} \right) dx \quad (3.11)$$

⁵En pratique, nous limiterons les valeurs de u et de s à la taille du signal.

avec x_{max} , la borne supérieure du domaine de définition du signal, soit dans notre exemple 265 pixels.

Le module normalisé⁶ des coefficients $W\Delta_d^{y=83}(u, s)$ est représenté en fausses couleurs à la Fig. 3.5. Cette carte des coefficients des ondelettes présente une région particulière⁷ constituée de quatre cônes convergant. Ces cônes sont liés à la zone de "haute-phase" du signal. En accord avec l'interprétation du "chapeau mexicain", le premier cône correspond à la courbure de la zone de "haute-phase" au voisinage de sa frontière x_1 , tandis que le dernier caractérise la courbure du signal dans le voisinage de la frontière x_2 . Les second et troisième cônes informent sur la courbure du signal au voisinage des extrema de la zone de "haute-phase".

La transformée présente également des cônes grisâtres aux fines échelles ($s < 25$ pxl), c'est-à-dire des coefficients de faible amplitude. Ces cônes caractérisent le bruit du signal. Les fines échelles représentant les hautes fréquences spatiales du signal, signal et bruit sont dissociés dans le plan (u,v).

La transformée en ondelettes calculée, l'étape suivante consiste à construire les lignes des modules maxima du plan espace-échelle. Pour ce faire, les modules maxima locaux de chaque droite $s = s_0$ ($s_0 \in \mathbb{N}_0$) du plan (u,s) sont déterminés. Chacun de ces maxima locaux est ensuite relié au maximum local de la droite $s = s_0 - 1$ qui lui est le plus proche. Les lignes des modules maxima sont obtenues en réalisant cette opération pour toutes les échelles $s_0 > 1$. Cette construction des lignes des modules maxima est réalisable car les trajectoires sont continues le long des échelles lorsque les ondelettes filles employées sont dérivées de la gaussienne (Proposition de HUMMEL, POGGIO et YUILLE [38]). La Fig. 3.6 représente les trajectoires des modules maxima de la carte en ondelettes de la Fig. 3.5.

Parmi toutes les trajectoires des modules maxima dans le plan (u,s), seules les lignes des modules maxima les plus longues qui traversent les premier et quatrième cônes du rectangle magenta de la Fig. 3.5 nous sont utiles. Ces deux ***trajectoires utiles***, respectivement notées $T_{x_1}(u, s)$ et $T_{x_2}(u, s)$, sont consécutivement mises en évidence aux Figs. 3.6 et 3.7. La convergence aux fines échelles de ces lignes des modules maxima utiles correspond aux abscisses x_1 et x_2 des frontières de la zone de "haute-phase".

⁶Les coefficients ont été normalisés par le module maximum global de la transformée afin de présenter tout au long de ce rapport des plans (u,s) ayant toujours la même dynamique d'échelle de fausses couleurs.

⁷Cette région est mise en évidence par le rectangle magenta à la Fig. 3.5.

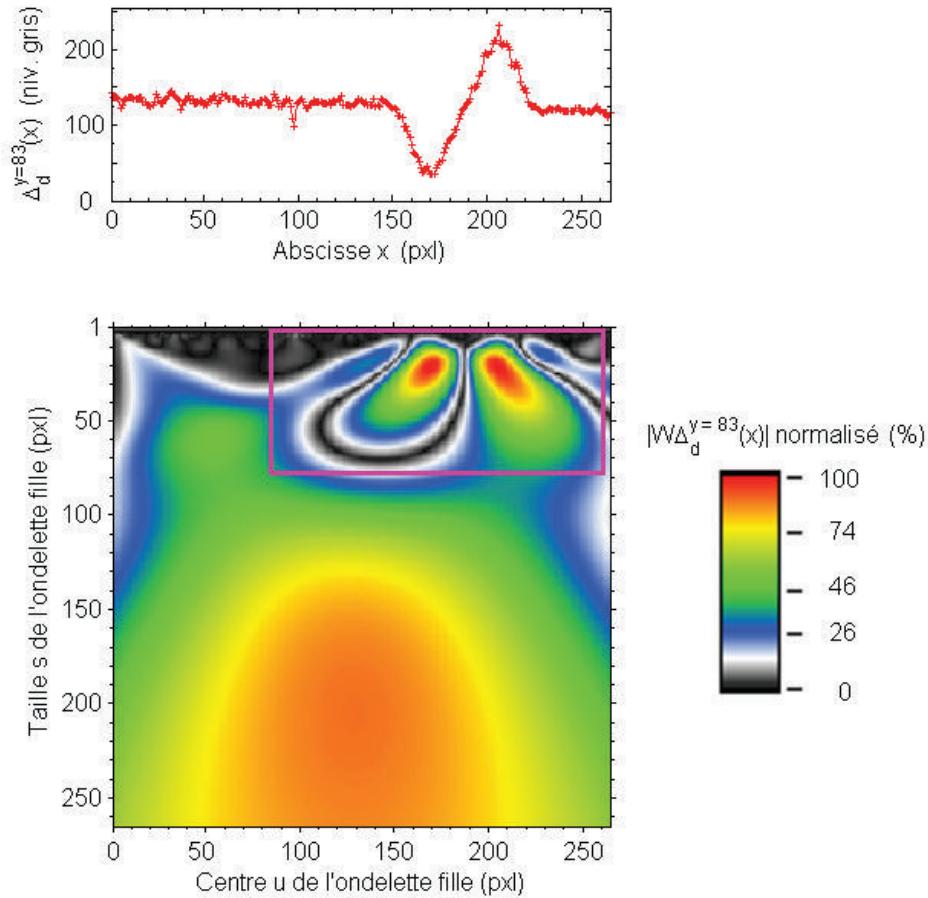


FIG. 3.5 – Module normalisé de la transformée en ondelettes du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$. Le rectangle magenta regroupe les quatre cônes qui caractérisent la zone de "haute-phase".

Théoriquement, l'abscisse x_1 (resp. x_2) est la valeur u où la trajectoire $T_{x_1}(u, s)$ (resp. $T_{x_2}(u, s)$) aboutit à l'échelle $s = 1$. Toutefois, en pratique, le signal étudié étant bruité, les faibles échelles sont difficilement exploitables car elles caractérisent principalement le bruit. Pour palier ce problème, nous définissons la convergence des lignes des modules maxima comme étant la valeur u par laquelle les trajectoires passent à une fréquence de coupure $1/s_c$. Dans le but de travailler avec une fréquence de coupure adaptée au rapport signal sur bruit du signal étudié, la fréquence de coupure est déterminée à partir du nombre de nouvelles trajectoires qui apparaissent le long des échelles (Fig. 3.8). Plus précisément, la fréquence de coupure est définie à partir de l'échelle s_c pour laquelle le nombre de lignes des modules maxima est juste inférieur à 5% du nombre total des trajectoires présentes dans le

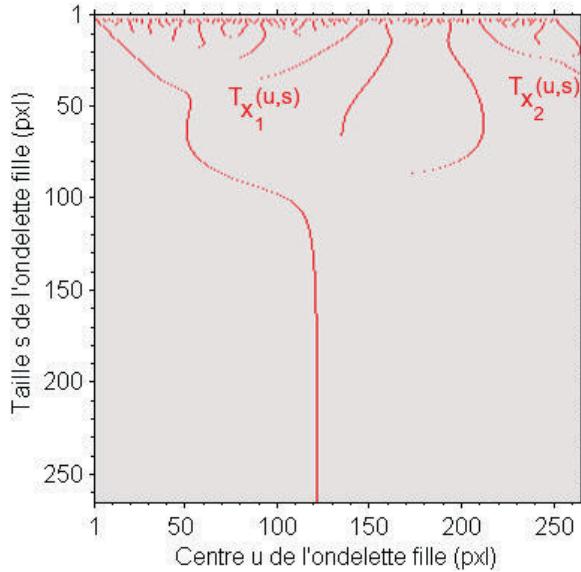


FIG. 3.6 – Lignes des modules maxima de la transformée en ondelettes. Les trajectoires $T_{x_1}(u, s)$ et $T_{x_2}(u, s)$ sont celles utiles à la détermination des frontières x_1 et x_2 de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$.

plan (u,s). Dans ces conditions, plus le signal présentera un rapport signal sur bruit élevé, plus la fréquence de coupure sera grande⁸. Dans notre exemple, la fréquence de coupure vaut $1/6 \text{ pxl}^{-1}$. Aux échelles inférieures à $s_c = 6 \text{ pxl}$, nous constatons qu'au moins une des trajectoires utiles est irrégulière. Cette irrégularité est liée au bruit présent dans le signal étudié.

Pour la fréquence de coupure $1/6 \text{ pxl}^{-1}$, la convergence des trajectoires $T_{x_1}(u, s)$ et $T_{x_2}(u, s)$ vaut respectivement 149 pxl et 223 pxl (Fig. 3.7). Les frontières x_1 et x_2 de la zone de "haute-phase" valent donc 149 pxl et 223 pxl dans la zone de recouvrement. La Fig. 3.9 met en évidence ces frontières estimées.

Une calibration préalable de l'interféromètre a enseigné qu'un pixel du détecteur correspond à 0.29 mm dans le plan objet et que la taille du ci-saillement est de l'ordre de 5.51 mm, la zone de "haute-phase" présente par conséquent une longueur L^{obj} de 15.95 mm au niveau $y = 83$ pxl. La longueur théorique du défaut étant 15 mm (chapitre 2), l'erreur relative sur la longueur estimée est donc, dans cet exemple, de l'ordre de 6.3%.

⁸Les trajectoires relatives au bruit sont d'autant plus longues que le bruit est important.

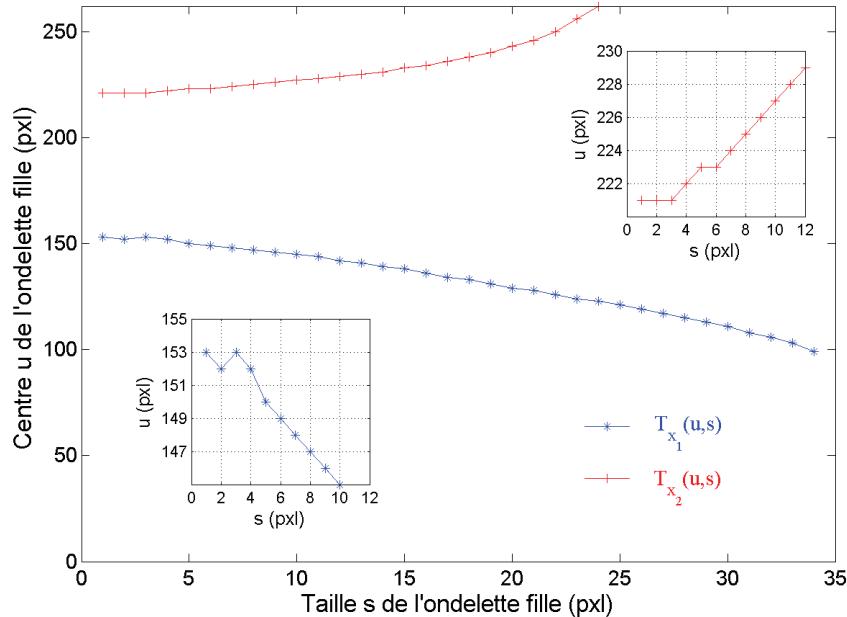


FIG. 3.7 – Lignes des modules maxima $T_{x_1}(u, s)$ et $T_{x_2}(u, s)$ utiles respectivement à la détermination des frontières x_1 et x_2 de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$.

L'estimation de la taille du défaut est limitée par l'utilisation de la fréquence de coupure $1/s_c$. Dans notre exemple, s_c étant égal à 6 pixels, nous pouvons évaluer l'erreur commise sur x_1 et x_2 à environ 6×0.29 mm, soit 1.74 mm. En réduisant le bruit des cartes de phase, une fréquence de coupure plus importante pourra être utilisée et l'erreur sur l'estimation des bords sera réduite.

3.2.3 Indépendance de l'algorithme vis à vis de la forme du signal.

Aux pages précédentes, nous avons introduit une méthodologie de quantification de défauts fondée sur la transformé en ondelettes. Dans l'exemple présenté, la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$ analysé présente l'allure de la dérivée première d'une gaussienne unidimensionnelle. Dans cette section, nous souhaitons préciser que l'algorithme de quantification développé précédemment est apte à priori à l'estimation des frontières de la zone de "haute-phase" quelle que soit la forme de cette dernière. Pour ce faire, nous présentons les frontières estimées de la zone de "haute-phase" du signal

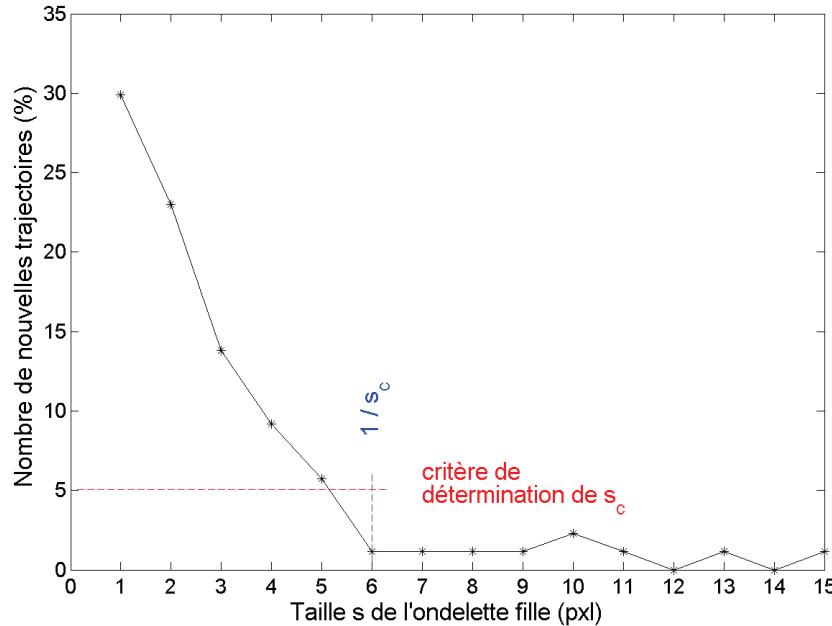


FIG. 3.8 – Nombre de nouvelles trajectoires des modules maxima qui apparaissent le long des échelles s du plan (u,s) , et exprimé en pourcents par rapport au nombre total de lignes de modules maxima présentes dans le plan espace-échelle.

$\Delta_d^{x=207}(y)$ (Fig. 3.1) et du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$ de la Fig. 3.11. Dans le but de ne pas alourdir le texte ni le rendre redondant, les détails quant à l'estimation des frontières de la zone de "haute-phase" de ces signaux sont repris dans l'annexe A.

Pour le signal $\Delta_d^{x=207}(y)$, les frontières y_1 et y_2 estimées sont respectivement 53 ppxl et 104 ppxl (Fig. 3.10). Le défaut présente une largeur estimée, dans le plan objet, de 14.79 mm, soit une erreur relative de 1.4% par rapport à la largeur "théorique" de 15 mm du défaut.

Pour le signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$, les frontières x_1^{II} et x_2^{II} estimées sont 151 ppxl et 253 ppxl. Malgré la forme complexe du signal, l'algorithme semble estimer les bonnes frontières de la zone de "haute-phase" (Fig. 3.11).

Nous retiendrons de ces nouveaux exemples que la méthodologie de quantification basée sur la transformée en ondelettes et développée dans ce travail est apte à la quantification de défauts, et ce quelle que soit la forme du signal étudié. Cette caractéristique rend la quantification des défauts automatique : l'expérimentateur ne doit pas adapter l'algorithme du programme

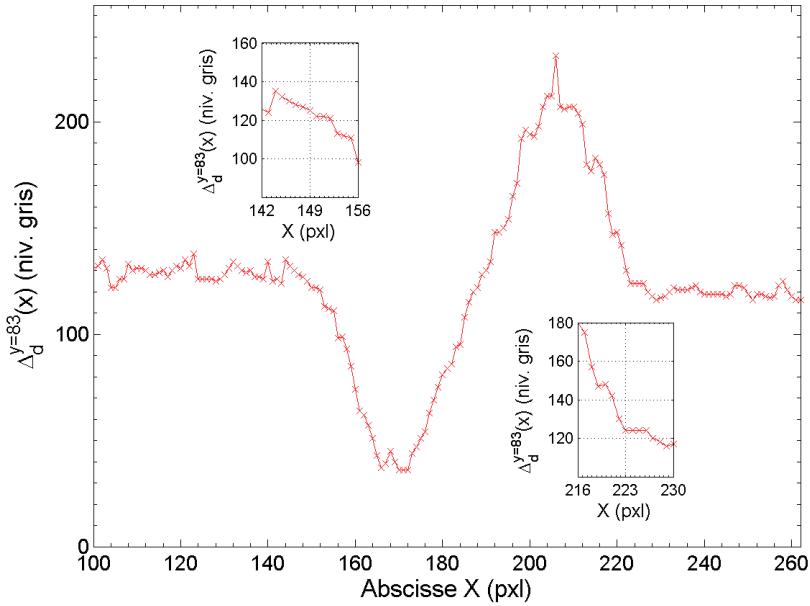


FIG. 3.9 – Mise en évidence des frontières x_1 et x_2 du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$ estimées en utilisant l'algorithme de transformée en ondelettes.

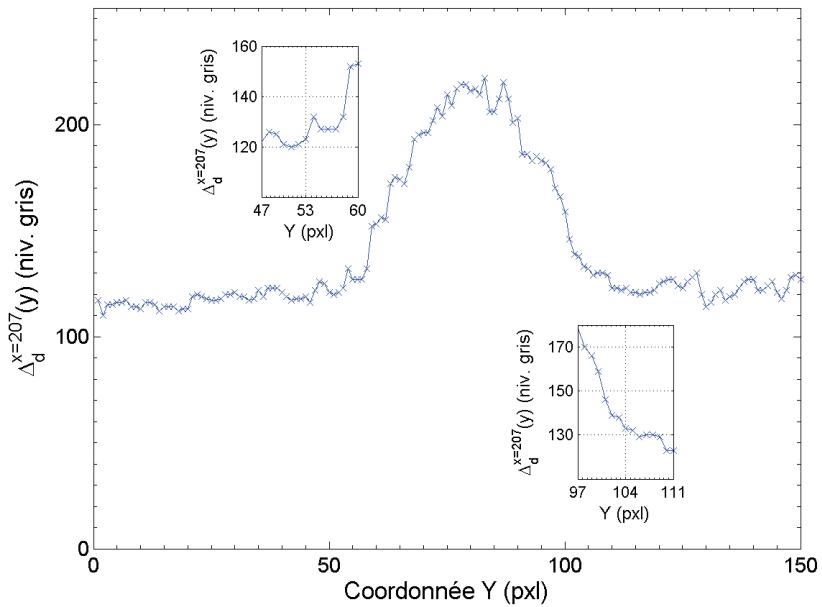


FIG. 3.10 – Mise en évidence des frontières y_1 et y_2 estimées du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$.

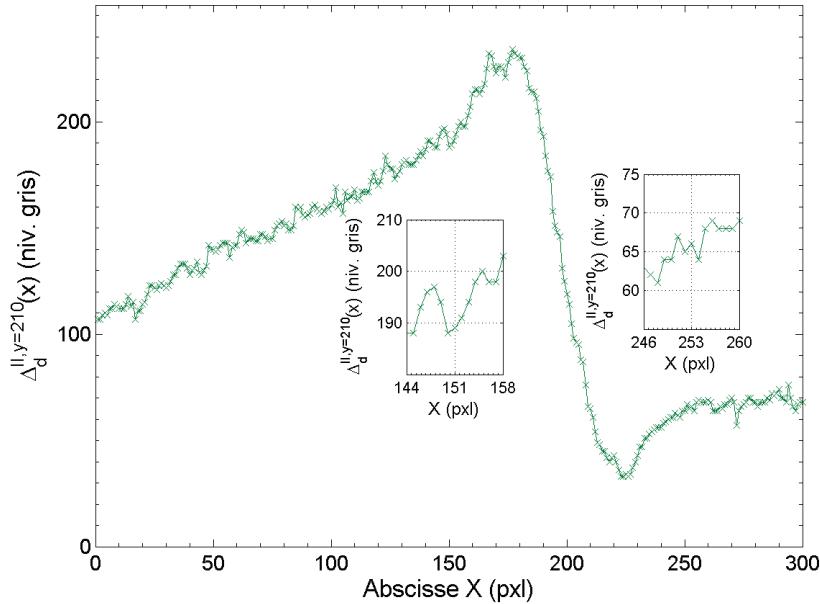


FIG. 3.11 – Signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$ avec mise en évidence des frontières estimées de sa zone de "haute-phase". Ce signal est relatif à la carte de phase de la Fig. 2.10 pour laquelle $t_{relax} = 63$ s.

de quantification en fonction de la forme du signal.

3.3 Influence des temps d'irradiation IR et de relaxation sur la quantification des défauts.

Pour mettre un défaut en évidence, il s'agit d'analyser la dérivée première des déplacements de l'objet lorsque ce dernier est soumis à une contrainte extérieure. Comme signalé au chapitre 2, la contrainte employée dans notre travail est une irradiation IR créée à l'aide d'une ampoule IR de 250 W et située à quelques centimètres, voire quelques dizaines de centimètres, de la surface de l'objet à analyser. Dans ces conditions, l'état de référence de l'objet est son état avant irradiation, tandis que son état déformé est son état à un moment t_{relax} de sa relaxation thermique. Cet état déformé est dépendant de la position de la source IR, du temps d'irradiation IR, t_{IR} , et du temps de relaxation, t_{relax} , considérés. Pour un défaut et une position de la source donnés, il existe un grand nombre de couples (t_{IR}, t_{relax}) pour lesquels le défaut est détectable. Le couple employé affecte principalement la carte de phase au niveau de son amplitude (Fig. 3.12), de son bruit (décorrélacion

des speckles) et de ses erreurs sur la mesure de la phase, lesquelles sont principalement liées au caractère dynamique de la déformation (relaxation thermique). Le but de cette section est de démontrer que quel que soit le couple (t_{IR} , t_{relax}) employé la longueur estimée du défaut est la même, si évidemment le couple considéré permet l'établissement d'une carte de phase de rapport signal sur bruit pertinent et d'erreurs de phase faibles.

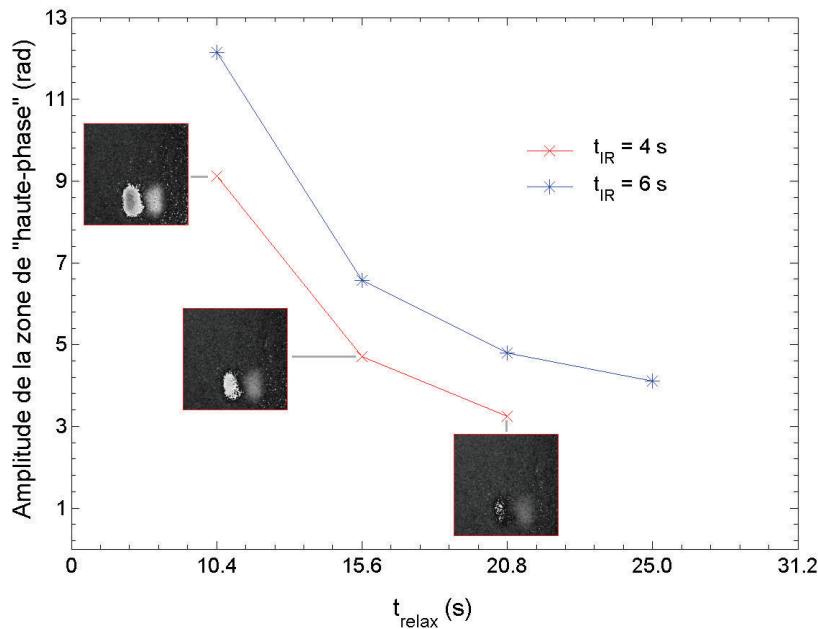


FIG. 3.12 – Amplitude de la zone de "haute-phase" en fonction du temps de relaxation. La taille du cisaillement est égale à 2.56 mm. Les cartes de phase enroulées présentées ont été filtrées une fois par un masque moyen de dimension 3 au niveau sinus/cosinus.

Le défaut "Trou 1.5 - Bois" a été mis en évidence, en utilisant une source IR située à 25 cm de la surface observée de l'objet, à l'aide d'irradiations IR de 2 s à 6 s et des temps de relaxation variant entre 5 s et 16 s. Pour les couples (t_{IR} , t_{relax}) observés relatifs à des cartes de phase de "qualité" ⁹, la longueur du défaut a été estimée à l'aide de la méthodologie de quantification

⁹Les couples (t_{IR} , t_{relax}) étudiés sont ceux qui induisent des cartes de phase présentant un rapport signal sur bruit important et des erreurs de phase faibles. Ainsi, par exemple, un grand temps d'irradiation ($t_{IR} > 10\text{s}$) et un petit temps de relaxation ($t_{relax} = 5.2\text{s}$) ne sera pas un couple exploité car la carte de phase résultante présentera un bruit important (décorrélation) et des erreurs sur la mesure de la phase élevées (déformation dynamique).

et de l'algorithme de transformée en ondelettes. Nous constatons que la longueur estimée du défaut est indépendante des couples (t_{IR}, t_{relax}) employés (Fig. 3.13). Les diverses cartes de phase établies peuvent par conséquent être considérées comme un échantillon statistique pour l'estimation de la longueur de la zone de "haute-phase". Il en découle qu'en moyenne la longueur L^{obj} estimée est égale à 14.78 mm¹⁰ avec un écart-type de 0.46 mm. Cet écart-type se justifie principalement par la différence de bruit (décorrélation) entre les diverses cartes de phase analysées : par exemple, la carte de phase relative au couple (6 s, 10.4 s) est plus bruitée (décorrélation) que celles relatives aux autres couples.

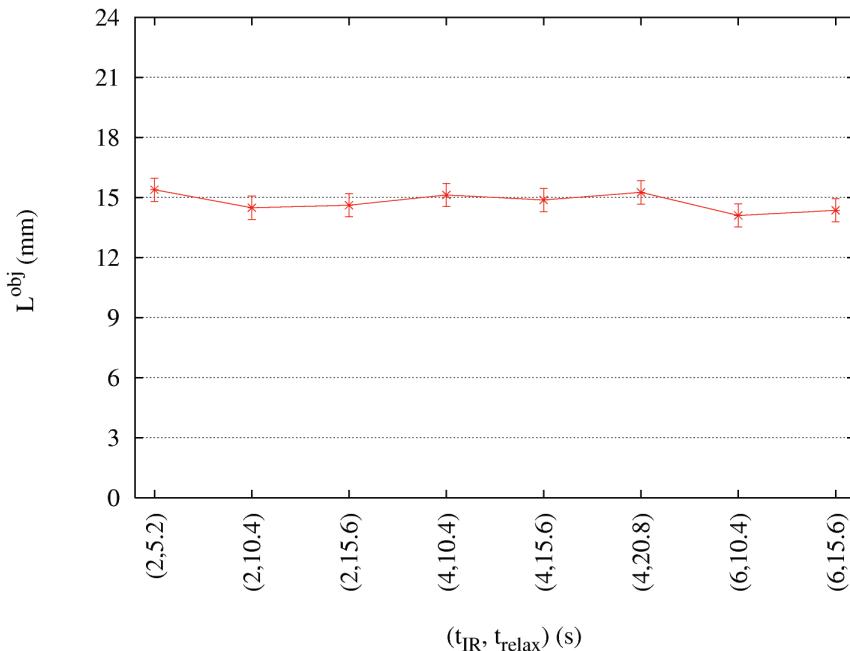


FIG. 3.13 – Longueur L^{obj} estimée du défaut "Trou 1.5 - Bois" en fonction du couple (t_{IR}, t_{relax}) caractérisant l'état déformé de l'objet. Les estimations ont été réalisées à l'aide de la méthodologie de quantification décrite précédemment.

Nous retiendrons de cette section, que le choix des couples (t_{IR}, t_{relax}) à considérer pour caractériser les défauts, parmi ceux qui livrent des cartes de phase de rapport signal sur bruit pertinent et d'erreurs de phase faibles, peut être arbitraire. Tous les couples peuvent permettre la quantification des défauts. Les cartes de phase qui leur sont relatives peuvent constituer un

¹⁰Soit une erreur de 1.47% par rapport à la longueur "théorique" de 15 mm.

échantillon statistique dans le but d'augmenter la probabilité d'estimer une longueur $L^{obj}(y_d)$ proche de la valeur réelle.

3.4 Influence de la taille du cisaillement.

Certains auteurs [28] prétendent que la shearographie est une technique adaptée à la détection des défauts mais pas à leur quantification. Dans leurs travaux, la taille estimée des défauts est dépendante de la taille du cisaillement produit par l'interféromètre. Le but de cette section est de démontrer que cette conclusion est erronée. Notre méthodologie de quantification des défauts permet d'évaluer leur taille indépendamment de celle du cisaillement.

Le défaut "Trou 1.5 - Bois" a été mis en évidence pour diverses valeurs de δx et divers couples (t_{IR} , t_{relax}). Pour chaque valeur de la taille du cisaillement, la longueur du défaut a été évaluée sur base de l'échantillon statistique constitué des cartes de phase relatives aux différents couples (t_{IR} , t_{relax}) (section 3.3). De cette étude, il ressort que la longueur estimée du défaut est indépendante de la taille du cisaillement (Fig. 3.14). La shearographie est donc apte à la quantification des défauts.

Notre conclusion diffère de celle de la publication [28]. Cette divergence s'explique principalement par la différence des méthodologies de quantification employées respectivement par Kim *et al.* et par nous. En effet, ces auteurs caractérisent la taille du défaut par la distance $L_{ext}(y_d)$ entre les extrêmes de la zone de "haute-phase", laquelle est dépendante de la taille du cisaillement (Fig. 3.15). De plus, aucune correction n'est apportée dans [28] pour tenir compte de cette dépendance, contrairement à ce qui est fait dans ce rapport (Equivalence entre la zone de recouvrement et le plan de l'objet - Eq. 3.5).

3.5 ... et en interférométrie holographique ?

La méthodologie de quantification de défauts est transposable à l'interférométrie holographique ou de speckle. Pour quantifier les défauts mis en évidence par une de ces techniques interférométriques, il s'agit d'appliquer la méthodologie décrite précédemment en considérant un cisaillement nul, ou encore en éliminant le terme correctif δx des équations utiles à la quantification. De même, l'ambiguité entre la largeur estimée dans le plan du détecteur et celle dans le plan objet n'existe pas. Nous obtenons, par analogie avec la

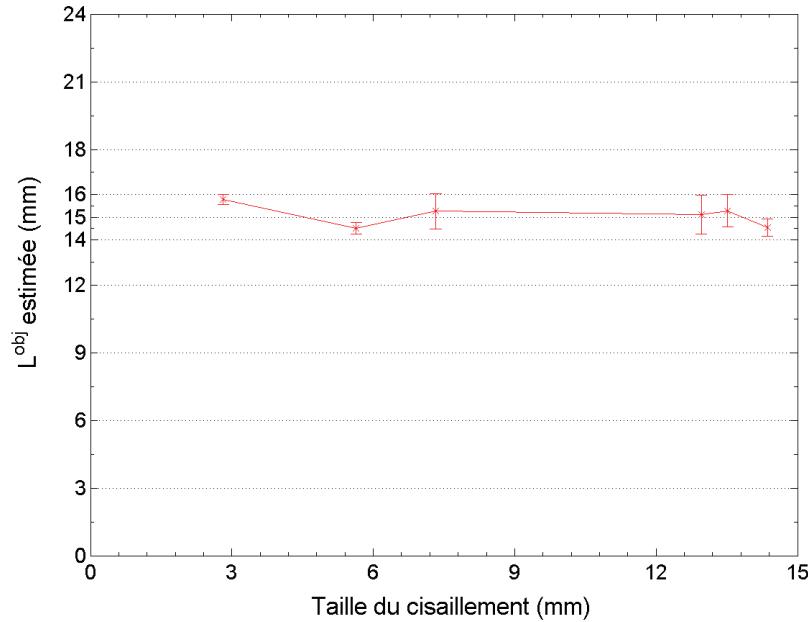


FIG. 3.14 – Influence de la taille du cisaillement sur la longueur L^{obj} estimée du défaut "Trou 1.5 - Bois". Les points de mesure correspondent aux moyennes des différentes études statistiques, tandis que les barres d'erreur représentent les écarts-types.

correspondance entre $L^{\text{obj}}(y_d)$ et $L(y_d)$: $l^{\text{obj}}(x_d) = l(x_d)$.

La Fig. 3.16 représente une carte de phase enroulée et déroulée obtenues au Centre Spatial de LiègeSite internet : www.csl.ulg.ac.be par l'équipe du Dr. Marc GEORGES à l'aide d'une caméra holographique photoréfractive [29]. L'objet étudié est un panneau en bois mis sous contrainte mécanique de manière à dévoiler un défaut caché. En appliquant la méthodologie de quantification de défauts, avec un cisaillement nul, sur tous les profils de phase verticaux et horizontaux présentant une zone de haute-phase caractéristique du défaut, les frontières de ce dernier sont estimées : les frontières du défauts sont représentées en bleu dans la Fig. 3.16. La forme du défaut est par conséquent clairement mise en évidence dans les cartes de phase. Les frontières manquantes n'ont pas pu être estimées car, sur les profils correspondants, la zone de haute-phase présente un rapport signal sur bruit trop faible.

Nous retiendrons de cette section que la méthodologie de quantification développée est transposable à l'interférométrie holographique et qu'elle devrait l'être tout aussi facilement à l'interférométrie de speckle. Ces techniques permettent, avec notre méthodologie, une estimation de la forme du défaut à

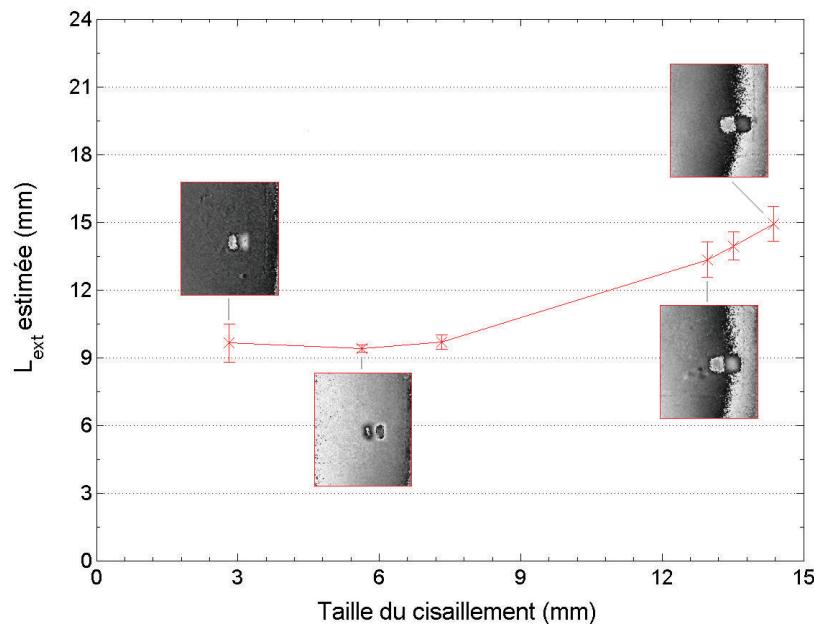


FIG. 3.15 – Influence de la taille du cisaillement sur la distance entre les extrema de la zone de "haute-phase". Les points de mesure représentent les moyennes des différentes études statistiques. Les barres d'erreur sont les écarts-types.

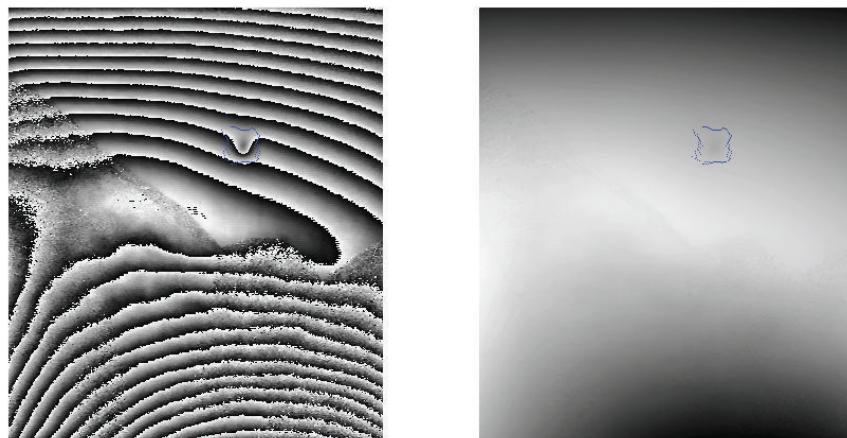


FIG. 3.16 – Contrôle non destructif par interférométrie holographique et isolement du défaut (en bleu) à l'aide de la méthodologie de quantification par transformée en ondelettes. Cartes de phase obtenues au Centre Spatial de Liège par l'équipe du Dr. Marc GEORGES.

l'aide d'une seule carte de phase car elles ne sont pas tributaires d'une direction privilégiée comme la direction du cisaillement. En shearographie, il est

nécessaire d'établir deux cartes de phase, avec des directions de cisaillement perpendiculaires, afin d'obtenir les informations sur les frontières horizontales et verticales du défaut.

3.6 Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthodologie et des outils numériques pour l'évaluation de la longueur de la zone de "haute-phase", et ce quelle que soit la forme de cette dernière. Nous avons également démontré qu'une analyse de cartes de phase relatives à différents couples (t_{IR} , t_{relax}) permet une évaluation statistique de la longueur $L^{obj}(y_d)$. Finalement, il a été montré que la longueur estimée du défaut est indépendante de la taille du cisaillement employée dans l'interféromètre, contrairement à ce qui est annoncé par certains auteurs. Notre conclusion contredit la littérature sur ce dernier point car nous avons introduit la taille du cisaillement comme terme correctif dans nos équations et car notre méthodologie de quantification diffère de celle utilisées par ces auteurs. Il en découle que la shearographie est une technique apte à la quantification de la longueur des défauts. Toutefois, rappelons que la technique ne semble pas adaptée à la quantification de la largeur des défauts. Une ambiguïté importante existe sur la correspondance entre les variables x_d et x_d^{obj} si la forme du défaut n'est pas connue préalablement.

La méthodologie présentée est également adaptée à la quantification de la longueur **et** à la largeur des défauts détectés par interférométrie holographique ou de speckle en supprimant le terme correctif δx des équations proposées.

Troisième partie

Optimisations de l'installation de shearographie

La partie II a été consacrée à discuter le potentiel de la shearographie pour la détection et la quantification de défauts. Nous retiendrons que la technique est adaptée pour l'analyse qualitative et quantitative des défauts. Dans cette partie III, nous présentons des développements hardware et software mis en oeuvre pour optimiser la technologie.

Le contrôle non destructif par shearographie nécessite de pouvoir disposer d'un cisaillement dans au moins deux directions perpendiculaires, que ce soit pour détecter ou pour quantifier les défauts. Le chapitre 4 traite du remplacement de l'élément de cisaillement actuel, à savoir le prisme séparateur des états de polarisation, par un cristal biréfringent qui est plus apte à livrer un cisaillement dans deux directions perpendiculaires. Nous discuterons dans ce chapitre, les avantages de ce cristal par rapport au prisme séparateur des états de polarisation. Pour nous familiariser avec le comportement de ce nouvel élément de cisaillement, nous caractériserons les faisceaux cisaillés issus de ce composant en fonction de l'orientation de ce dernier. Cette caractérisation nous permettra d'utiliser au mieux la lame biréfringente comme élément de cisaillement. Nous intégrerons alors la lame dans l'interféromètre et démontrerons son efficacité en tant qu'élément de cisaillement. Pour terminer, nous démontrerons que son utilisation permet l'obtention d'un cisaillement dans deux directions perpendiculaires uniquement en tournant ce cristal de 90°.

Le chapitre 5 présente un algorithme de mesure de phase dynamique basé sur la transformée de Hilbert. Cet algorithme est mieux adapté à l'analyse de la relaxation thermique des objets que le décalage de phase temporel, ce dernier étant théoriquement limité à l'analyse d'objets statiques durant l'acquisition des shearogrammes. Nous présenterons l'algorithme de mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert temporelle, nous analyserons ses performances par simulations numériques, nous l'implémenterons au laboratoire et nous comparerons les résultats obtenus avec ceux du décalage de phase temporel.

Chapitre 4

Remplacement de l'élément de cisaillement par une lame de Savart.

L'élément de cisaillement de l'interféromètre développé au Hololab consiste en un prisme séparateur des états de polarisation TE et TM¹. Ce prisme a démontré son efficacité dans les diverses applications de l'interféromètre. Toutefois, ce composant présente un inconvénient important pour le contrôle non destructif : la direction du cisaillement est limitée à une seule direction pour une configuration d'utilisation donnée. Pour un cisaillement dans la direction horizontale du référentiel du laboratoire, l'installation ne sera par conséquent pas apte à la détection des fissures horizontales et à la quantification des défauts le long de l'axe vertical.

Pour palier ce problème, il convient de modifier l'installation actuelle pour pouvoir disposer d'un cisaillement dans au moins deux directions perpendiculaires². En pratique, cela est réalisable soit en tournant l'objet de 90° autour de l'axe optique, soit en tournant le prisme et tous les composants situés derrière ce dernier. La première solution n'est pas toujours envisageable. Quant à la deuxième, elle nécessite une mécanique de précision qui augmente la complexité et le coût de l'interféromètre. Au lieu de nous orienter vers ce développement nous avons préféré modifier l'installation de shearographie. Plus précisément, nous avons privilégié le remplacement du prisme séparateur des états de polarisation par un cristal biréfringent. Cet élément de cisaillement permet de disposer d'une direction de cisaillement modulable tout en conser-

¹Cf. section 2.1

²Toute autre direction étant une combinaison linéaire de ces deux directions élémentaires.

vant la "philosophie générale" de l'interféromètre : créer le cisaillement par séparation des états de polarisation TE et TM.

De nombreux composants birefringents existent sur le marché. Citons par exemple les prismes de Wollaston ou de Rochon, les lames de Savart ou encore les polariseurs de Glan-Thompson ou de Glan-Taylor ([42]). Ces composants biréfringents sont brièvement détaillés à l'annexe B. Les composants biréfringents les plus employés en tant qu'élément de cisaillement sont les prismes de Wollaston [7] et les lames de Savart ([43], [44], [45]). Les polariseurs précités ne livrent pas naturellement des faisceaux ordinaire et extraordinaire partiellement superposés.

Pour notre part, nous substituerons le prisme séparateur des états de polarisation par une lame de Savart au détriment du prisme de Wollaston ou de Rochon car les lames de Savart fournissent deux faisceaux cisaillés partiellement superposés et colinéaires alors que les autres prismes biréfringents livrent des faisceaux avec un angle entre eux.

Une lame de Savart consiste en deux cristaux biréfringents uniaxes identiques. Ces cristaux, généralement de Calcite ou de Quartz, sont taillés à 45° par rapport au plan normal et sont accolés de manière telle que leurs axes optiques soient perpendiculaires entre eux (Fig. 4.1). Dans ces conditions, le rayon ordinaire du premier cristal coïncide avec le rayon extraordinaire du second, et vice-versa [63]. Par biréfringence, une lame de Savart cisaillera le rayon incident en deux rayons décalés transversalement d'une distance proportionnelle à l'épaisseur des cristaux. Signalons enfin que les lames de Savart ont déjà été employées avec succès en shearographie ([43], [44]).

Dans ce chapitre, nous discuterons des autres avantages du remplacement du prisme séparateur des états de polarisation par un cristal biréfringent. Nous caractériserons, en tant qu'élément de cisaillement, la lame de Savart SPC10 commercialisée par Halbo Optics [63] et utilisée dans nos travaux. Nous l'intégrerons dans l'interféromètre et démontrerons son efficacité.

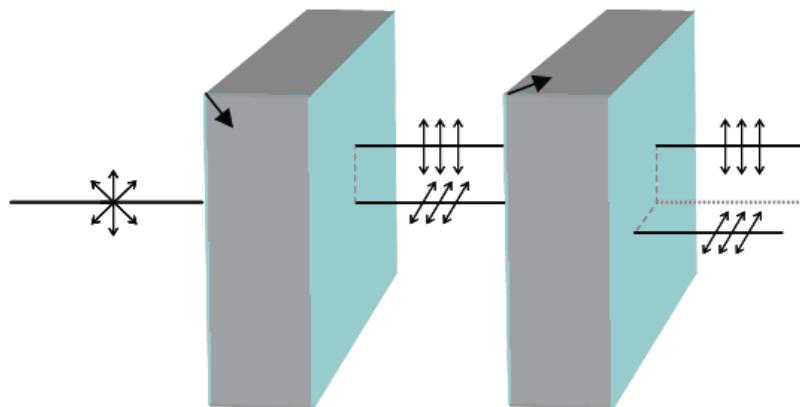


FIG. 4.1 – Schéma d'une lame de Savart "éclatée".

4.1 Avantages des cristaux biréfringents en tant qu'éléments de cisaillement.

Une lame biréfringente a été préférée au prisme séparateur des états de polarisation car elle permettra l'obtention d'un cisaillement dans au moins deux directions perpendiculaires (voir section 4.2). L'emploi de la lame au détriment du prisme permettra également d'améliorer les performances de l'installation car :

1. le degré de polarisation des cristaux biréfringents (théoriquement unitaire) est supérieur au degré de polarisation en réflexion du prisme. Les états de polarisation linéaire émergeant de la lame seront "purs" contrairement au faisceau réfléchi par le composant multicouche du prisme qui est pollué par une réflexion résiduelle polarisée TM (Fig. 2.2).
2. les lames biréfringentes présentent une efficacité spectrale plus large que le prisme. Selon le distributeur Halbo Optics, la lame de Savart est efficace pour les longueurs d'onde de 350 nm à 2500 nm, contrairement au prisme qui n'est efficace que pour une bande spectrale de quelques nanomètres centrée sur 532 nm. La longueur d'onde de travail pourra donc être adaptée en fonction du spectre en réflexion ou en absorption de l'objet étudié à condition d'adapter également les tensions à appliquer au modulateur de phase et de rester dans la courbe de sensibilité spectrale du détecteur.
3. les cristaux biréfringents présentent une sélectivité angulaire plus large que le prisme. L'installation pourra être employée avec un champ de vue plus important.

Les différences entre le prisme et les cristaux biréfringents énumérées ci-avant sont liées au principe physique à la base de la séparation des états de polarisation. Cette séparation est réalisée par effet Brewster dans le cas du prisme et évidemment par biréfringence dans le cas des cristaux.

En plus d'un degré de polarisation plus important, d'une sélectivité angulaire et d'une sélectivité spectrale plus larges, la lame de Savart apporte également d'autres avantages plus généraux :

1. sous incidence normale, la différence de chemin optique entre les deux faisceaux cisaillés est nulle dans le cas de la lame. Nous pourrons donc employer un laser de faible cohérence temporelle, laser généralement moins onéreux, voire une diode suffisamment cohérente spatialement et suffisamment puissante. Cet avantage de la lame justifie aussi son utilisation au détriment d'un autre cristal biréfringent tel, par exemple, un prisme de Wollaston.
2. dans le cas de l'utilisation du prisme comme élément de cisaillement, il convient d'accrocher à ce dernier une lame de verre avec un liquide d'indice adéquat. L'accrochement de cette lame peut affecter la qualité du cisaillement du faisceau objet s'il est mal réalisé (couche de liquide inhomogène, échauffement du liquide du à la focalisation du faisceau,...). La lame de Savart étant directement prête à l'emploi, nous limitons les erreurs liées à une mauvaise utilisation.
3. l'utilisation d'un cristal biréfringent permet également de disposer d'une optique parfaitement en ligne et non plus coudée comme dans le cas du prisme. Cette caractéristique réduit les erreurs dues à un mauvais alignement de l'optique.
4. le référence [44] enseigne qu'une rotation β de la lame de Savart autour d'un axe de rotation perpendiculaire à l'axe optique de l'interféromètre induit un déphasage entre les rayons qui émergent de la lame, c'est-à-dire entre les deux faisceaux cisaillés, lié à l'angle β . Sur base de cette caractéristique, nous pourrions envisager d'introduire les incrémentations de phase entre les faisceaux cisaillés non plus en modulant la tension aux bornes de la cellule à cristaux liquides mais en remplaçant la cellule à cristaux liquides par un dispositif mécanique qui orienterait la lame de Savart de manière à introduire les déphasages désirés. Nous sugerons comme perspective d'analyser le potentiel de cette nouvelle solution afin d'évaluer le modulateur de phase le plus performant.

En tant qu'élément de cisaillement, les cristaux biréfringents surpassent le prisme séparateur des états de polarisation. Toutefois, nous verrons que leur

intégration dans l’interféromètre est complexe car l’anisotropie du composant entraîne que son orientation affecte considérablement les faisceaux cisaillés qui en sont issus. Précisons aussi que le coût de la lame de Savart employée (1700€) est supérieur à celui du prisme séparateur des états de polarisation (300€).

4.2 Caractérisation du comportement de la lame de Savart.

Le caractère anisotrope de la lame de Savart implique que la direction de propagation des ondes lumineuses par rapport à l’axe optique de la lame joue un rôle primordial sur la réfraction de ces ondes. Pratiquement, cette propriété implique que les caractéristiques optiques (éclairement, polarisation,...) des rayons émergeant de la lame dépendent de l’orientation dans l’espace de cette dernière. Dans cette section, nous caractériserons les rayons émergents en fonction de l’orientation de la lame autour de l’axe optique de l’interféromètre. Cette caractérisation permettra d’estimer l’orientation optimale de la lame dans l’installation de shearographie.

La Fig. 4.2 schématise le dispositif optique utilisé pour caractériser les rayons émergeant de la lame en fonction de sa rotation autour de l’axe optique de l’interféromètre. Dans ce dispositif, le filtre spatial permet l’élargissement du faisceau laser et l’élimination de ses défauts de phase. La lentille L1 minimise la surface de la lame utile en y focalisant le faisceau laser, tandis que la deuxième lentille L2 recollimate les faisceaux qui émergent de la lame. L’écran permet la visualisation des rayons émergents. La lame de Savart est montée sur un support rotatif gradué dont l’axe de rotation coïncide avec l’axe optique du montage.

Ce dispositif a permis la visualisation de l’influence de la rotation de la lame autour de l’axe optique sur le cisaillement du faisceau incident (Fig. 4.3). Une rotation de la lame induit une rotation des deux faisceaux cisaillés autour de l’axe optique et une modulation de leurs éclairements respectifs.

Dans le but de quantifier la modulation de l’éclairement, l’éclairement de chaque faisceau a été mesuré à l’aide d’un wattmètre. Pour tenir compte des fluctuations éventuelles en puissance du laser, les éclairements mesurés

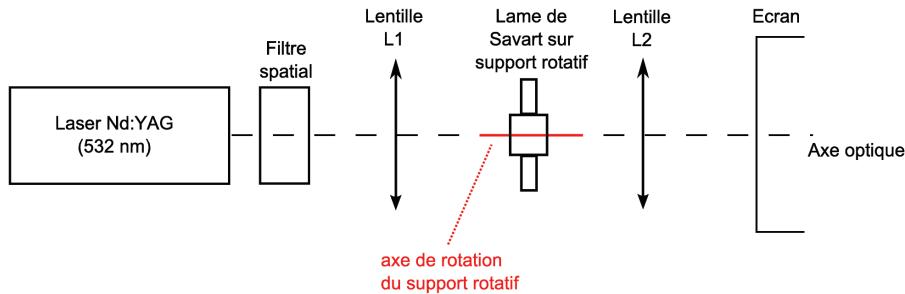


FIG. 4.2 – Dispositif utilisé pour caractériser les faisceaux émergeant de la lame en fonction de la rotation de cette dernière autour de l'axe optique de l'interféromètre.



FIG. 4.3 – Evolution en intensité, orientation et position des faisceaux émergeant de la lame lors d'une rotation de 180° de cette dernière autour de l'axe optique et pour un faisceau incident polarisé linéairement TM.

ont été normalisés par l'éclairement d'un faisceau de référence, lequel correspond au faisceau réfléchi par une lame séparatrice 50/50 placée à la sortie du filtre spatial. La Fig. 4.4 présente l'évolution des éclairements normalisés des faisceaux émergeant de la lame en fonction de la rotation de cette dernière autour de l'axe optique du montage et pour un faisceau incident polarisé TM³. Ces courbes, en opposition de phase, suivent une loi en $\cos^2(\theta)$. Ce comportement en $\cos^2(\theta)$ fait évidemment penser à la loi de Malus qui caractérise l'éclairement transmis d'une onde incidente polarisée linéairement

³Précisons que pour chaque orientation de la lame, 5 mesures ont été réalisées. Les courbes représentent la moyenne des mesures, tandis que les barres d'erreur correspondent à leur écart-type. Précisons aussi que l'orientation 0° de la lame a été fixée arbitrairement mais est identique pour toutes les figures de ce chapitre.

après traversée d'un analyseur linéaire [11].

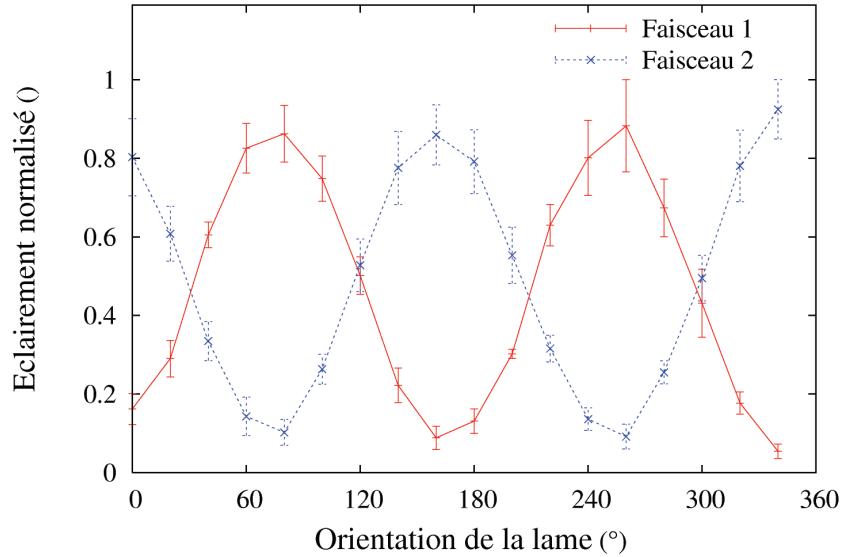


FIG. 4.4 – Variation des éclairements des faisceaux émergeant de la lame en fonction de la rotation de cette dernière autour de l'axe optique du montage. Le faisceau incident est polarisé linéairement TM.

L'éclairement des faisceaux émergents en fonction de la rotation de la lame se comporte comme la loi de Malus. La lame de Savart se comporte comme un polariseur/analyseur linéaire. Pour vérifier cette conclusion, la polarisation linéaire des faisceaux émergents a été analysée en placant un analyseur linéaire devant l'écran et en déterminant les orientations de cet analyseur qui éteignent les faisceaux émergents. La Fig. 4.5 présente la direction des polarisations linéaires des faisceaux émergeant de la lame de Savart. Les deux faisceaux sont polarisés linéairement et perpendiculairement entre eux, en accord avec la théorie de la biréfringence, et les directions de leurs polarisations linéaires varient linéairement avec la rotation du cristal. Ces observations confirment que le rôle de la lame de Savart peut s'interpréter comme celui d'un polariseur linéaire dont la direction passante est fonction de l'orientation de la lame et du rayon cisaillé considéré. Cette conclusion est également confirmée par la référence [45].

La Fig. 4.3 enseigne qu'une rotation de la lame de Savart induit une ro-

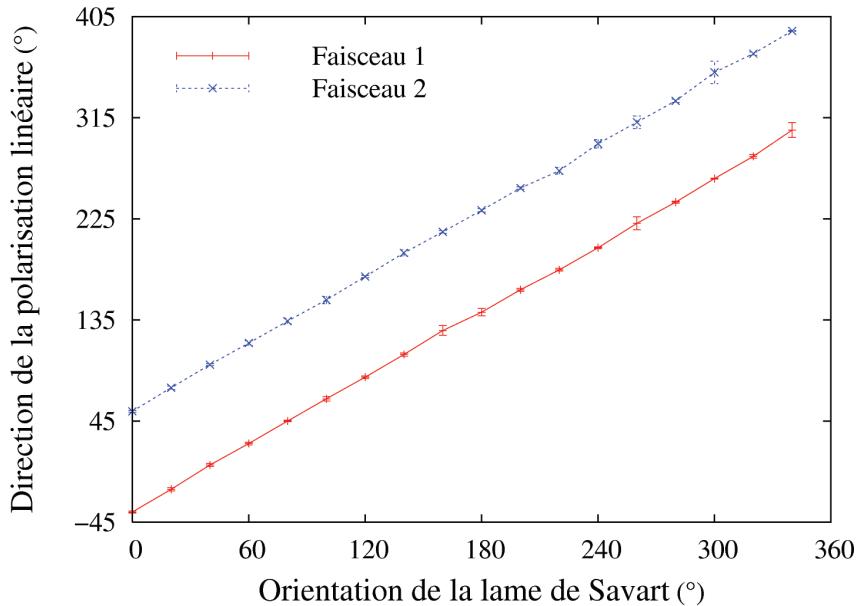


FIG. 4.5 – Evolution de l'orientation de la polarisation linéaire des faisceaux émergents de la lame en fonction de la rotation de cette dernière autour de l'axe optique du montage. L'orientation 0° correspond à l'état de polarisation linéaire TM.

tation des deux faisceaux cisaillés autour de l'axe optique. En définissant la direction du cisaillement par l'angle fait entre l'axe horizontal et la droite joignant les centres des faisceaux, nous constatons que la direction du cisaillement varie linéairement avec la rotation de la lame selon une loi $f(x) = x$ (Fig. 4.6). Une rotation de 90° de la lame de Savart entraîne donc une rotation de 90° de la direction du cisaillement. En considérant successivement deux orientations orthogonales de la lame, nous disposerons donc de deux directions de cisaillement perpendiculaires entre elles. Les défauts seront par conséquent détectables quelque soit leur direction et pourront être quantifiés aussi bien en largeur qu'en longueur, en accord respectivement avec les chapitres 2 et 3.

La rotation de la lame induit une modification de la direction du cisaillement. Toutefois, la rotation n'affecte pas la distance centre à centre des faisceaux émergents⁴, c'est-à-dire la taille du cisaillement (Fig. 4.7). Cette ca-

⁴Les fluctuations de la courbe de la Fig. 4.7 sont dues à la mauvaise qualité des images de la Fig. 4.3.

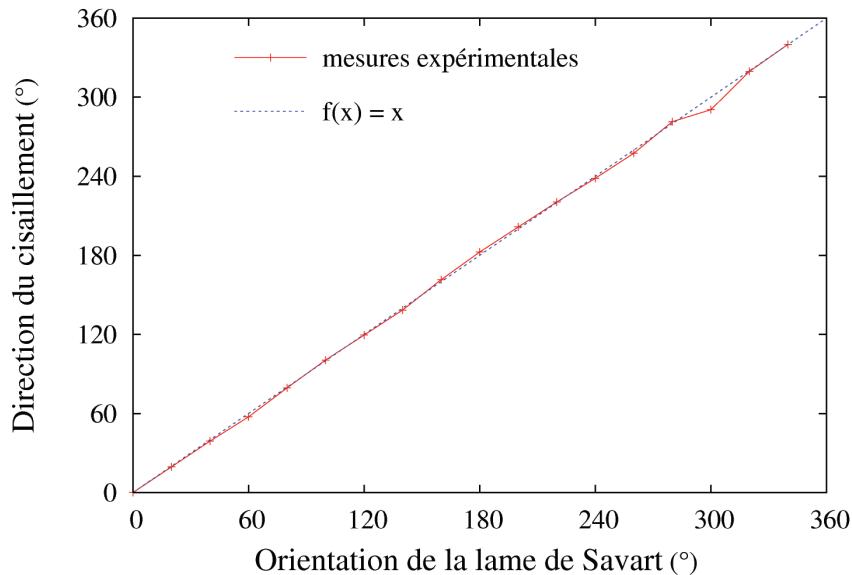


FIG. 4.6 – Evolution de l'orientation du cisaillement en fonction de la rotation de la lame de Savart autour de l'axe optique du montage. Pour rappel, la direction du cisaillement est définie par l'angle fait entre l'axe horizontal et la droite joignant les centres des faisceaux.

ractéristique implique que l'interféromètre aura une sensibilité indépendante de la rotation de la lame.

4.3 Intégration de la lame de Savart dans l'installation de shearographie.

La section précédente a permis d'établir le comportement de la lame de Savart en fonction de son orientation autour de l'axe optique du montage de la Fig. 4.2. Sur base des résultats de cette section, nous discutons maintenant de l'intégration de la lame de Savart comme élément de cisaillement dans l'installation de shearographie présentée à la section 2.1. Pour pouvoir exploiter les résultats de la section précédente, la lame sera intégrée perpendiculairement à l'axe optique de l'interféromètre et pourra être mise en rotation autour de cet axe. La Fig. 4.8 schématise l'installation de shearographie avec la lame de Savart comme élément de cisaillement. La lentille L1 focalise le faisceau objet au niveau de la lame de Savart, tandis que la lentille L2 collimate les faisceaux qui émergent de la lame. La cellule à cristaux liquides joue

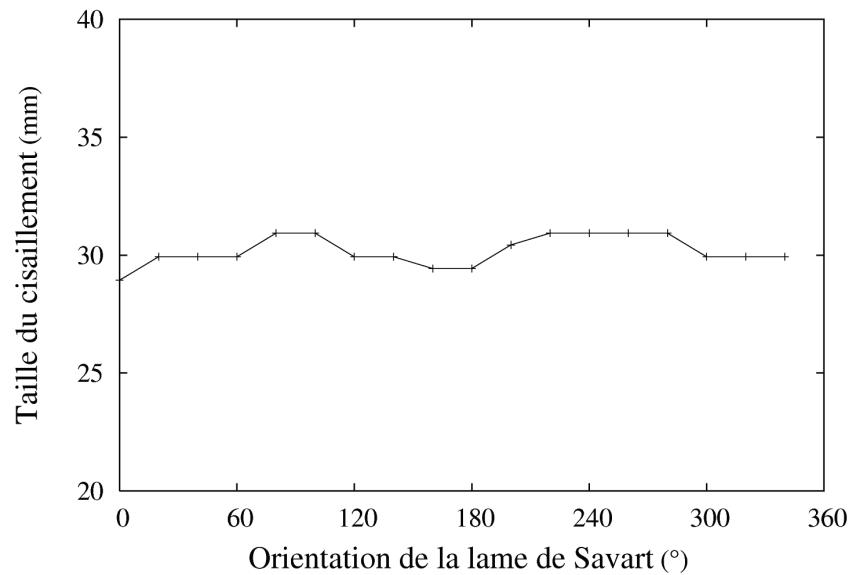


FIG. 4.7 – Evolution de la taille du cisaillement en fonction de la rotation de la lame de Savart autour de l'axe optique du montage.

le rôle de modulateur de phase pour le décalage de phase temporel. Le polariseur linéaire permet de créer l'interférence entre les deux faisceaux cisaillés par la lame, lesquels sont polarisés linéairement et perpendiculairement entre eux.

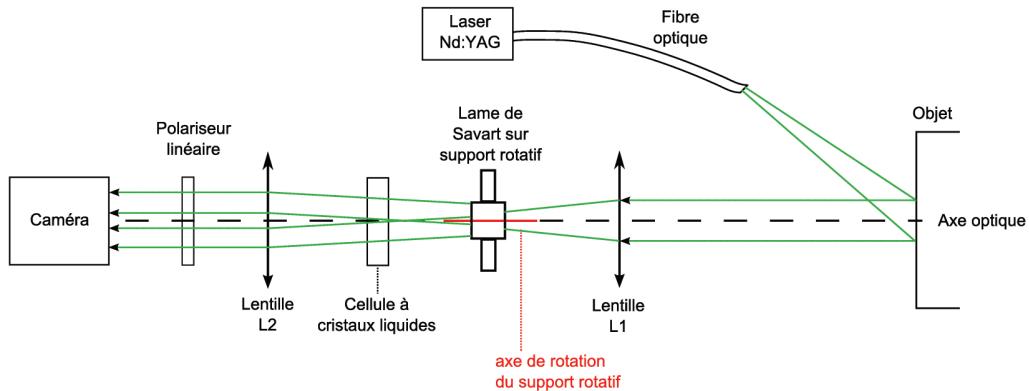


FIG. 4.8 – Installation de shearographie avec la lame de Savart.

Les courbes d'éclairage des faisceaux émergeant de la lame en fonction

de son orientation sont en opposition de phase (Fig. 4.4). Sur une rotation complète de la lame, quatre orientations de cette dernière induisent par conséquent des faisceaux cisaillés d'éclairements identiques et inchangés par une rotation de 90° de la lame. Pour ces orientations, aucun faisceau n'est privilégié par rapport à l'autre et les faisceaux conserveront leur éclairement après modification de 90° de la direction du cisaillement. La lame sera orientée arbitrairement selon une de ces orientations privilégiées.

Pour une orientation de la lame imposée, les faisceaux émergents présentent des polarisations linéaires données par la Fig. 4.5 et perpendiculaires entre elles. Par analogie avec l'utilisation du prisme séparateur des états de polarisation, les axes lent et rapide de la cellule à cristaux liquides seront orientés parallèlement aux directions de polarisation linéaire des faisceaux cisaillés. Une telle configuration permet de conserver des faisceaux cisaillés polarisés linéairement quelle que soit la tension appliquée aux bornes du modulateur. Précisons également que la cellule à cristaux liquides ne doit pas être recalibrée suite au changement d'élément de cisaillement car quel que soit cet élément, le modulateur de phase est toujours employé avec ses axes lent et rapide parallèles aux directions de polarisation linéaire des faisceaux cisaillés.

Les faisceaux cisaillés émergents du modulateur de phase étant polarisés linéairement et la lame de Savart étant orientée de manière telle que les faisceaux présentent le même éclairement, le polariseur de l'interféromètre sera orienté à 45° par rapport aux directions des polarisations linéaires des faisceaux cisaillés. Cette orientation du polariseur permet l'interférence des deux faisceaux avec une visibilité des franges maximale.

Les lignes précédentes discutent l'intégration de la lame comme élément de cisaillement de l'interféromètre. Sur base des résultats de cette discussion, la lame a été intégrée dans l'installation et les adaptations nécessaires consécutives à cette intégration ont été réalisées afin de rendre l'installation opérationnelle avec la lame de Savart. La Fig. 4.9 présente des cartes de phase obtenues en utilisant la lame de Savart comme élément de cisaillement. L'expérience consiste en la détection du défaut de la plaque d'acier évidée déjà présentée dans ce travail (cf. section 2.2). Ce film de l'évolution de la déformation en fonction de la relaxation thermique de la plaque après son excitation IR, montre que la lame de Savart est apte à jouer le rôle d'élément de cisaillement.

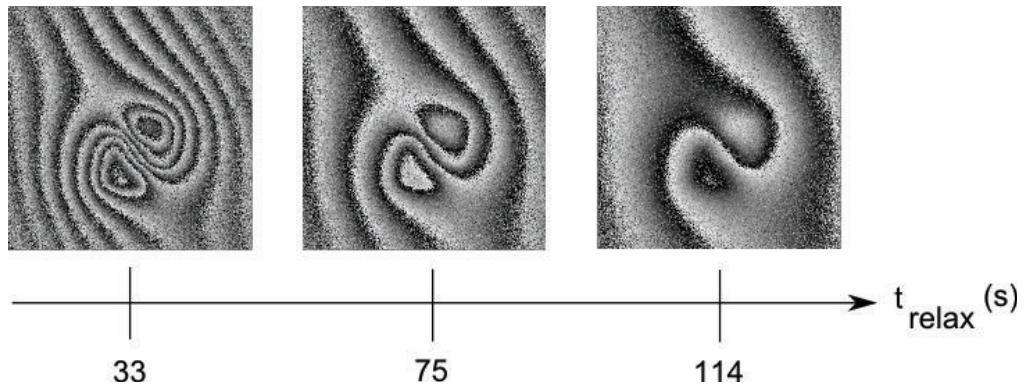


FIG. 4.9 – Exemples de cartes de phase (non filtrées) obtenues avec la lame de Savart pour différentes durées de relaxation après l'excitation IR. L'objet étudié est la plaque d'acier évidée présentée à la section 2.2.

4.4 Interféromètre à deux directions de cisaillement.

L'utilisation de la lame de Savart comme élément de cisaillement a pour objectif principal de disposer d'un interféromètre dont la direction de cisaillement peut au moins prendre deux directions perpendiculaires. Cette "option" est essentielle pour le contrôle non destructif (cf. partie II).

En accord avec la Fig. 4.6, pour tourner la direction de cisaillement de 90° , il s'agit en pratique de réorienter la lame de 90° par rapport à son orientation initiale. Suite à cette rotation de la lame, il ne sera pas nécessaire de réorienter le modulateur de phase car ses axes ont été imposés parallèles aux polarisations des faisceaux cisaillés et nous avons montré qu'une rotation de la lame de Savart de 90° induit une rotation de 90° de la polarisation linéaire des faisceaux cisaillés. Au niveau du modulateur de phase, la rotation de la lame de Savart permute uniquement l'axe du modulateur que perçoivent ces faisceaux. Par contre, il sera nécessaire de tourner de 90° le polariseur linéaire de l'interféromètre pour garantir une interférence optimale.

L'interféromètre à ce stade présente deux inconvénients :

1. le polariseur doit être réorienté après une rotation de la lame de Savart de 90° ;
2. la visibilité et l'éclairement moyen des franges d'interférence sont sensibles à l'orientation du polariseur linéaire de l'interféromètre, en accord avec la loi de Malus.

En analysant la propagation des états de polarisation dans l'installation, nous constatons que ces inconvénients sont liés au fait que les faisceaux cisaillés sont polarisés linéairement avant traversée du polariseur. Pour palier ces problèmes, nous suggérons d'introduire entre la lentille L2 et le polariseur de l'interféromètre une lame à retard $\lambda/4$ orientée à 45° par rapport aux polarisations linéaires des faisceaux cisaillés. Cette lame induira des faisceaux polarisés circulairement qui pourront interférer quelle que soit l'orientation du polariseur linéaire avec un éclairement moyen et une visibilité indépendants de l'orientation de ce polariseur.

La Fig. 4.10 présente deux cartes de phase expérimentales⁵ obtenues avec deux directions de cisaillement orthogonales et avec une lame quart d'onde orientée correctement, introduite entre la lentille L2 et le polariseur linéaire de l'interféromètre.

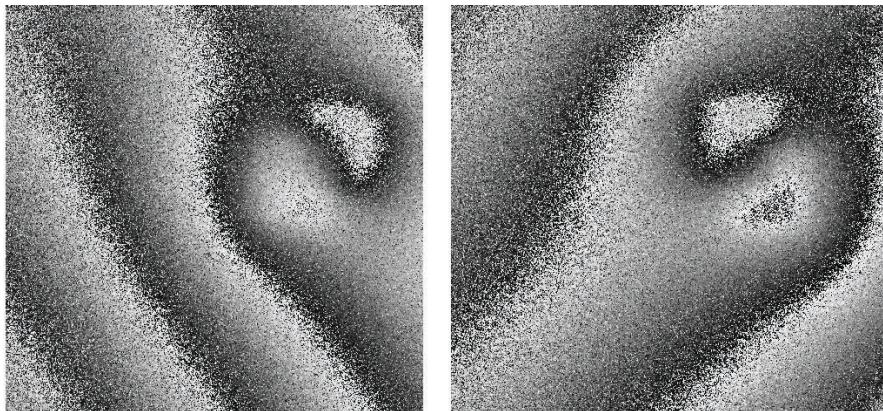


FIG. 4.10 – Cartes de phase obtenues avec deux directions de cisaillement perpendiculaires à l'aide d'un lame de Savart et d'une lame $\lambda/4$. L'objet étudié est la plaque évidée présentée à la section 2.2.

Précisons que les cartes de la Fig. 4.10 ne peuvent pas être comparées car la phase mesurée ne représentent pas la même grandeur physique. Dans la première carte, la phase est proportionnelle à la dérivée des déplacements par rapport à la direction α , tandis que dans la seconde carte, la phase est liée à la dérivée des déplacements par rapport à la direction $\alpha + 90^\circ$.

⁵L'expérience consiste en la détection du défaut de la plaque d'acier évidée présentée au chapitre 2.

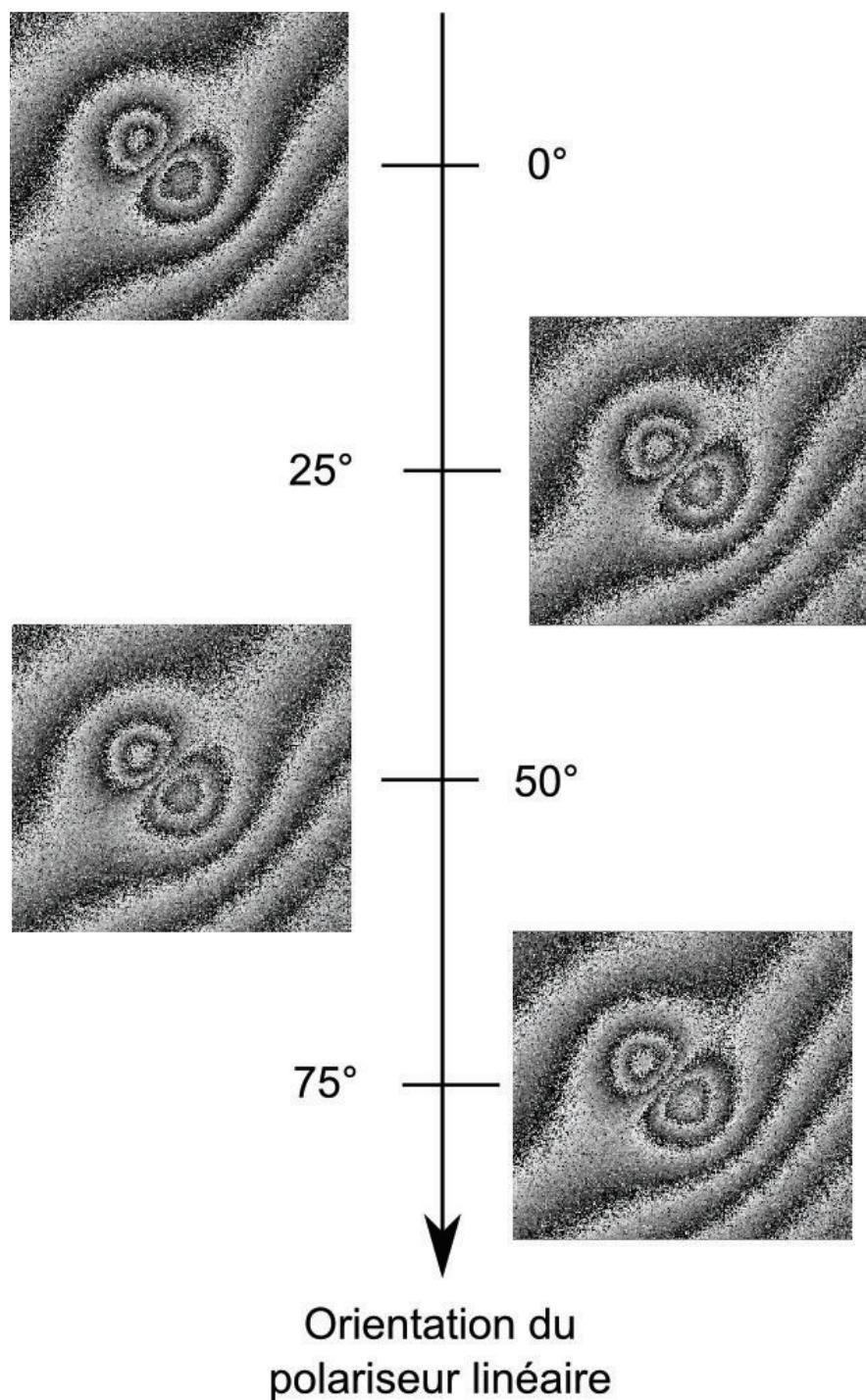


FIG. 4.11 – Cartes de phase obtenues pour différentes orientations du polariseur après introduction de la lame quart d'onde dans l'interféromètre. La direction de polarisation nulle coïncide avec l'état de polarisation linéaire TM.

La lame quart d'onde introduite permet de ne pas devoir réorienter le polariseur du montage suite à une rotation de la lame de Savart mais aussi de créer une interférence entre les faisceaux cisailés indépendante de l'orientation de ce polariseur. La Fig 4.11 présente des cartes de phase obtenues dans des conditions expérimentales identiques mais avec différentes orientations du polariseur. Dans l'expérience, l'amplitude de la phase mesurée est indépendante de l'orientation du polariseur (Fig. 4.12). La phase moyenne des cartes est constante vis-à-vis de l'orientation du polariseur. L'amplitude PTV de la phase fluctue de quelques radians entre les différentes cartes à cause du bruit des cartes de phase et des erreurs dues au post-traitement (filtrage par masque médian de dimension 3 au niveau sinus-cosinus et déroulage de phase).

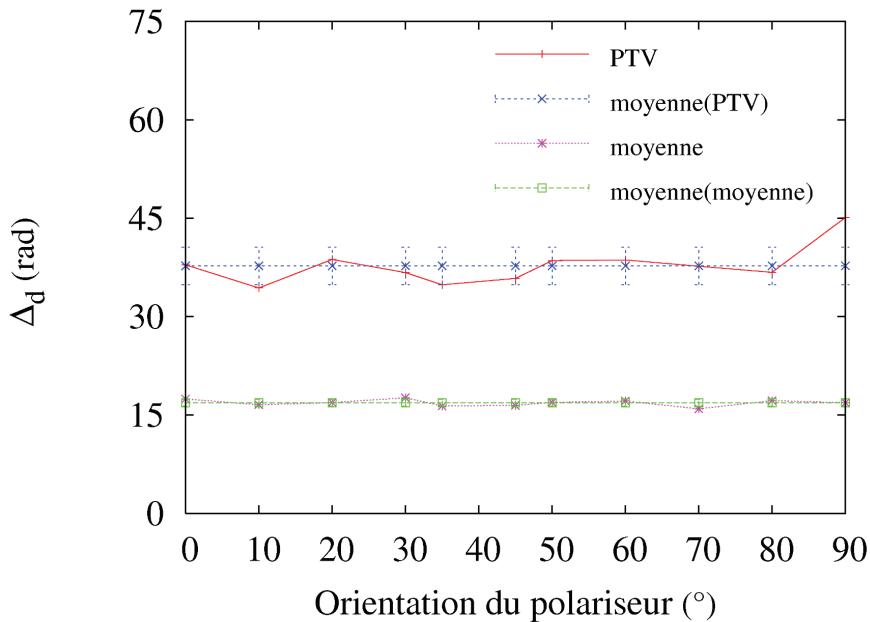


FIG. 4.12 – Influence de l'orientation du polariseur linéaire sur l'amplitude PTV et moyenne de la phase déroulée. Les courbes "moyenne(.)" représentent la moyenne de la courbe (.) correspondante et évaluée sur les différentes orientations du polariseur considérées.

Une carte de phase de bonne qualité étant caractérisée par un histogramme quasi-uniformément réparti sur 256 niveaux de gris, la qualité des cartes de phase enroulées peut donc être quantifiée par l'écart-type σ_{hist} de la différence de l'histogramme des niveaux de gris de la carte et de l'histo-

gramme idéal uniformement réparti sur 256 niveaux de gris. Plus cet écart-type est faible, plus la carte de phase est de bonne qualité. Nous exprimerons cet écart-type en pourcentage par rapport au nombre total de pixels de la région d'intérêt des cartes de phase. La Fig. 4.13 représente l'écart-type σ_{hist} des cartes de phase obtenues avec différentes orientations du polariseur. Nous constatons que la qualité de la carte de phase dérive en fonction de l'orientation du polariseur. Cette dégradation est due aux erreurs d'orientation de la lame quart d'onde par rapport aux directions des états de polarisation linéaire des faisceaux cisaillés. Ces erreurs d'orientation de la lame induisent une polarisation elliptique résiduelle qui affecte la visibilité et l'éclairement moyen de l'interférence et ce en fonction de l'orientation du polariseur linéaire.

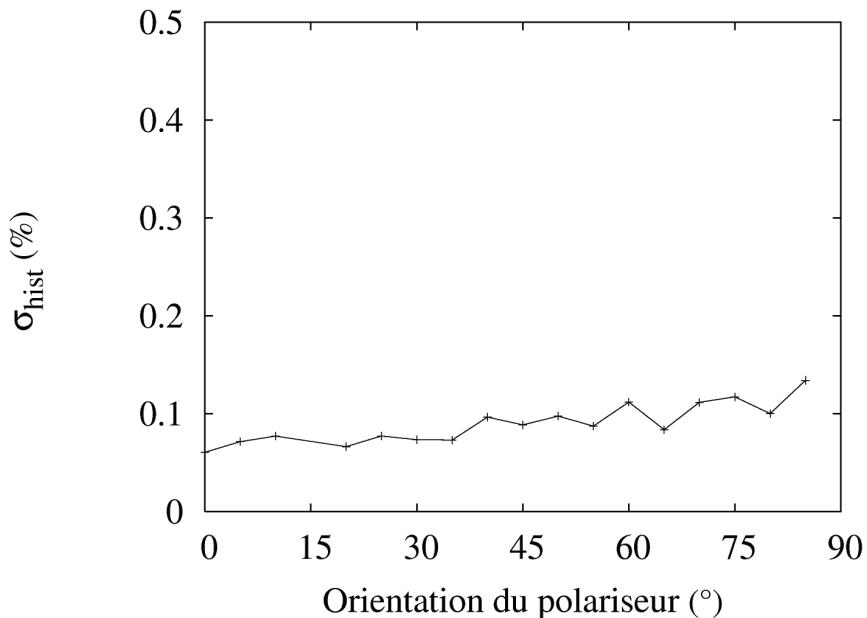


FIG. 4.13 – Qualité des cartes de phase en fonction de l'orientation du polariseur linéaire.

4.5 Performances de l'installation.

L'expérience acquise au laboratoire permet d'affirmer que l'installation actuelle de shearographie présente les performances détaillées à la Tab. 4.1.

	X	Y	Z
Résolution	0.29 mm	0.29 mm	0.024 rad ou $\lambda/262$
Précision (après déroulage de phase)	.	.	0.25 rad ou $\lambda/25$

TAB. 4.1 – Performances de l’installation de shearographie.

4.6 Conclusion.

La détection et la quantification de défauts par shearographie nécessitent de disposer d’un cisaillement au moins dans deux directions du plan image. Pour pouvoir modifier la direction du cisaillement, nous avons remplacé le prisme séparateur des états de polarisation, initialement employé comme élément de cisaillement, par une lame de Savart. Nous avons opté pour cette solution pour ne pas intégrer une mécanique de précision dans l’installation, pour conserver la philosophie de l’installation (cisaillement par séparation des états de polarisation), mais aussi car la lame de Savart présente de nombreux avantages par rapport au prisme : degrés de polarisation plus importants, sélectivités spectrale et angulaire plus larges, optique en ligne...

Pour intégrer au mieux la lame de Savart, nous avons dans un premier temps caractérisé les propriétés optiques (éclairement et polarisation) des faisceaux cisaillés issus de la lame.

Ces caractérisations ont permis de comprendre le comportement de la lame. Cette dernière livre deux faisceaux cisaillés polarisés linéairement et perpendiculairement entre eux, avec une taille de cisaillement constante et une direction de cisaillement dépendant de l’orientation de la lame. L’éclairage des faisceaux cisaillés est également modulé en fonction de l’orientation de la lame, pour une lumière incidente polarisée.

La compréhension de l’influence de la lame de Savart sur les faisceaux cisaillés a permis son intégration dans l’interféromètre. Suite à cette intégration et en analysant la propagation de la polarisation dans l’installation, nous avons également inséré une lame quart d’onde entre le modulateur de phase et le polariseur linéaire de l’installation initiale, orientée à 45° par rapport aux axes de ce modulateur. Cette lame quart d’onde permet de tourner de 90° la direction du cisaillement uniquement en réorientant de 90° la lame de Savart. En effet, les faisceaux cisaillés présentant des polarisations circulaires après passage dans la lame $\lambda/4$, l’intégration de cette lame permet l’obtention de cartes de phase indépendantes de la direction du polariseur linéaire

placé devant l'objectif de la caméra.

Pour le contrôle non destructif, la lame de Savart répond mieux à nos attentes que le prisme séparateur des états de polarisation. Précisons toutefois que son intégration est plus complexe que celle du prisme car les propriétés optiques des faisceaux cisaillés sont étroitement liées à l'orientation de la lame : toute erreur liée à une mauvaise orientation de la lame de Savart induit une perte de qualité des cartes de phase. Précisons également que la taille du cisaillement n'est pas modulable. Pour palier ce problème, l'amplitude de la contrainte appliquée est adaptée pour que la dérivée des déplacements soit comprise dans la gamme de sensibilité de l'interféromètre. En cas de besoin, une alternative consiste à ajuster la taille du cisaillement en utilisant une lame de Savart d'épaisseur différente de celle actuellement employée (10 mm).

Pour terminer, signalons que l'expérience acquise lors de ce travail sera également exploitée au chapitre 6 où la lame de Savart sera utilisée pour concevoir un projecteur de franges interférométriques pour la mesure tridimensionnelle de formes.

Chapitre 5

Shearographie dynamique par transformée de Hilbert temporelle.

Les cartes de phase présentées dans les chapitres précédents ont été établies à l'aide d'un algorithme "classique" de décalage de phase temporel à quatre incrément de phase. Le décalage de phase temporel consiste en l'enregistrement d'au moins trois interférogrammes pour lesquels un incrément de phase généralement connu est introduit entre le faisceau objet et le faisceau de référence. Le décalage de phase temporel est une technique performante pour estimer la phase relative du faisceau objet si cette dernière est constante lors de l'enregistrement des interférogrammes, c'est-à-dire si l'objet reste dans un état stable pendant toute la durée de l'acquisition de ces derniers ou si la dynamique de la déformation peut être considérée constante durant l'enregistrement des interférogrammes.

Dans nos exemples de NDT, les objets ont été étudiés durant leur relaxation thermique. Les shearogrammes ont donc été enregistrés alors que l'objet était toujours en cours de déformation. Pour tenir compte de cet effet, un algorithme de mesure de phase dynamique doit être employé. Dans le cadre de l'étude de phénomènes dynamiques, la phase peut être estimée, entre autres, par décalage de phase spatial, par transformée de Fourier, de Hilbert ou en ondelettes. Le décalage de phase spatial est une technique performante qui consiste à enregistrer simultanément sur un seul détecteur plusieurs interférogrammes décalés en phase [16]. Une telle méthodologie permet l'analyse de la phase en temps réel, mais nécessite une optique complexe et généralement coûteuse. Les estimations de la phase dynamique par transformées analytiques sont obtenues en post-traitement mais permettent de conserver

les installations optiques identiques à celles employées en décalage de phase temporel. La transformée de Hilbert a été privilégiée dans nos travaux car elle peut être appliquée dans une large gamme de mesures interferométriques, elle présente une excellente résolution spatiale (de l'ordre de la taille du speckle), elle est simple d'implémentation, elle peut être totalement automatisée et son temps de calcul est fortement réduit par rapport à celui nécessaire, par exemple, à la transformée en ondelettes [18].

Dans ce chapitre, nous discuterons, sur base de simulations numériques, d'un algorithme de mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert temporelle. Nous arriverons à la conclusion que l'algorithme permet une estimation précise de la distribution temporelle de la phase à condition d'introduire une phase porteuse dans le dispositif de mesure, c'est-à-dire à condition d'introduire un incrément de phase connu entre chacun des interférogrammes enregistrés. L'algorithme sera ensuite implémenté au laboratoire et nous comparerons les résultats obtenus avec ceux du décalage de phase temporel. Nous discuterons enfin du temps de calcul nécessaire pour établir les cartes de phase par transformée de Hilbert.

L'algorithme introduit a déjà été utilisé avec succès en interférométrie de speckle par Madjarova et al. pour l'analyse de suivi de déplacements [18], mais à notre connaissance son emploi en shearographie est une originalité. Il est toutefois évident que les travaux de Madjarova *et al.* sont dans nos raisonnements une influence et une source d'inspiration importantes.

5.1 Introduction à la transformée de Hilbert.

La transformée de Hilbert $TH(\cdot)$ d'un signal $u(t)$ est définie par la relation [46] :

$$TH(u(t)) = U(s) = \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t)}{s-t} dt; -\infty < t < +\infty \quad (5.1)$$

La transformée de Hilbert inverse de $U(s)$ est définie par l'équation [46] :

$$TH^{-1}(U(s)) = u(t) = \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(s)}{t-s} dt; -\infty < t < +\infty \quad (5.2)$$

Les variables s et t sont de même nature physique : la transformée de Hilbert d'un signal temporel est un signal temporel.

La transformée de Hilbert peut également être vue comme la convolution du signal $u(t)$ avec $1/\pi t$. Ce point de vue permet une interprétation physique de la transformée. En effet, ayant :

$$TH(u(t)) = U(t) = \frac{1}{\pi t} * u(t) \quad (5.3)$$

La théorie de la transformée de Fourier $TF(\cdot)$ enseigne que nous pouvons écrire [46] :

$$TF(U(t)) = TF(1/\pi t)TF(u(t)) = -j \text{signe}(\nu)TF(u(t)) \quad (5.4)$$

ν étant la variable conjuguée de t , la fonction $\text{signe}(\nu)$ est égale à 1 si $\nu \geq 0$ et -1 sinon, $j^2 = -1$.

La dernière relation est primordiale. Elle est généralement employée pour calculer numériquement la transformée de Hilbert et elle permet une interprétation de cette dernière : la transformée de Hilbert réalise la quadrature du signal $u(t)$. Elle déphase de $\pi/2$ les composantes spectrales du signal, sans affecter leur amplitude.

5.2 Mesure de phase dynamique par shearographie et transformée de Hilbert.

En shearographie, l'éclairement $I(x,y)$ du pixel (x,y) du détecteur est donné par la relation fondamentale :

$$I(x,y) = 2I_0 \cdot (1 + \gamma(x,y)\cos(\phi(x,y))) \quad (5.5)$$

avec I_0 l'éclairement moyen des deux speckles interférent en (x,y) , $\gamma(x,y)$ le facteur de visibilité de l'interférence et $\phi(x,y)$ la différence de phase entre les deux speckles.

En shearographie, la différence de phase $\phi(x,y)$ est liée au gradient des déplacements. Si l'objet subit une déformation dynamique, la différence de phase devient une fonction du temps t . Dans ces conditions, l'éclairement de chaque pixel sera également une fonction temporelle $I(x,y,t)$.

La mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert consiste à considérer, pour chaque pixel, le signal temporel $I(x,y,t)$ et estimer la distribution temporelle de sa phase $\phi(x,y,t)$, *modulo* 2π , à l'aide de la relation

[18] :

$$\tan [\phi(x, y, t)] = \frac{TH [I(x, y, t) - 2I_0]}{I(x, y, t) - 2I_0} \quad (5.6)$$

Le terme constant dans le temps $2I_0$ est soustrait du signal $I(x, y, t)$ car la transformée de Hilbert est linéaire et la transformée de Hilbert d'une constante est une intégrale divergente. Nous verrons ultérieurement comment nous affranchir de ce problème et éliminer ce terme.

La distribution continue de la phase est obtenue en déroulant la distribution temporelle $\phi(x, y, t)$. L'algorithme nécessite donc un déroulage de phase unidimensionnel, contrairement au décalage de phase temporel qui nécessite un déroulage de phase à deux dimensions et donc plus complexe.

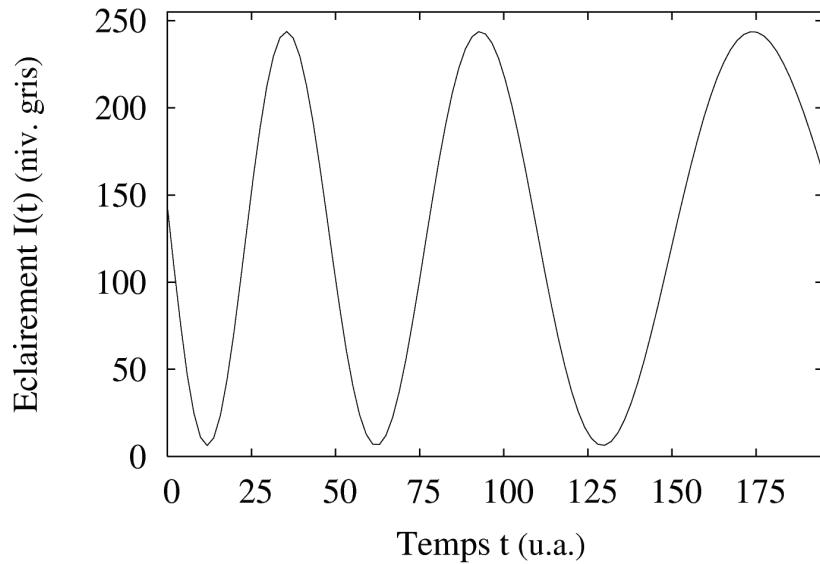
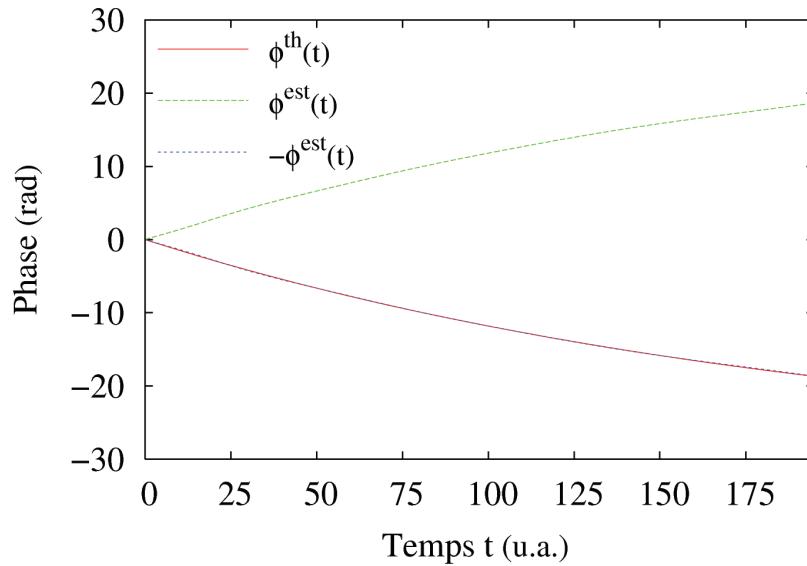
En appliquant l'algorithme à tous les pixels de la région d'intérêt du détecteur, la distribution spatio-temporelle de la phase relative est obtenue : dans le cadre d'une application en shearographie, l'algorithme fournit un film du gradient des déplacements où chaque image correspond à un instant de la déformation.

5.3 Etude des performances de l'algorithme : simulations numériques.

Dans la but d'analyser les performances de l'algorithme, un signal temporel $I(t)$ a été simulé numériquement (Fig. 5.1) et l'algorithme de mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert a été implémenté afin d'estimer la phase du signal, et ce en supposant le terme $2I_0$ connu. Le signal simulé présente les caractéristiques suivantes : $2I_0 = 125$ niv. gris, $\gamma = 95\%$ et $\phi(t) = \phi^{th}(t) = 30 \exp(-t/200)$.

Les simulations enseignent que la phase simulée $\phi^{th}(t)$ et la phase estimée $\phi^{est}(t)$ ramenées à l'origine coïncident au signe près (Fig. 5.2) : l'écart moyen entre la valeur absolue des distributions de phase est de l'ordre de 0.01 rad avec un écart-type de 0.04 rad. L'incertitude sur le signe de la phase est liée à la parité de la fonction cosinus de l'Eq. 5.5.

L'algorithme est performant pour estimer, au signe près, la phase du signal $I(t)$ simulé. Toutefois, précisons que ses performances sont dépendantes de la taille de la fenêtre de troncature du signal. En effet, si au lieu de considérer le signal $I(t)$ sur l'intervalle temporel [0 u.a., 200 u.a.], nous le

FIG. 5.1 – Signal $I(t)$ simulé.FIG. 5.2 – Distributions temporelles des phases théorique et estimée pour le signal $I(t)$, et ramenées à l'origine. La distribution $\phi^{\text{est}}(t)$ a été calculée par transformée de Hilbert sur l'intervalle temporel [0 u.a., 200 u.a.].

considérons sur l'intervalle [0 u.a., 130 u.a.], nous constatons que les performances de l'algorithme sont réduites, et ce principalement en raison d'une

mauvaise estimation de la phase aux bornes de l'intervalle temporel (Fig. 5.3).

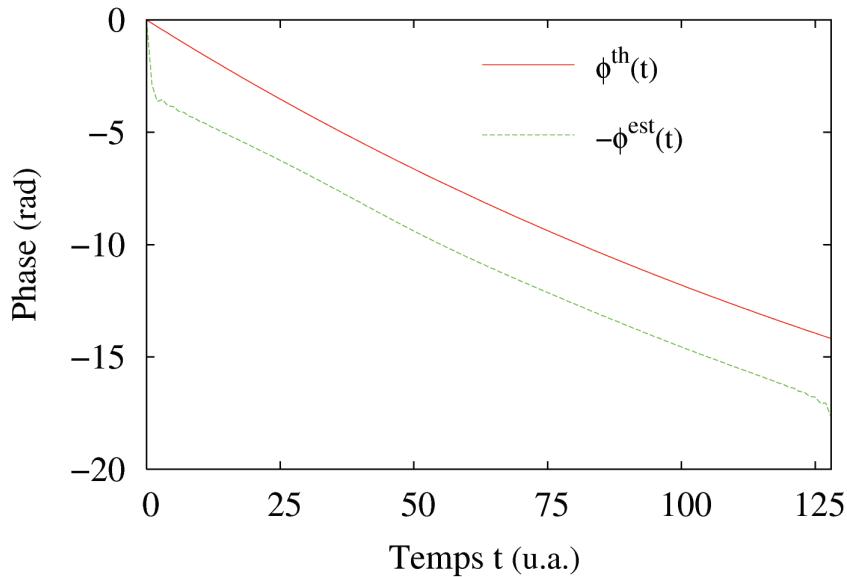


FIG. 5.3 – Distributions temporelles des phases théorique et estimée pour le signal $I(t)$ avec une taille de fenêtre de troncature de 130 u.a.

Pour étudier de manière plus générale, l'influence de la taille de la fenêtre de troncature du signal sur les performances de l'algorithme, une fonction de fidélité F entre les phases simulée $\phi^{th}(t)$ et estimée $\phi^{est}(t)$ est définie. Cette fonction F caractérise la correspondance entre les deux distributions temporelles de phase et est définie par :

$$F = 1 - \frac{\sum_i [\phi^{est}(t_i) - \phi^{th}(t_i)]^2}{\sum_i [\phi^{th}(t_i)]^2} \quad (5.7)$$

L'étude de la fidélité en fonction de la taille de la fenêtre de troncature du signal enseigne que les performances de l'algorithme dépendent fortement de la taille de cette fenêtre (Fig. 5.4). Nous constatons également que la fidélité des minima locaux augmente avec la taille de la fenêtre : pour les tailles de fenêtre de troncature les plus défavorables (60 u.a., 130 u.a.,...), l'algorithme est d'autant plus performant que la taille de la fenêtre est importante.

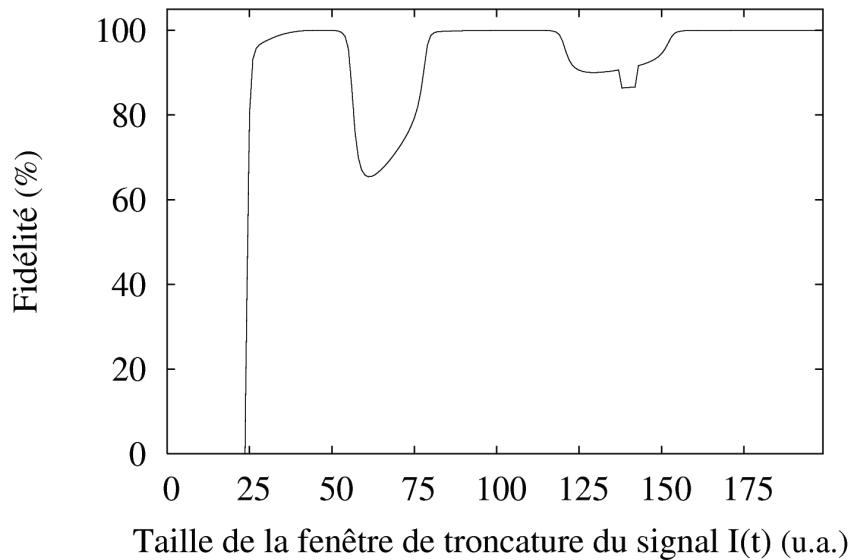


FIG. 5.4 – Fidélité F des distributions temporelles $\phi^{th}(t)$ et $-\phi^{est}(t)$, ramenées à l'origine, en fonction de la taille de la fenêtre de troncature du signal $I(t)$.

En introduisant une fréquence porteuse $\alpha(t)/2\pi$ dans le signal $I(t)$ avant l'estimation de la phase et en soustrayant $\alpha(t)$ de la phase estimée, l'algorithme devient performant quelle que soit la taille de la fenêtre de troncature du signal. Pour une modulation de phase $\alpha(t)$ linéaire avec une pente de $\pi/4$, la fonction de fidélité préalablement définie est maintenant supérieure à 99.9% quelle que soit la taille de la fenêtre de troncature (Fig. 5.5).

Pour une fenêtre présentant une taille de 130 u.a., taille initialement défavorable, l'écart moyen entre les phases estimée $\phi^{th}(t)$ et théorique $\phi^{est}(t)$, et ramenées à l'origine, devient de l'ordre de 0.03 rad avec un écart-type de 0.01 rad (Fig. 5.6).

L'introduction de la fréquence porteuse permet une estimation correcte de la phase du signal simulé, et ce quelle que soit la taille de sa fenêtre de troncature. L'introduction de la fréquence porteuse permet également :

- la détermination du signe de la phase. La modulation de la phase induit que la fonction cosinus de l'Eq. 5.5 n'est plus symétrique (paire) par rapport à la phase nulle mais bien par rapport à la phase porteuse α .
- le traitement des pixels d'éclairement non modulé par la déformation. En effet, sans fréquence porteuse, l'éclairement $I(t)$ de ces pixels ne peut pas être traité par transformée de Hilbert : cet éclairement est

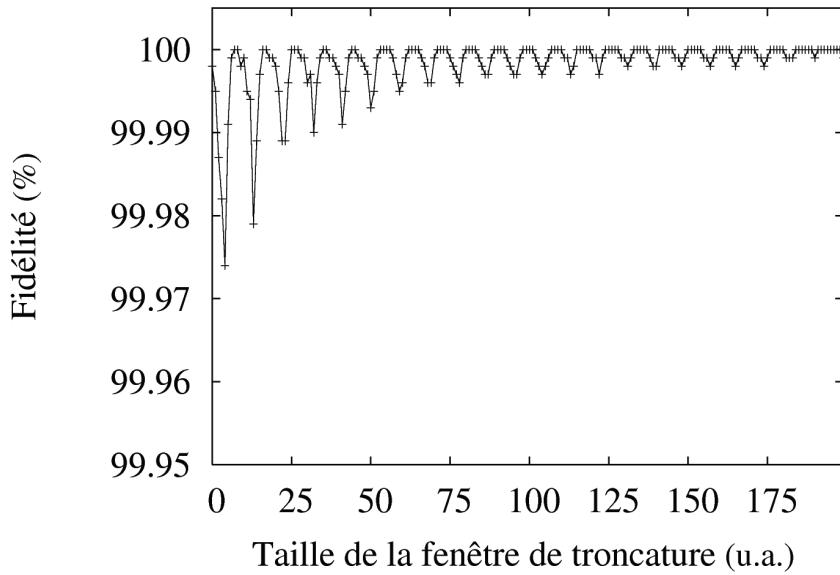


FIG. 5.5 – fidélité F des distributions temporelles $\phi^{th}(t)$ et $\phi^{est}(t)$, ramenées à l'origine, en fonction de la taille de la fenêtre de troncature du signal $I(t)$ modulé en fréquence.

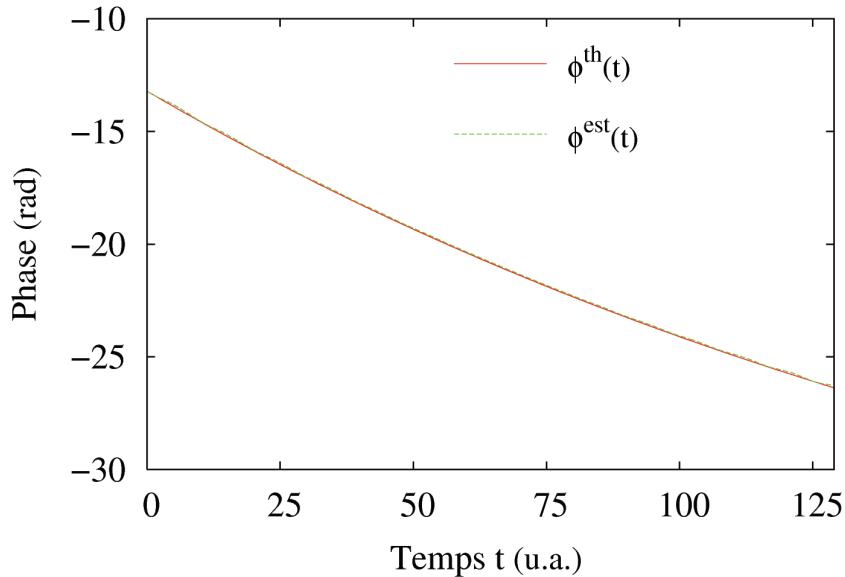


FIG. 5.6 – Distributions temporelles des phases théorique et estimée du signal $I(t)$ modulé en fréquence et défini sur l'intervalle temporel [0 u.a., 130 u.a.].

constant dans le temps et la transformée de Hilbert d'une constante

est une intégrale divergente [46]. Grâce à la fréquence porteuse, l'éclairement devient modulé et présente donc une distribution temporelle non uniforme. La transformée de Hilbert peut dès lors être appliquée avec succès.

- l'élimination du terme $2I_0$ du signal $I(t)$, étape primordiale pour une bonne application de la transformée de Hilbert. Nous verrons ultérieurement comment éliminer ce terme des signaux $I(t)$ expérimentaux.

5.4 Des simulations au laboratoire...

Les sections précédentes ont introduit et discuté, sur base de simulations numériques, l'intérêt de l'algorithme de mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert temporelle. Les simulations réalisées ont démontré la nécessité d'introduire une fréquence porteuse lors de l'acquisition des shearogrammes. Cette section décrit les étapes réalisées pour intégrer l'algorithme au laboratoire et propose une première application en contrôle non destructif réalisée à l'aide d'une irradiation IR.

5.4.1 Introduction de la fréquence porteuse.

En pratique, la fréquence porteuse sera introduite, par analogie au décalage de phase temporel, en ajoutant un incrément de phase connu entre les deux bras de l'interféromètre à l'aide d'un modulateur de phase (dans notre cas, une cellule à cristaux liquides). Dans notre expérience, l'incrément de phase introduit entre chaque enregistrement sera de $\pi/4$ pour être en accord avec nos simulations numériques et pour garantir un bon échantillonage des signaux temporels.

La fréquence porteuse est déterminée sur base de la courbe de calibration de la cellule à cristaux liquides, le modulateur de phase de l'interféromètre. La calibration du LCD a été effectuée en enregistrant, pour chaque tension voulue, un interférogramme obtenu à l'aide d'un montage tel celui schématisé par la Fig. 5.7. Dans ce dernier, le filtre spatial sert à l'élargissement et au nettoyage des défauts de phase du faisceau laser. Le polariseur linéaire P1 permet l'obtention d'un faisceau polarisé linéairement à 45° par rapport aux axes rapide et lent de la cellule à cristaux liquides. La cellule déphase, en fonction de la tension qui lui est appliquée, les composantes TE et TM du faisceau laser. L'orientation de la cellule est identique à celle qu'elle devra avoir dans l'interféromètre : ses axes lent et rapide sont respectivement parallèles aux directions de polarisation TE et TM. Le polariseur P2 permet

l’interférence des deux composantes de polarisation élémentaires. La caméra permet une mesure en niveaux de gris de l’éclairement moyen des interférogrammes, calculé sur l’ensemble des pixels utiles du détecteur.

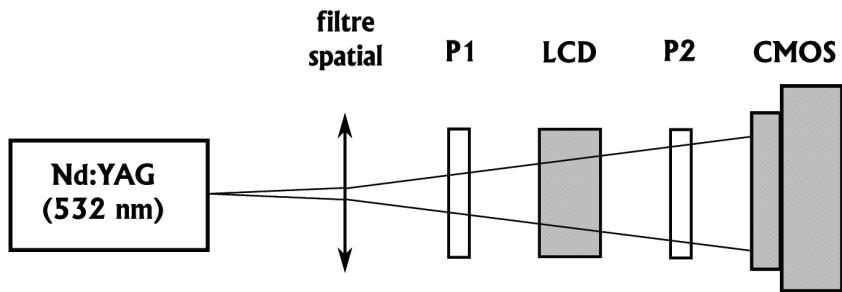


FIG. 5.7 – Schéma du banc de calibration du modulateur de phase.

Le déphasage introduit par la cellule à cristaux liquides entre les états de polarisation TE et TM est lié à la phase de la courbe $I_m(V)$ de l’éclairement moyen des interférogrammes en fonction de la tension appliquée (Fig. 5.8). La phase enroulée $\phi^{wrap}(V)$ de la courbe $I_m(V)$ est donnée, au signe près, par la relation :

$$\phi^{wrap}(V) = \frac{d[\arcsin(I_m(V))]}{dV} + \frac{\pi}{2} \cdot \text{signe} \left[\frac{d[\arcsin(I_m(V))]}{dV} \right] \quad (5.8)$$

La Fig. 5.9 représente la phase déroulée $\phi(V)$ de la courbe $I_m(V)$. La fonction $\phi(V)$ enseigne le déphasage introduit entre les deux états de polarisation TE et TM lorsque la tension appliquée à la cellule à cristaux liquides passe d’une valeur V1 à une valeur V2.

La courbe de calibration établie, il s’agit maintenant d’estimer les tensions à appliquer pour introduire la fréquence porteuse souhaitée. Pour plus de facilité, la fréquence porteuse introduite sera une fonction temporelle linéaire : l’incrément de phase introduit entre l’enregistrement de deux shearogrammes sera constant dans le temps et sera fixé égal à $\pi/4$.

Dans le but de travailler dans la haute dynamique de la cellule, la première tension a été imposée égale à 1420 mV. Pour introduire un incrément de phase de $\pi/4$ entre les divers enregistrements, la tension appliquée prendra alors successivement et de manière cyclique les valeurs 1420 mV, 1505 mV, 1601 mV, 1697 mV, 1819 mV, 1965 mV, 2148 mV et 2343 mV. Dans le but de réduire des problèmes d’hystérésis et pour diminuer le temps de réponse de

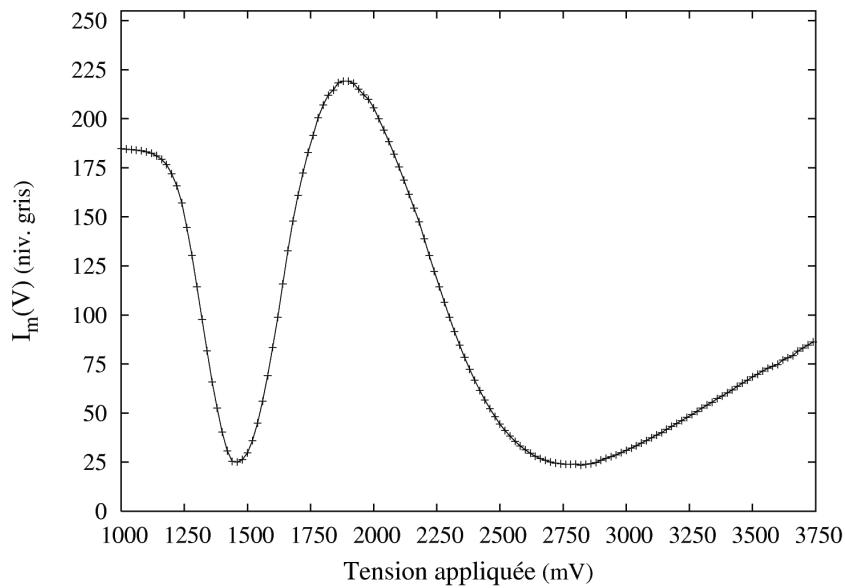


FIG. 5.8 – Eclairage moyen des interférogrammes en fonction de la tension appliquée aux bornes du modulateur de phase.

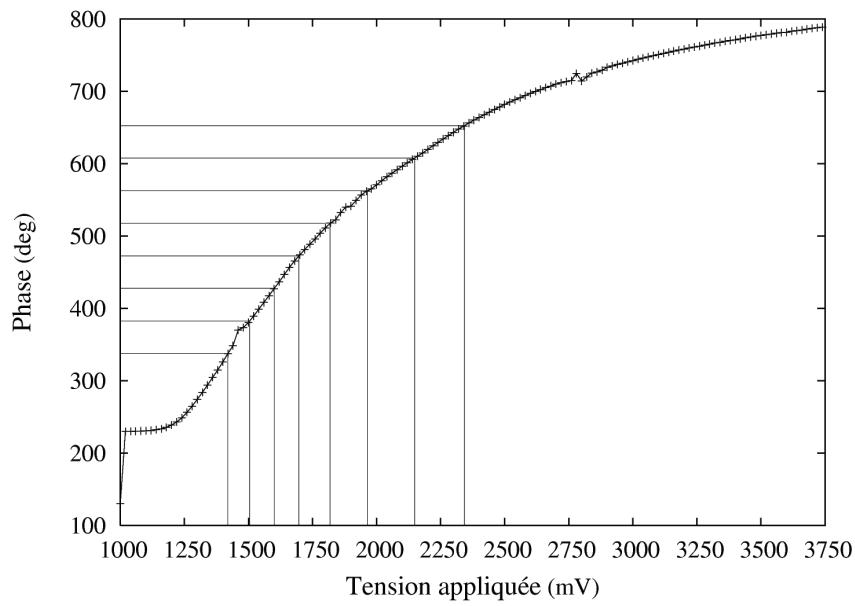


FIG. 5.9 – Réponse en déphasage et en mode TNE de la cellule à cristaux liquides employée et mises en évidence des tensions appliquées au laboratoire.

la cellule, ces tensions seront appliquées en mode TNE, *Transient Nematic Effect*. Ce mode consiste à d'abord envoyer un pulse de haute tension (resp. basse tension) avant de passer d'une tension V_1 à une tension supérieure (resp. inférieure) V_2 .

5.4.2 Contrôle non destructif par shearographie et transformée de Hilbert temporelle.

Connaissant les tensions à appliquer à la cellule à cristaux liquides afin d'introduire la fréquence porteuse désirée et l'interféromètre de shearographie à décalage de phase temporel ne devant pas subir de modification optique pour pouvoir être employé en shearographie dynamique par transformée de Hilbert, appliquons maintenant l'algorithme dans le cadre de mesures de phase dynamique.

L'expérience discutée consiste en la détection du défaut de la plaque d'acier évidée présentée au chapitre 2. La détection du défaut est réalisée en irradiant la plaque durant 9.25 s à l'aide d'une lampe IR de 250 W située à 10 cm de la face arrière de l'objet. L'état de référence $\phi(x, y, t_0)$ correspond au 18^{ème} shearogramme enregistré ($t_0 = 4.50$ s). La source IR est allumée après l'enregistrement du 24^{ème} shearogramme ($t = 6.00$ s). Les différents états déformés $\phi(x, y, t)$ considérés sont les temps $t > 6.00$ s. L'enregistrement des interférogrammes est effectué à la fréquence de 4 Hz. Le cisaillement est réalisé à l'aide de la lame de Savart.

Distribution temporelle de la phase.

La Fig. 5.10 représente la distribution temporelle de l'éclairement de deux pixels du détecteur. Plus précisément, le signal $I^{ext}(t)$ correspond à un pixel extérieur à la zone du défaut, tandis que le signal temporel $I^{int}(t)$ est relatif à un pixel intérieur à la région d'impact du défaut.

L'algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert exige l'élimination du terme constant $2I_0$ des signaux $I(t)$ avant d'estimer leur phase. Ce terme correspondant à la fréquence nulle des signaux, son élimination est réalisée en appliquant, dans l'espace de Fourier, un filtre passe-haut de fréquence de coupure adaptée. La fréquence de coupure ν_c a été imposée égale à 0.07 Hz pour le signal $I^{ext}(t)$, valeur choisie sur base du module de la transformée de Fourier du signal, $|TF(I^{ext}(t))|$ (Fig. 5.11). L'élimination du terme $2I_0$ par l'application du filtre passe-haut est d'autant plus efficace qu'une fréquence porteuse a été introduite : l'introduction de cette dernière

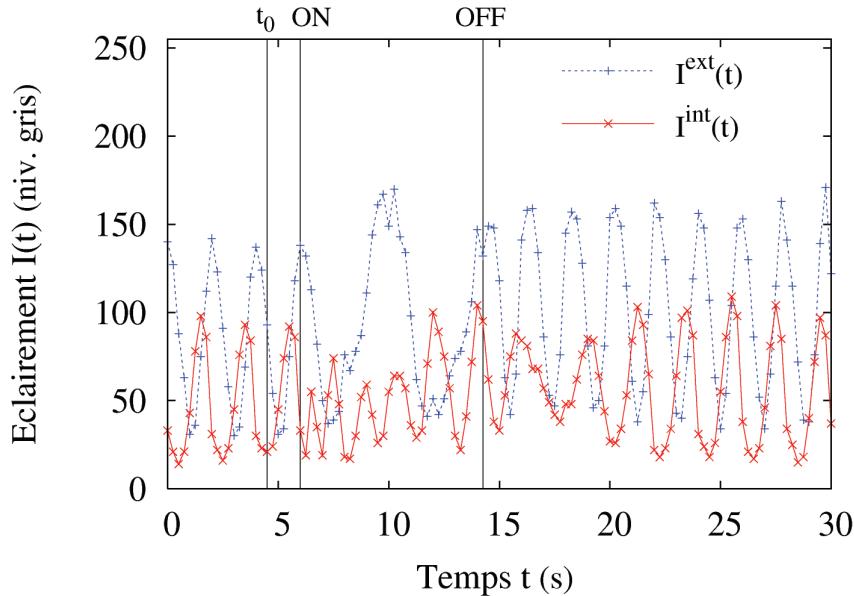


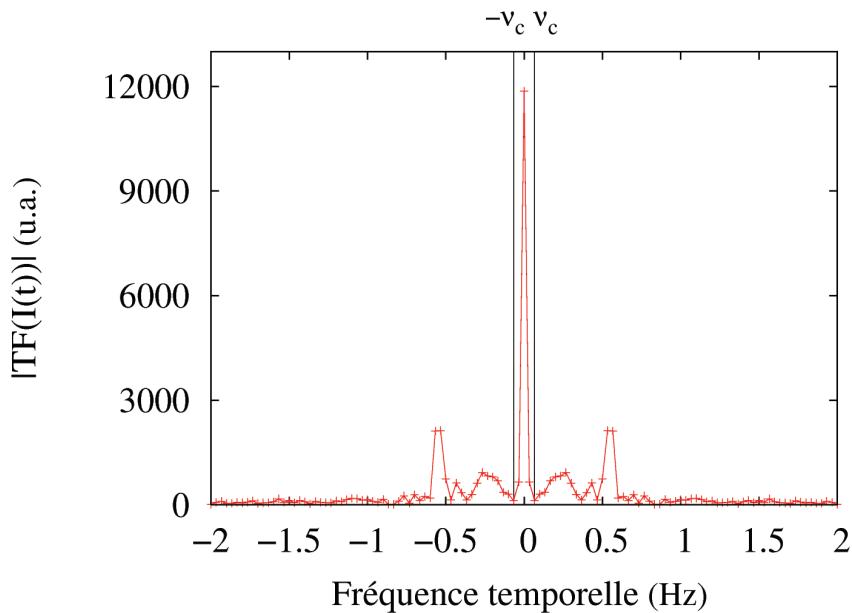
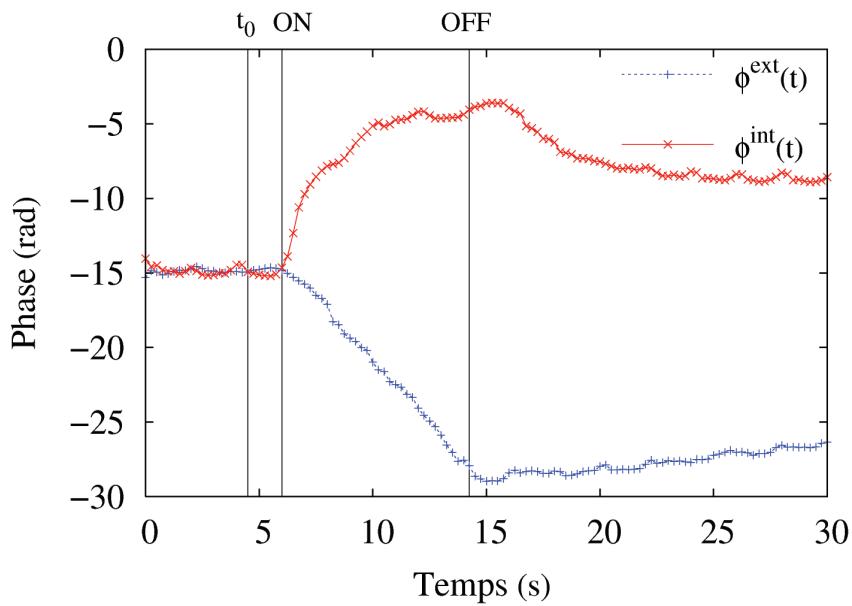
FIG. 5.10 – Distributions temporelles de l'éclairement de deux pixels du détecteur. L'allumage et l'extinction de la lampe IR sont représentés sur l'axe du temps par les étiquettes "ON" et "OFF". L'étiquette t_0 caractérise l'instant de référence considéré.

décale les fréquences relatives à la déformation vers les hautes fréquences temporelles. Les fréquences caractéristiques de la déformation et celles du terme $2I_0$ ne se recouvrent plus.

Le terme $2I_0$ éliminé des signaux $I(t)$, la distribution temporelle de la phase de ces signaux peut être estimée par transformée de Hilbert. La Fig. 5.12 présente la phase déroulée des signaux $I^{ext}(t)$ et $I^{int}(t)$, après soustraction de la fréquence porteuse linéaire.

Distribution spatiale de la phase.

En procédant de manière analogue pour tous les pixels de la zone d'intérêt de la caméra et en recombinant spatialement les phases estimées, la distribution spatiale de la phase déroulée est obtenue pour chaque instant t de mesure. La Fig. 5.13 présente quelques cartes de phase obtenues. Pour faciliter leur interprétation et pour présenter une dynamique indépendante de l'instant t , ces cartes de phase ont été enroulées *modulo* 2π . Dans les premiers instants de l'expérience ($t < 15$ s), aucune information de phase n'est disponible dans le coin supérieur gauche des cartes de phase, car à ces instants

FIG. 5.11 – Module de la transformée de Fourier du signal $I^{ext}(t)$.FIG. 5.12 – Distributions temporelles de la phase déroulée des signaux $I^{ext}(t)$ et $I^{int}(t)$, et corrigées de la modulation de phase linéaire introduite.

cette région présente un rapport signal sur bruit très faible probablement lié à une décorrélation des tavelures.

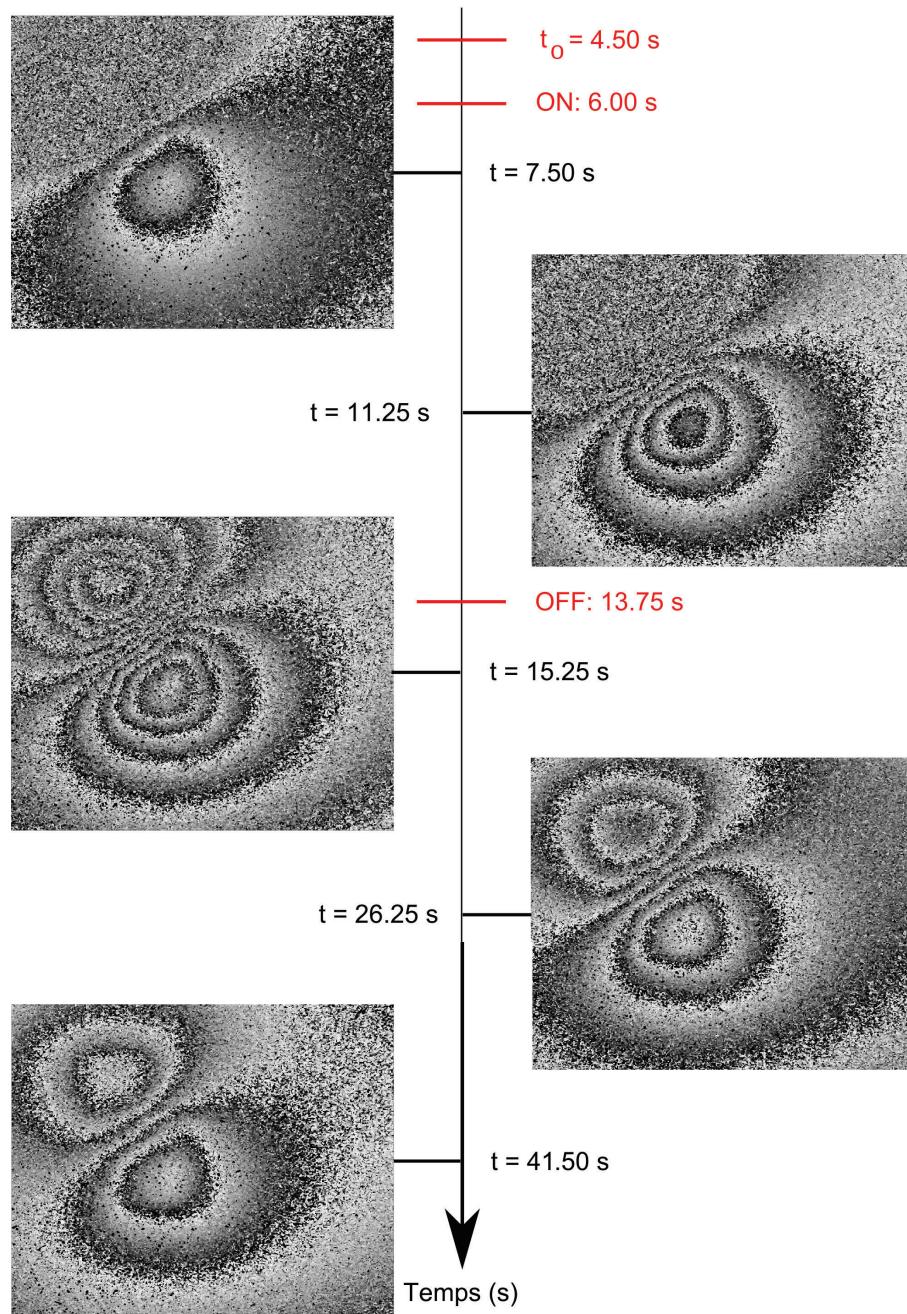


FIG. 5.13 – Cartes de phase (réenroulées *modulo* 2π) obtenues par transformée de Hilbert temporelle. Les instants t_0 , ON et OFF schématisent respectivement les instants de référence, d'allumage et d'extinction de la lampe IR.

Pour faciliter le post-traitement des shearogrammes, la fréquence de coupure du filtre passe-haut n'a pas été estimée pour chaque signal temporel mais a été imposée identique pour chaque signal $I_i(t)$ et ce sur base de la somme des spectres en fréquences temporelles des signaux $I_i(t)$ (Fig. 5.14). En accord avec ce pseudo-spectre, la fréquence de coupure ν_c a été imposée égale à 0.07 Hz, comme précédemment.

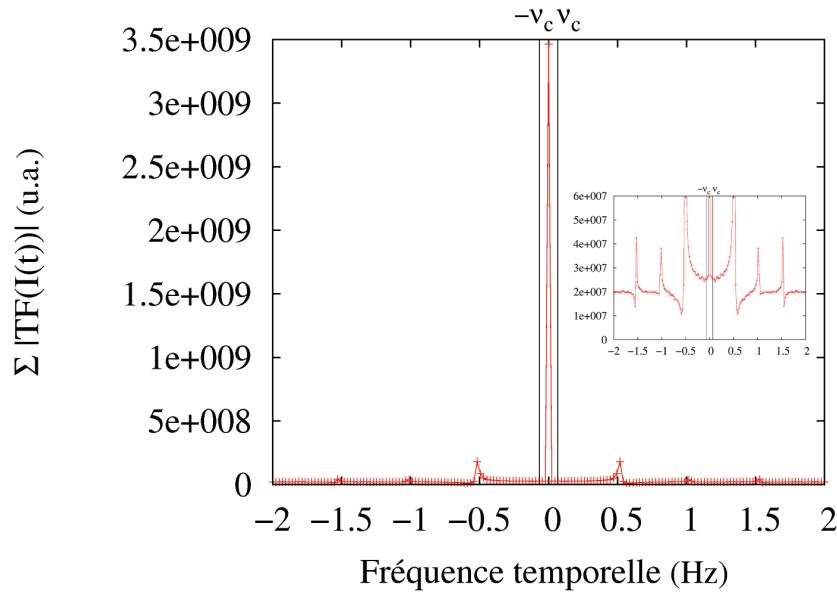


FIG. 5.14 – Somme du module de la transformée de Fourier des signaux $I_i(t)$.

Précisons que les pixels saturés ou d'amplitude d'éclairement "peak-to-valley" inférieure à 13 niv. gris, soit environ 5% de la dynamique du capteur, n'ont pas été traités. Cette dernière condition a été imposée car la transformée de Hilbert d'une constante est une intégrale divergente. Aucune information de phase n'est disponible aux pixels non traités. Ces pixels représentent 3% des pixels de la zone d'intérêt considérée du détecteur (Fig. 5.15). La distribution spatiale de ces pixels sur le capteur de la caméra est liée à la distribution d'éclairement du faisceau.

Signalons enfin que le calcul des cartes de phase par TH peut prendre quelques dizaines de secondes en fonction du nombre de pixels des shearogrammes, c'est-à-dire en fonction du nombre de signaux temporels à traiter et en fonction du nombre n de shearogrammes à analyser, c'est-à-dire en

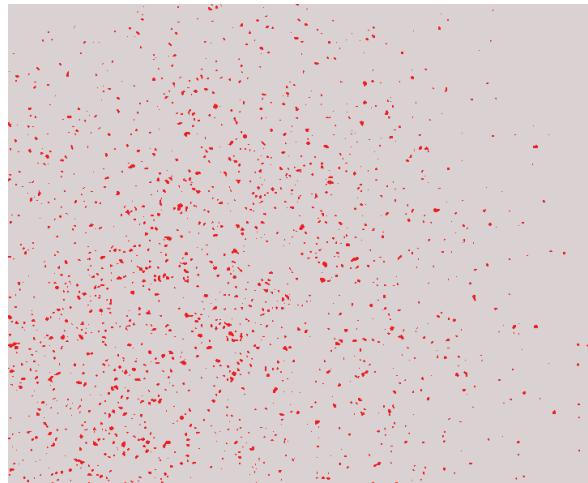


FIG. 5.15 – En rouge, les pixels non traités de la zone d'intérêt du détecteur.

fonction de la longueur des signaux temporels (Fig. 5.16). Le temps de calcul estimé est évidemment fonction de l'informatique utilisée (performances de l'ordinateur, langage de programmation utilisé, optimisation du code,...).

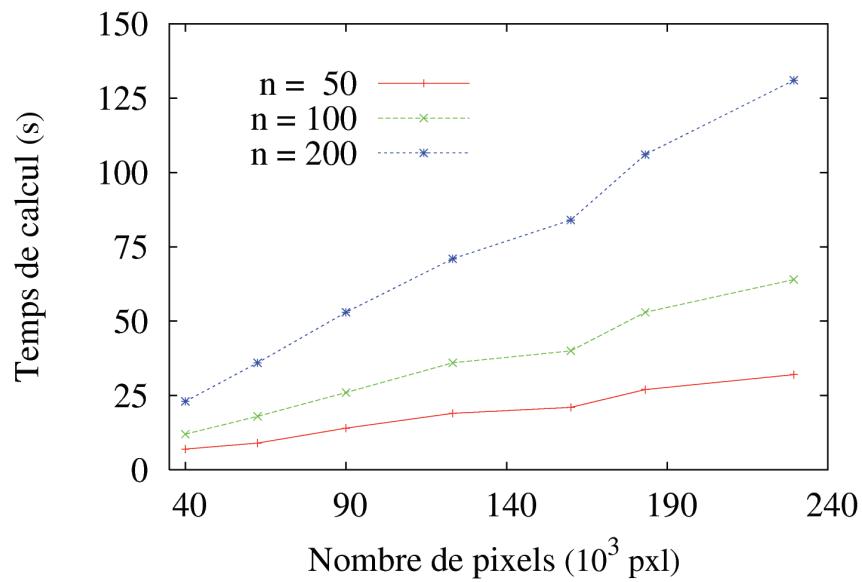


FIG. 5.16 – Temps de calcul de la TH.

5.4.3 Comparaisons avec le décalage de phase temporel.

La Fig. 5.17 montre quelques cartes de phase obtenues par TPS à partir des même shearogrammes que ceux traités par transformée de Hilbert. En comparant ces cartes avec celles de la Fig. 5.13, nous constatons que :

- durant l'irradiation IR, la phase ne peut pas être mesurée par TH dans le coin supérieur gauche des images probablement du à une décorrélation des tavelures. La phase dans cette zone peut être évaluée par TPS grâce à l'effet de moyennage des données mais avec un rapport signal sur bruit très faible. Par contre, où la phase peut être mesurée par TH, les cartes de phase ont un rapport signal sur bruit beaucoup plus important et un meilleur contraste que lorsqu'elles sont évaluées par TPS. Le décalage de phase est moins bien adapté que la TH pour la mesure de la phase car à ces instants la dynamique de la déformation est trop importante (Fig. 5.12) ;
- après l'extinction de la lampe, les deux algorithmes sont adaptés pour la mesure de la phase car la dynamique de la déformation est moindre que pendant l'irradiation. Les deux algorithmes livrent des cartes de phase similaires en terme de nombre et de forme des franges. Toutefois, on peut constater que le signe de la phase varie parfois d'un algorithme à l'autre (voir les cartes de phase relatives aux instants $t = 15.25$ s et $t = 26.25$ s). A l'heure actuelle, nous n'expliquons pas cette divergence.

5.5 Conclusion.

Sur base des travaux de Madjarova *et al.*, nous avons implémenté un algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert. Nous avons validé cet algorithme par simulations numériques et avons démontré qu'une fréquence porteuse doit être introduite dans les signaux à traiter afin que l'algorithme soit performant. En pratique, la fréquence porteuse est introduite en introduisant un incrément de phase entre chaque shearogramme enregistré et de manière analogue au décalage de phase temporel.

L'algorithme a ensuite été implémenté au laboratoire et utilisé dans un cas test. Il en résulte que la transformée de Hilbert est mieux adaptée que le décalage de phase temporel lorsque la déformation présente une dynamique importante. Dans ce cas, les cartes de phase calculées par TH présente un rapport signal sur bruit et un contraste supérieurs à ceux des cartes de phase établie par TPS. Lorsque la dynamique de la déformation diminue, la TH et

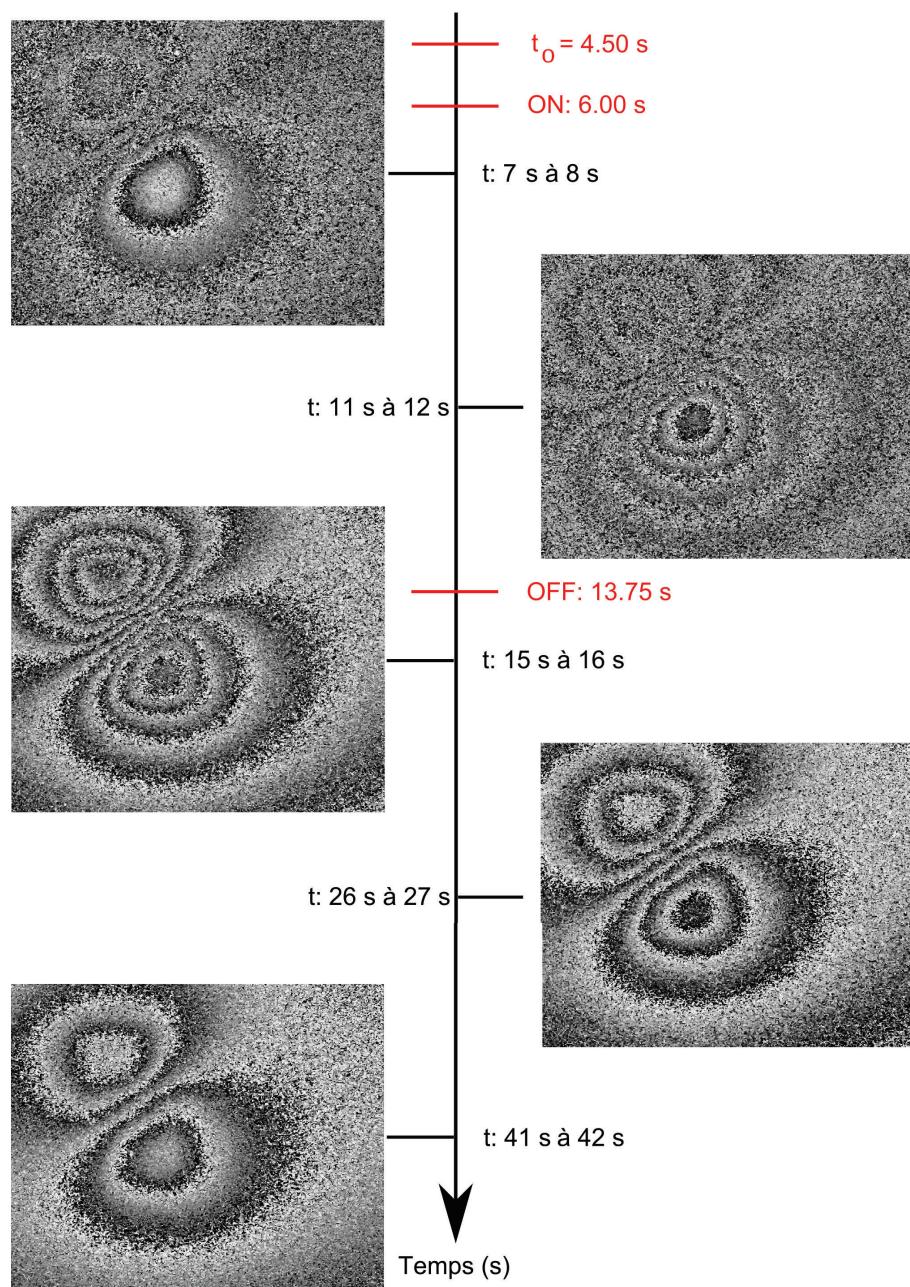


FIG. 5.17 – Cartes de phase enroulées obtenues par TPS. Les instants t_0 , ON et OFF schématisent respectivement les instants de référence, d'allumage et d'extinction de la lampe IR.

le décalage de phase présentent des résultats équivalents pour la mesure de la phase et permettent l'obtention de cartes de phase identiques en termes

de nombre et de forme des franges d'iso-phase. Toutefois, une divergence inexpliquée et relative au signe de la phase peut apparaître à certains instants.

Sur base de l'expérience acquise dans ce chapitre, nous verrons au chapitre 6 comment l'algorithme de mesure de phase par TH peut être adapté afin de permettre le traitement de données acquises pour la mesure 3D par projection de franges.

Quatrième partie
Extrapolation des
développements en projection de
franges interférométriques

Au chapitre 4, une lame de Savart a été intégrée dans l'installation de shearographie pour jouer le rôle d'élément de cisaillement, et ce en remplacement du prisme séparateur d'états de polarisation. La lame a été préférée au prisme principalement afin de pouvoir disposer d'une direction de cisaillement dans au moins deux directions orthogonales du plan image.

L'installation de shearographie initialement développée a été inspirée de l'installation de projection de franges développée ces dernières années au laboratoire. L'élément clef de cette installation de relevé 3D étant un prisme séparateur des états de polarisation analogue à celui de l'installation initiale de shearographie, il paraît maintenant logique de remplacer le prisme du projecteur de franges par une lame de Savart. En plus des avantages intrinsèques à la lame (larges sélectivités spectrale et angulaire, degrés de polarisation importants,...), cette substitution permettra de disposer d'une gamme d'interfranges continue au lieu de trois valeurs d'interfranges discrètes comme cela est le cas actuellement. L'interfrange effectif de l'installation sera modulé en faisant tourner la lame de Savart autour de l'axe optique du projecteur de franges. Cette partie discute de l'intérêt de remplacer le prisme du projecteur par une lame de Savart.

De même, dans un second temps, nous adapterons et testerons notre algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert en projection de franges dans le but de réduire d'un facteur deux le nombre d'images nécessaires au calcul du relief. Cette adaptation profitera évidemment de l'expérience aquise au chapitre 5.

Chapitre 6

Projecteur de franges, à lame de Savart et transformée de Hilbert spatiale.

Au cours de ce chapitre, nous rappellerons brièvement la théorie relative à la mesure de formes par projection de franges, nous décrirons le projecteur de franges initial du laboratoire. Nous présenterons les modifications apportées à ce projecteur et inspirées par l'expérience acquise au chapitre 4. Nous utiliserons la nouvelle installation pour mesurer la forme d'un bas-relief égyptien. Nous discuterons enfin deux développements pour réduire le nombre d'images à acquérir pour évaluer la forme des objets scannés. Le premier développement consistera à modéliser les franges de référence du projecteur pour une configuration donnée, comme il est courant de le faire ; tandis que le second développement sera une adaptation "spatiale" de l'algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert temporelle développé en shearographie.

6.1 Introduction à la projection de franges.

La projection de franges est une technique optique de champ permettant la mesure de formes sans contact avec une précision de l'ordre du dixième de millimètre, en fonction de l'optique de projection. Dans cette section, nous résumons brièvement la théorie relative à cette technique en partant de la notion de moiré dont elle est dérivée. Le lecteur intéressé par davantage de détails théoriques est invité à consulter les références [2], [14], [47] à [49].

Le **moiré** est la figure géométrique résultant de la superposition d'au moins deux structures périodiques, généralement qualifiées de trames ou ré-

seaux (Fig. 6.1). De nombreuses techniques dérivées du concept de moiré permettent l'analyse de reliefs. Les plus courantes sont celles du moiré d'ombre et du moiré de projection, aussi intitulée projection de franges. Le moiré d'ombre consiste à observer à travers une grille de référence une trame projetée sur l'objet à analyser. Quant à la projection de franges, elle consiste à enregistrer séparément, à l'aide d'une caméra matricielle, l'image d'un réseau projeté sur une surface plane et l'image du même réseau projeté sur l'objet à étudier. Le moiré est alors reconstitué numériquement et le relief de l'objet peut en être déduit. La projection de franges répondant le mieux aux attentes du laboratoire, cette technique est à la base de l'installation de relevé 3D développée au sein du Hololab [14].

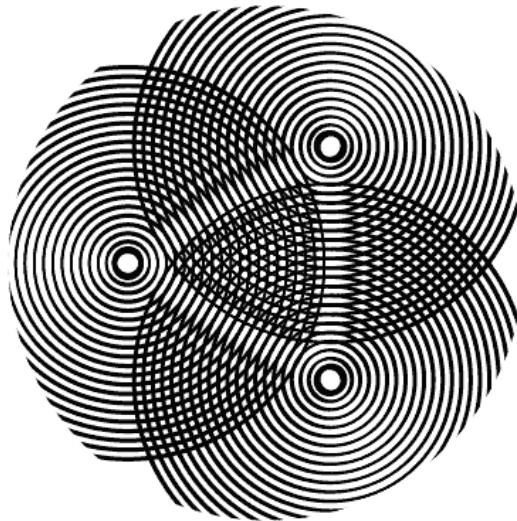


FIG. 6.1 – Exemple de moirés [64].

Nous verrons à la section suivante que la trame projetée par l'installation de relevé 3D du laboratoire est constituée de franges d'interférence. La distribution de l'éclairement, $I_{ref}(x, y)$, de la trame projetée sur une surface optiquement plane et celle de la trame projetée sur l'objet, $I_{obj}(x, y)$, peuvent par conséquent être modélisées, pour un système optique "parfait", par les relations suivantes¹ :

$$I_{ref}(x, y) = 2I_0(x, y) [1 + \gamma(x, y)\cos(2\pi x/\tau)] \quad (6.1)$$

¹Ces relations sont valables pour un système d'axe dont l'axe Y est parallèle aux franges projetées. Dans ces conditions, la distribution d'éclairement $I_{ref}(x, y)$ est indépendante de la coordonnée y.

$$I_{obj}(x, y) = 2I_0(x, y) \left[1 + \gamma(x, y) \cos \left(\frac{2\pi x}{\tau} + \phi_B(x, y) \right) \right] \quad (6.2)$$

avec $2I_0$, l'éclairement moyen des franges ; $\gamma(x, y)$, leur contraste local ; τ , leur interfrange ou période spatiale sur le plan de référence le long de l'axe X et $\phi_B(x, y)$, le déphasage introduit par le relief de l'objet.

Comme pour la shearographie, et plus généralement comme pour toute technique interférométrique, l'information recherchée est codée dans le terme de phase $\phi_B(x, y)$. Ce terme de phase peut être estimé à partir de $I_{obj}(x, y)$ par décalage de phase spatial ou temporel², ou encore par transformées analytiques (Fourier, Hilbert, Ondelettes,...) et une carte de phase enroulée $\Delta(x, y)$ est alors établie en projection de franges à l'aide de la relation suivante :

$$\Delta(x, y) = \phi_B(x, y) - \frac{2\pi x}{\tau} \quad (6.3)$$

où la phase de référence $\phi_A(x, y) = 2\pi x/\tau$ est évaluée à partir de la distribution $I_{ref}(x, y)$ ou est modélisée numériquement en évaluant préalablement l'interfrange de la trame au voisinage du point (x,y).

Comme pour les techniques interférométriques, la carte de phase enroulée $\Delta(x, y)$ est alors déroulée. L'information de relief au point (x,y) en est déduite. La corrélation entre la phase déroulée et les coordonées du point observé est donnée par triangulation. La référence [14] démontre les relations de corrélation entre la phase déroulée, Δ_d et les coordonées cartésiennes du point recherchées sur base de la Fig.6.2. P y symbolise le centre de la pupille de sortie du projecteur, tandis que C représente le centre de la pupille d'entrée de la caméra. Le point M est le point de l'objet dont les coordonées (x,y,z) sont recherchées.

Pour établir les équations reliant (x,y,z) et la carte de phase déroulée, il s'agit principalement de considérer M comme étant l'intersection des droites CA et PB. Ces droites représentent respectivement le rayon lumineux issu du projecteur et atteignant le point M, et le rayon réfléchi par M atteignant la pupille d'entrée de la caméra. Quant aux points A et B, ils correspondent aux points de percée de ces rayons dans le plan de référence z = 0. Les Eq.6.4 à 6.6 relient la phase déroulée aux coordonées du point M avec τ_x , la période spatiale des franges le long de l'axe X [14] :

$$x = -\frac{A_x}{l_c} z + A_x \quad (6.4)$$

²Cf. section 1.3.1

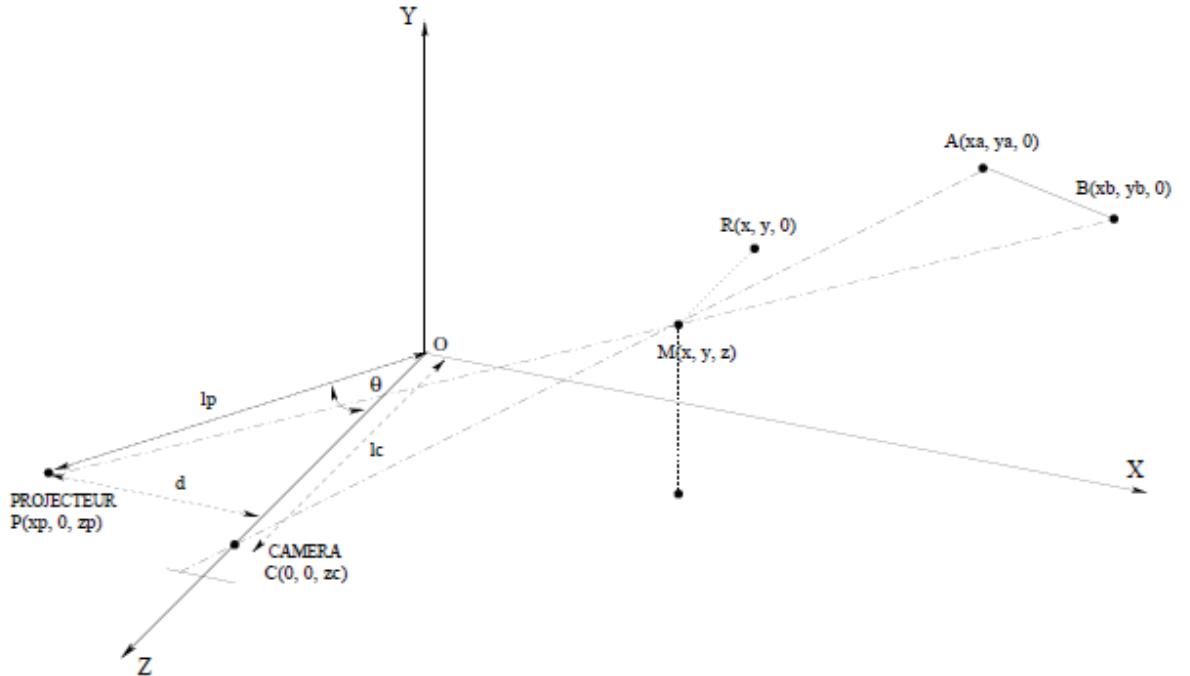


FIG. 6.2 – Système de triangulation pour la projection de franges [14].

$$y = -\frac{A_y}{l_c}z + A_y \quad (6.5)$$

$$z = \frac{l_c \cos \theta [\tau_x \Delta_d (l_p + A_x \sin \theta) - 2\pi l_p A_x]}{\tau_x \cos \theta \Delta_d (l_c \cos \theta + A_x \sin \theta) + 2\pi l_p (l_c \sin \theta - A_x \cos \theta)} \quad (6.6)$$

Les paramètres A_x et A_y sont reliés au pixel (i,j) de la caméra qui enregistre l'image de M [14] :

$$A_x = (j - N_c/2) \cdot FOV_x / N_c \quad (6.7)$$

$$A_y = (N_l/2 - i) \cdot FOV_y / N_l \quad (6.8)$$

avec N_c et N_l , le nombre de colonnes et de lignes de la caméra ; FOV_x (*resp.* FOV_y), la distance (en mm) que couvre une ligne (*resp.* colonne) de pixels au niveau de la surface de référence.

La démonstration des relations précédentes est reprise dans la référence [14]. Précisons que cette démonstration repose sur les hypothèses suivantes :

1. l'axe optique de la caméra se confond avec l'axe Z de référence ;
2. le projecteur et la caméra sont considérés dans le même plan $y = 0$;
3. la courbure du front de l'image projetée est négligée ;
4. les franges sont considérées parallèles à l'axe Y ;
5. les lignes et colonnes de la caméra sont parallèles aux axes X et Y.

6.2 La projection de franges au Hololab.

Sur base des concepts théoriques décrits à la section précédente, le laboratoire a concentré ces dernières années une grande partie de ses recherches sur le développement d'une installation de projection de franges interférométriques. Ces travaux ont été historiquement initiés dans le but de répondre aux demandes de l'archéométrie et plus précisément aux demandes relatives à la numérisation des bas-reliefs d'un mur de Karnak situé en Haute-Egypte (Fig. 6.3).



FIG. 6.3 – Le mur d'enceinte du temple d'Amon-Rê à Karnak [65].

Le projecteur mis au point est schématisé à la Fig. 6.4 [2]. L'élément clé de cet instrument est un prisme en verre analogue à celui employé initialement en shearographie : un composant optique multicouche a été déposé sur l'hypothénuse du prisme. Ce multicouche réfléchit le mode de polarisation linéaire TE et transmet le mode de polarisation TM par effet Brewster. Le

faisceau issus du laser (@ 532 nm) est polarisé linéairement à 45° par rapport aux directions de polarisation linéaire TE et TM. Le faisceau est alors focalisé sur le composant multicouche, lequel sépare les composantes TE et TM du faisceau incident. La composante TM est alors redirigée par réflexion totale à l'aide d'une lame de verre accolée au multicouche, dans la même direction que le faisceau TE réfléchi. Les deux faisceaux traversent ensuite un modulateur de phase à cellules à cristaux liquides dans le but de pouvoir implémenter des incrémentations de phase entre les faisceaux utiles au décalage de phase temporel ou aux algorithmes à base de transformée de Fourier ou de Hilbert. Les axes lent et rapide de la cellule sont orientés parallèlement aux directions TE et TM. Les faisceaux interfèrent alors avec une visibilité maximale grâce au second polariseur orienté à 45°. Une lentille de projection permet finalement de projeter la figure d'interférence sur l'objet à étudier. La caméra enregistre la trame déformée par le relief de l'objet avec un champ de vue suffisant.

Dans le but de pouvoir moduler l'interfrange des franges projetées, trois lames de verre d'épaisseurs d différentes sont accolées au prisme. L'écart entre les deux faisceaux est alors $\sqrt{2}d$. Les différentes lames sont adressées en déplaçant verticalement le système prisme-lame. Pour diminuer considérablement la sensibilité du système à la lumière ambiante, un filtre spectral centré sur la longueur d'onde du laser et de faible largeur de bande passante (1 nm) peut être monté sur l'objectif de la caméra. Un analyseur peut également être placé devant la caméra afin d'éliminer les réflexions spéculaires qui ont tendance à saturer le détecteur et donc à perturber fortement les acquisitions.

Les franges projetées sont obtenues par interférence à séparation d'amplitude. Grâce à ce concept, l'installation présente de nombreux avantages :

1. les franges présentent une distribution d'éclairement continue (sinusoïdale) et modélisable pour permettre une soustraction numérique de la phase de référence (section 6.5) ;
2. la trame projetée a un contraste et un éclairement moyen importants ;
3. la profondeur de champ de l'installation n'est pas limitée par la netteté des franges car ces dernières ne sont pas localisées dans l'espace ;
4. l'installation est peu sensible à l'éclairage ambiant ainsi qu'aux réflexions directes de l'objet ;
5. le projecteur peut être employé en mode multi-résolution : l'interfrange de la trame peut prendre trois valeurs discrètes. Une trame de haute

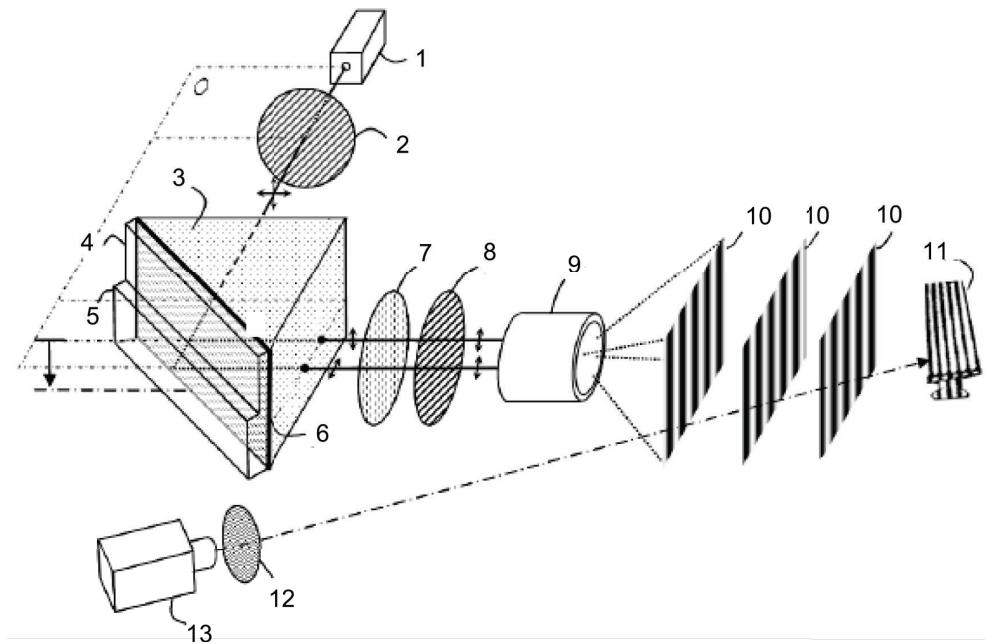


FIG. 6.4 – Système de projection de franges interférométriques initialement développé au Hololab [2]. 1 : laser DPSS ; 2 : polariseur linéaire ; 3 : prisme de verre ; 4 et 5 : lames de verre d'épaisseur différente ; 6 : composant multicouche ; 7 : modulateur de phase ; 8 : polariseur linéaire ; 9 : lentille de projection ; 10 : figures d'interférence décalées en phase ; 11 : objet ; 12 : filtre spectral et/ou analyseur ; 13 : caméra et objectif.

fréquence spatiale peut donc être projetée pour augmenter la précision des résultats, tandis qu'une trame de plus basse fréquence peut être utilisée pour permettre l'analyse d'objets présentant un relief discontinu. Les résultats obtenus avec les différentes fréquences peuvent aussi être combinés pour obtenir l'information de relief sur tout le champ de vue et ce avec une précision maximale.

Le projecteur du Hololab a démontré son efficacité dans de nombreuses applications académiques et industrielles. Citons par exemple, la numérisation d'objets archéologiques [2] (Fig. 6.5), l'analyse dermatologique d'ulcères [50] (Fig. 6.6) et l'étude métrologique de pièces industrielles destinée au reverse-engineering (Fig. 6.7).



FIG. 6.5 – Exemple de la numérisation d'une statuette (sans texture).

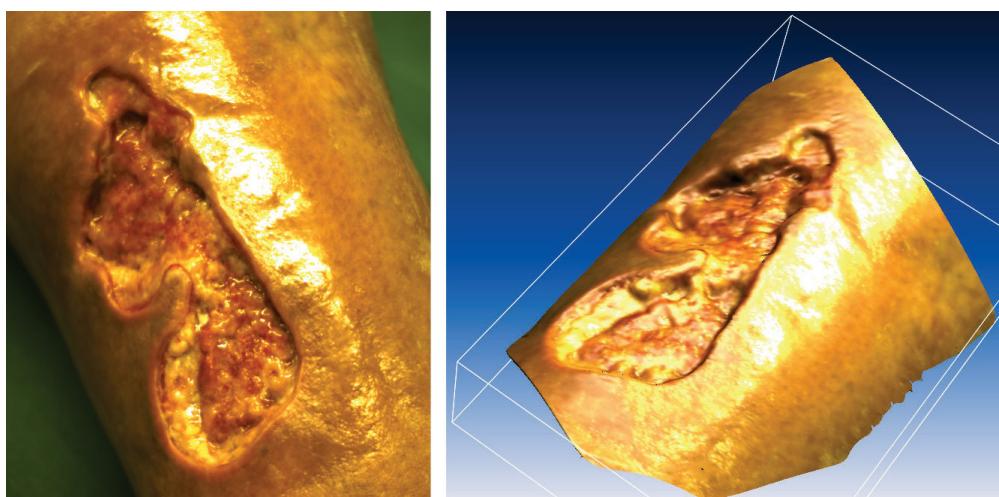


FIG. 6.6 – Exemple de la numérisation d'un ulcère. *A gauche* : photographie. *A droite* : mesure 3D. Cette étude a permis l'analyse de l'évolution temporelle de la surface et du volume de la plaie en fonction du traitement appliqué au patient.

6.3 Projecteur de franges à lame de Savart.

En dépit de ses performances, le projecteur du Hololab présente différents inconvénients et peut être amélioré. L'interfrange de la trame ne peut prendre que trois valeurs discrètes liées à l'épaisseur des lames de verre accolées au prisme. Augmenter ce nombre aurait des conséquences optomécaniques sus-

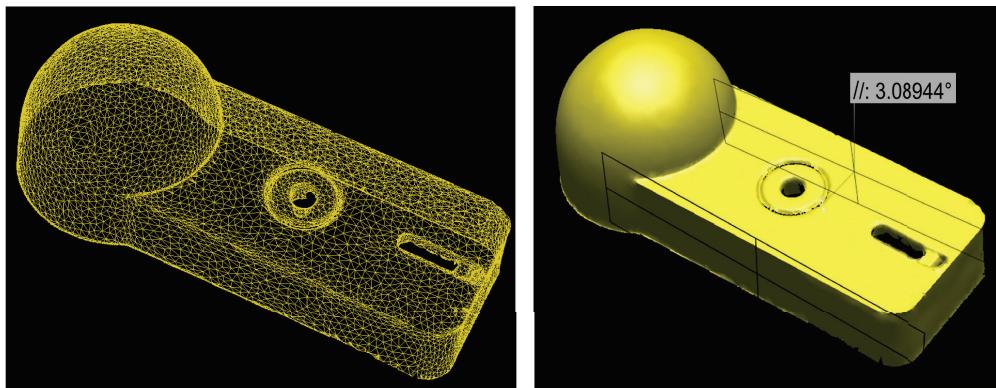


FIG. 6.7 – Exemple de numérisation dédiée au reverse-engineering. *A gauche* : nuage de points mesurés. *A droite* : reconstruction 3D et analyse du parallisme de deux faces.

ceptibles de dégrader rapidement la qualité des résultats. De plus, les franges peuvent être déteriorées en fonction de la qualité de la découpe des lames accolées. Pour palier ces problèmes, le prisme séparateur des états de polarisation est remplacé par une lame de Savart, en nous basant évidemment sur l’expérience acquise au cours du chapitre 4. Le remplacement du prisme est également justifié par les avantages intrinsèques de la lame de Savart détaillés à la section 4.1 (sélectivités angulaire et spectrale...). L’utilisation de la lame de Savart devrait également permettre l’emploi de lasers moins cohérents temporellement et donc moins couteux. Une perspective intéressante de ce travail consisterait au développement d’un projecteur “low-cost” destinés à des utilisateurs occasionnels.

La Fig. 6.8 schématise le projecteur de franges à lame de Savart développé dans ce travail. Le filtre spatial élargit le faisceau laser et le nettoie de ses défauts de phase. Le polariseur linéaire P1 fixe la polarisation linéaire du faisceau laser et permet donc une analyse fiable de la propagation de la polarisation dans le projecteur. L’orientation de P1 est telle que la perte d’éclairement du laser due à son introduction soit minimale. La lentille L1 focalise le faisceau au niveau de la lame de Savart pour minimiser la surface utile de la lame. En accord avec les résultats du chapitre 4, la lame de Savart livre deux faisceaux réfractés et décentrés par rapport à l’axe optique de l’installation. Ces faisceaux sont également polarisés linéairement et orthogonalement entre eux. Afin que l’éclairement de ces faisceaux soient indépendants de l’orientation de la lame de Savart, une lame de retard de phase $\lambda/4$ est intégrée dans l’installation avec ses axes orientés à 45° par rapport à la direction de polarisation définie par P1. La lentille de projection L2

élargit les faisceaux réfractés, c'est-à-dire le champ du projecteur. La cellule à cristaux liquides est introduite pour jouer le rôle de modulateur de phase. Les axes de cette cellule sont imposés parallèles à la direction de polarisation linéaire des faisceaux réfractés. Une seconde lame de retard $\lambda/4$ est introduite à 45° par rapport aux axes du modulateur de phase pour rendre la qualité des franges indépendante de la direction du polariseur linéaire P2, lequel permet l'interférence des deux faisceaux. Les franges projetées sont enregistrées par la caméra CCD pour permettre leur traitement numérique.

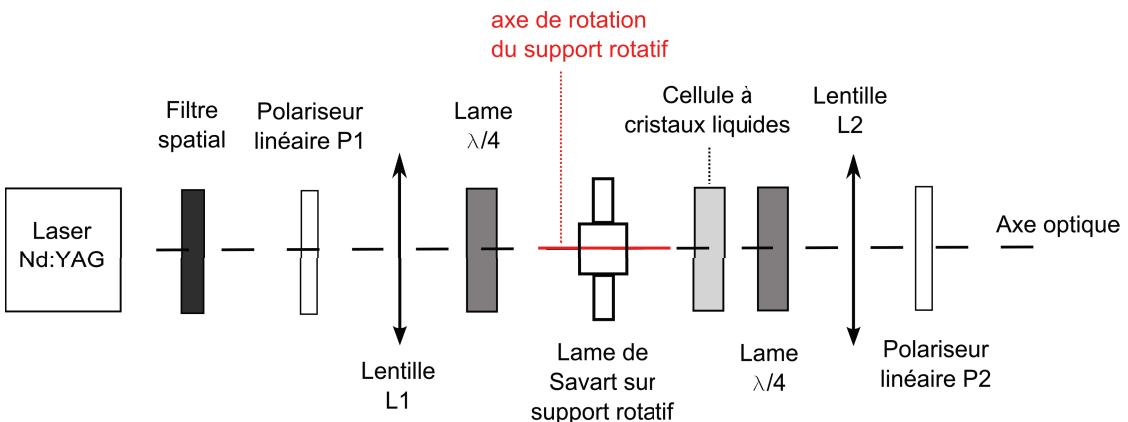


FIG. 6.8 – Schéma du projecteur de franges interférométriques à lame de Savart.

La Fig. 6.9 montre une trame projetée à l'aide de l'installation à lame de Savart. La distortion en coussinet de ces franges est principalement due à l'objectif de la caméra et non aux aberrations du projecteur.

Il convient à ce stade de noter la similitude importante entre les installations de shearographie et de projection de franges. Cette similitude est due au fait que l'installation initiale de shearographie a été pensée à partir du projecteur de franges. Une perspective importante du travail réalisé au sein du Hololab depuis ces dernières années consisterait à développer une installation unique dans laquelle une permutation de la caméra et du laser permettrait de passer d'une installation de shearographie à une installation de projection de franges, et inversement. Les deux outils métrologiques seront alors regroupés en une seule installation.

Le projecteur à lame de Savart a été développé sur base de l'expérience acquise en shearographie lors du remplacement du prisme séparateur des états de polarisation par une lame de Savart (chapitre 4). La Tab. 6.1 résume la

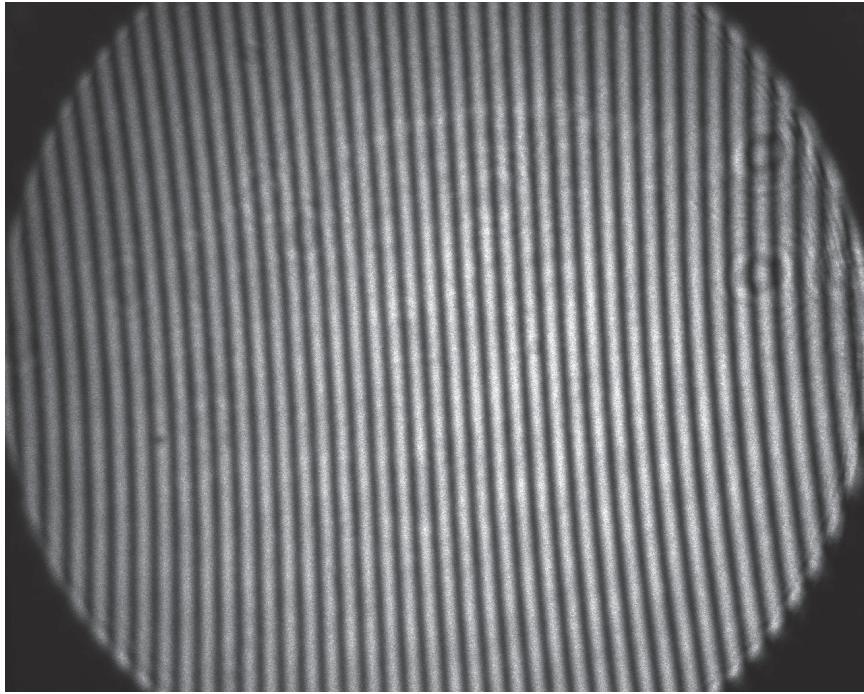


FIG. 6.9 – Exemple de trame obtenue à l'aide du projecteur de franges à lame de Savart. La distortion des franges est principalement induite par l'objectif de la caméra.

correspondance considérée entre la shearographie et la projection de franges lors du développement du projecteur. Ainsi, par exemple, le comportement de la direction du cisaillement en fonction de l'orientation de la lame de Savart est analogue au comportement de l'inclinaison de la trame en projection de franges.

6.3.1 Projecteur à interfrange effectif modulable.

En projection de franges, l'interfrange est un paramètre pertinent. Un interfrange important permet l'analyse d'objets dont la discontinuité du relief

Projection de franges
 inclinaison de la trame
 interfrange de la trame
 contraste des franges
 éclairement moyen de la trame

Shearographie
 direction du cisaillement
 taille du cisaillement
 visibilité de l'interférence
 éclairement moyen de l'interférence

TAB. 6.1 – Correspondances entre shearographie et projection de franges.

induit des sauts de phase importants tandis qu'un interfrange plus petit permet d'augmenter la sensibilité³ de l'installation et donc la précision des mesures. Dans le projecteur de franges à lame de Savart, l'interfrange est indépendant de l'orientation de la lame (Fig. 6.10), un interfrange effectif est dès lors considéré pour pouvoir moduler la sensibilité de l'installation. L'interfrange effectif est défini comme l'interfrange de la trame le long de l'axe horizontal X du détecteur. L'interfrange effectif $\tau_{eff}(z)$ du projecteur est alors donné par la relation 6.9 et peut prendre toutes les valeurs comprises dans un large intervalle, obtenu en faisant tourner la lame de Savart autour de l'axe optique du projecteur (Fig. 6.10).

$$\tau_{eff}(z) = \tau(z)/\cos(\alpha) \quad (6.9)$$

avec τ , la période spatiale des franges et α , leur inclinaison par rapport à l'axe vertical du détecteur ($\alpha \in]-90^\circ, +90^\circ[$).

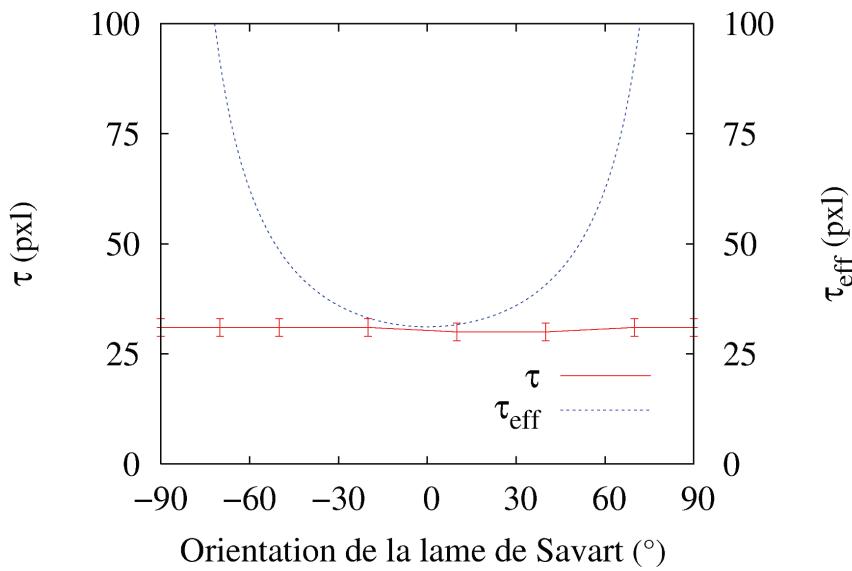


FIG. 6.10 – Influence de l'orientation de la lame de Savart sur l'interfrange de la trame projetée.

³La sensibilité de l'installation est définie dans ce rapport comme l'amplitude de la phase déroulée dans laquelle un relief δz unitaire est codé. En d'autres termes, pour un même relief, plus l'installation est sensible, plus le relief scanné induira un nombre de franges important dans la carte de phase enroulée.

La lame de retard de phase $\lambda/4$ introduite devant la lame de Savart permet l'obtention d'une trame dont l'éclairement moyen et le contraste sont indépendants de l'orientation de la lame de Savart, c'est-à-dire indépendants de l'inclinaison de la trame (Figs. 6.11 et 6.12). Le projecteur de franges à lame de Savart permet donc de faire tourner la trame projetée sans affecter les caractéristiques principales des franges interférométriques. Pour appliquer le décalage de phase temporel quelle que soit l'orientation α de la lame de Savart, le modulateur de phase et la lame sont solidaires.

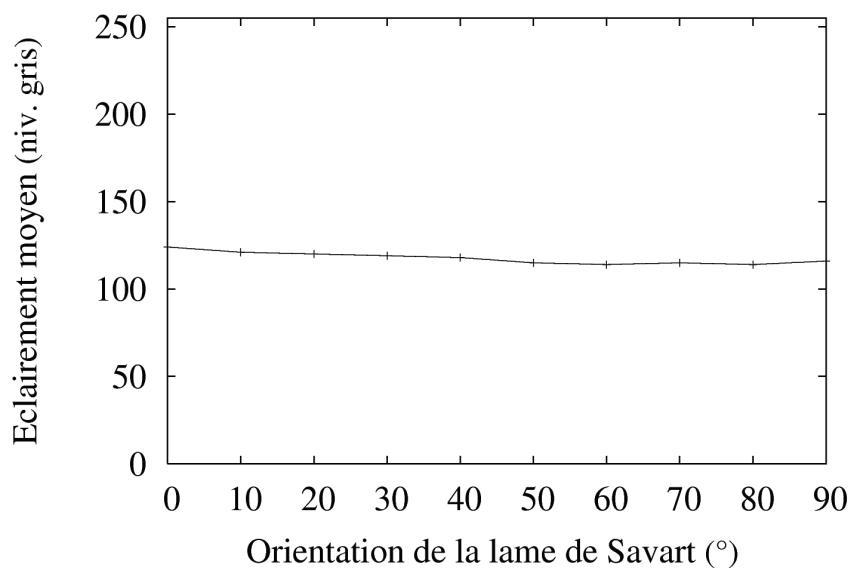


FIG. 6.11 – Influence de l'orientation de la lame de Savart sur l'éclairement moyen des franges.

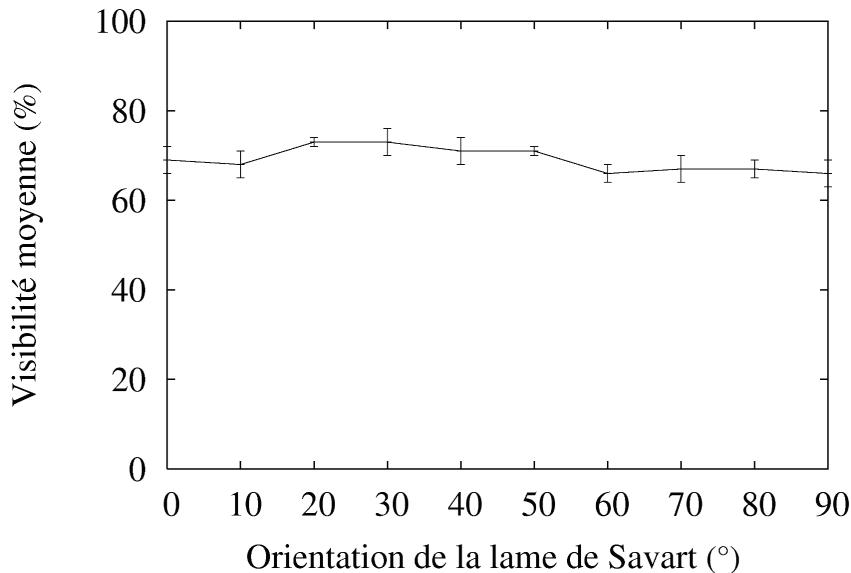


FIG. 6.12 – Influence de l'orientation de la lame de Savart sur la visibilité des franges.

6.4 Scan d'un bas-relief égyptien.

Les Fig. 6.9 à 6.12 montrent que l'installation développée permet de projeter des franges interférométriques et d'orienter ces dernières en tournant la lame de Savart autour de l'axe optique du projecteur. Dans cette section, nous souhaitons montrer que le traitement de ces franges projetées sur un objet permet bel et bien l'obtention de cartes de phase caractéristiques du relief scanné. Nous souhaitons également démontrer expérimentalement que l'orientation des franges influence la sensibilité de l'installation, c'est-à-dire l'amplitude de la phase dans laquelle le relief est codé.

Pour démontrer que l'installation est apte à l'établissement de cartes de phase enroulées par décalage de phase temporel (à quatre incrément), un bas-relief égyptien a été scanné à l'aide de l'installation. Pour cet essai, la phase de référence $\phi_A(x, y)$ a été obtenue en projetant les franges sur un écran considéré plat avec une géométrie (triangulation) identique à celle adoptée pour le scan du bas-relief. La Fig. 6.13 représente une photographie du bas-relief étudié et la carte de phase enroulée obtenue à l'aide de l'installation avec des franges projetées verticalement. La carte de phase déroulée correspondante est représentée à la Fig. 6.14. Cette carte a été obtenue à l'aide du logiciel de déroulage de phase du Hololab basé sur un algorithme par

croissance de régions [26].

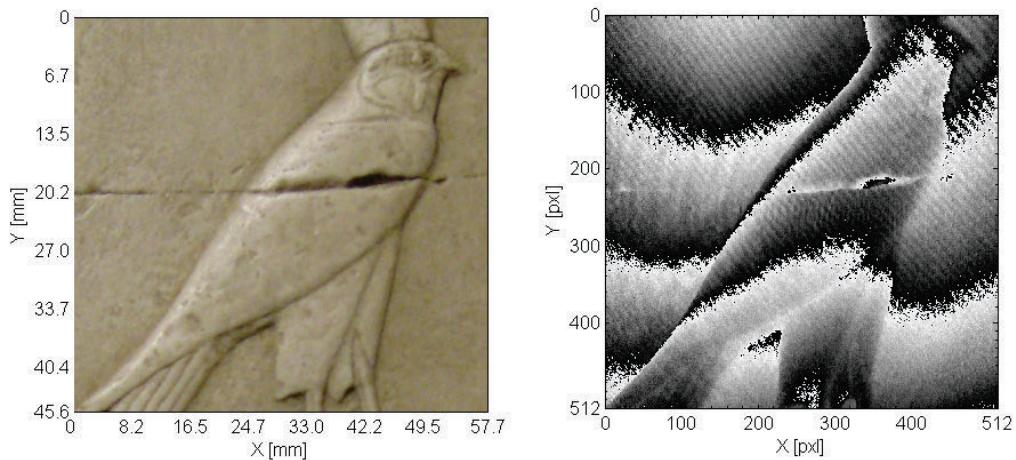


FIG. 6.13 – *A gauche* : photographie d'un bas-relief égyptien. *A droite* : carte de phase enroulée correspondante et non filtrée ($\alpha = 0^\circ$).

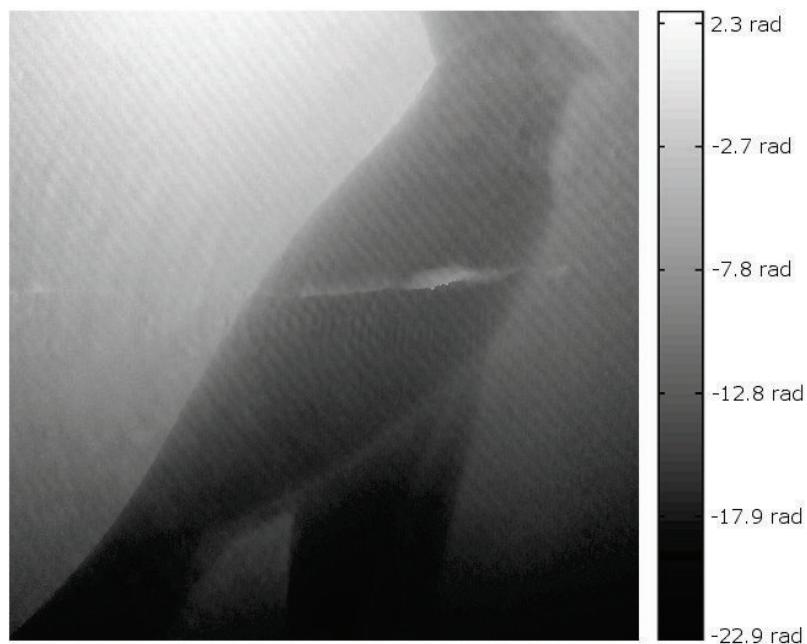


FIG. 6.14 – Carte de phase déroulée du bas-relief de la Fig. 6.13.

6.4.1 De la phase au relief.

La carte de phase déroulée s'interprète qualitativement comme une carte de relief de l'objet scanné. Pour une analyse quantitative du relief, il est nécessaire de calibrer l'installation pour établir la relation de corrélation entre la phase mesurée et la hauteur Z des points scannés par rapport à l'écran plat de référence. Généralement, la calibration des projecteurs de franges consiste principalement à évaluer les angles et longueurs l_c , l_p et d du système de triangulation défini par l'objet, le projecteur de franges et la caméra. La phase et la hauteur Z des points scannés sont alors corrélés à l'aide des Eq. 6.4 à 6.6.

Ci-après, nous proposons une procédure de calibration expérimentale de l'installation qui ne nécessite pas une connaissance précise du système de triangulation. La philosophie de la calibration consiste à mesurer un déplacement hors-plan connu et à analyser l'amplitude de la phase déroulée qui correspond à ce déplacement.

La calibration de l'installation consiste à utiliser une plaque d'acier considérée plane, infiniment raide et suspendue à un axe de rotation X (Fig. 6.15). Une sphère montée sur une table de translation linéaire est alors mise au contact de la plaque lorsque cette dernière est suspendue. Quatre images de la plaque dans cet état de référence décalées en phase sont enregistrées et la distribution de phase de référence $\phi_A(x, y)$ en est déduite par décalage de phase temporel. La sphère est alors déplacée d'une distance u précisément connue (précision : $\pm 5\mu\text{m}$) à l'aide de la table de translation. Quatre images de la plaque dans cet état "sollicité" et déphasées en phase sont enregistrées et la distribution de phase $\phi_B(x, y)$ est établie par décalage de phase. Une carte de phase $\Delta_d(x, y)$ relative au déplacement de la plaque est finalement calculée en soustrayant $\phi_A(x, y)$ de $\phi_B(x, y)$. La carte de phase déroulée est filtrée par un masque moyen de dimension 7 pour conserver uniquement les basses fréquences spatiales et est ajustée par un plan. A l'amplitude PTV du plan (exprimée en radians) correspond le déplacement hors plan de la plaque limité à la zone d'intérêt du détecteur. La relation de corrélation entre la phase déroulée et la hauteur des points scannés est dès lors obtenue aisément par règle de trois pour la géométrie du montage et l'interfrange effectif considérés.

Un déplacement u de la sphère induit une rotation de la plaque d'un angle α_u autour de l'axe X donné par :

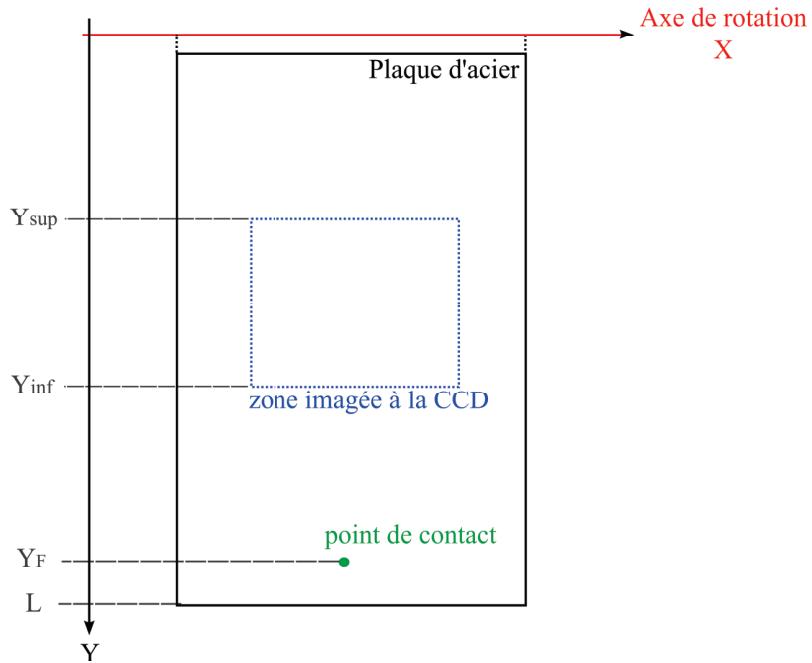


FIG. 6.15 – Banc de calibration du projecteur de pfranges.

$$\tan(\alpha_u) = \frac{u}{Y_F} \quad (6.10)$$

Y_F étant la distance le long de l'axe vertical entre la sphère mise au contact de la plaque et l'axe de rotation de cette dernière (Fig. 6.15).

Suite à la poussée induite par la sphère, les points de la plaque imaginés sur la ligne supérieure de la zone d'intérêt du détecteur subissent un déplacement hors plan $Z(Y_{sup})$ donné par :

$$Z(Y_{sup}) = \tan(\alpha_u) \cdot Y_{sup} = \frac{u}{Y_F} \cdot Y_{sup} \quad (6.11)$$

Par analogie, les points de la plaque imaginés sur la ligne inférieure de la zone d'intérêt du détecteur subissent un déplacement hors plan $Z(Y_{inf})$ donné par :

$$Z(Y_{inf}) = \frac{u}{Y_F} \cdot Y_{inf} \quad (6.12)$$

Paramètres géométriques	Valeur estimée
Distance caméra - objet, l_c	559 mm
Distance projecteur - objet, l_p	669 mm
Distance caméra-projecteur, d	225 mm
Déplacement de la sphère, u	25 mm
Y_F	264 mm
Y_{inf}	176 mm
Y_{sup}	75 mm

TAB. 6.2 – Système de triangulation du montage calibré et paramètres de calibration.

L'amplitude PTV du déplacement hors-plan observé au niveau du détecteur, ΔZ , est finalement donnée par :

$$\Delta Z = Z(Y_{inf}) - Z(Y_{sup}) = \frac{u}{Y_F} \cdot (Y_{inf} - Y_{sup}) \quad (6.13)$$

L'installation a été calibrée pour le système de triangulation et pour les paramètres de calibration (u , Y_F , Y_{inf} et Y_{sup}) définis à la Tab. 6.2. Pour un déplacement de 25 mm la sphère, la zone de la plaque observée à l'aide de la caméra subit un déplacement hors-plan ΔZ de 9.564 mm. L'amplitude PTV de la phase déroulée correspondant à ce déplacement est reprise à la Fig. 6.16 pour différents interfranges effectifs et pour la configuration du montage considérée. L'allure de cette courbe s'explique par le fait que la phase est inversément proportionnelle à l'interfrange effectif et que ce dernier suit une fonction en $1/\cos(\alpha)$. La courbe de calibration peut être ajustée par une fonction $f(\alpha) = 3.8118\cos(\alpha) + 2.1489$ avec un coefficient de corrélation R^2 de 99.6%.

L'installation calibrée, la plaque d'acier a été remplacée par le bas-relief et ce dernier a été à nouveau scanné à l'aide de franges verticales ($\alpha = 0^\circ$). La Fig. 6.17 montre la carte de phase déroulée obtenue. Pour des franges projetées verticalement et la configuration de calibration détaillée à la Tab. 6.2, la calibration enseigne que 5.9607 radians correspondent à un relief de 9.564 mm (1 radian = 1.605 mm). Cette dernière relation de corrélation entre la phase déroulée et le relief de l'objet scanné permet de transformer l'échelle de phase de la carte de phase déroulée en une échelle de relief par rapport à l'écran plat de référence considéré pour la mesure de $\phi_A(x, y)$, et permet donc une analyse quantitative de la hauteur des points scannés (Fig. 6.17).

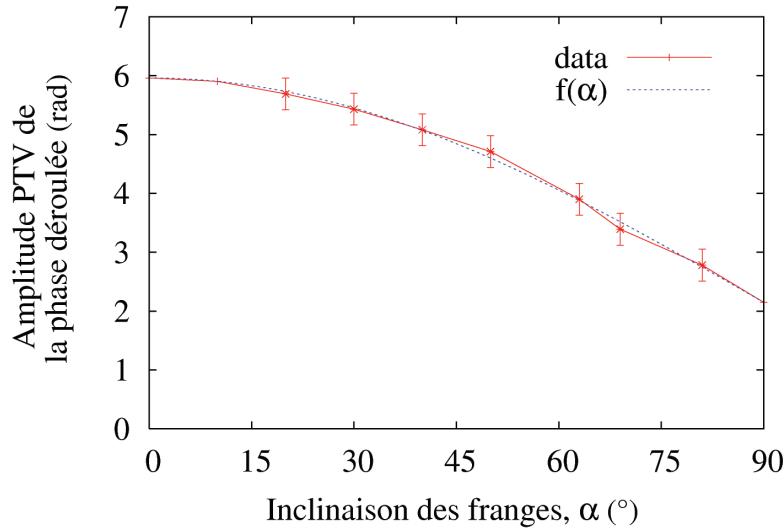


FIG. 6.16 – Courbe de calibration du projecteur de franges pour $l_c = 559$ mm, $l_p = 669$ mm et $d = 225$ mm.

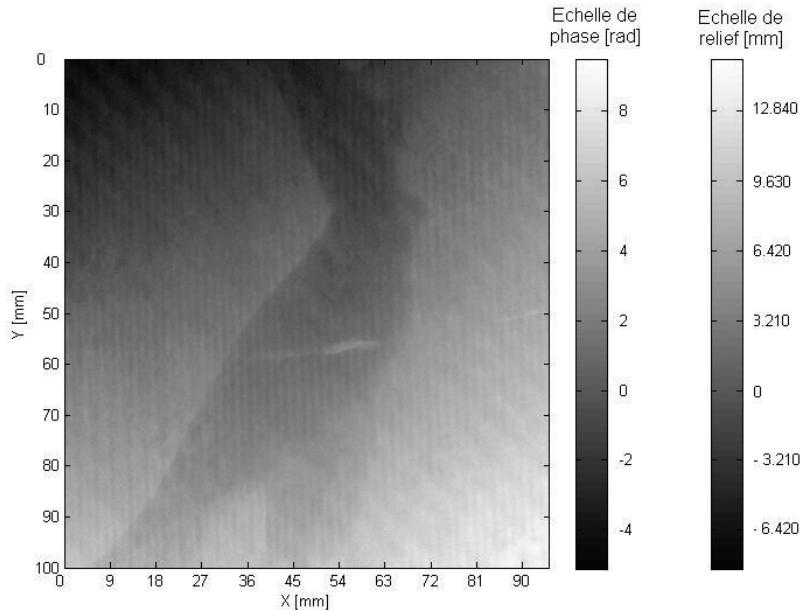


FIG. 6.17 – Carte de phase déroulée ou carte de relief du bas-relief scanné, selon l'échelle considérée.

6.4.2 Validation du concept d'interfrange effectif.

La Fig. 6.18 montre des cartes de phase enroulées du bas-relief pour différentes inclinaisons des franges. Ces cartes présentent un nombre de franges

différent. L'inclinaison des franges influence donc la sensibilité de l'installation comme prédit à la section 6.3.1. Cette conclusion est confirmée par l'allure en $\cos(\alpha)$ de la courbe de calibration de l'installation (Fig. 6.16).

En pratique, la sensibilité du projecteur pourra donc être ajustée en fonction du relief à scanner et de sorte à obtenir le meilleur compromis entre la précision de la mesure (utilisation de franges de haute fréquence spatiale) et la capacité à mesurer le relief malgré ses discontinuités (utilisation de franges de basse fréquence spatiale).

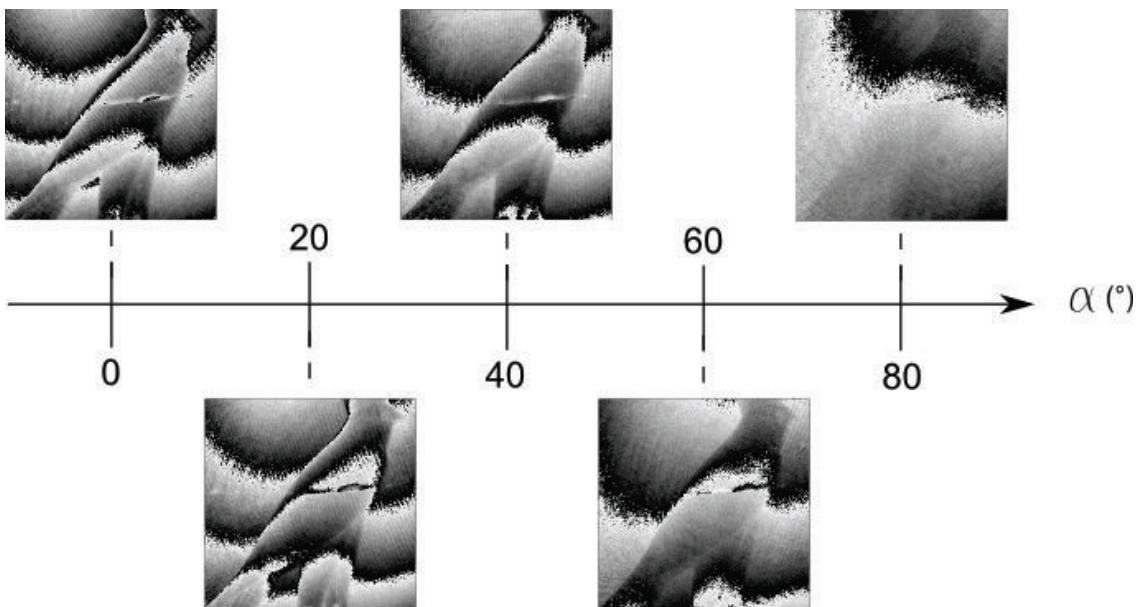


FIG. 6.18 – Cartes de phase enroulées obtenues pour différentes inclinaisons des franges projetées.

6.4.3 Performances de l'installation.

La Tab. 6.3 informe des performances du projecteur de franges dans le cadre de la mesure du bas-relief. Les performances en Z du projecteur de franges sont similaires à celles de l'installation de shearographie.

	X	Y	Z
Résolution	0.11 mm	0.09 mm	0.024 rad ou $\lambda/262$
Précision (après déroulage de phase)	.	.	0.26 rad ou $\lambda/24$

TAB. 6.3 – Performances du projecteur de franges dans le cadre de la mesure du bas-relief égyptien.

6.5 Modélisation de la phase de référence.

Les résultats précédents ont été obtenus par décalage de phase en enregistrant deux séries de quatre images. Un tel nombre d'images limite l'installation à des mesures sur des objets statiques et dans des environnements non ou peu contraignants. Pour palier ce problème, dans cette section nous modélisons la phase de référence pour une géométrie de l'installation donnée⁴. Ce modèle permettra d'établir numériquement la distribution $\phi_A(x, y)$ et de soustraire cette dernière de la distribution de phase $\phi_B(x, y)$. Le nombre d'acquisitions nécessaires sera par conséquent réduit d'un facteur 2.

Pour modéliser la phase de référence, nous procéderons en trois étapes. Dans un premier temps, nous modéliserons la phase des franges projetées par l'installation. Dans un second temps, nous ajusterons le premier modèle pour tenir compte du fait que la caméra est décentrée par rapport à la normale de la surface scannée et perçoit donc un interfrange dépendant des variables cartésiennes x et y. Dans un dernier temps, nous introduirons les aberrations optiques de l'installation dans le modèle. Nous validerons enfin le modèle établi en comparant les résultats qu'il permet d'obtenir avec ceux obtenus à l'aide de 2 x 4 images et présentés à la section 6.4.

6.5.1 Modélisation de la distribution de phase projetée.

Dans le cas de franges parallèles à l'axe vertical Y, la distribution spatiale de la phase de référence le long de l'axe horizontal X est donnée par, suite au caractère interférométrique des franges :

$$\phi_A(x) = \frac{2\pi x}{\tau} + \phi_0 \quad (6.14)$$

avec ϕ_0 la phase à l'origine ($x = 0$) et τ , l'interfrange de la trame le long de l'axe X au niveau du plan de référence qui serait utilisé pour mesurer la phase de référence ϕ_A .

Les franges étant verticales, la phase à l'origine et la distribution $\phi_A(x)$ sont indépendantes de la coordonnée verticale y. Pour établir la carte de phase enroulée, il convient donc de soustraire la phase porteuse $\frac{2\pi x}{\tau}$ de la mesure de $\phi_B(x, y)$, en considérant x comme la position du pixel traité le long de l'axe

⁴Nous modéliserons la phase pour une installation dont le projecteur est perpendiculaire à la surface scannée et la caméra décentrée par rapport à la normale de cette surface. Cette configuration est analogue à celle employée au laboratoire.

horizontal du détecteur. En soustrayant numériquement la phase de référence à la mesure $\phi_B(x, y)$, la phase est alors estimée à une constante ϕ_0 près.

Dans le cas de franges obliques, il convient de considérer dans un premier temps un seul profil horizontal de l'image à une position vertical $y = Y$ fixée (idéalement éloigné des bords de l'image). La distribution spatiale de la phase de référence de ce profil est donnée par :

$$\phi_A^{y=Y}(x) = \frac{2\pi x}{\tau_{eff}^x} + \phi_0(Y) = \frac{2\pi x \cos(\alpha)}{\tau} + \phi_0(Y) \quad (6.15)$$

avec τ_{eff}^x , la période spatiale des franges le long de l'axe X et α , l'inclinaison des franges par rapport à l'axe vertical Y.

Par analogie, la distribution spatiale de la phase de référence le long d'un profil y quelconque est donnée par :

$$\phi_A^y = \frac{2\pi x \cos(\alpha)}{\tau} + \phi_0(y) \quad (6.16)$$

Toutefois, suite à l'inclinaison des franges, la phase à l'origine ϕ_0 est dépendante de la coordonnée y. Suite au caractère interférométrique des franges, la distribution spatiale de la phase à l'origine le long de l'axe vertical Y peut s'écrire :

$$\phi_0(y) = \frac{2\pi y}{\tau_{eff}^y} + \phi_0(Y) = \frac{2\pi y \sin(\alpha)}{\tau} + \phi_0(Y) \quad (6.17)$$

avec τ_{eff}^y , la période spatiale des franges le long de l'axe Y.

En intégrant l'Eq. 6.17 dans 6.16, nous obtenons finalement la relation 6.18 pour tout y. La phase est estimée à une constante près $\phi_0(Y)$.

$$\phi_A^y(x) = \phi_A(x, y) = \frac{2\pi}{\tau} (\cos(\alpha)x + \sin(\alpha)y) + \phi_0(Y) \quad (6.18)$$

La variable y s'interprétant comme la position verticale du pixel analysé par rapport au profil particulier $y = Y$.

La Fig.6.19 montre des trames calculées numériquement avec une distribution d'éclairement $I(x,y)$ donnée par l'Eq. 6.19 dans laquelle $\phi_A(x, y)$ est modélisée par l'Eq. 6.18. Le modèle de $\phi_A(x, y)$ permet de représenter la phase relative à des franges inclinées d'un angle α par rapport à l'axe vertical.

$$I(x, y) = 2I_0 \cdot [1 + \gamma \cos \phi_A(x, y)] \quad (6.19)$$

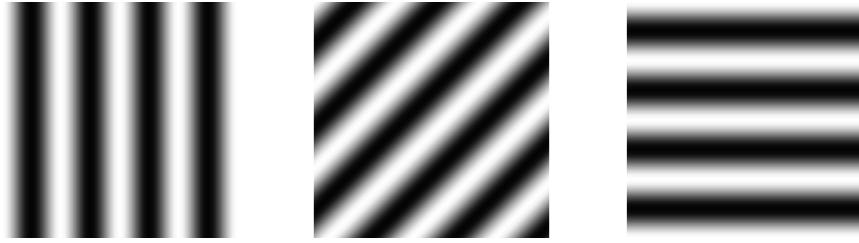


FIG. 6.19 – Franges modélisées à partir du modèle de la phase $\phi_A(x, y)$. Paramètres de simulation : $I_0 = 128$ niveaux de gris, $\gamma = 1$, $\phi_0(Y) = 0$ rad et $\tau = 75$ pixels. *De gauche à droite* : $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$.

6.5.2 Modélisation de la distribution de phase perçue par la caméra.

Le modèle précédent représente la phase des franges projetées sur un écran. Au niveau du détecteur, les interfranges effectifs τ_{eff}^x et τ_{eff}^y sont fonction des variables cartésiennes x et y car pour effectuer nos mesures, la caméra a été décentrée par rapport à la normale de la surface du bas-relief et par rapport à l'axe optique du projecteur. Cette configuration géométrique induit que la caméra perçoit des franges qui se resserrent au fur et à mesure que l'on se rapproche des bords du champ de vue. L'influence de cet effet sur le modèle de la phase de référence est discuté dans ce paragraphe avec les hypothèses principales suivantes :

1. l'axe optique du projecteur est perpendiculaire à la surface scannée et se confond avec l'axe Z.
2. la caméra et le projecteur sont dans le même plan $y = 0$;
3. les lignes et colonnes de la matrice CCD ou CMOS sont parallèles aux axes X et Y, respectivement.

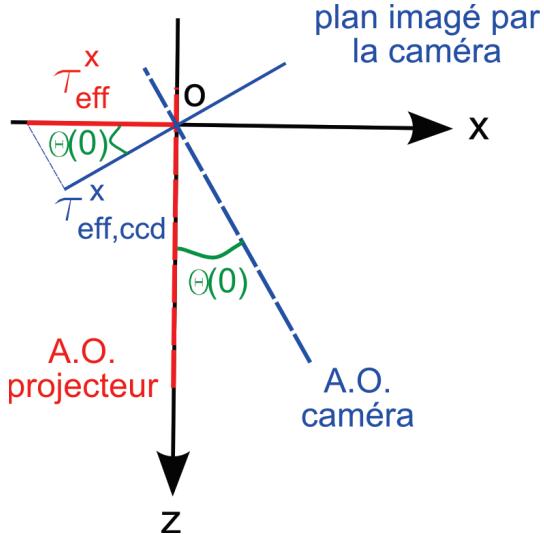
Au centre du champ, en accord avec la Fig. 6.20, l'interfrange perçu par la caméra le long de l'axe X, $\tau_{eff,CCD}^x(0)$, est donné par :

$$\tau_{eff,CCD}^x(0) = \tau_{eff}^x \cdot \cos\theta(0) \quad (6.20)$$

avec $\theta(0)$, l'angle dans le plan OXZ entre les axes optiques du projecteur et de la caméra ; τ_{eff}^x , l'interfrange effectif réel le long de l'axe horizontal X (Eq. 6.9).

Par analogie, dans le champ le long de l'axe X, l'interfrange perçu par le détecteur est donné par :

$$\tau_{eff,CCD}^x(x) = \tau_{eff}^x \cdot \cos\theta(x) \quad (6.21)$$

FIG. 6.20 – Corrélation entre $\tau_{eff,CCD}^x$ et τ_{eff}^x au centre du champ.

Sur base de la Fig. 6.21, nous pouvons écrire :

$$A.\cos\theta(x) = l_c.\cos\theta(0) \quad (6.22)$$

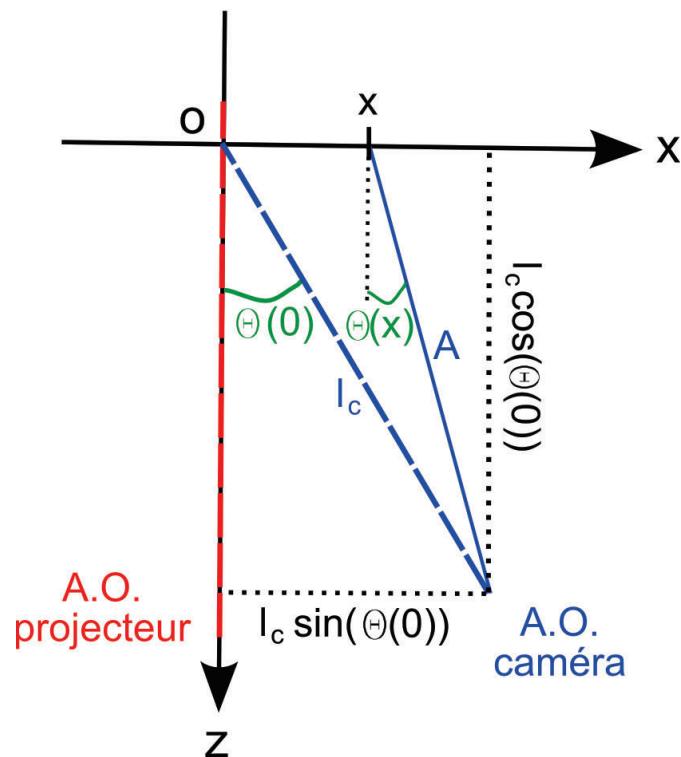
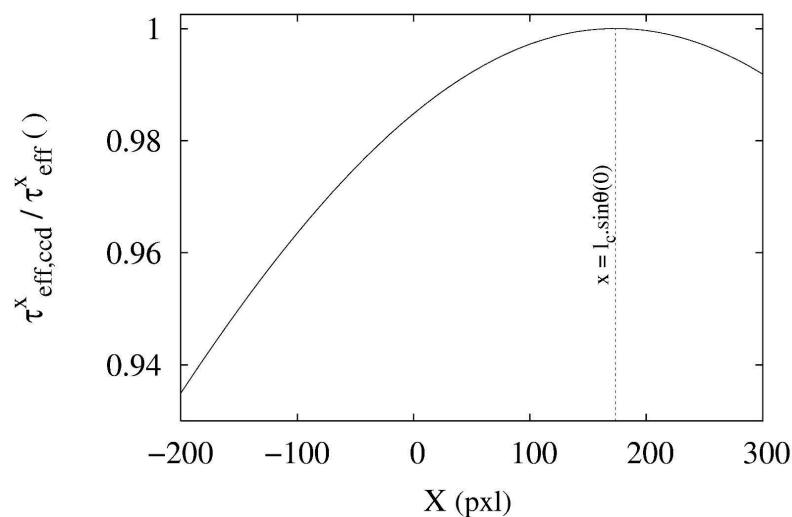
$$A.\sin\theta(x) = l_c.\sin(\theta(0)) - x \quad (6.23)$$

En divisant l'Eq. 6.23 par l'Eq. 6.22, la fonction $\theta(x)$ est finalement reliée au décentrement de la caméra :

$$\tan\theta(x) = \frac{-x}{l_c.\cos\theta(0)} + \tan\theta(0) \quad (6.24)$$

La relation 6.21 enseigne que la caméra perçoit le long de l'axe X un interfrange inférieur à l'interfrange effectif réel τ_{eff}^x . De plus, la combinaison des Eq. 6.21 et 6.24 montre que suite à l'ouverture de la caméra, l'interfrange perçu diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de $x = l_c.\sin\theta(0)$ (Fig. 6.22).

Dans le cas de franges inclinées d'un angle α par rapport à l'axe vertical, il convient d'établir également la corrélation entre l'interfrange effectif perçu par la caméra dans le champ le long de l'axe Y, $\tau_{eff,CCD}^y(0)$, et l'interfrange

FIG. 6.21 – Schéma permettant l'établissement de la fonction $\theta(x)$.FIG. 6.22 – Interfrange effectif perçu par la caméra en fonction du champ de vue le long de l'axe X. Les paramètres de simulation sont : $l_c = 1m$ et $\theta(0) = 10^\circ$.

effectif réel, τ_{eff}^y . Cette corrélation est obtenue par analogie avec les relations précédentes où $\theta(0) = 0^\circ$ ⁵ :

$$\tau_{eff,CCD}^y(0) = \tau_{eff}^y \cdot \cos\theta(y) \quad (6.25)$$

$$\tan\theta(y) = \frac{-y}{l_c} \quad (6.26)$$

Le décentrement de la caméra et son ouverture induisent qu'elle perçoit des interfranges effectifs dépendants des variables x et y. Sur base des Eq. 6.18, 6.21 et 6.25, la distribution de la phase correspondant aux franges perçues par la caméra peut-être modélisée par la relation suivante :

$$\phi_A^y(x) = \frac{2\pi}{\tau} \left(\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\theta(x))} x + \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\theta(y))} y \right) + \phi_0(Y) \quad (6.27)$$

où les fonctions $\theta(x)$ et $\theta(y)$ sont données par :

$$\tan\theta(x) = \frac{-x}{l_c \cdot \cos\theta(0)} + \tan\theta(0) \quad (6.28)$$

$$\tan\theta(y) = \frac{-y}{l_c} \quad (6.29)$$

La Fig.6.23 montre des trames calculées numériquement avec une distribution d'éclairement $I(x,y)$ donnée par l'Eq. 6.19 et tenant compte du modèle de $\phi_A(x, y)$ établi⁶. Le décentrement de la caméra induit que cette dernière ne perçoit pas des franges rectilignes lorsque celles-ci sont inclinées par rapport à l'axe vertical du détecteur.

6.5.3 Prise en compte des abérrations optiques.

La Fig. 6.24 présente une carte de phase du bas-relief établie en évaluant la phase de référence par décalage de phase (section 6.4) et une carte de phase établie en modélisant la phase de référence par l'Eq. 6.27, avec les paramètres

⁵Cette simplification est en accord avec l'hypothèse que la caméra et le détecteur sont dans le même plan $y = 0$

⁶La valeur des paramètres a été expressément exagérée pour mieux mettre en évidence la déformation des franges perçues par la caméra.

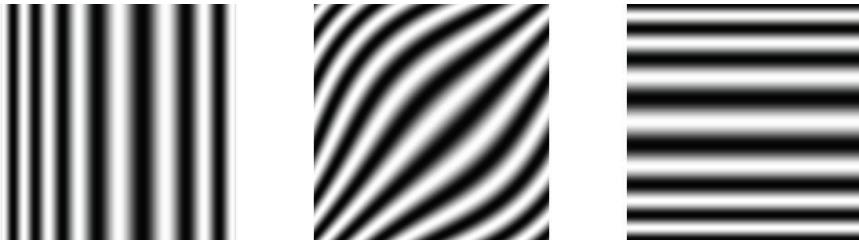


FIG. 6.23 – Forme des franges modélisées à partir du modèle de la phase $\phi_A(x, y)$ et perçues par le détecteur. Paramètres de simulation : $I_0 = 128$ niveaux de gris, $\gamma = 1$, $\phi_0(Y) = 0$ rad, $\tau = 60$ pixels, $\theta(0) = 15^\circ$ et $l_c = 150$ pixels. *De gauche à droite* : $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$.

géométriques du montage repris à la Tab. 6.4. Nous constatons que les basses fréquences spatiales divergent entre les deux cartes.

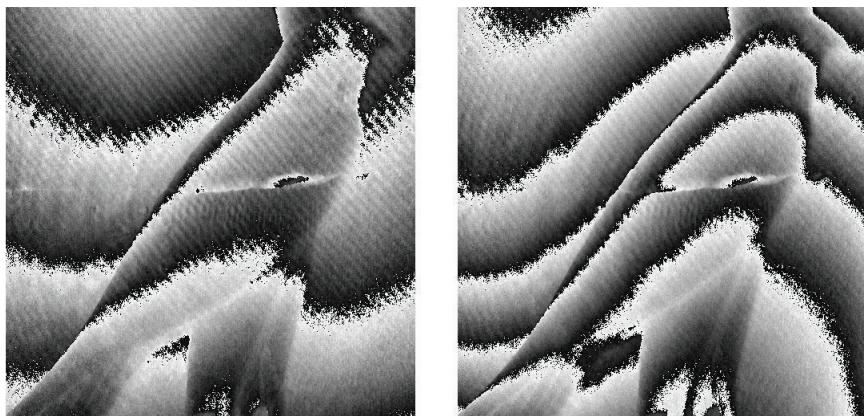


FIG. 6.24 – *A gauche* : carte de phase établie en évaluant $\phi_A(x, y)$ par TPS (section 6.4). *A droite* : carte de phase calculée à l'aide du modèle relatif à l'Eq. 6.27.

La différence entre les deux cartes de phase s'explique par le fait que le modèle de la phase ne prend actuellement pas en compte les aberrations optiques de l'installation. Dans la carte de phase établie en évaluant $\phi_A(x, y)$ par TPS, les aberrations optiques de l'installation sont présentes dans les distributions $\phi_A(x, y)$ et $\phi_B(x, y)$. L'effet des aberrations est donc limité par la soustraction de ces deux distributions lors du calcul de la carte de phase. Dans la carte de phase calculée à l'aide du modèle de la phase de référence, les aberrations affectent considérablement la carte de phase car elles sont uniquement présentes dans la distribution $\phi_B(x, y)$ et elles ne sont donc pas compensées lors de la soustraction de $\phi_A(x, y)$ et $\phi_B(x, y)$. Au final, il en

Paramètres géométriques	Valeur estimée
Nombre de colonnes considérées de la CCD, N_c	1024 pixels
Nombre de lignes considérées de la CCD, N_l	1024 pixels
Champ de vue le long de l'axe X, FOV_x	84.5 mm
Champ de vue le long de l'axe Y, FOV_y	69 mm
Distance caméra - objet, l_c	500 mm
Distance projecteur - objet, l_p	530 mm
Angle entre les axes optiques de la caméra et du projecteur, θ	20°
Période spatiale des franges le long de l'axe X, τ_x	1.1 mm (14 pxl)

TAB. 6.4 – Estimation des paramètres de triangulation du montage pour le scan du bas-relief.

réulte donc que les aberrations optiques affectent plus la carte de phase calculée à l'aide du modèle de la phase de référence que la carte de phase établie en mesurant $\phi_A(x, y)$ par TPS.

Pour palier ce problème, il convient d'introduire ces aberrations dans l'Eq. 6.27. La caractérisation des aberrations est réalisée en acquérant quatre images des franges (décalées de $\pi/2$) projetées sur un écran considéré plan et dans une configuration géométrique identique à celle adoptée pour le scan du bas-relief. Ces images permettront le calcul d'une distribution $\phi_B(x, y)$. En utilisant l'Eq. 6.27 pour établir la phase de référence, la carte de phase obtenue caractérise alors au niveau de la caméra le plan mesuré aux erreurs du front d'onde près. Ce qui peut également s'interpréter directement comme la carte des erreurs du front d'onde (WFE⁷), exprimée en radians. La carte WFE, WFE(x,y), sera alors introduite dans le modèle à l'aide de la relation suivante :

$$\phi_A^{y,AbOpt}(x) = \phi_A^y(x) - WFE(x, y) \quad (6.30)$$

avec $\phi_A^{y,AbOpt}(x)$, le modèle tenant compte des aberrations optiques et $\phi_A^y(x)$, le modèle ne tenant pas compte des aberrations optiques (Eq. 6.27).

La Fig. 6.25 montre les erreurs du front d'onde de l'installation mesurées. La décomposition de cette carte en polynômes de Zernike⁸ a été réalisée à l'aide d'un outil numérique de la société AMOS et enseigne que les aberrations principales de l'installation sont la coma selon l'axe horizontal (X) et l'astigmatisme à 0° (Tab. 6.5). Ceci est lié au fait que les faisceaux réfractés

⁷ WaveFront Errors

⁸ Quelques rappels relatifs aux aberrations optiques et aux polynômes de Zernike seront discutés au chapitre V.

Aberration optique	Valeur peak-to-valley [nm]
Tilt selon X	400
Tilt selon Y	2819
Focus	1907
Astigmatisme à 0°	2007
Astigmatisme à 45°	122
Coma selon X	2897
Coma selon Y	128
Sphéricité	140

TAB. 6.5 – Huit premiers coefficients de Zernike de la carte WFE déroulée de l’installation.

par la lame de Savart sont hors de l’axe optique et que ces aberrations ont été évaluées avec des franges verticales, c’est-à-dire avec deux faisceaux réfractés situés à une même distance Y de l’axe optique. L’origine du tilt peut s’expliquer par une inclinaison de la surface de référence et/ou du détecteur par rapport au projecteur. L’origine du focus est probablement liée aux erreurs d’alignement des différentes lentilles le long de l’axe optique.

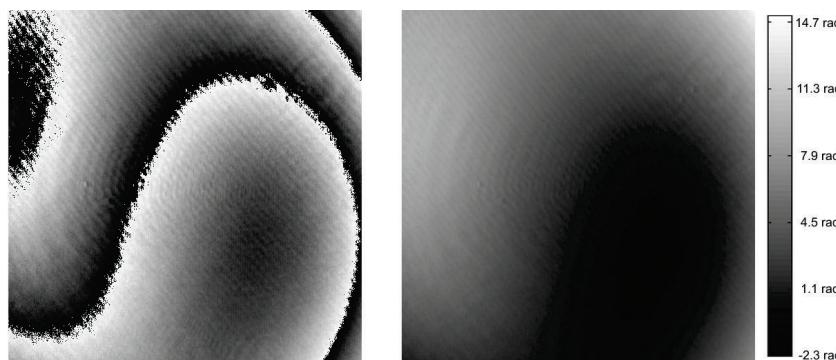


FIG. 6.25 – *A gauche* : carte de phase enroulée caractéristique de la WFE de l’installation. *A droite* : carte WFE(x, y) déroulée correspondante.

La Fig. 6.26 présente la carte de phase enroulée obtenue à l’aide du nouveau modèle de $\phi_A(x, y)$ (Eq. 6.30). Nous constatons que ces deux cartes sont identiques. Cette observation est confirmée par l’histogramme des cartes de phase (Fig. 6.27).

L’analyse des aberrations optiques montre que les aberrations de l’installation actuelle sont relativement importantes. Cela s’explique par le fait

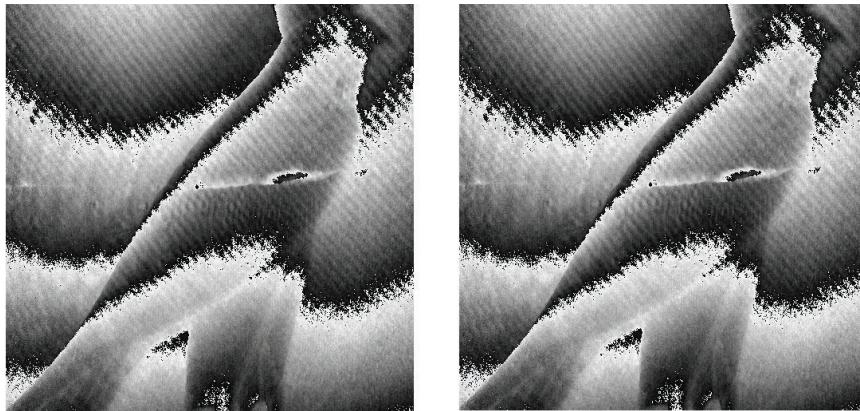


FIG. 6.26 – *A gauche* : carte de phase établie en évaluant $\phi_A(x, y)$ par TPS (section 6.4). *A droite* : carte de phase calculée à l'aide du modèle tenant compte des aberrations optiques de l'installation (Eq. 6.30).

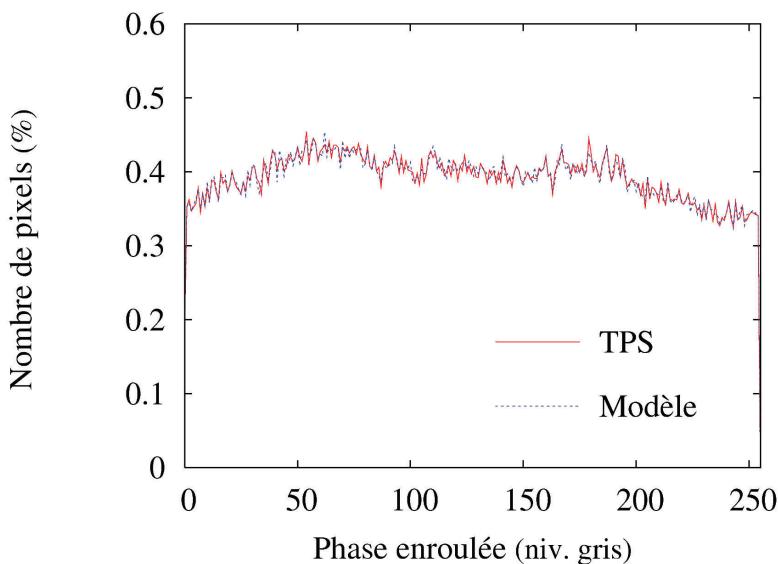


FIG. 6.27 – Histogramme des cartes de phase enroulées dont la phase de référence a été obtenue par TPS et par utilisation du dernier modèle de $\phi_A(x, y)$.

que le projecteur est actuellement au stade de prototype. L'installation étant prometteuse, nous proposons en perspective à notre travail de réduire ces abérrations. Pour ce faire, la philosophie suivante pourra être adoptée :

1. définir un cahier des charges sur la qualité du front d'onde et sur la qualité des franges à obtenir ;
2. par design optique, définir la sensibilité du front d'onde et de la qualité

des franges vis-à-vis des degrés de liberté de toutes les optiques (par exemple : définir de combien de pourcents varie le contraste de franges lorsque la lentille L1 est tournée d'une arcseconde autour de l'axe vertical et par rapport à son orientation nominale définie dans le design optique) ;

3. établir la tolérance de chaque degré de liberté qui sera mécaniquement possible d'obtenir en pratique lors de l'intégration des optiques ;
4. sur base de l'analyse de sensibilité, analyser si le budget correspondant aux tolérances mécaniques permet de remplir le cahier des charges. Si non, revoir le cahier des charges ou adopter des tolérances plus contraintes ;
5. dessiner et usiner une enveloppe mécanique en accord avec les tolérances mécaniques adoptées. Prévoir également des compensations pour optimiser l'alignement ;
6. intégrer l'optique dans l'enveloppe mécanique ;
7. vérifier la qualité du front d'onde et des franges obtenues ;
8. ajuster l'alignement des optiques à l'aide des compensations définies préalablement et ce jusqu'à remplir le cahier des charges.

6.5.4 Conclusion relative à la modélisation de la phase de référence.

Nous avons modélisé la phase de référence perçue par la caméra, tenant également compte des aberrations optiques de l'installation et pour la configuration géométrique définie à la Tab. 6.5. Le modèle permet de retrouver exactement les résultats obtenus lorsque la référence est établie par décalage de phase temporel. En pratique, les projecteurs sont utilisés avec des configurations géométriques (triangulation) prédéfinies. Un modèle de phase de référence devra être établi pour chacune de ces configurations. En perspective, nous suggérons vivement d'améliorer l'alignement de l'installation afin de réduire au maximum ses abérrations.

6.6 Traitement des franges par transformée de Hilbert spatiale.

Utiliser un modèle de phase pour établir les cartes de phase permet de réduire d'un facteur 2 le nombre d'images à acquérir pour effectuer la mesure 3D. Nous souhaitons maintenant investiguer sur le potentiel de l'algorithme

de mesure de phase par transformée de Hilbert (TH), discuté au chapitre 5, pour réduire davantage ce nombre d'images utiles. L'algorithme discuté nécessitera l'enregistrement de deux images de franges (en opposition de phase) et pourra être en cas de besoin adapté pour ne nécessiter qu'une seule image. Cette dernière adaptation de l'algorithme ne sera toutefois pas traitée dans ce travail. Nous comparerons les résultats obtenus par TH avec ceux obtenus par TPS afin de conclure sur le potentiel de l'algorithme. La théorie relative à la TH ne sera pas rappelée car elle a déjà été introduite à la section 5.1.

6.6.1 Mesure de phase par transformée de Hilbert spatiale.

La mesure de forme par transformée de Hilbert consiste à considérer chaque ligne du détecteur individuellement⁹. Chacune des lignes fournit un signal spatial de l'éclairement, $I^y(x)$, dont la distribution le long de l'axe horizontal X de la caméra est donnée par une relation du type :

$$I^y(x) = 2I_0^y \cdot \left(1 + \gamma^y(x) \cos \left(\frac{2\pi x}{\tau_{eff}^x(x)} + \phi_B^y(x) \right) \right) \quad (6.31)$$

avec $\phi_B^y(x)$ le terme de phase caractéristique du relief scanné le long de la ligne y considérée.

L'application de la transformée de Hilbert à chaque signal $I^y(x)$ permet d'évaluer l'argument du cosinus :

$$\tan \left(\frac{2\pi x}{\tau_{eff}^x(x)} + \phi_B^y(x) \right) = \frac{TH [I^y(x) - 2I_0^y]}{I^y(x) - 2I_0^y} \quad (6.32)$$

En soustrayant la phase de référence des résultats obtenus par cette dernière équation, la phase $\phi_B^y(x)$ le long de la ligne est estimée. En recombinant toutes les distributions $\phi_B^y(x)$ dans une seule image, la carte de phase enroulée représentative de l'objet scanné est enfin établie.

Le terme $2I_0^y$ doit être soustrait de chaque signal avant l'application de la transformée de Hilbert car la transformée d'un terme constant correspond à une intégrale divergente. En pratique, deux solutions sont envisageables pour réaliser cette soustraction. La première est analogue à celle utilisée en

⁹La TH est appliquée spatialement et non temporellement comme en shearographie dynamique.

shearographie dynamique : elle consiste à éliminer le terme de fréquence nulle du signal par application d'un filtre passe haut dans l'espace de Fourier. La seconde solution consiste à enregistrer deux images avec des franges en opposition de phase et à considérer la différence de ces deux images. L'éclairement des lignes de l'image résultante est alors donné par la relation suivante :

$$I^y(x) = 4I_0^y \gamma^y(x) \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_{eff}^x(x)} + \phi_B^y(x)\right) \quad (6.33)$$

La phase des signaux $I^y(x)$ est alors estimée à l'aide de la relation :

$$\tan\left(\frac{2\pi x}{\tau_{eff}^x(x)} + \phi_B^y(x)\right) = \frac{TH[I^y(x)]}{I^y(x)} \quad (6.34)$$

La première solution présente l'avantage de ne nécessiter qu'une seule image pour la mesure 3D, toutefois la qualité des résultats obtenus est fonction de la forme du filtre passe-haut et de la valeur de sa fréquence de coupure. La seconde solution n'introduisant pas de paramètres de mesure, nous l'avons privilégiée au détriment de la première. Nous garderons toutefois à l'esprit que la première solution est envisagable dans le cas où la mesure 3D ne nécessiterait l'enregistrement que d'une seule image (par exemple, pour des objets en cours de déformation avec une dynamique très importante par rapport au taux d'acquisition de la caméra utilisée).

Nous avons démontré à la section 5.3 qu'un algorithme de mesure de phase par TH est performant à condition qu'une fréquence porteuse soit introduite dans le signal analysé. En projection de franges, les franges projetées jouent à la fois le rôle de phase de référence et de fréquence porteuse. La fréquence spatiale des franges projetées détermine la fréquence porteuse introduite. De plus, la fréquence porteuse sera éliminée des résultats au moment de la soustraction de la phase de référence.

6.6.2 Application au bas-relief égyptien.

La Fig. 6.28 présente la carte de phase enroulée obtenue par transformée de Hilbert spatiale à deux images appliquée sur les mêmes données que celles utilisées en TPS ($\alpha = 0^\circ$). L'algorithme permet d'établir une carte de phase enroulée représentative du bas-relief. La phase de référence utilisée pour établir cette carte de phase a été évaluée à partir d'images d'un objet plan pour pouvoir comparer les résultats obtenus avec ceux de la section 6.4.

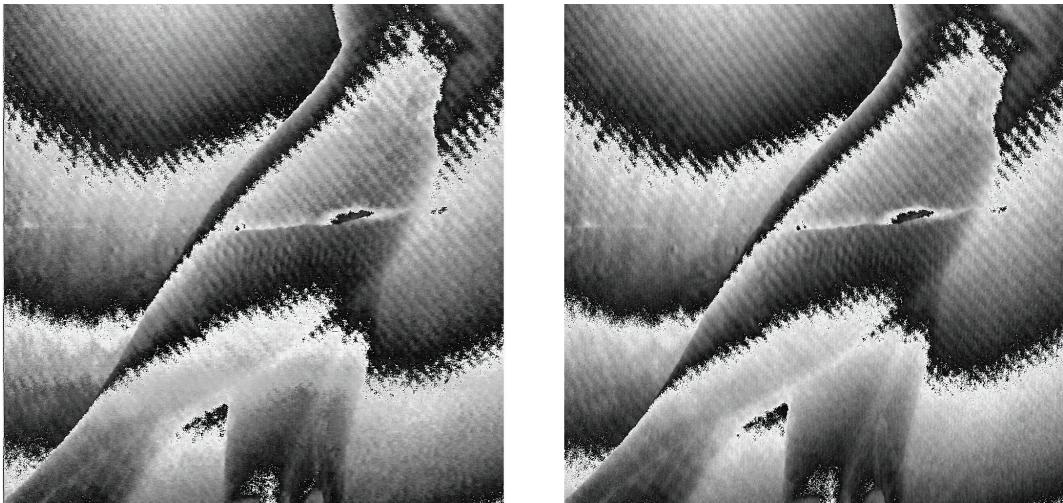


FIG. 6.28 – Cartes de phase enroulées non filtrées obtenues par TH (à gauche) et TPS (à droite).

En comparant les cartes de phase obtenues par TPS et TH (Fig. 6.28), nous constatons que les deux algorithmes permettent l'obtention de cartes de phase similaires. Toutefois, celle obtenue par décalage de phase présente une meilleure résolution spatiale et une distribution des niveaux de gris plus uniforme (Fig. 6.29). Si la transformée de Hilbert permet l'obtention de cartes de phase en enregistrant moins d'images des franges projetées, c'est au détriment de la qualité de la carte de phase car, en transformée de Hilbert, le bruit des images enregistrées influence plus la qualité des résultats. Chaque image a un poids¹⁰ de 1/2 contre un poids de 1/4 en décalage de phase à quatre incrément. En pratique, il conviendra donc de privilégier le décalage de phase si celui-ci est adapté à la dynamique de l'objet scanné. Si l'algorithme TPS ne peut pas être utilisé, par exemple si l'objet subit une déformation rapide, alors l'algorithme par TH sera adopté.

6.6.3 Influence de la fréquence porteuse.

Selon l'objet à scanner, la lame de Savart et le modulateur de phase sont tournés autour de l'axe optique du projecteur pour incliner les franges par rapport à l'axe vertical Y, c'est-à-dire pour moduler l'intefrange effectif des franges et donc la sensibilité de l'installation. La fréquence spatiale des franges coïncidant avec la fréquence porteuse des signaux $I^y(x)$, lorsque l'in-

¹⁰En statistique, le poids caractérise l'influence d'un élément par rapport à un autre.

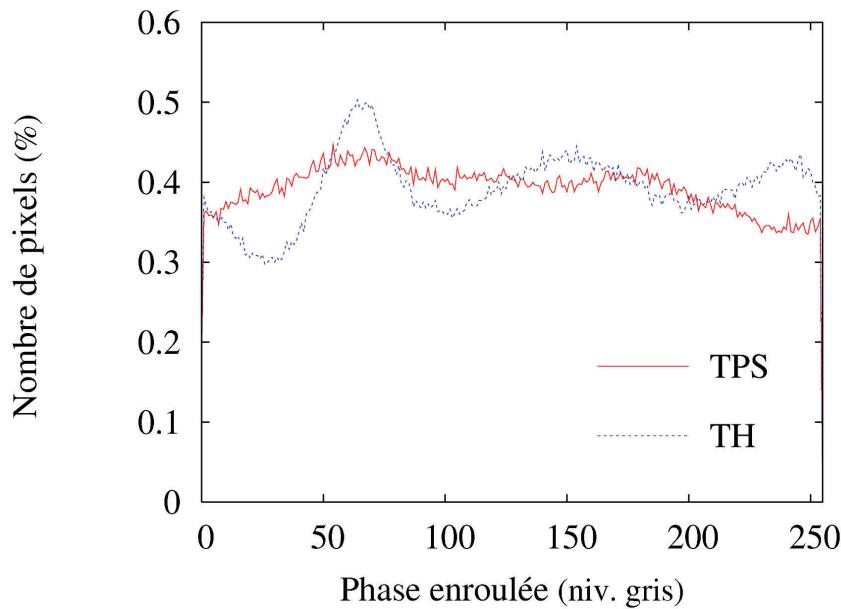


FIG. 6.29 – Histogramme des cartes de phase obtenues par TPS et TH.

clinaison des franges est modifiée, la fréquence porteuse est affectée. La TH nécessitant une fréquence porteuse pour être performante, nous analysons dans cette section l'influence de l'inclinaison des franges sur la qualité des cartes de phase obtenues.

Plus une carte de phase est de bonne qualité, plus son histogramme converge vers un histogramme uniformément réparti sur 256 niveaux de gris. La qualité des cartes de phase enroulée peut donc être quantifiée par l'écart-type σ_{hist} de la différence de l'histogramme des niveaux de gris de la carte et de l'histogramme uniformément réparti sur 256 niveaux de gris. Plus ce écart-type est faible, plus la carte de phase est de bonne qualité.

La Fig. 6.30 représente l'écart-type σ_{hist} des cartes de phase relatives au bas-relief, établies par TPS et par TH, et pour différentes inclinaisons des franges. Nous constatons que la qualité des cartes établies par décalage de phase n'est pas affectée par l'interfrange effectif des franges. Quant aux cartes de phase établies par TH, elles sont de moins bonnes qualités que celles établies par TPS comme observé précédemment. De plus, nous constatons que la qualité des cartes obtenues par TH se détériore considérablement lorsque les franges projetées sont inclinées de plus de $\pm 55^\circ$ par rapport à l'axe vertical. Cela traduit l'existence d'une fréquence porteuse effective minimale

à introduire pour pourvoir appliquer la TH. L'existence de cette fréquence porteuse effective minimale limite la gamme de sensibilité de l'installation lorsque cette dernière est employée avec l'algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert spatiale.

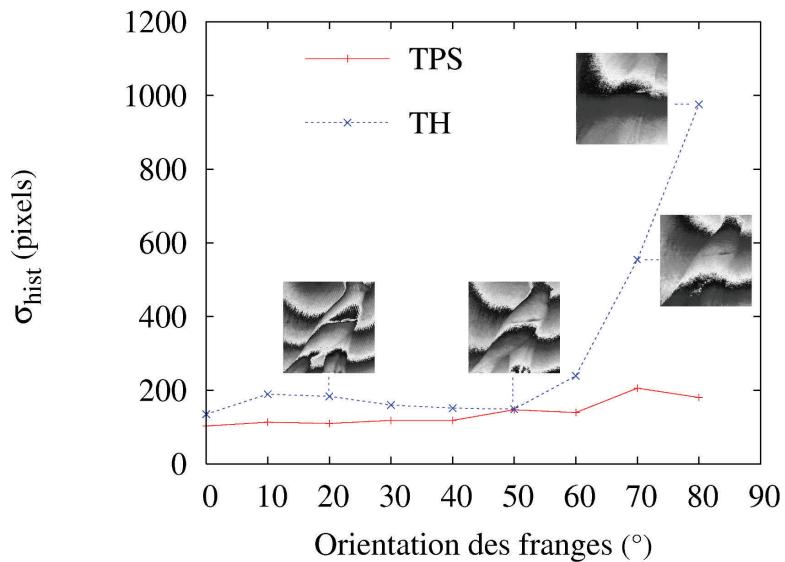


FIG. 6.30 – Ecart-type de l'histogramme des cartes de phase obtenues par TPS et TH, par rapport à une distribution uniforme.

6.6.4 Gain en temps.

L'utilisation de la transformée de Hilbert au détriment du décalage de phase temporel se justifie principalement par une diminution du temps d'acquisition des données utiles au calcul de la distribution de phase $\phi_B(x, y)$. La Fig. 6.31 montre, pour différents temps de pose de la caméra, une estimation du gain en temps d'acquisition des données lorsque d'autres algorithmes (par TPS à trois incrémentations, par TH à deux images et par TH à une seule image) sont utilisés au détriment du décalage de phase temporel à quatre incrémentations de phase. Ces estimations considèrent un temps de réponse du modulateur de phase de 20 ms et un temps de mis en route et d'arrêt du logiciel de 100 ms. Pour des temps de pose de l'ordre de 300 ms¹¹, l'utilisation des algorithmes par TPS à trois incrémentations, par TH à deux images et par TH à une image permet de gagner respectivement 22%, 43% et 65% de temps d'acquisition,

¹¹Ordre de grandeur représentatif pour des objets tel que le bas-relief scanné précédemment.

par rapport à l'utilisation de l'algorithme TPS à quatre incrément. Ce dernier algorithme requiert 1.5 s pour acquérir les données avec un temps de pose de 300 ms.

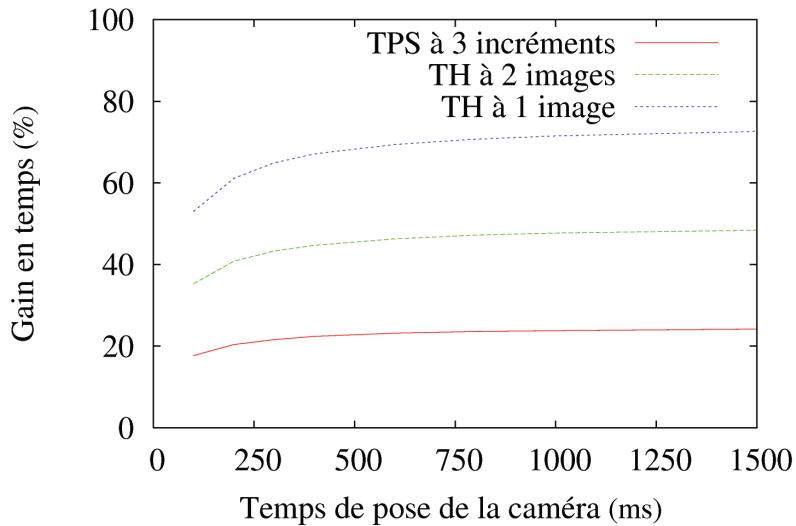


FIG. 6.31 – Gain en temps d’acquisition lors de l’utilisation des algorithmes par TPS à trois incrément, par TH à deux images et par TH à une image, par rapport à l’utilisation de l’algorithme TPS à quatre incrément.

6.6.5 Conclusion relative au traitement des franges par TH spatiale.

Nous avons discuté la mesure de phase en projection de franges par transformée de Hilbert spatiale. L’algorithme a été brièvement introduit en nous basant sur l’expérience acquise en shearographie dynamique. Nous avons ensuite appliqué cette méthode de mesure de phase pour établir la carte de phase enroulée du bas-relief étudié. Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux obtenus par décalage de phase et nous avons discuté l’influence de l’inclinaison des franges sur la qualité des résultats obtenus.

De cette discussion nous retiendrons que la TH est apte à la mesure de phase par projection de franges en utilisant un nombre limité d’images des franges projetées. Toutefois, les cartes de phase obtenues par TH présentent une moins bonne résolution spatiale et une moins bonne distribution des niveaux de gris que les cartes établies par TPS. La TH sera donc employée uniquement quand le décalage de phase ne sera pas apte à la mesure de

phase (cas des mesures dynamiques "rapides"). L'influence de l'inclinaison des franges sur la qualité des cartes a également enseigné que la TH, contrairement au décalage de phase, ne peut pas être utilisée avec des franges trop inclinées, c'est-à-dire avec une fréquence porteuse trop petite. L'ajustement de la sensibilité de l'installation sera donc limité lorsque cette dernière sera utilisée avec la TH.

6.7 Conclusion.

Sur base de l'expérience acquise au cours du chapitre 4, nous avons modifié le projecteur de franges interférométriques du Hololab en substituant l'élément clef de cette installation, le prisme séparateur des états de polarisation, par une lame de Savart. Cette substitution a été opérée afin de pouvoir disposer d'un interfrange effectif continu dans un intervalle large. L'interfrange pourra ainsi être plus facilement ajusté en fonction de la précision de mesure souhaitée et/ou en fonction de la discontinuité du relief de l'objet scanné. L'interfrange est modulé en tournant la lame de Savart et le modulateur de phase autour de l'axe optique du projecteur. L'introduction d'une lame $\lambda/4$ devant la lame de Savart permet de ne pas affecter les caractéristiques des franges (visibilité, éclairement,...) lors de la rotation du cristal biréfringent.

Le projecteur modifié a finalement été utilisé pour établir les cartes de phase d'un bas-relief égyptien. Nous avons montré que la sensibilité de l'installation peut être ajustée en réorientant la lame de Savart.

Dans le but de réduire le nombre d'images à enregistrer pour la mesure 3D, nous avons discuté deux développements. Le premier consiste à modéliser la phase de référence en tenant compte de la distribution de phase projetée, de la distribution perçue par la caméra et en tenant compte des abérrations optiques de l'installation. L'utilisation de ce modèle permet une réduction d'un facteur 2 du nombre de données à acquérir. Le second développement consiste à mesurer la phase des franges observées par transformée de Hilbert spatiale. L'application de cette transformée permet le traitement des franges à partir de deux images et donc de réduire de 43% le temps d'acquisition des données par rapport au décalage de phase temporel à quatre incrémentés, mais au détriment de la résolution spatiale et de la distribution des niveaux de gris des cartes de phase. La transformée de Hilbert est également limitée aux franges de hautes fréquences spatiales car la fréquence des franges jouent simultanément le rôle de référence et de porteuse.

Cinquième partie

Introduction à la mesure d'erreurs de fronts d'onde par shearographie.

Ces dernières années, le laboratoire a consacré une partie de son énergie à l'étude et au développement de la shearographie. Ainsi, une première installation de shearographie a été mise au point, utilisée et validée pour la mesure de la dérivée première de déplacements hors-plan ([30], [31]). Un second champ d'application a ensuite été investigué au laboratoire. Celui-ci a consisté à coupler l'interféromètre et une technique d'imagerie tomographique à faible cohérence pour permettre une caractérisation simultanée, tomographique et biomécanique, de tissus mous [31]. Ensuite, notre contribution a permis l'emploi de la technique pour la détection de défauts et la quantification de leur taille.

Dans cette cinquième partie, nous souhaitons ouvrir les portes d'un nouveau domaine d'expertise pour la technologie ; à savoir, la mesure d'erreurs de fronts d'onde par shearographie. De telles mesures trouveront leur intérêt en optique active ou encore en caractérisation d'optiques. Nous présenterons la philosophie de la caractérisation de fronts d'onde par shearographie, nous adapterons l'interféromètre pour ce champ d'application et nous l'utiliserons dans un premier cas test pour démontrer le bon fonctionnement du senseur mis en place.

Chapitre 7

Caractérisation de fronts d'onde par shearographie.

Depuis les premiers télescopes, les astronomes travaillent à l'optimisation de la qualité et de la fiabilité de leurs images. Pour ce faire, des télescopes terrestres de plus en plus grands ont été construits pour améliorer leur résolution spatiale (Tab 7.1), les caméras matricielles ont remplacé l'oeil humain, des télescopes tel que Hubble ont été envoyés dans l'espace pour s'affranchir des perturbations atmosphériques, l'optique active et l'optique adaptative ont été développées ([53], [54]). Ces deux dernières technologies consistent à déformer un miroir du télescope à l'aide de son support afin de compenser des effets néfastes pour la qualité image du télescope tels par exemple les effets thermiques ou gravifiques (optique active), ou encore les effets atmosphériques (optique adaptative).

Mise en service	Nom du télescope (Site)	Diamètre M1
1908	Hale (Mont Wilson)	1.5 m
1917	Hooker (Mont Wilson)	2.5 m
1949	Hale Telescope (Mont Palomar)	5.1 m
1989	New-Technology Telescope (La Silla)	3 m
1993 et 1998	Keck I et Keck II (Hawai)	10.5 m
1998	VLT UT1 (Paranal)	8.2 m
A l'étude	E-ELT (Cerro Armazones)	42 m

TAB. 7.1 – Evolution du diamètre du miroir primaire M1 des télescopes professionnels [51], [56], [66].

Nous verrons dans ce chapitre que l'optique active nécessite l'utilisation d'un senseur de front d'onde. La shearographie pouvant être à la base d'un

tel senseur, nous adapterons l'installation du laboratoire pour une telle application. Nous utiliserons alors le montage dans un premier cas-test.

7.1 Erreurs de fronts d'onde.

La Fig. 7.1 schématisé le fonctionnement d'un télescope à deux miroirs. Les miroirs du télescope collectent la lumière de la source lumineuse (étoile) et focalisent cette lumière au foyer du télescope. L'étoile pouvant être considérée à l'infini, le front d'onde incident est plan et est sphérique convergent après réflexion sur les miroirs.

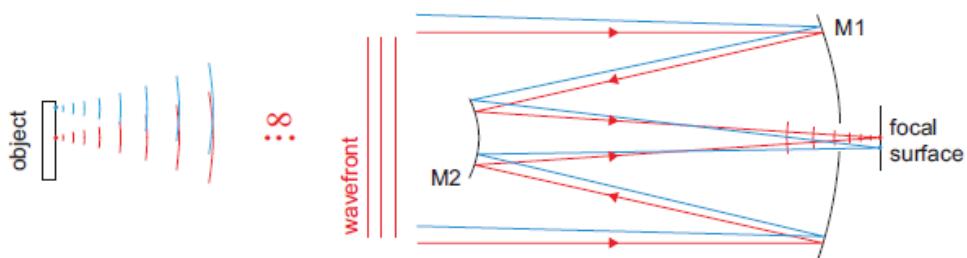


FIG. 7.1 – Chemin optique d'un télescope à deux miroirs [55].

En pratique, les défauts de fabrication du télescope, l'alignement des optiques et les conditions d'utilisation déteriorent le front d'onde du télescope et donc sa qualité image (Fig. 7.2). La différence entre le front d'onde réel du télescope et le front d'onde sphérique convergant "parfait" est qualifiée d'erreurs de front d'onde (WFE¹).

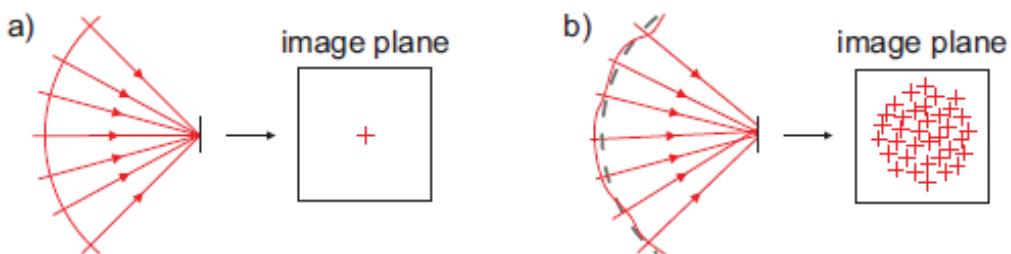


FIG. 7.2 – Spot image issu d'un front d'onde sphérique parfait (à gauche) et d'un front d'onde sphérique abérré (à droite) [55].

¹ *Wavefront Errors*

7.1.1 Introduction aux polynômes de Zernike.

Pour interpréter au mieux la WFE, il est d'usage d'analyser quelles aberrations optiques (astigmatisme, coma,...) composent la carte WFE de l'Instrument. Pour ce faire, la carte WFE est décomposée dans une base de polynômes orthogonaux représentatifs des aberrations optiques :

$$WFE(r, \theta) = \sum_j a_j Z_j(r, \theta); j > 0 \quad (7.1)$$

avec r et θ les coordonnées polaires ($x = r \cos\theta$, $y = r \sin\theta$) ; les coefficients a_j indiquent le poids de l'aberration j représentée par le polynôme $Z_j(r, \theta)$.

Les polynômes généralement employés pour obtenir une décomposition interprétable en terme d'aberrations optiques² sont les **polynômes de Zernike**. Ces derniers sont définis en terme de variables polaires à la Tab.7.2 pour une pupille circulaire. Cette table enseigne également la corrélation entre l'ordre j du polynôme et l'aberration qu'il représente. Une représentation graphique des polynômes de Zernike est également reprise à la Fig. 7.3. La représentation du polynôme Z_j schématise la forme des erreurs sur le front d'onde lorsque ce dernier est affecté par l'aberration correspondante au polynôme considéré. Par exemple, l'astigmatisme correspond à une erreur de front d'onde spatialement distribuée comme une "selle de cheval".

²L'annexe C introduit brièvement les aberrations optiques de basse fréquence.

j	Aberration	$Z_j(r, \theta)$
1	piston	1
2	Tilt selon X	$2r\cos(\theta)$
3	Tilt selon Y	$2r\sin(\theta)$
4	Focus	$\sqrt{3}(2r^2 - 1)$
5	Astigmatisme à 45°	$\sqrt{6}r^2\sin(2\theta)$
6	Astigmatisme à 0°	$\sqrt{6}r^2\cos(2\theta)$
7	Coma selon Y	$\sqrt{8}(3r^3 - 2r)\sin(\theta)$
8	Coma selon X	$\sqrt{8}(3r^3 - 2r)\cos(\theta)$
9	Trefoil à 60°	$\sqrt{8}r^3\sin(3\theta)$
10	Trefoil à 0°	$\sqrt{8}r^3\cos(3\theta)$
11	Sphéricité	$\sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$
12	Astigmatisme à 0° (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2)\cos(2\theta)$
13	Astigmatisme à 45° (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{10}(4r^4 - 3r^2)\sin(2\theta)$
14	Tetrafoil	$\sqrt{10}r^4\cos(4\theta)$
15	Tetrafoil	$\sqrt{10}r^4\sin(4\theta)$
16	Coma X (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{12}(10r^5 - 12r^3 + 3r)\cos(\theta)$
17	Coma Y (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{12}(10r^5 - 12r^3 + 3r)\sin(\theta)$
18	Trefoil (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{12}(5r^5 - 4r^3)\cos(3\theta)$
19	Trefoil (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{12}(5r^5 - 4r^3)\sin(3\theta)$
20	Hexafoil	$\sqrt{12}r^5\cos(5\theta)$
21	Hexafoil	$\sqrt{12}r^5\sin(5\theta)$
22	Sphéricité (2^{ieme} ordre)	$\sqrt{7}(20r^6 - 30r^4 + 12r^2 - 1)$

TAB. 7.2 – Définition des 22 premiers polynômes de Zernike pour une pupille circulaire [49].

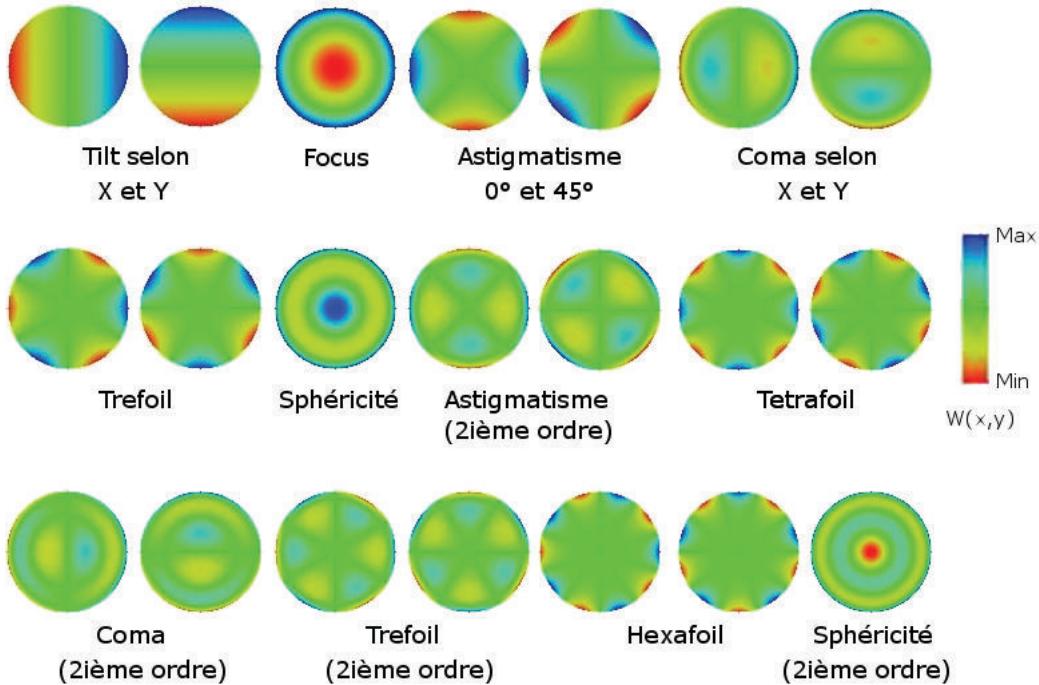


FIG. 7.3 – Représentation graphique des premiers polynômes de Zernike [68].

7.1.2 Mesure de WFE.

L’objectif de l’optique active est d’optimiser au maximum la qualité image du télescope en réduisant sa WFE ou une ou plusieurs de ses composantes $Z_j(r, \theta)$. Pour ce faire, une mesure de la WFE est effectuée en utilisant un senseur de front d’onde sur une partie déviée du faisceau lumineux du télescope (Fig. 7.4).

La WFE peut être mesurée par voie interférométrique [54], ce qui permet d’obtenir une excellente résolution, précision et sensibilité de mesure (ordre de grandeur du nanomètre) mais aussi une très bonne résolution spatiale (Mégapixels). Malheureusement les techniques interférométriques sont sensibles aux perturbations extérieures telles que les vibrations et nécessitent l’utilisation d’un faisceau de référence. Pour pallier ces problèmes, l’utilisation d’un senseur de front d’onde tel que par exemple un senseur de type Shack-Hartmann est souvent privilégiée.

Un senseur de type Shack-Hartmann est une caméra matricielle devant laquelle est alignée une matrice de microlentilles. Chaque microlentille focalise la lumière passant par son ouverture sur le capteur du détecteur matriciel

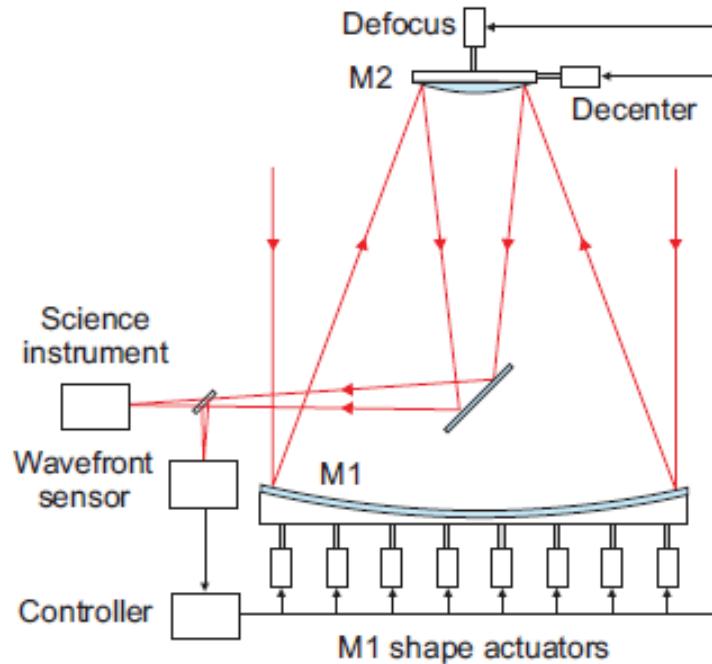


FIG. 7.4 – Fonctionnement de l'optique active [55].

(Fig. 7.5). Une matrice de spot lumineux est alors observée par l'intermédiaire du capteur de la caméra. Pour un front d'onde parfaitement plan, les spots sont centrés par rapport aux microlentilles. En présence d'aberrations optiques, les spots sont décentrés par rapport aux microlentilles d'une distance égale au produit de la longueur focale des microlentilles et de la pente locale du front d'onde [49]. La longueur focale des microlentilles étant connue, le front d'onde peut alors être reconstruit soit en mettant bout à bout des segments de droites dont la pente est égale à la pente locale mesurée du front d'onde (algorithme itératif), soit en construisant une carte de pentes et en ajustant cette dernière par la dérivée des polynômes $Z_j(r, \theta)$ (algorithme des moindres carrés).

Un exemple de mesure de WFE effectuée à l'aide d'un senseur de front d'onde de type Shack-Hartmann, composé de 11×11 microlentilles, commercialisé par la société Optocraft et réalisés en collaboration avec la société AMOS³ est présenté ci-après. La Fig. 7.6 représente la matrice de spots relative à une WFE principalement composée de focus ($a_{j=4} = -10\mu m$) et de tilt dans la direction horizontale ($a_{j=2} = -5.8\mu m$). L'amplitude des autres abér-

³Site internet de la société AMOS : www.amos.be

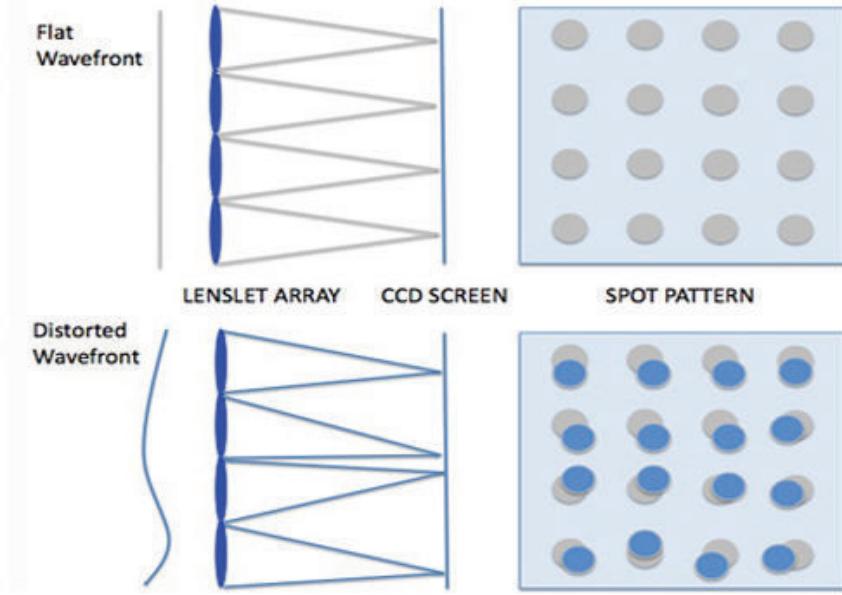


FIG. 7.5 – Principe d'un senseur de type Shack-Hartmann [67].

rations est inférieure à 100 nm. Les cases vertes matérialisent les différentes pupilles des microlentilles. Les traits blancs représentent le déplacement des spots par rapport au centre des microlentilles et induit par la WFE. La carte WFE reconstruite à partir de la mesure du déplacement des spots est représentée à la Fig. 7.7.

Les senseurs de Shack-Hartmann ne souffrent pas des inconvénients de l'interférométrie mais leur utilisation est limitée à l'analyse des aberrations de basse fréquence spatiale ($j < 11$) due à la dimension limitée de la matrice des microlentilles (de l'ordre de 10 x 10 microlentilles).

La shearographie étant une technique interférométrique, elle peut également servir comme senseur de front d'onde ([49], [54], [58], [59]). Dans ce cas, le senseur aura une grande partie des avantages des techniques interférométriques (précision et résolution spatiale...) sans souffrir de leurs principaux inconvénients. Toutefois, le caractère différentiel de la technique induit que son utilisation nécessitera d'effectuer au moins deux mesures dans deux directions de cisaillement différentes et le senseur ne permettra pas la mesure des tilts X et Y.

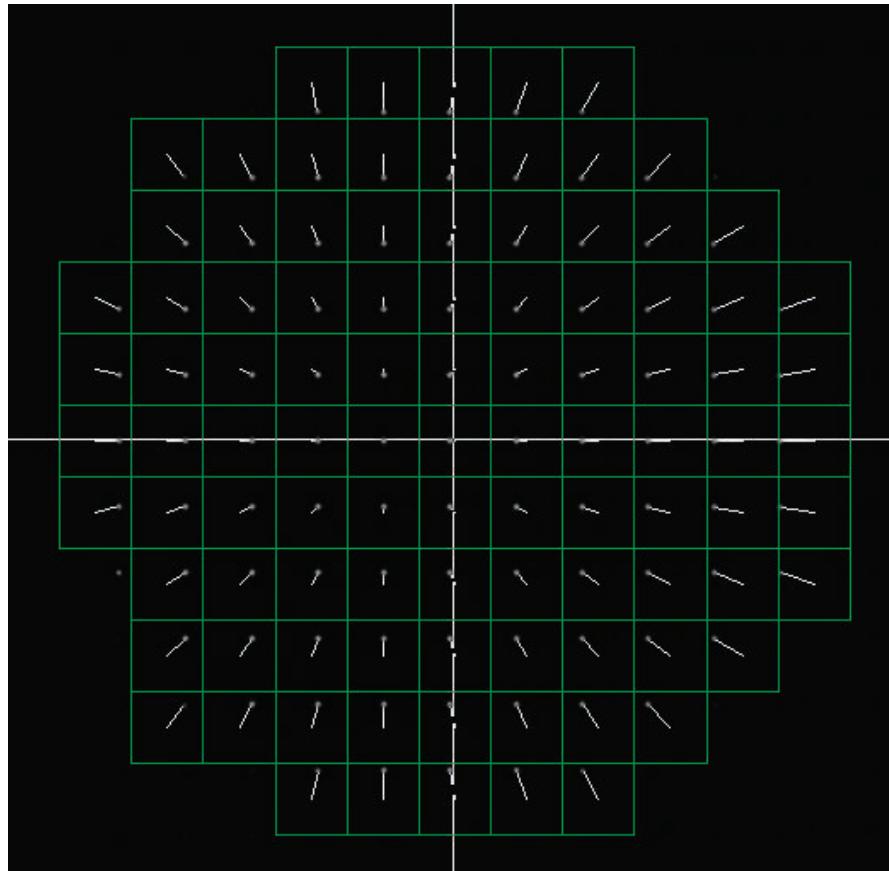


FIG. 7.6 – Matrice de spots représentative d'un tilt horizontal et de focus.

7.2 Introduction à la mesure WFE par shearographie.

Par analogie avec le contrôle non destructif ou la mesure dérivée de déplacements par shearographie, la mesure de WFE par shearographie consiste à cisailler le front d'onde à analyser, à décaler spatialement les deux faisceaux issus du cisaillement et à les superposer afin de les faire interférer. Les faisceaux cisaillés n'ayant été en contact uniquement qu'avec des surfaces spéculaires (miroirs et lentilles), leur distribution de phase ne présente pas de hautes fréquences spatiales (speckle) et un jeu de franges d'interférence est alors directement observé dans la zone de recouvrement des faisceaux cisaillés. En accord avec la théorie des interférences, la distribution d'éclaircissement de ce jeu de franges est corrélée à la différence de phase entre les faisceaux interférant : $\phi(x - \delta x, y) - \phi(x, y)$, pour un cisaillement de taille δx

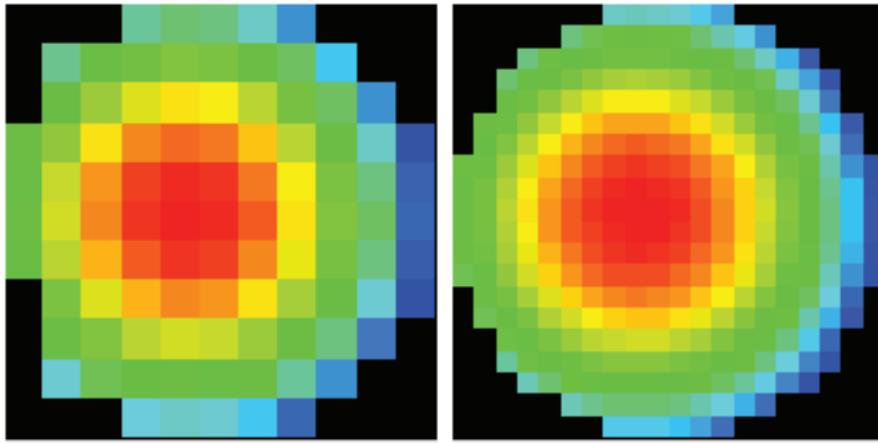


FIG. 7.7 – Carte WFE reconstruite à partir de la matrice de spots de la Fig. 7.6 par un algorithme itératif (à gauche) et par un algorithme de moindres carrés (à droite).

dans la direction X. Cette différence de phase peut se réécrire [54] :

$$(\phi(x - \delta x, y) - \phi(x, y)) \frac{\delta x}{\delta x} \quad (7.2)$$

Ou encore, pour des petits cisaillements :

$$\frac{\partial (\phi(x, y))}{\partial x} \delta x \quad (7.3)$$

Pour des fronts d'onde quasi-plans, la distribution de phase ϕ représente la WFE du front d'onde. La shearographie permet dès lors une mesure de la dérivée des erreurs de front dans la direction du cisaillement, $\partial WFE / \partial x$, et ce proportionnellement à sa taille δx .

En pratique, la dérivée des erreurs de front d'onde est mesurée en appliquant, par exemple, un algorithme de décalage de phase temporel aux franges d'interférences de la zone de recouvrement des faisceaux cisaillés. Pour permettre une interprétation physique de la carte de phase obtenue il est courant, comme précédemment, de décomposer la carte de phase dans une base de polynômes représentatifs des aberrations optiques. En shearographie, suite au caractère différentiel de la technique, les polynômes généralement utilisés pour définir la base sont la dérivée des polynômes de Zernike par rapport à la direction du cisaillement et modulés par sa taille. Dans ce rapport, nous qualifierons le résultat de la dérivée des polynômes de Zernike par le terme de **polynômes de Zernike cisaillés**. Ces derniers sont définis en coordonnées

cartésiennes à la Tab. 7.3 pour des cisaillements dans la direction X et dans la direction Y [60].

Les abérrations d'un front d'onde peuvent être déduites de la distribution de phase mesurée en considérant les polynômes de Zernike cisaillés comme base mathématique. En pratique, un opticien averti peut également déduire les abérrations principales du front d'onde analysé en observant l'allure des franges d'interférence de la zone de recouvrement des faisceaux cisaillés. Sur base des équations mathématiques des aberrations (Tab. 7.3), nous avons simulés les franges d'interférence correspondant aux premiers polynômes de Zernike cisaillés et ce pour différentes tailles et directions de cisaillement (Figs. 7.8 à 7.15). Ces shearogrammes nous aiderons à l'interprétation des données du cas-test (section 7.3.2). Ils permettent également de déjà tirer quelques conclusions concernant l'utilisation de la shearographie comme senseur de fronts d'onde :

- le nombre de franges est proportionnel à la taille du cisaillement, en accord avec l'Eq. 7.3. La sensibilité de l'interféromètre pourra dès lors être ajustée en fonction de l'application ;
- les aberrations de focus et d'astigmatisme à 0° induisent des franges d'allure identique (rectilignes). Il sera donc difficile de différencier les deux aberrations. Toutefois des différences existent entre les deux jeux de franges. La période spatiale des franges de focus est deux fois plus petite à celle des franges d'astigmatisme pour des cisaillements de taille identique. De même, les franges de focus tournent dans le même sens que la direction du cisaillement lorsque cette dernière est modifiée, tandis que les franges d'astigmatisme tournent dans le sens inverse ;
- remarquons également que les franges relatives à de la coma X obtenues avec un cisaillement dans la direction Y, que les franges relatives à de la coma Y avec un cisaillement dans la direction X et que les franges de trefoil à 60° induites par un cisaillement dans la direction X sont identiques.

Des deux dernières observations, nous retiendrons que l'analyse qualitative de la WFE sur base de l'observation du jeu de franges d'interférence doit absolument être réalisée en considérant différentes directions de cisaillement, si l'aberration constituant principalement la WFE ne peut à priori pas être connue.

j	Aberration	$\frac{\partial Z_j(x,y)}{\partial x}$	$\frac{\partial Z_j(x,y)}{\partial y}$
1	piston	0	0
2	Tilt selon X	$2\delta x$	0
3	Tilt selon Y	0	$2\delta y$
4	Focus	$8x\delta x$	$8x\delta y$
5	Astigmatisme à 45°	$4y\delta x$	$4x\delta y$
6	Astigmatisme à 0°	$4x\delta x$	$-4y\delta y$
7	Coma selon Y	$12xy\delta x$	$-4\delta y + 6(\delta y)^3 - 6y^2\delta y + 18y^2\delta y$
8	Coma selon X	$-4\delta x + 6(\delta x)^3 + 18x^2\delta x + 6y^2\delta x$	$12xy\delta y$
9	Trefoil à 60°	$12xy\delta x$	$-2(\delta y)^3 + 6x^2\delta y - 6y^2\delta y$
10	Trefoil à 0°	$2(\delta x)^3 + 6x^2\delta x - 6y^2\delta x$	$-12xy\delta y$
11	Sphéricité	$-24x\delta x + 48x(\delta x)^3 + 48x^3\delta x + 48xy^2\delta x$	$-24y\delta y + 48y(\delta y)^3 + 48x^2y\delta y + 48y^3\delta y$

TAB. 7.3 – Définition des premiers polynômes de Zernike cisailés pour une pupille circulaire [60].

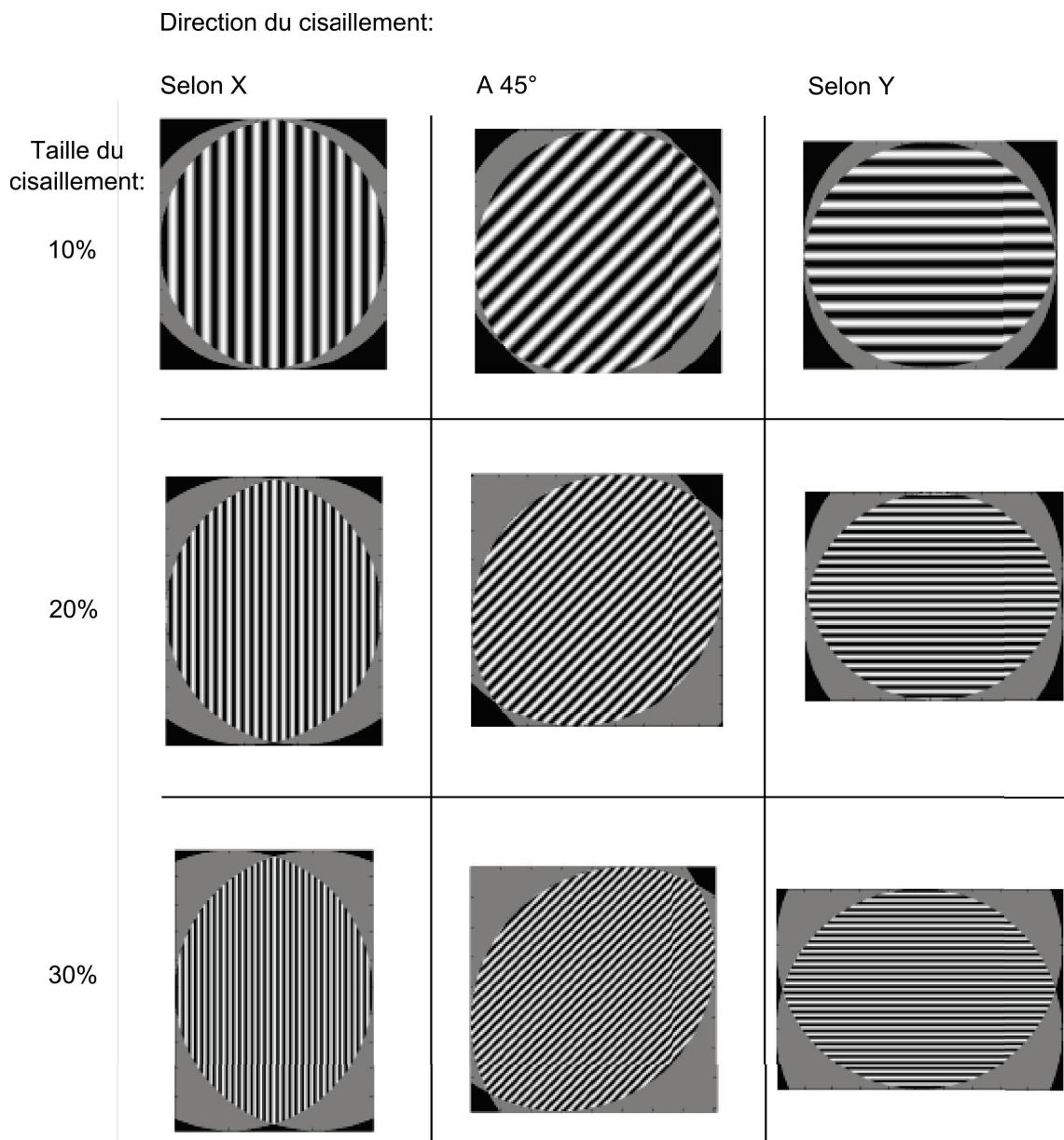


FIG. 7.8 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de focus pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

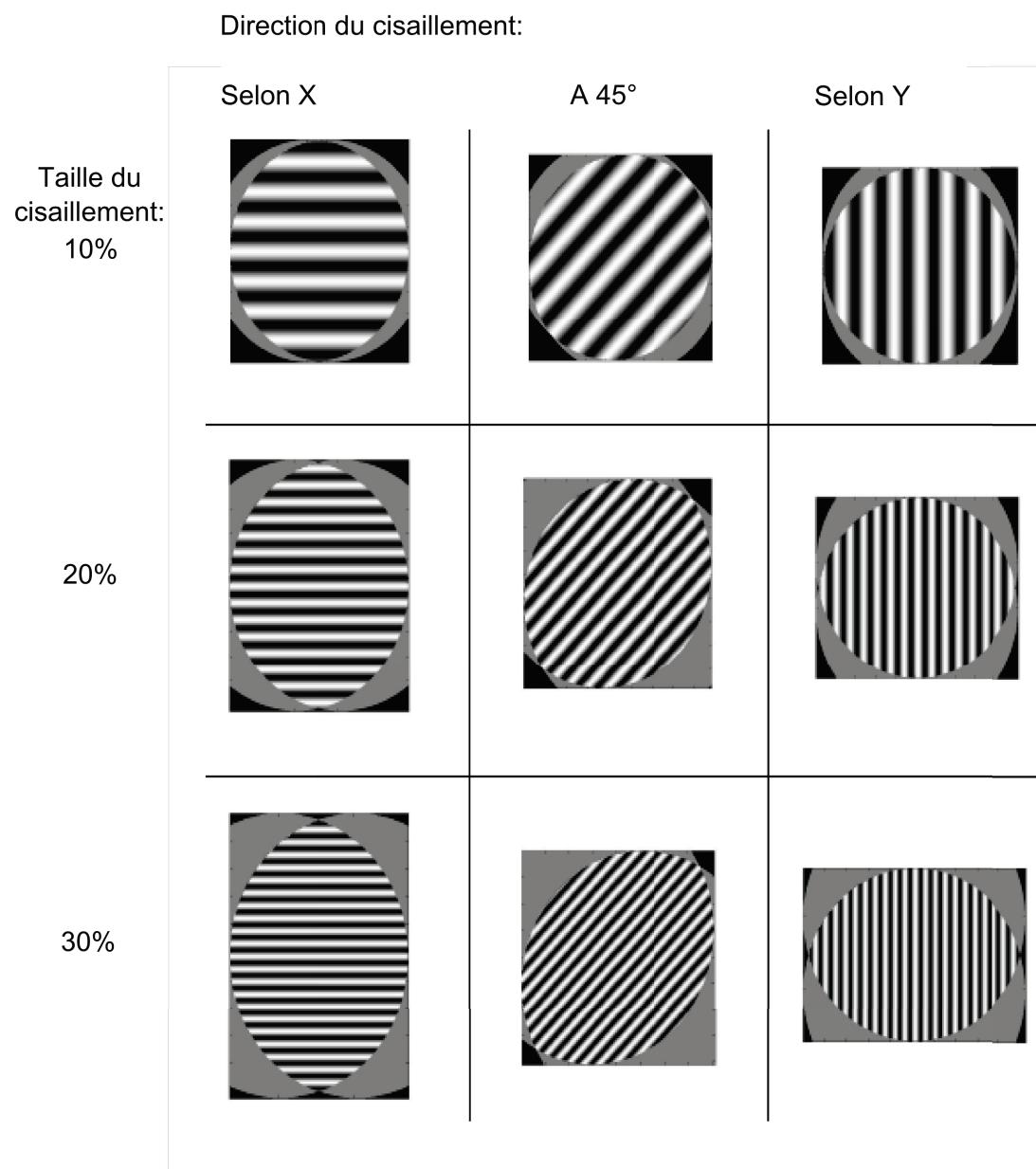


FIG. 7.9 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration d'astigmatisme à 45° pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

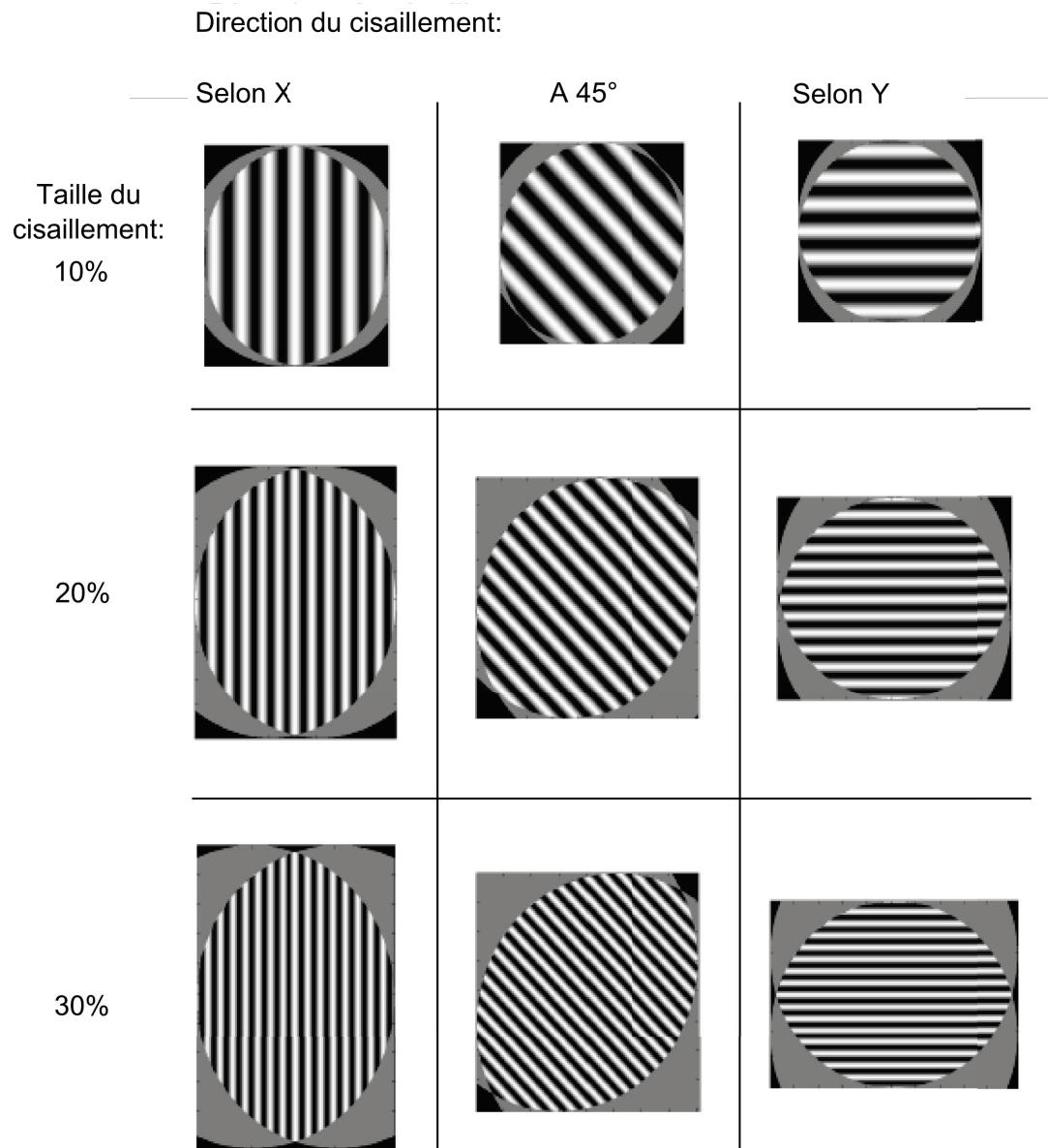


FIG. 7.10 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration d'astigmatisme à 0° pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

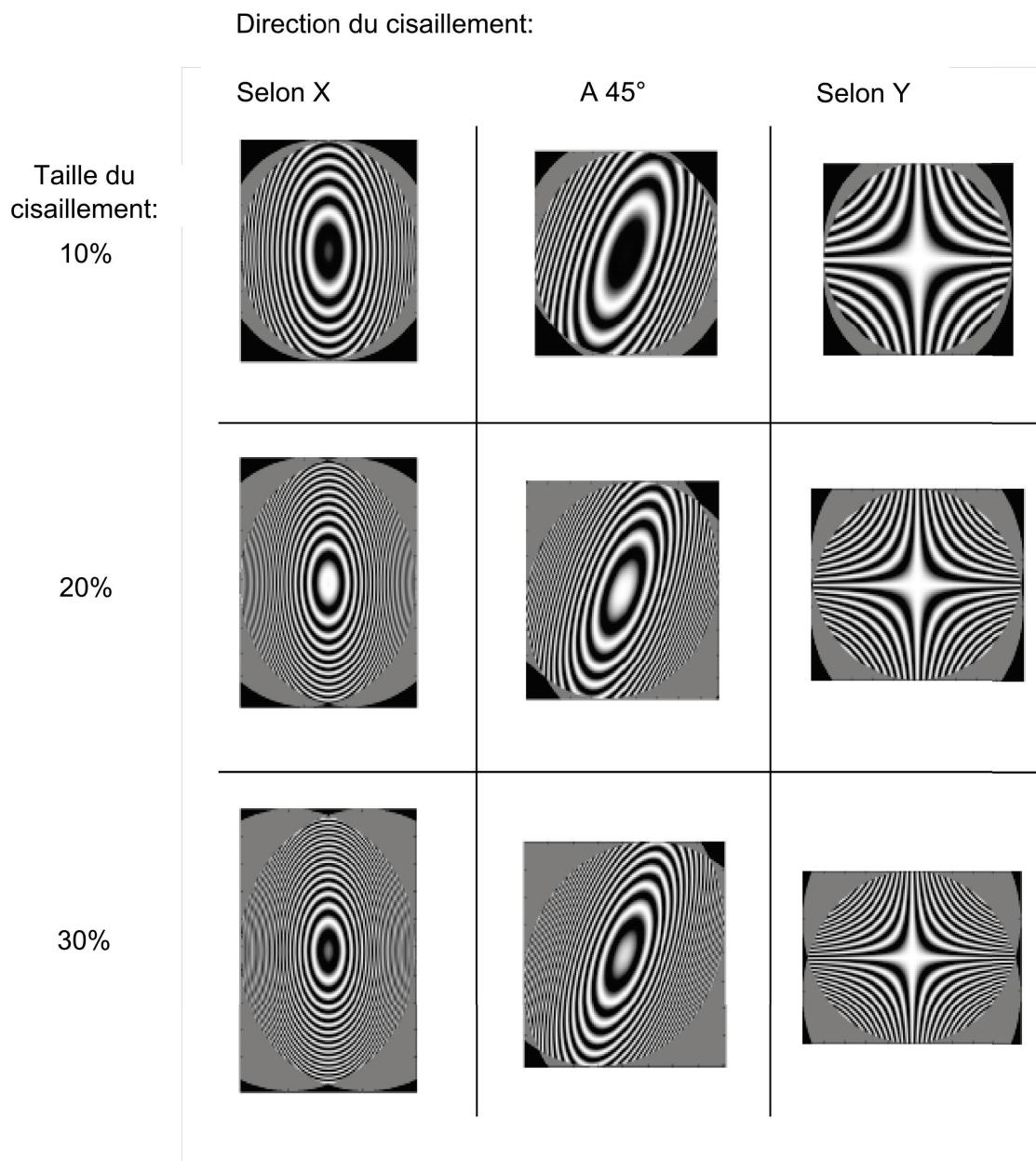


FIG. 7.11 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de coma selon X pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

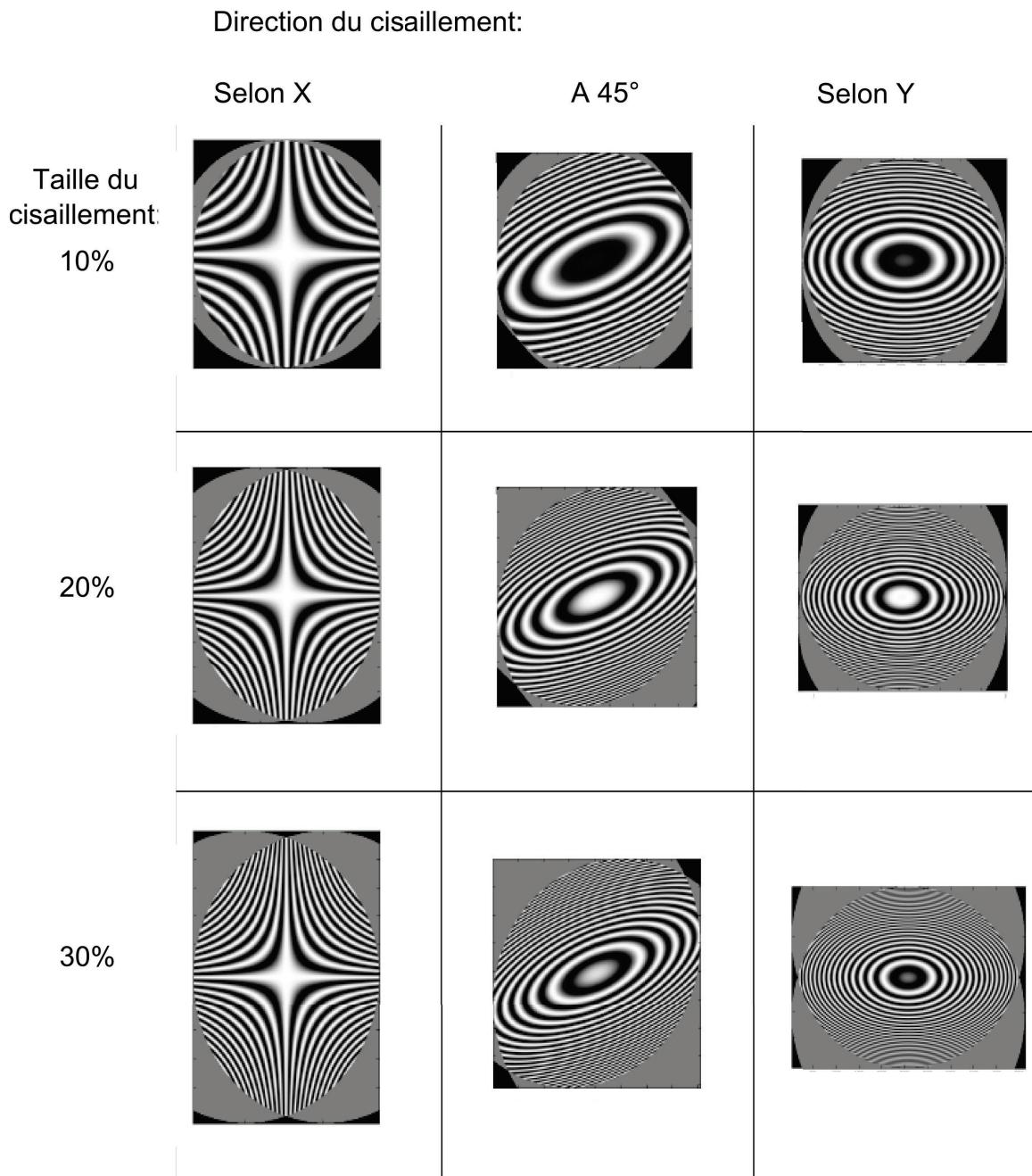


FIG. 7.12 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de coma selon Y pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

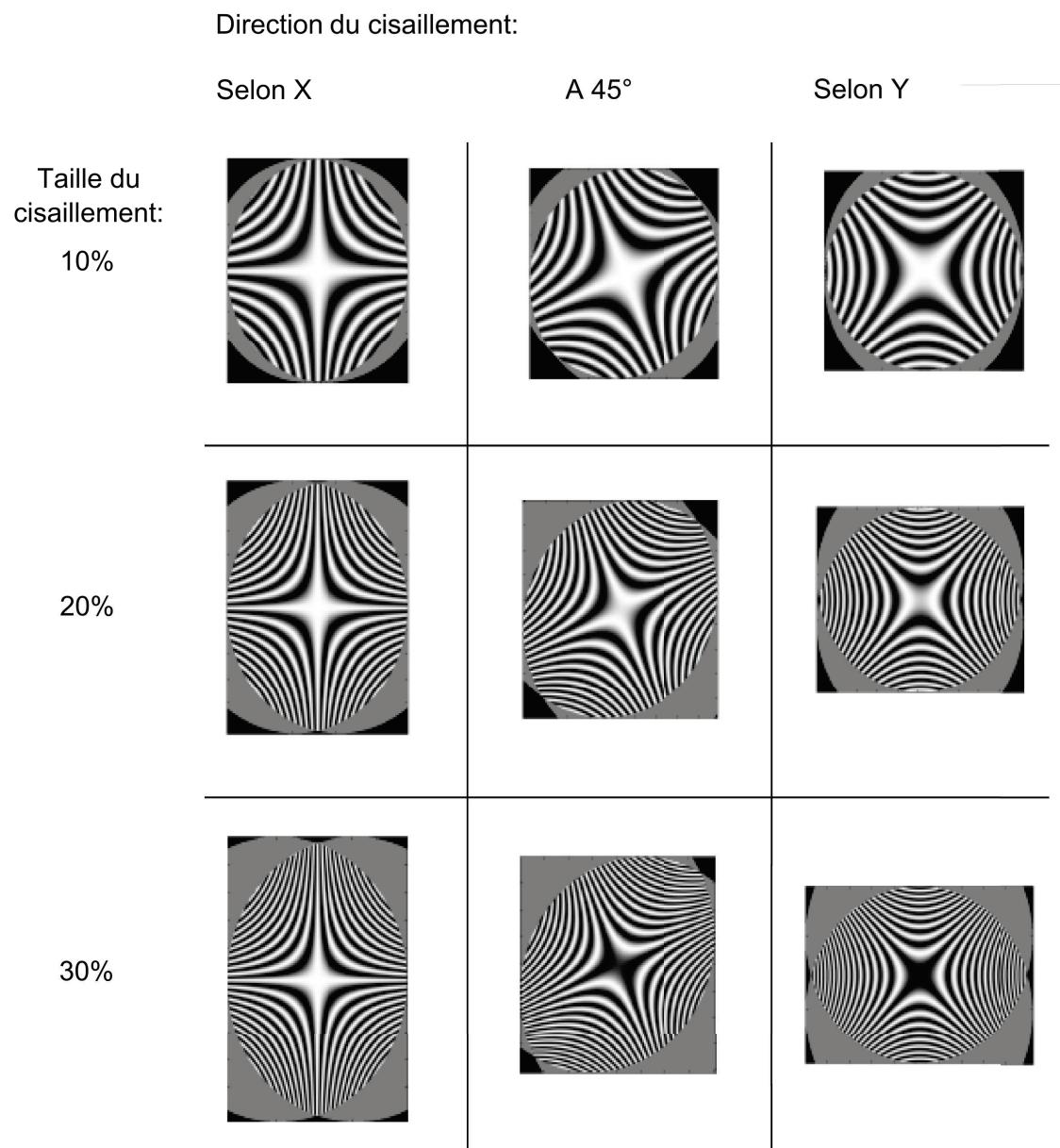


FIG. 7.13 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de trefoil à 60° pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

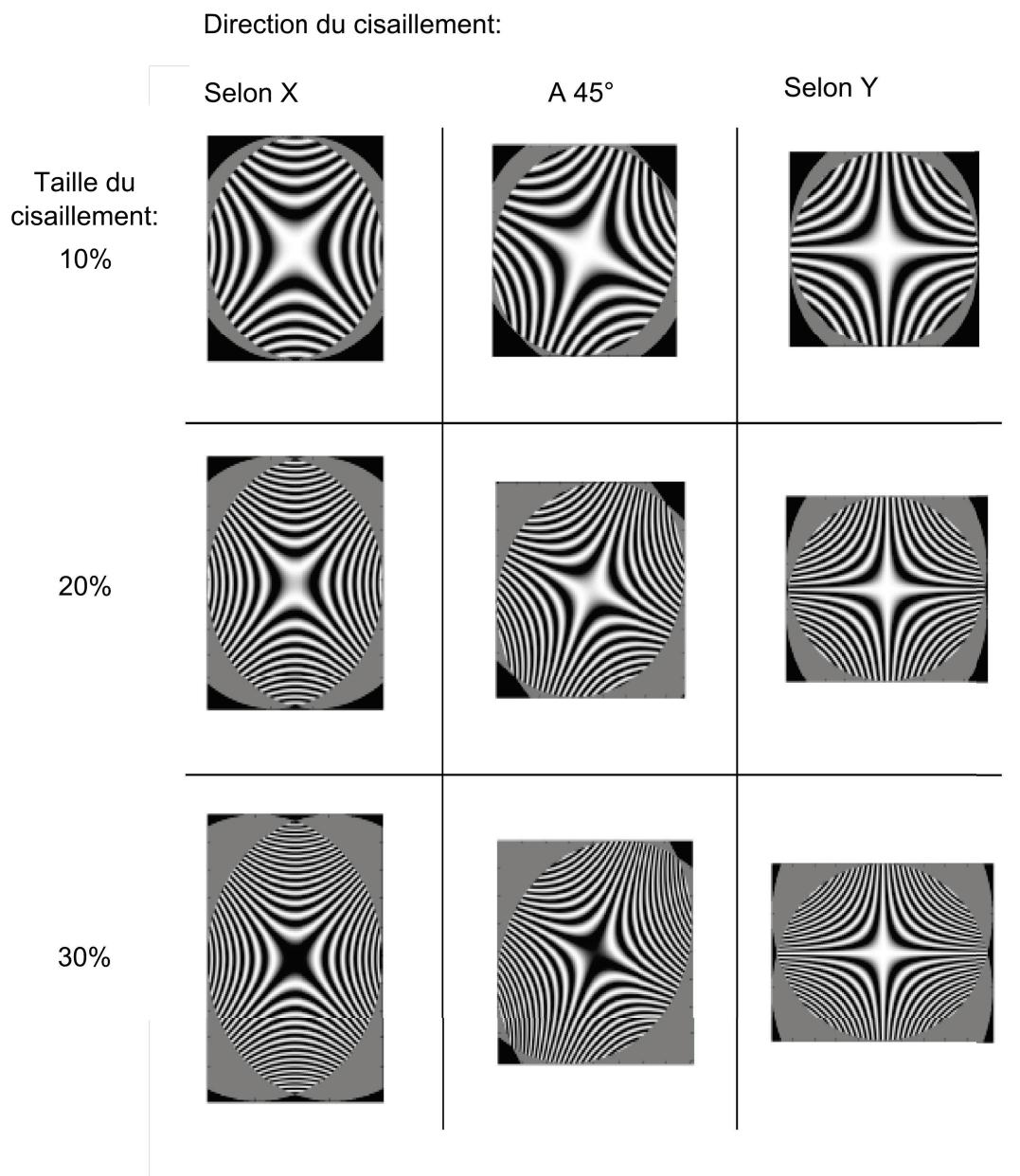


FIG. 7.14 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de trefoil à 0° pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

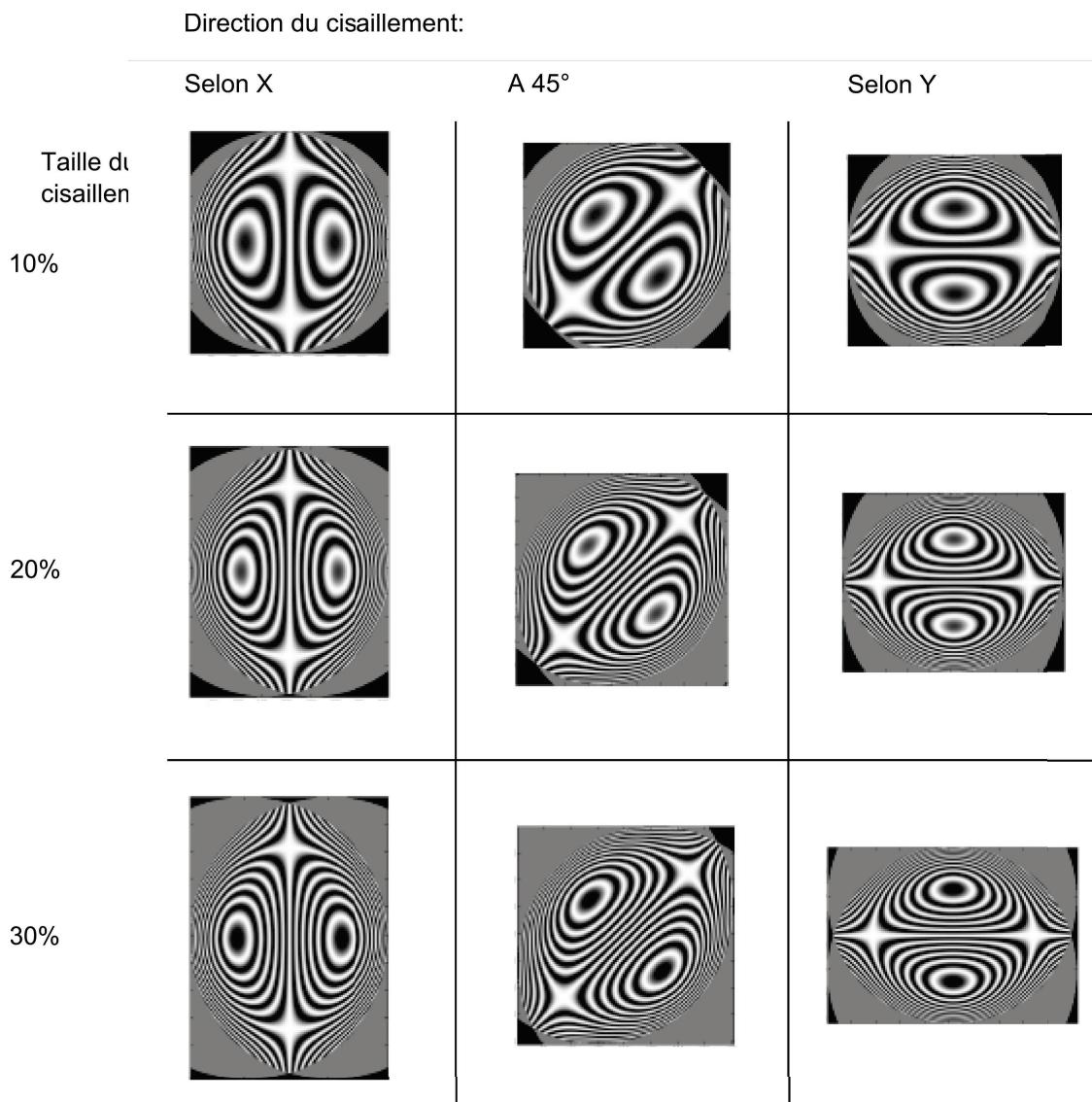


FIG. 7.15 – Shearogrammes représentatifs de l'aberration de sphéricité pour différentes tailles et directions de cisaillement. La taille du cisaillement est exprimée en pourcentage de la taille de l'image.

7.3 Caractérisation expérimentale de fronts d'onde par shearographie.

Dans cette section, nous présenterons l'interféromètre de shearographie adapté pour la caractérisation de fronts d'onde ainsi qu'un premier cas-test. Cet essai élémentaire permettra de mettre en évidence les avantages et inconvénients de la technique et de l'installation actuelle. Il permettra également de démontrer le bon fonctionnement de l'installation.

7.3.1 Senseur shearographique de fronts d'onde.

La Fig. 7.16 présente l'interféromètre de shearographie tel qu'il a été adapté pour la caractérisation de fronts d'onde. Le concept de base de cette installation est d'analyser le front d'onde focalisé au foyer objet de la lentille L1 de l'interféromètre. Pour ce faire, L1 collimate le faisceau incident, lequel traverse alors les différents composants utiles à la shearographie à décalage de phase temporel⁴ (lame de Savart, lames $\lambda/4$, cellule LCD, polariseur linéaire et caméra matricielle) afin d'être cisaillé.

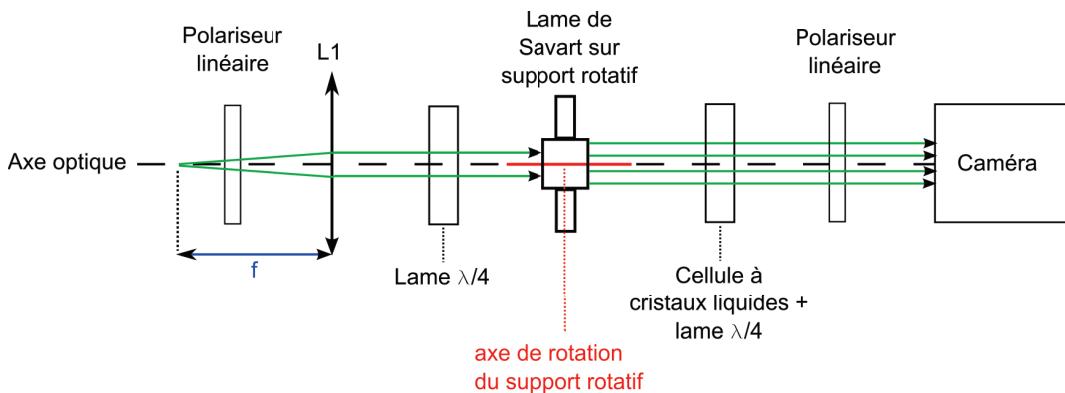


FIG. 7.16 – Montage de shearographie à lame de Savart pour la mesure WFE.

Dans des conditions idéales, le front d'onde incident ne présente aucune aberrations, les optiques ne présentent aucun défaut de surface et aucune inhomogénéité d'indice de réfraction, les composants sont parfaitement alignés entre eux et par rapport à l'axe optique du senseur. Dès lors, le front d'onde au niveau de la caméra est plan avant cisaillement et aucune franges d'interférence n'est visible au niveau de la caméra. Le shearogramme est une

⁴Voir chapitre 4

teinte plate. Pour une installation parfaite et un front d'onde incident présentant une ou plusieurs aberrations, le front d'onde au niveau de la caméra est déformé par rapport au plan en fonction des coefficients de Zernike qui le caractérisent. En pratique, l'interféromètre introduira également des aberrations induites par les défauts des optiques et des erreurs d'alignement. Le front d'onde analysé sera alors d'avantage aberré. Les aberrations de l'installation devront être prises en compte lors d'une étape de calibration et/ou devront pouvoir être négligées par rapport à l'amplitude des aberrations du front d'onde incident.

Pour réduire les aberrations intrinsèques au senseur et en particulier celles introduites par la lentille L1, cette dernière est une lentille plano-convexe présentant une longueur focale f importante par rapport à son diamètre (référence de L1 : Thorlabs - LA1207). En effet, l'amplitude des aberrations de sphéricité, de coma et d'astigmatisme dépendent respectivement d'un terme en $1/f^3$, $1/f^2$ et $1/f$ [52]. Les erreurs de front d'onde de L1 relatives à son design ont été évaluées à l'aide de simulations Zemax. Les erreurs de front d'onde liées au design de L1 avant et après cisaillement sont représentées à la Fig. 7.17.

L'utilisation d'une lentille de longue focale permet une réduction des erreurs de front d'onde induites par L1. Toutefois, l'utilisation d'une telle focale réduit considérablement l'ouverture de l'interféromètre ($f/7.8$). Si le faisceau incident à analyser est plus ouvert que le senseur, l'ouverture du senseur peut être augmentée en remplaçant L1 par une lentille présentant un f-number plus petit. Pour ne pas vignetter le faisceau collimaté avec la lame de Savart, il est alors recommandé d'utiliser une lentille de même diamètre que L1 (12.7 mm) et de privilégier l'utilisation d'une focale plus courte que celle de L1 (100 mm). En fonction de l'application et de l'amplitude des aberrations à mesurer, il sera alors peut-être nécessaire d'employer une lentille asphérique ou un doublet (plano-Cx + ménisque positive) au détriment d'une lentille simple de type plano-convexe pour limiter les erreurs de front d'onde induites par la lentille.

7.3.2 Cas-test : caractérisation de défocus.

Le cas-test mis en oeuvre pour tester le senseur shearographique consiste à caractériser le focus introduit lorsqu'un point source est déplacé par rapport à L1 le long de l'axe optique OZ du senseur.

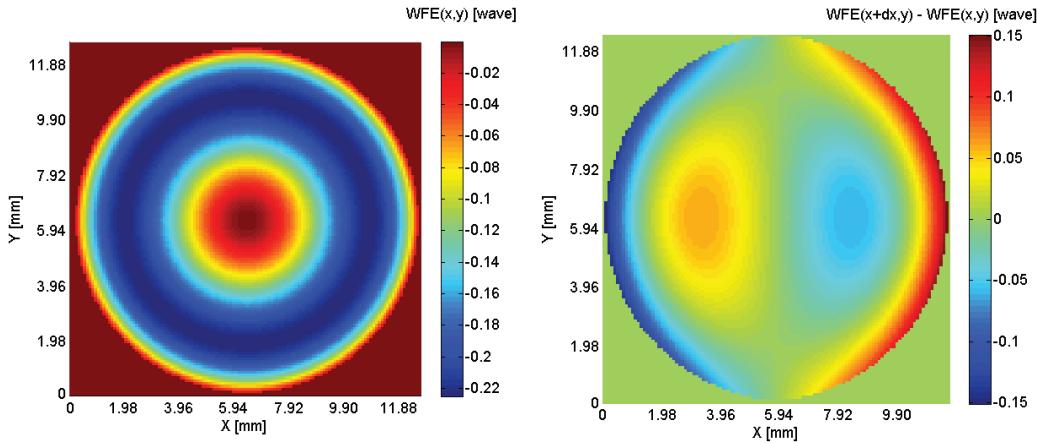


FIG. 7.17 – WFE relative au design de L1 avant et après cisaillement (de gauche à droite).

Pour mettre en oeuvre ce cas-test, un laser Nd-YAG (532nm) et un filtre spatial sont alignés sur l'axe optique du senseur et de manière telle que le pinhole du filtre soit positionné au foyer objet de L1, soit en z_0 . Le faisceau émergeant du pinhole est dès lors le faisceau incident à caractériser. Pour une mise en oeuvre plus aisée, le faisceau est défocalisé par rapport à L1 non pas en déplaçant le filtre spatial le long de l'axe OZ mais bien en déplaçant L1 le long de cet axe.

Pour tenir compte dans nos mesures des erreurs introduites sur le front d'onde par le senseur lui-même, une calibration du senseur est nécessaire. Cette dernière est effectuée en positionnant au mieux la lentille L1 en z_0 le long de l'axe optique. Cet alignement est réalisé en minimisant les franges d'interférence observées au niveau du capteur CCD. La lentille positionnée, quatre images déphasées temporellement de $\pi/2$ sont alors enregistrées et une carte de phase de référence ϕ_A est calculée à l'aide de l'Eq.1.11 (Fig. 7.18). La carte de phase de référence ayant l'allure d'un plan dont la pente est dans la direction orthogonale à la direction du cisaillement, l'aberration optique principalement introduite par le senseur est de l'astigmatisme à 45° (section 7.2).

L'installation calibrée, la lentille est alors déplacée le long de l'axe optique. Pour chaque position z de la lentille considérée, quatre images déphasées temporellement de $\pi/2$ sont enregistrées et la distribution spatiale de la phase du front d'onde en cette position z , $\phi_B(z)$, est calculée à l'aide de l'Eq.1.11. La carte de phase de référence ϕ_A est alors soustraite de la distribution $\phi_B(z)$

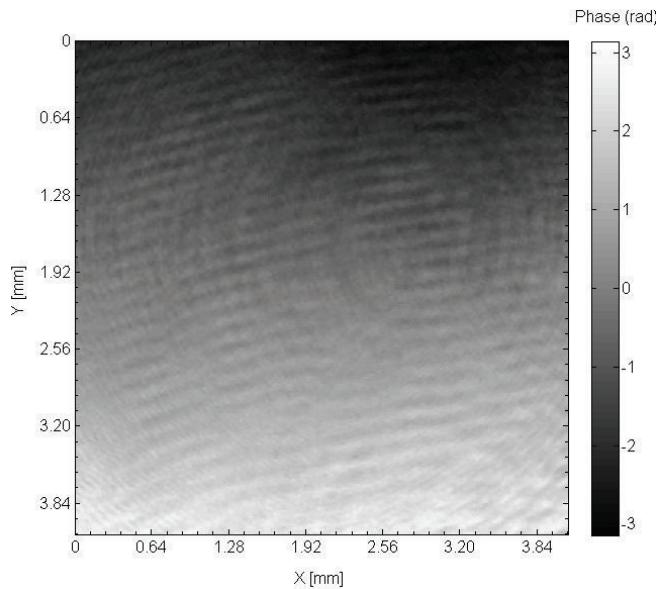


FIG. 7.18 – Carte de phase de calibration du senseur, ϕ_A .

pour éliminer les erreurs de front d'onde intrinsèques au senseur. La Fig. 7.19 montre différentes cartes de phase enroulées, $\Delta(z) = \phi_B(z) - \phi_A$, obtenues pour différentes positions z de la lentille. Qualitativement, les franges observées sont rectilignes et perpendiculaires à la direction du cisaillement. Elles caractérisent donc bien du défocus, en accord avec la théorie (section 7.2).

Pour analyser quantitativement les cartes de phase obtenues, les cartes ont été filtrées (par un masque médian de dimension 5 au niveau sinus-cosinus), déroulées si nécessaire et ajustées par un plan, figure géométrique caractérisant le focus en shearographie. L'amplitude PTV de la phase déroulée, dW_4 , a alors été estimée à partir de l'ajustement (Fig. 7.20).

Le défocus peut être mesuré pour de grands déplacements de la lentille (plusieurs millimètres). Par contre, pour les déplacements inférieurs à 1 mm par rapport à la position z_0 de L1, la dérivée du focus n'a pas pu être estimée car le rapport signal sur bruit de la mesure est trop faible. En considérant uniquement les déplacements de L1 supérieurs au millimètre, l'amplitude de la phase peut être ajustée par une loi en $(z - z_0)^2$ avec un coefficient de corrélation unitaire (Fig. 7.20) :

$$dW_4(z) = -0.0687 (z - z_0)^2 + 3.7088 (z - z_0) + 0.169 \quad (7.4)$$

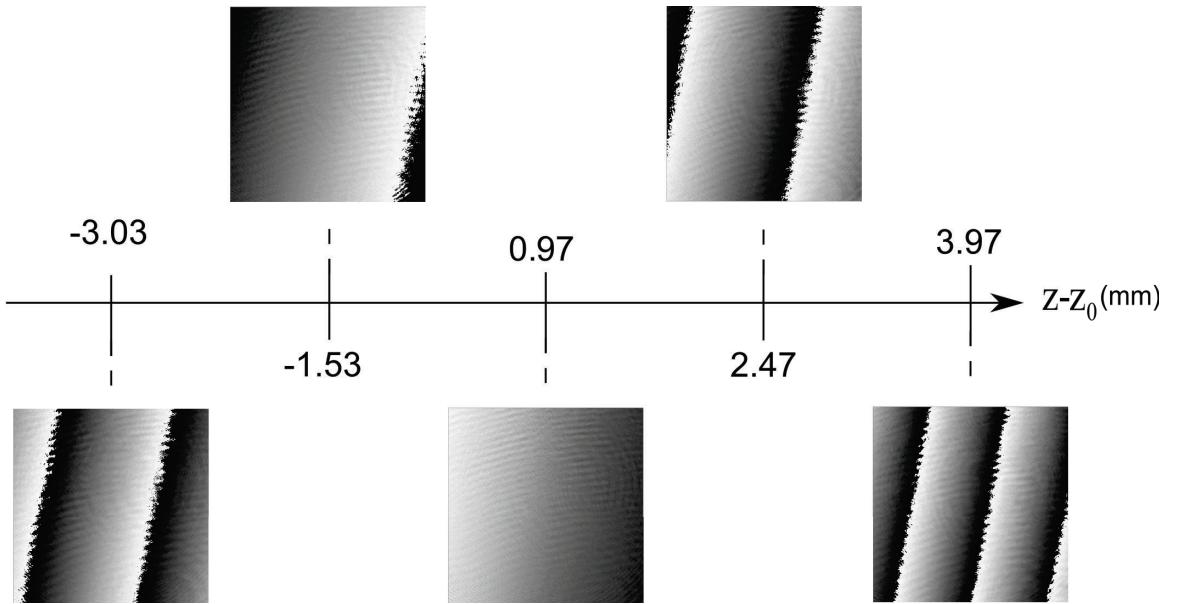


FIG. 7.19 – Cartes de phase enroulées (non filtrées) obtenues à différentes positions z de L1.

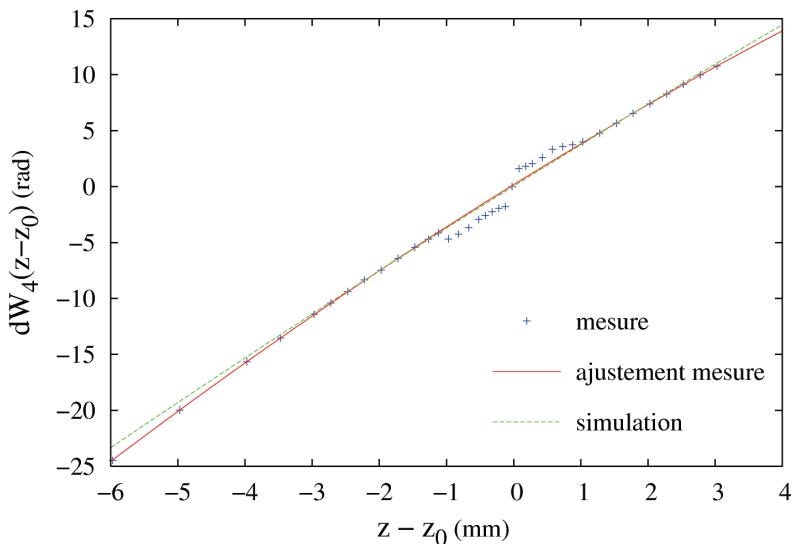


FIG. 7.20 – Phase mesurée en fonction du défocus de L1 par rapport à sa position nominale z_0 .

Ayant toujours considéré la même région d'intérêt du détecteur quelle que soit la position de L1 le long de l'axe optique, l'amplitude PTV estimée de la phase a ensuite été multipliée par un facteur correctif pour tenir compte

du fait que le défocus induit par le déplacement de L1 modifie la taille de la pupille de sortie (Fig. 7.21). Le diamètre de la pupille varie de l'ordre de 0.2% par millimètre de déplacement z de L1.

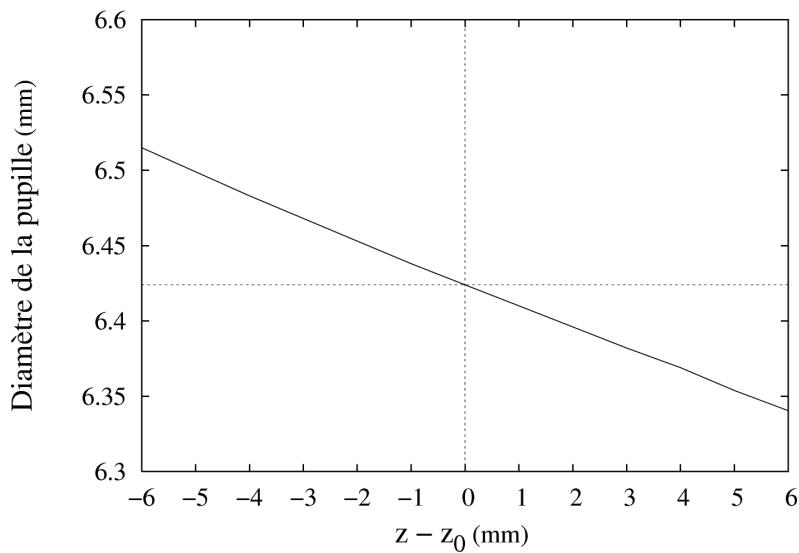


FIG. 7.21 – Estimation numérique du diamètre de la pupille en fonction de la position z de L1.

Dans le but de valider les mesures précédentes, l'erreur de front d'onde induit par le déplacement de la lentille a été simulé à l'aide du logiciel de design optique Zemax. Les cartes d'erreurs de front d'onde obtenues ont alors été cisaillées avec une direction et une taille de cisaillement identiques à celle du senseur ($\delta x = 0.83\text{mm}$). L'amplitude PTV de la phase en a été déduite sur une pupille carrée de dimension identique à celle analysée au laboratoire (Fig. 7.21). Les simulations enseignent que l'amplitude PTV de la phase induite par le défocus en fonction du déplacement est donnée par l'équation (Fig. 7.20) :

$$dW_4^{th}(z) = -0.029(z - z_0)^2 + 3.7205(z - z_0) + 0.0322 \quad (7.5)$$

En analysant la différence entre les mesures (multipliées par le facteur correctif) et les simulations, nous constatons qu'une erreur systématique est présente dans nos mesures. En effet, la différence entre les mesures et la théorie suit principalement une loi en $(z - z_0)^2$ (Fig. 7.23) :

$$dW_4(z) - dW_4^{th}(z) = -0.030(z - z_0)^2 - 0.0121(z - z_0) + 0.132 \quad (7.6)$$

La différence entre la théorie et les mesures en $z = z_0$ peut s'expliquer par les erreurs sur l'estimation de la taille du cisaillement, sur l'estimation du z_0 et sur les erreurs sur l'estimation du grandissement pixel-micron du senseur.

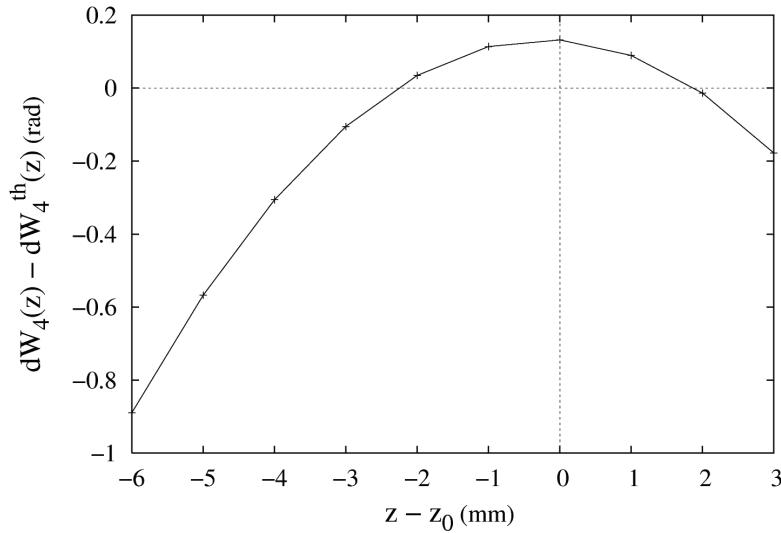


FIG. 7.22 – Ecart théorie-expérience.

La composante quadratique de l'erreur peut s'expliquer par un décentrement entre l'axe optique de l'interféromètre et l'axe optique du filtre spatial. Dans ce cas, l'angle des faisceaux α lumineux au niveau de L1 serait donné par (Fig. 7.23) :

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{z_{L1}} \quad (7.7)$$

avec z_{L1} la position de la lentille par rapport au pinhole du filtre.

Le décentrement devant être relativement faible, la relation précédente se réduirait à :

$$\alpha \simeq \frac{d}{z_{L1}} \quad (7.8)$$

Dans ces conditions, l'incidence des rayons varierait linéairement avec la position de la lentille. Ce qui induirait de l'astigmatisme dont l'amplitude varierait quadratiquement avec la position de la lentille : l'astigmatisme est

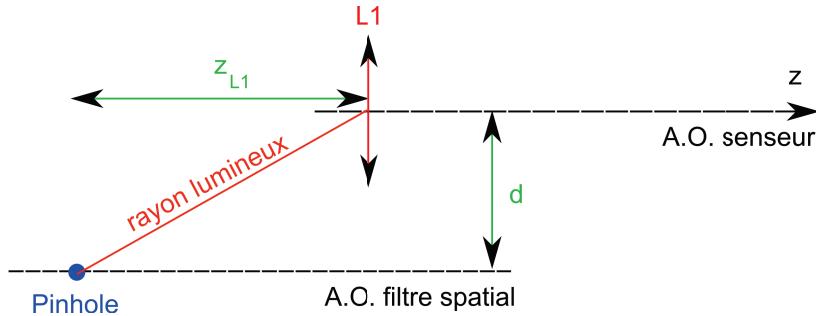


FIG. 7.23 – Décentrement des axes optiques (A.O.) du senseur et du filtre spatial. Les tailles de ce schéma sont fortement accentuées par rapport aux valeurs réelles pour mieux mettre en évidence l'effet du décentrement.

une fonction quadratique de l'angle α (Fig. 7.24). En shearographie l'astigmatisme étant une fonction linéaire en x ou en y selon la direction de l'aberration, sa présence a pour effet dans notre méthodologie de compenser ou d'augmenter l'amplitude PTV mesurée de la phase. Nos mesures de défocus peuvent donc être affectées par l'astigmatisme présent dans le senseur.

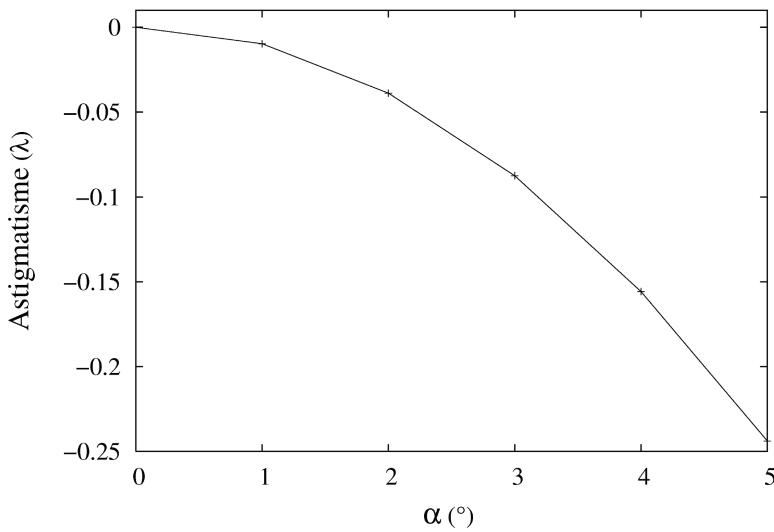


FIG. 7.24 – Astigmatisme induit par L1 en fonction de l'incidence des faisceaux lumineux.

7.4 Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons introduit la théorie relative à la caractérisation de fronts d'onde par shearographie ainsi que les polynomes de Zernike cisaillés. Nous avons alors adapté l'installation de shearographie afin de pouvoir employer cette dernière comme senseur de fronts d'onde. Le senseur mis en place a été calibré et validé dans le cadre d'un premier cas-test qui a consisté en la caractérisation de défocus en fonction du déplacement d'un point source.

L'amplitude mesurée de défocus est dans les ordres de grandeur attendus. Toutefois, une erreur expérimentale systématique induit que l'amplitude mesurée diverge légèrement de la théorie et ce quadratiquement en fonction de la variable $z - z_0$. Cette erreur systématique semble liée à une erreur d'alignement du banc de test.

Sixième partie

Conclusion générale et perspectives

Chapitre 8

Conclusion générale et perspectives.

8.1 Conclusion générale.

Dans un premier temps, la théorie de la shearographie a été rappelée et les acquis du laboratoire dans ce domaine ont été brièvement présentés. Sur base de ces connaissances, nous avons employés l'installation pour effectuer quelques essais de détection de défauts. Ces derniers nous ont permis de nous familiariser avec la technique mais aussi de montrer que pour mettre en évidence des défauts dans les cartes de phase, il est nécessaire d'appliquer à l'objet étudié une contrainte la plus homogène possible. Ces essais ont également mis en évidence le fait que la direction du cisaillement est un paramètre clé pour la détection de défauts : seuls les défauts dont la dimension principale est perpendiculaire à la direction du cisaillement peuvent être détectés par shearographie. Cette caractéristique de la technique est évidemment à prendre en considération pour des défauts telles que les fissures. Enfin, les essais de détection de défauts ont permis de définir les développements à effectuer pour améliorer la technique.

Si le monde scientifique est d'accord sur le fait que la shearographie est apte à la détection de défauts, le potentiel de la technique pour la quantification de ces défauts est peu discuté voire même les quelques travaux établis dans ce domaine montrent que la shearographie semble inadaptée pour estimer la taille des défauts détectés. Nous avons souhaité éclaircir ce point. Nous avons par conséquent développé notre propre méthodologie de quantification de défauts et mis en place tous les outils numériques nécessaires à une telle quantification. Nous sommes arrivés à la conclusion que notre métho-

dologie permet de quantifier la taille des défauts par shearographie et ce de manière objective et indépendante de la taille du cisaillement. Cependant le caractère différentiel de la technique limite la quantification des défauts dans la direction du cisaillement. Rappelons enfin qu'en considérant une taille de cisaillement nulle dans les équations, notre méthodologie peut être employée dans d'autres techniques interférométriques.

Nos résultats de détection et de quantification de défauts étant plus qu'encourageants, nous avons apporté deux modifications importantes à l'interféromètre du laboratoire afin de conforter son potentiel pour le contrôle non destructif. Ainsi, l'élément de cisaillement initial de l'installation a été remplacé par un cristal biréfringent, plus précisément une lame de Savart. Cette substitution a été mise en place principalement pour pouvoir facilement moduler la direction du cisaillement, paramètre clé pour la détection et la quantification de défauts. Pour faciliter l'intégration de la lame dans l'interféromètre, son comportement au cours d'une rotation autour de l'axe optique de l'installation, a d'abord été investigué expérimentalement. La connaissance de ce comportement de la lame a permis la mise au point d'une installation dont la direction de cisaillement peut être modulée sur 360° sans affecter de manière pertinente les cartes de phase obtenues aux différents angles.

La deuxième modification apportée est le développement d'un algorithme de mesure de phase adapté à la dynamique de l'objet lors de l'enregistrement des images utiles au calcul des cartes de phase. Pour ce faire, un algorithme basé sur la transformée de Hilbert temporelle a été présenté, validé sur des simulations numériques et enfin implémenté au laboratoire. Cet algorithme, performant à condition d'employer une fréquence porteuse, permet l'obtention de cartes de phase similaires à celles obtenues par décalage de phase temporel mais surtout peut être employé lorsque la dynamique de l'objet est plus importante, contrairement aux algorithmes TPS.

Les installations de shearographie et de projection de franges étant initialement semblables dans les optiques et les algorithmes utilisés, les optimisations faites en shearographie ont été implémentées en projection de franges. La lame de Savart a dès lors été employée en projection de franges. Ce qui permet principalement de disposer d'une gamme continue d'interfranges effectifs. Le bon fonctionnement du projecteur et le concept d'interfranges effectifs ont été validés en scannant un bas-relief égyptien. L'algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert développé en shearographie a ensuite été adapté pour une utilisation en projection de franges. L'emploi de cet algorithme permet de réduire d'un facteur deux le nombre d'images nécessaires

au calcul de la phase et donc de réduire d'environ 43% le temps d'acquisition des données par rapport au décalage de phase temporel à quatre incrément. En comparant les résultats avec ceux obtenus par TPS, nous constatons toutefois que la réduction du nombre d'images se paye par un diminution du rapport signal sur bruit des cartes de phase mais aussi par une diminution de la gamme d'interfranges effectifs exploitable car la transformée de Hilbert nécessite l'utilisation d'une fréquence porteuse. En modélisant les franges de référence projetées, le nombre d'images utiles au calcul de la phase a encore été réduit d'un facteur deux. Au total, les cartes de phase peuvent donc être calculées à partir de deux images des franges en opposition de phase.

Pour terminer, nous avons souhaité ouvrir les portes d'un nouveau champ d'application pour la shearographie. Nous avons introduit la caractérisation de fronts d'onde par shearographie. Nous avons présenté la théorie propre à ce champ d'application et discuté les polynômes de Zernike cisailés. L'installation a été adaptée pour jouer le rôle de senseur de fronts d'onde et son bon fonctionnement a été validé dans le cadre d'un premier cas-test. Les résultats obtenus dans ce dernier chapitre sont prometteurs et nous suggérons donc à un potentiel successeur de poursuivre nos travaux dans ce domaine.

8.2 Perspectives

Les résultats obtenus dans ce travail sont encourageants et permettent d'envisager de nombreuses perspectives aussi bien au point de vue des applications de l'interféromètre, des optimisations de ses composants optiques ou des outils informatiques :

- L'installation de shearographie utilise une lame de Savart comme élément de cisaillement. Utiliser une telle lame comme élément de cisaillement permet de pouvoir disposer d'une direction du cisaillement modulable, ce qui est essentiel en détection et quantification de défauts. Toutefois, utiliser une lame de Savart ne permet pas de pouvoir moduler la taille du cisaillement et donc la sensibilité de l'interféromètre. Cet inconvénient, s'il peut ne poser aucun problème en détection de défauts, peut être une limitation importante de la technique en caractérisation de fronts d'onde. Pour pallier ce problème, nous suggérons d'investiguer l'utilisation d'un nouvel élément de cisaillement qui permettrait à la fois une modulation de la direction et de la taille du cisaillement. Une solution est actuellement à l'étude au Hololab. La piste investi-

guée consisterait à utiliser un composant à cristaux liquides polymères comme élément de cisaillement [61].

- Le senseur de fronts d'onde développé a été pensé pour une utilisation en optique active. Moyennant quelques adaptations, ce senseur pourrait être utilisé dans les ateliers de polissage optique pour la mesure des erreurs des surfaces des optiques polies et plus particulièrement pour le test des surfaces asphériques.

Certaines surfaces asphériques ne peuvent pas être testées par interférométrie "classique" (avec une référence sphérique) car dans les zones où les écarts de forme par rapport à la sphère sont trop importants, la densité de franges d'interférence est telle que ces franges ne peuvent pas être résolues par une caméra. Pour pallier ce problème, le test de la surface des optiques asphériques se fait généralement à l'aide d'un interféromètre et un CGH¹ [62], lequel génère un front d'onde ajusté à la surface théorique de l'optique testée. Si l'utilisation d'un tel composant de référence est performante, elle est coûteuse (de 10000 à 15000 €), unique (chaque miroir doit avoir son propre CGH), nécessite un temps relativement important pour l'alignement du banc de test (1 à 2 jours en fonction de la complexité du banc et de l'expérience de l'opérateur) et elle rend l'atelier de polissage dépendant du fabricant du CGH.

La shearographie étant moins sensible que les techniques interférométriques "classiques" et sa sensibilité pouvant être ajustée en modulant la taille du cisaillement, les surfaces asphériques pourraient être testées avec une "simple" référence sphérique : les franges d'interférence pourront être résolues à l'aide d'une caméra même dans les zones où les pentes du miroir sont importantes. Utiliser la shearographie pour tester les optiques asphériques permettra alors de s'affranchir de l'utilisation d'un CGH.

- Quelle que soit l'application de l'interféromètre, la shearographie nécessite généralement d'effectuer des mesures de la phase avec au moins deux directions de cisaillement différentes. Dans certaines applications, telle que la caractérisation de fronts d'onde en optique active, ces mesures devront être réalisées simultanément. Il faudrait dès lors mettre au point un senseur de fronts d'onde qui permettrait une mesure de la WFE dans deux directions de cisaillement simultanément.

¹Computer-Generated-Hologram

- Un algorithme de mesure de phase par transformée de Hilbert à deux images a été mis au point et testé au laboratoire dans le cadre de la mesure de formes par projection de franges. Utiliser cet algorithme au détriment du décalage de phase temporel à quatre incrément permet une réduction de l'ordre de 43% du temps d'acquisition des données utiles au calcul des cartes de phase. Adapter l'algorithme pour permettre le calcul des cartes de phase à partir d'une seule image est une perspective pour les applications dynamiques de la projection de franges. Employer un algorithme à une seule image devrait permettre un gain en temps d'acquisition supérieur à 60% par rapport à l'algorithme TPS à quatre incrément.

Septième partie

Annexes

Annexe A

Exemples supplémentaires de quantification de défauts par transformée en ondelettes.

Cette annexe a pour but de présenter successivement les détails relatifs à l'estimation des frontières de la zone de "haute-phase" des signaux $\Delta_d^{x=207}(y)$ et $\Delta_d^{II,y=210}(x)$ étudiés au paragraphe 3.2.3. La méthodologie est analogue à celle employée pour estimer les bords de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{y=83}(x)$ et détaillée à la section 3.2.2.

A.1 Etude du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$.

La Fig. A.1 présente le signal $\Delta_d^{x=207}(y)$ et sa transformée en ondelettes "chapeau mexicain". La carte des coefficients en ondelettes se caractérise principalement par trois cônes, mis en évidence par le rectangle magenta. Les premier et dernier cônes caractérisent la courbure au voisinage des bords de la zone de "haute-phase" du signal, tandis que le cône central est relatif à la courbure au voisinage du maximum du signal.

Pour estimer les frontières de la zone de "haute-phase", il s'agit d'analyser les lignes de modules maxima du plan (u,s) (Fig. A.2). Plus précisément, il convient d'analyser la convergence aux fines échelles des lignes principales traversant les premier et troisième cônes de la carte des coefficients en ondelettes. La convergence aux fines échelles de ces trajectoires utiles, $T_{y_1}(u, s)$ et $T_{y_2}(u, s)$, correspond respectivement à l'abscisse des frontières y_1 et y_2 de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$.

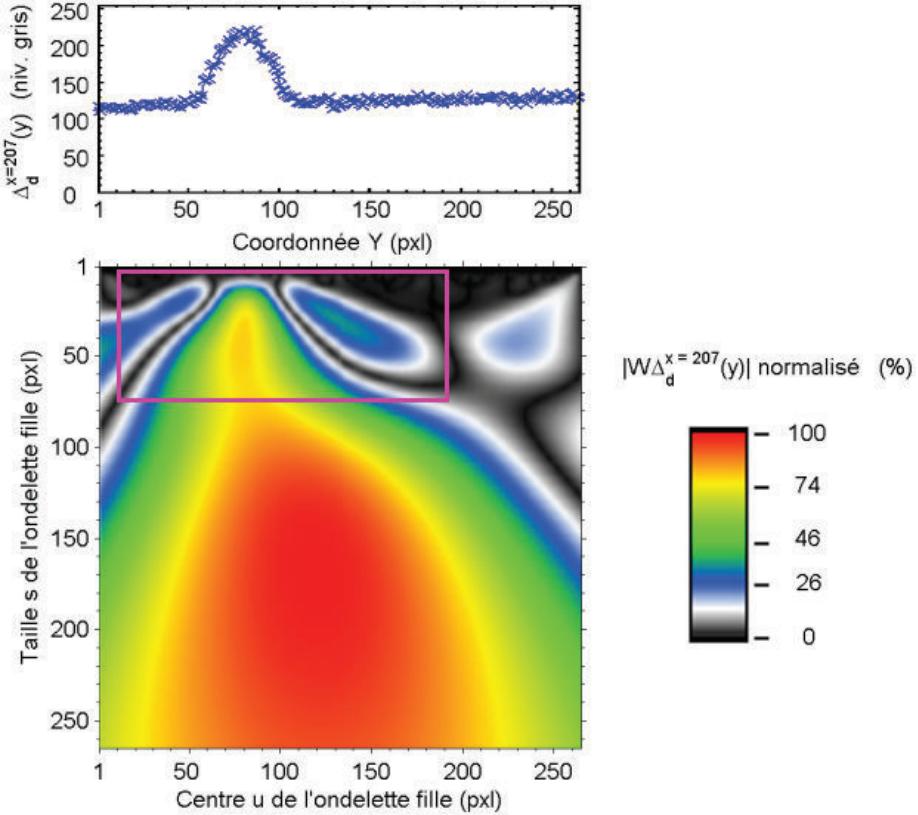


FIG. A.1 – Module normalisé de la transformée en ondelettes du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$. Le rectangle magenta regroupe les trois cônes qui caractérisent la zone de "haute-phase".

En pratique, dans le but de limiter l'exploitation des fines échelles, lesquelles caractérisent principalement le bruit du signal, la convergence des lignes des modules maxima est définie à partir d'une fréquence de coupure $1/s_c$. Cette dernière correspond dans notre travail à l'inverse de l'échelle s_c pour laquelle le nombre de nouvelles lignes de modules maxima est juste inférieur à 5% du nombre total de trajectoires du plan (u, s). Dans cet exemple, en accord avec la Fig. A.3, la fréquence de coupure est donc égale à $1/5 \text{ pxl}^{-1}$.

La fréquence de coupure établie, nous déduisons que la convergence des lignes de modules maxima utiles $T_{y_1}(u, s)$ et $T_{y_2}(u, s)$ est, dans cet exemple, égale respectivement à 53 pxl et 104 pxl (Fig. A.4). Ces pixels correspondent aux frontières estimées du signal $\Delta_d^{x=207}(y)$ et mises en évidence à la Fig. 3.10 de la page 65.

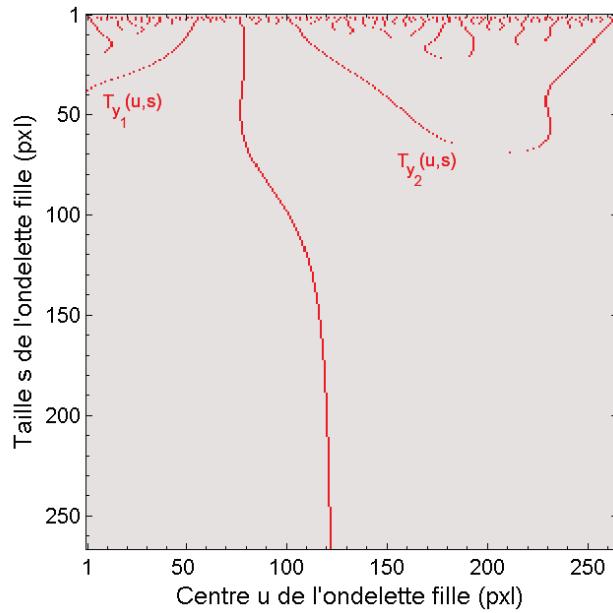


FIG. A.2 – Lignes des modules maxima de la transformée en ondelettes.

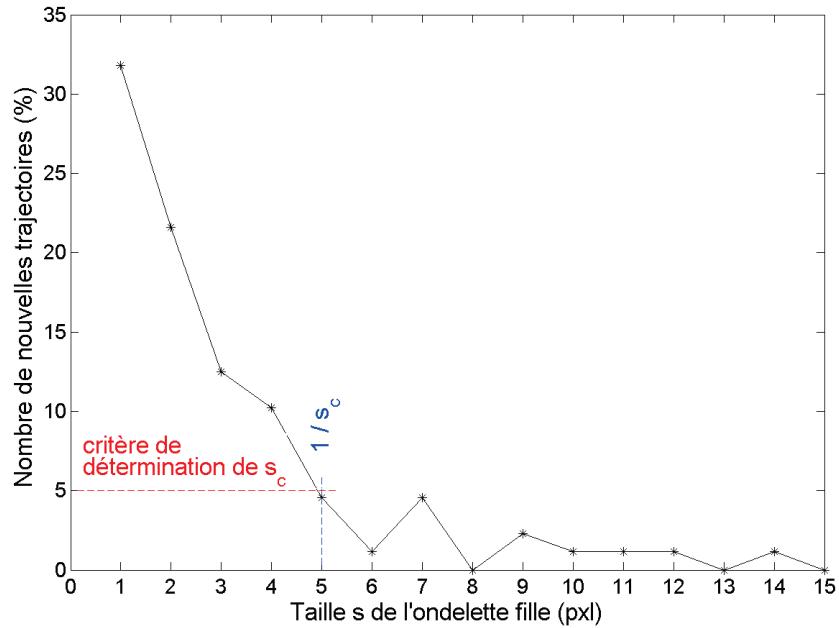
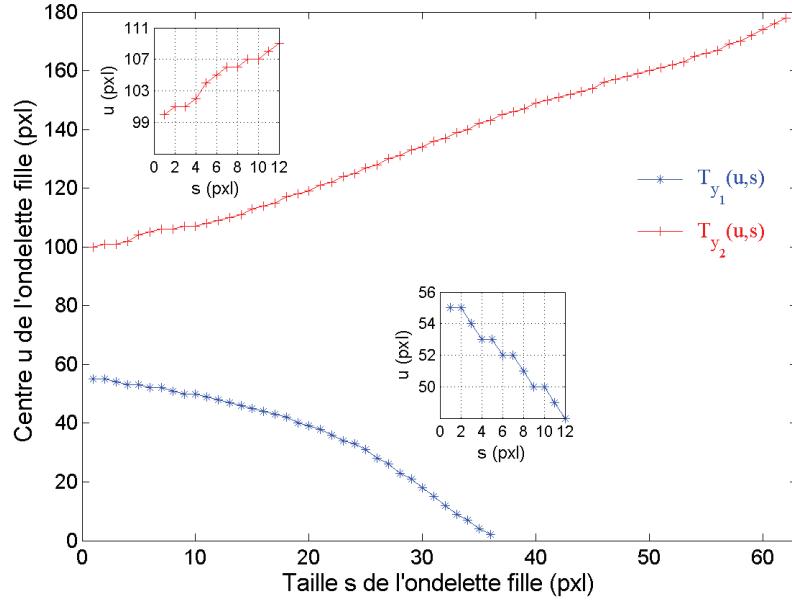


FIG. A.3 – Nombre de nouvelles trajectoires des modules maxima qui apparaissent le long des échelles s du plan (u,s), et exprimé en pourcents par rapport au nombre total de lignes de modules maxima présentes dans le plan espace-échelle.

FIG. A.4 – Lignes des modules maxima $T_{y_1}(u, s)$ et $T_{y_2}(u, s)$.

A.2 Etude du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$.

La Fig. A.5 présente le signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$ et sa transformée en ondelettes "chapeau mexicain". La zone de "haute-phase" de ce signal est caractérisée dans sa transformée en ondelettes par les quatre cônes mis en évidence par le rectangle magenta. Comme précédemment, les premier et dernier cônes sont relatifs à la courbure du signal respectivement au voisinage des frontières x_1^{II} et x_2^{II} de sa zone de "haute-phase", tandis que les deuxième et troisième cônes sont liés à la courbure du signal au voisinage des extrema de sa zone de "haute-phase".

Les lignes de modules maxima de la transformée en ondelettes du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$ sont reprises à la Fig.A.6. Les trajectoires $T_{x_1}^{II}(u, s)$ et $T_{x_2}^{II}(u, s)$ sont celles utiles respectivement à l'estimation des frontières x_1^{II} et x_2^{II} .

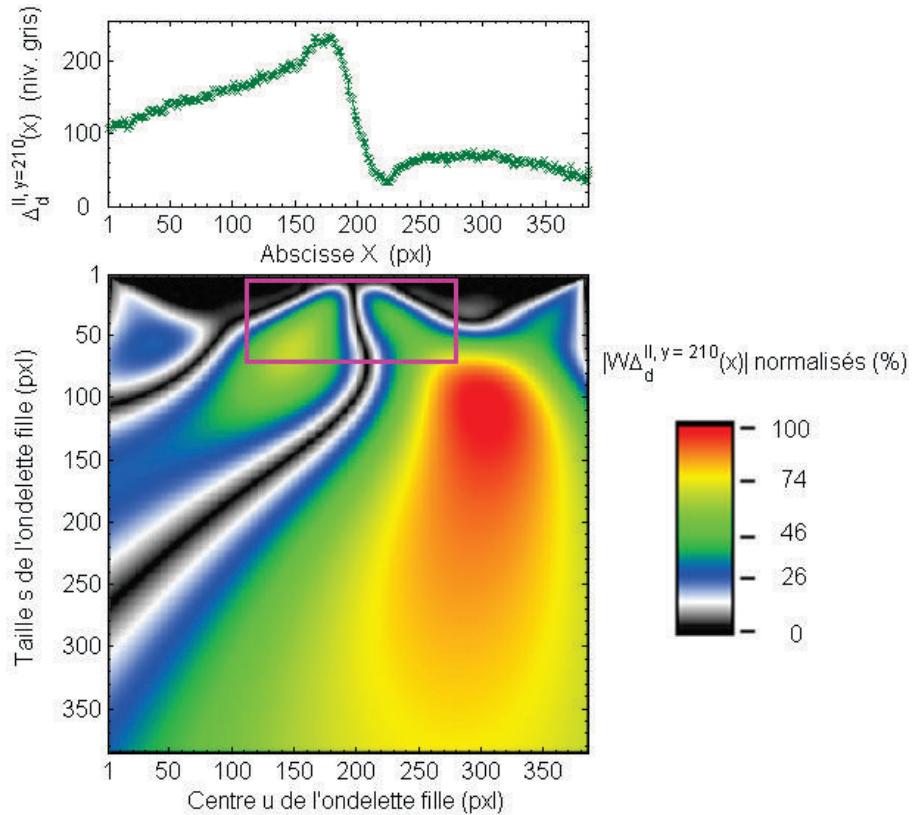


FIG. A.5 – Module normalisé de la transformée en ondelettes du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$.

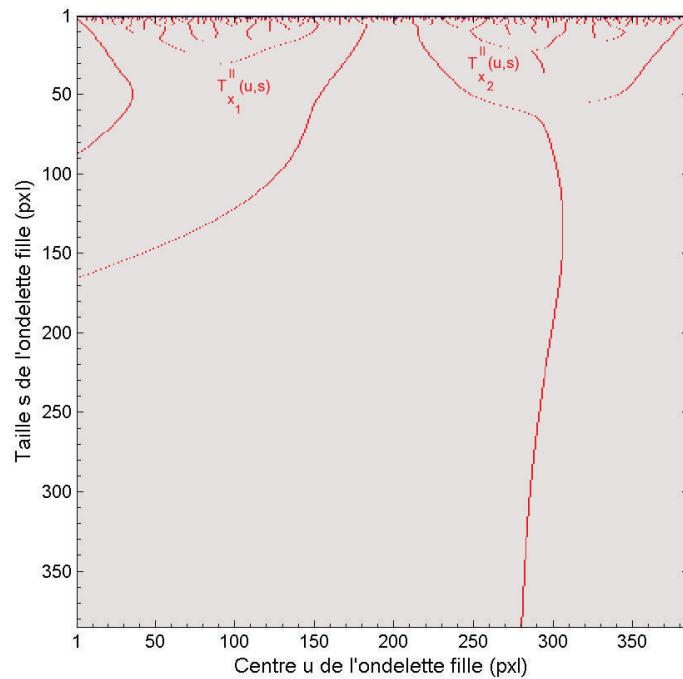


FIG. A.6 – Lignes des modules maxima de la transformée en ondelettes.

Pour le signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$, la fréquence de coupure $1/s_c$ a employer pour analyser la convergence des lignes de modules maxima utiles est égale à $1/6 \text{ pxl}^{-1}$ (Fig. A.7). La convergence des trajectoires utiles du plan (u,s) est par conséquent définie comme étant la valeur u par laquelle ces trajectoires passent en $s = 6$ pxl. La Fig. A.8 enseigne que finalement la convergence des lignes $T_{x_1}^{II}(u, s)$ et $T_{x_2}^{II}(u, s)$ est respectivement de 151 pxl et 253 pxl. Ces pixels correspondent respectivement aux frontières x_1^{II} et x_2^{II} de la zone de "haute-phase" du signal $\Delta_d^{II,y=210}(x)$, lesquelles sont présentées à la Fig. 3.11 de la page 66.

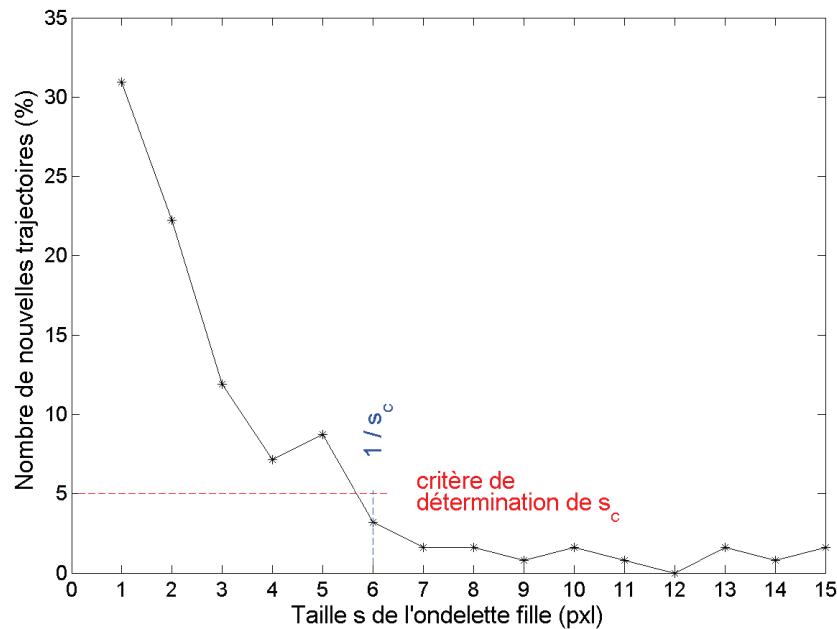


FIG. A.7 – Nombre de nouvelles trajectoires des modules maxima qui apparaissent le long des échelles s du plan (u,s) , et exprimé en pourcents par rapport au nombre total de lignes de modules maxima présentes dans le plan espace-échelle.

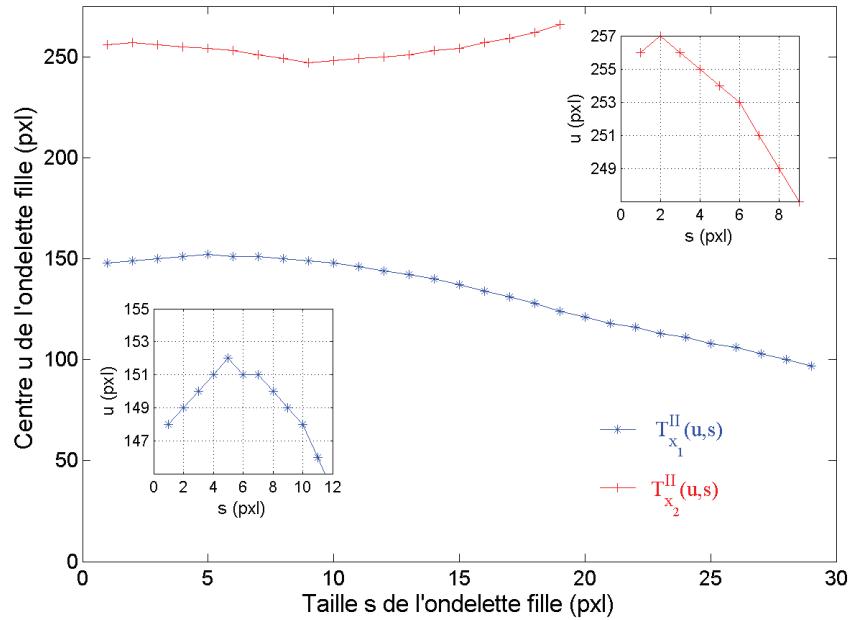


FIG. A.8 – Lignes des modules maxima $T_{x_1}^{II}(u,s)$ et $T_{x_2}^{II}(u,s)$.

Annexe B

Description de quelques composants biréfringents.

Dans cette annexe, nous rappelons succinctement les caractéristiques de quelques éléments biréfringents. Le lecteur intéressé par de plus amples informations est invité à consulter nos références bibliographiques [42] et [57].

B.1 Prisme de Wollaston.

Le prisme de Wollaston porte le nom de son inventeur anglais, William Hyde Wollaston (1766-1828). Il est constitué de deux demi-prismes biréfringents de Calcite ou de Quartz dont les axes optiques sont orthogonaux entre eux et tels que schématisés à la Fig.B.1. En accord avec la théorie de la biréfringence, cette configuration induit que le rayon ordinaire du premier demi-prisme devient extraordinaire dans le second, et vice-versa.

Ces prismes peuvent être employés pour les longueurs d'onde comprises entre 350 nm et 2300 nm. Ils sont généralement employés comme polariseurs pour séparer les états de polarisation. Les faisceaux émergents présentent une séparation angulaire pouvant atteindre jusqu'à 30° pour les matériaux très biréfringents tel que le Calcite (biréfringence = -0.172). Pour des matériaux moins biréfringents tel que le Quartz (biréfringence = 0.009), cette séparation angulaire est limitée aux alentours de 1.5°. La séparation angulaire augmente également pour les faibles longueurs d'onde (350 nm).

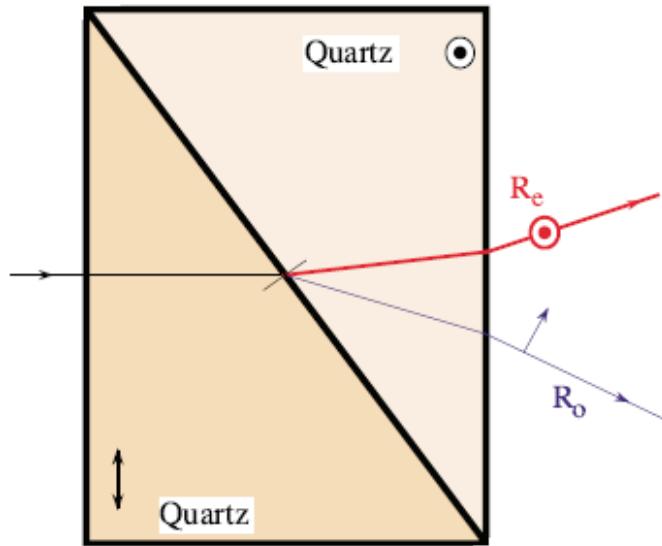


FIG. B.1 – Représentation d'un prisme de Wollaston [57].

B.2 Prisme de Rochon.

Le prisme de Rochon a été inventé par un astronome français, l'Abbé Alexis-Marie Rochon (1741 - 1817). Ce prisme est, tout comme le prisme de Wollaston, constitué de deux demi-prismes biréfringents. Toutefois, contrairement au prisme de Wollaston, dans le prisme de Rochon, l'axe optique du premier demi-prisme est perpendiculaire à la face d'entrée du prisme (Fig. B.2). Dans ces conditions, la biréfringence du premier demi-prisme n'affecte pas les rayons incidents. Les rayons ordinaire et extraordinaire coïncident au niveau du premier demi-prisme. Le second demi-prisme permet la séparation angulaire de ces deux rayons tout en conservant le rayon ordinaire parallèle à la direction de propagation du faisceau incident. Pour des petites séparations angulaires, la déviation D du rayon extraordinaire par rapport au rayon ordinaire est corrélée à la biréfringence du prisme par la relation [42] :

$$D = (n_e - n_o) \tan(A) \quad (\text{B.1})$$

avec n_e et n_o , respectivement les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire du cristal et A , l'angle du demi-prisme.

Pour des demi-prismes en Calcite, la déviation peut atteindre 15° , tandis qu'elle est limitée à quelques degrés pour des cristaux de Quartz.

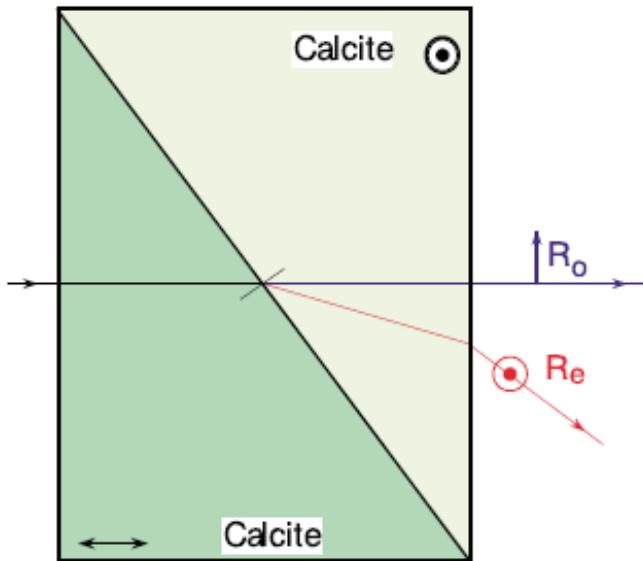


FIG. B.2 – Représentation d'un prisme de Rochon [57].

B.3 Polariseur de Glan-Thompson.

La Fig. B.3 schématise un polariseur de Glan-Thompson. Un tel composant est constitué de deux demi-prismes de Calcite collés par une colle isotrope d'indice de réfraction adéquat. Par biréfringence, le cristal sépare le rayon incident en deux faisceaux polarisés TE et TM. La polarisation TM est alors réfléchie totalement par l'interface Calcite-colle, tandis que la polarisation TE est transmise parallèlement à la direction de propagation du rayonnement incident. Un tel composant est généralement employé comme miroir semi-réfléchissant.

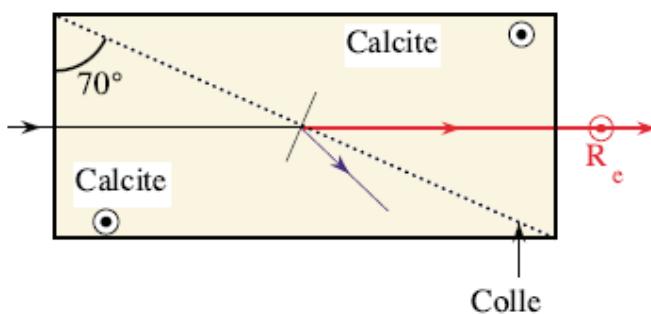


FIG. B.3 – Représentation d'un polariseur de Glan-Thompson [57].

B.4 Polariseur de Glan-Taylor.

Un polariseur de Glan-Taylor est un polariseur de Glan-Thompson qui présente un intervalle d'air entre les deux demi-prismes, au détriment de la colle d'indice (Fig. B.4).

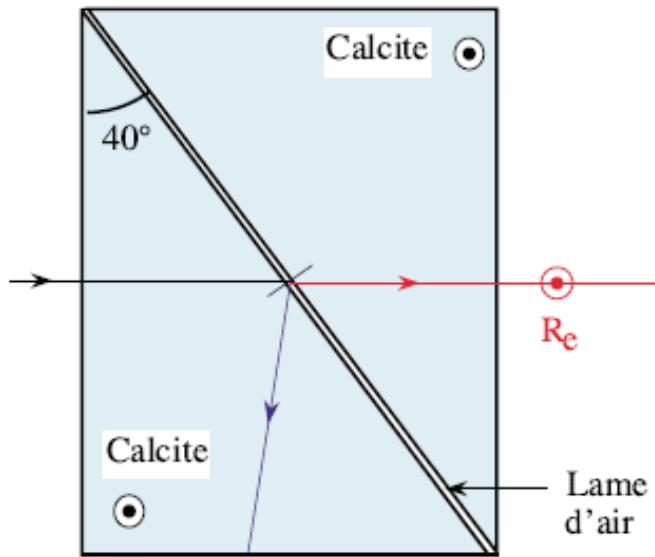


FIG. B.4 – Représentation d'un polariseur de Glan-Taylor [57].

Un polariseur de Glan-Taylor présente l'avantage par rapport au polariseur de Glan-Thompson de pouvoir être utilisé avec des lasers plus puissants. Le polariseur de Glan-Thompson étant limité aux lasers de puissance inférieure à 2W en régime continu, à cause de la colle d'indice. Toutefois, un polariseur de Glan-Taylor présente une ouverture angulaire (4.6° pour le Calcite) inférieure à celle du polariseur de Glan-Thompson (20° pour le Calcite).

Annexe C

Aberrations optiques.

Cette annexe introduit brièvement les aberrations optiques les plus couramment traitées. Des informations complémentaires sur ces abérrations sont disponibles dans la référence [52].

C.1 Tilt.

Le terme de tilt traduit une déviation du faisceau lumineux par rapport à l'axe optique ou au faisceau de référence. Ce terme est généralement induit par un désalignement de l'optique. Il est compensé optiquement en ajustant l'alignement du détecteur.

C.2 Défocus.

L'aberration de défocus trouve son origine dans une erreur de positionnement d'une optique le long de l'axe optique d'une installation. Cette erreur de positionnement induit une erreur de courbure du front d'onde émergeant de l'optique et donc une erreur sur la position du point image observé. Cette aberration peut également être observée dans le cas où le détecteur n'est pas parfaitement positionné dans le plan image de l'installation.

C.3 Aberration de sphéricité.

L'aberration de sphéricité, aussi qualifiée d'aberration sphérique, est représentée à la Fig. C.1 : les rayons paraxiaux et les rayons marginaux ne convergent pas au même foyer, dû à la forme de la pupille d'entrée. Cette aberration existe principalement pour les optiques sphériques. Elle peut être

réduite en préférant l'utilisation de composants paraboliques ou asphériques. Ces derniers sont malheureusement plus difficiles à polir et à tester que les optiques sphériques.

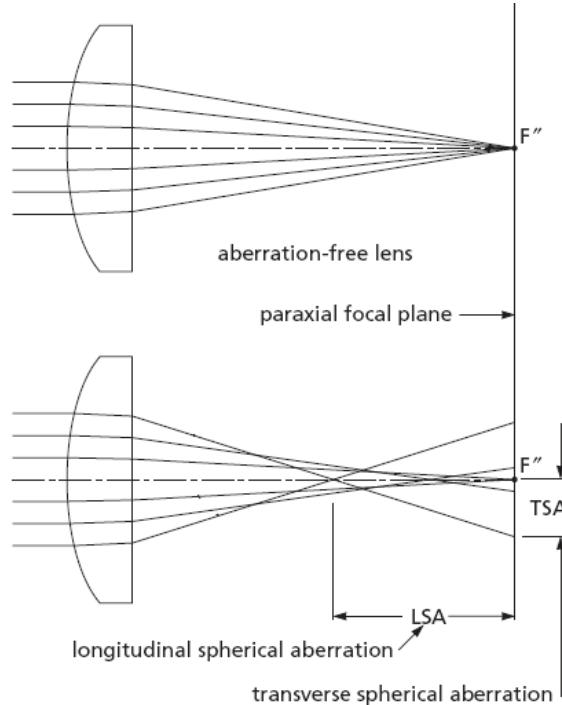


FIG. C.1 – Formation d'un point image par une lentille en l'absence d'aberration (en haut) et en présence d'aberration de sphéricité (en bas) [69].

C.4 Astigmatisme.

L'aberration d'astigmatisme est schématisée à la Fig. C.2. Elle est liée à une asymétrie axiale du système optique. Cette aberration induit l'existence de deux foyers (un sagittal et un tangentiel) et peut être mise en évidence en inclinant une lentille par rapport à un faisceau incident.

C.5 Coma.

L'aberration de coma est schématisée à la Fig. C.3 : les rayons parallèles hors de l'axe optique ne convergent pas au même point image, due à la forme de la pupille d'entrée, et ce en fonction du champ et de l'ouverture de

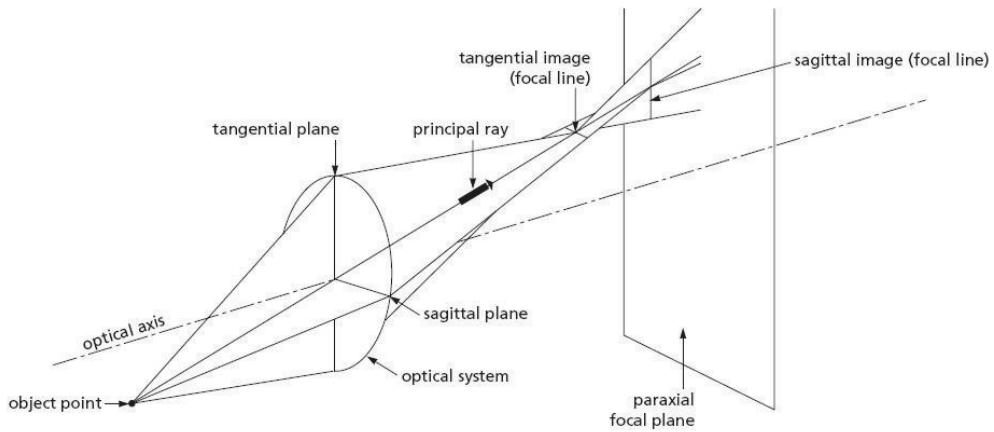


FIG. C.2 – Représentation de l'aberration d'astigmatisme [69].

l'optique. En pratique, l'aberration de coma induit un point image en forme d'aigrette. Cette aberration peut être réduite en adaptant la courbure de l'optique.

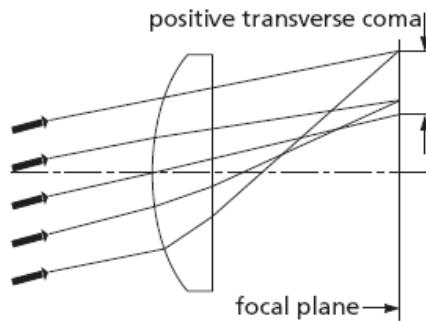


FIG. C.3 – Représentation de l'aberration de coma [69].

C.6 Trefoil.

L'aberration de trefoil est généralement liée à une déformation en trois points de l'optique due à son supportage. Le trefoil peut par conséquent être réduit en minimisant les contraintes locales induites par le supportage.

Annexe D

Publications de l'auteur.

Publications dans des revues scientifiques

F. Michel, Y. Renotte, and S. Habraken, "Measure of the defect size by shearography", *Applied Optics*, soumis pour publication (2011).

V. Rosso, F. Michel¹, V. Moreau, Y. Renotte, B. Tilkens, and Y. Lion, "An almost-common path interferometer using the separation of polarization states for digital phase-shifting shearography", *Optical Engineering* **46**(10), 105601 (2007).

C. Lenaerts, F. Michel, B. Tilkens, Y. Lion, and Y. Renotte, "High transmission efficiency for surface plasmon resonance by use of a dielectric grating", *Applied Optics* **44**(28), 6017-6022 (2005).

Proceedings de congrès internationaux

P. Blain, F. Michel, Y. Renotte, and S. Habraken, "Using a Savart plate in optical metrology", in *Proceeding of Photonics West 2010*, Cosme Furlong, Christophe Gorecki, and Erik L. Novak Eds. (Proc. SPIE 7791, 2010).

P. Blain, F. Michel, O. Vanhooteghem, V. Moreau, M. de la Brassine, Y. Renotte, and S. Habraken, "Comparison of spectral colorimetric measurements vs. color pictures in dermatology", in *Proceeding of Photonics Europe 2010*, Jürgen Popp, Wolfgang Drexler, Valery V. Tuchin, Dennis L. Matthews EdS. (Proc. SPIE 7715, 2010).

¹Publication en tant que co-auteur

F. Michel, P. Blain, E. Auger, Y. Renotte, and S. Habraken, "Non destructive testing by digital shearography using a Savart plate", in *Proceeding of Photonics North 2009*, Réal Vallée Eds. (Proc. SPIE 7386, 2009).

F. Michel, V. Moreau, V. Rosso, S. Habraken, and B. Tilkens, "Quantification of defect size in shearing direction by shearography and wavelet transform", in *Proceeding of Optical Metrology 2007*, Wolfgang Osten, Christophe Gorecki, and Erik L. Novak Eds. (Proc. SPIE 6616, 2007).

V. Rosso, F. Michel, V. Moreau, Y. Renotte, B. Tilkens, Y. Renotte, and Yves LION, "An almost-common path shearographic interferometer using the separation of the polarization states", in *Proceeding of Speckle06 : from grains to flowers*, P. Slangen and C. Cerruti Eds. (Proc. SPIE 6341, 2006).

V. Rosso, L. Zhang, F. Michel, Y. Renotte, Y. Lion, and A-M. Habraken, "Out-of-plane displacement derivate measurement : comparison of results obtained by an original shearographic interferometer using the separation of the polarization states and the finite elements method", in *Proceeding of Photonics North 2006*, Pierre Mathieu Ed. (Proc. SPIE 6343, 2006).

V. Rosso, F. Michel, V. Moreau, Y. Renotte, B. Tilkens, and Y. Lion, "Highlighting properties of filters for their application in temporal phase shifting interferometry", in *Proceeding of Photonics North 2005*, Warren C. W. Chan, Kui Yu, Ulrich J. Krull, Richard I. Hornsey, Brian C. Wilson, and Robert A. Weersink Eds. (Proc. SPIE 5969, 2005).

Proceedings de congrès francophones

P. Blain, F. Michel, V. Moreau, Y. Renotte et S. Habraken, "Utilisation d'une lame de Savart pour un système de projection de franges interférométriques pour la mesure de forme 3D", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2009*, SFO Ed. (2009).

F. Michel, V. Moreau, S. Habraken et B. Tilkens, "Mesure de phase dynamique par transformée de Hilbert temporelle", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2007*, SFO Ed. (2007).

F. Michel, V. Moreau, B. Tilkens, V. Rosso, Y. Lion, Y. Renotte, B. Gautier et P. Slangen, "Dérivée première des déplacements hors-plan : com-

parison entre interférométrie de speckle et shearographie", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2005*, SFO Ed. (2005).

V. Rosso, F. Michel, V. Moreau, Y. Renotte, B. Tilkens et Y. Lion, "Etude et propriétés de filtres pour leur application en interférométrie à décalage de phase temporel", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2005*, SFO Ed. (2005).

F. Michel, C. Lenaerts, B. Tilkens, Y. Lion et Y. Renotte, "Filtre spectral à résonance par plasmons de surface", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2005*, SFO Ed. (2005).

Bibliographie

- [1] J.-C. DRAN, T. CALLIGARO et J. SALOMON, "L'accélérateur de particules AGLAE au service des œuvres du patrimoine culturel", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2005*, SFO Ed. (2005).
- [2] V. MOREAU, D. LABOURY, B. TILKENS, and Y.L.M. RENOTTE, "Interferometric fringes projection system for 3D profilometry and relief investigation", in *proceeding of optical methods for arts and archeology*, Renzo Salimbeni and Luca Pezzati Ed. (Proc. SPIE 5857, 2005).
- [3] Gabriela SZATANIK, Mathieu GERARD, J.L. BODNAR, Marcel STEFANAGGI, Vincent DETALLE, F. PIERRON, R. GEOFFROY, Jean-Charles CANDORE et Astridt BRANDT-GRAU, "Contrôle non destructif du Saint Christophe par radiométrie photothermique", *Actes du colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie 2005*, SFO Ed. (2005).
- [4] Firenze Musei, *Exploring David : diagnostic tests and state of conservation* (Giunti Press, Italy, 2004).
- [5] Pierre SLANGEN, *Application de la granularité laser à la métrologie des microdéplacements* (Université de Liège, Belgique, 1995).
- [6] Christophe DE VEUSTER, *Amélioration d'un interféromètre à granularité laser pour la mesure de vibrations, de surfaces et de défauts* (Université de Liège, Belgique, 1998).
- [7] Wolfgang STEINCHEN and Lianxang YANG, *Digital Shearography* (SPIE Press, USA, 2004).
- [8] Pierre JACQUOT, *Techniques speckle et applications* (SFO Ed., France, 2004).
- [9] P. K. RASTOGI, *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques* (John Wiley & Sons, England, 2003).
- [10] Joseph W. GOODMAN, *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications* (Roberts & Co. Publishers, USA, 2006).

- [11] J. Ph. PEREZ, *Optique, fondements et applications* (Dunod, France, 2000).
- [12] D. GABOR, "Laser speckle and its elimination", IBM J. Res. Dev. **14**(5), pp. 509-514 (1970).
- [13] P. SMIGIELSKI, *Holographie industrielle* (Tekna, France, 1994).
- [14] Marie DOMINIQUE, *Etude et mise au point d'une installation de relevé de relief par moiré de projection* (Université de Liège, Belgique, 2003).
- [15] Katherine CREATHE, "Phase-shifting speckle interferometry", Applied Optics **24**(18), pp. 3053-3058 (1985).
- [16] R. S. SIROHI, J. BURKE, H. HELMERS, and K. D. HINSCH, "Spatial phase shifting for pure in-plane displacement and displacement measurements in electronic speckle pattern interferometry (ESPI)", Applied Optics **36**(23), pp. 5787-5791 (1997).
- [17] Y. MORIMOTO and M. FUJIGAKI, "Digital image processing by phase shifting method using fourier transform", in *Proceeding of IUTAM symposium on advanced optical methods and applications in solid mechanics*, Alexis Lagarde Ed. (Solid Mechanics and its application 82, 2002).
- [18] Violeta Dimitrova MADJAROVA and Hirofumi KADONO, "Dynamic electronic speckle pattern interferometry (DSPI) phase analyses with temporal Hilbert Transform", Optics Express **11**(6), pp. 617-623 (2003).
- [19] Yu FU, Cho JUI TAY, Chengen QUAN, and Hong MIAO, "Wavelet analysis of speckle patterns with a temporal carrier", Applied Optics **44**(6), pp. 959-965 (2005).
- [20] M. Y. Y. HUNG, K. W. LONG, and J. Q. WANG, " Measurement of residual stress by phase shift shearography", Optics and Lasers in Engineering **27**(1), pp. 61-73 (1997).
- [21] Pierre SLANGEN, Léon BERWART, Christophe DE VEUSTER, Jean-Claude GOLINVAL, and Yves LION, "Digital speckle pattern interferometry (DSPI) : a fast procedure to detect and measure vibration mode shapes", Optics and Lasers in Engineering **25**(4-5), pp. 311-321 (1996).
- [22] Jean SCHMETS, *Analyse mathématique* (Editions Derouaux, Liège, 1994).
- [23] Pierre DAUBY, *Mécanique des milieux continus* (Université de Liège, Belgique, 2003).
- [24] R. B. HATHAWAY, J. D. HOVANESIAN, and M. Y. Y. HUNG, "Residual stress evaluation using shearography with large-shear displacements", Optics and Lasers in Engineering **27**(1), pp. 43-60 (1997).

- [25] Fabrice MICHEL, *Etude et réalisation de filtres spectraux à résonance par plasmons de surface* (Université de Liège, Belgique, 2004).
- [26] Antonio BALDI, "Phase unwrapping by region growing", *Applied Optics* **42**(14), pp. 2498-2505 (2003).
- [27] Dennis C. GHIGLIA, and Mark D. PRITT, *Two-dimensional phase unwrapping : theory, algorithms and software* (John Wiley & Sons, England, 1998).
- [28] Kyung-Suk KIM, Ki-Soo KANG, Young-June KANG, and Seong-Kyun CHEONG, "Analysis of an internal crack of pressure pipeline using ESPI and shearography", *Optics & Laser Technology* **35**(8), pp. 639-643 (2003).
- [29] Marc GEORGES, Veronique SCAUFLAIRE, and Philippe LEMAIRE, "Compact and portable holographic camera using photorefractive crystals. Application in various metrological problems", *Applied Physics B*, **72**(6), pp. 761-765 (2001).
- [30] Fabrice MICHEL, *Développement et première application d'une installation de shearographie* (Université de Liège, Belgique, 2005).
- [31] Vanessa ROSSO, *Conception et réalisation d'un dispositif interférométrique de shearographie. Application en milieu diffusant* (Université de Liège, Belgique, 2008).
- [32] Vanessa ROSSO, Fabrice MICHEL, V. MOREAU, Y. RENOTTE, B. TILKENS, and Y. LION, "An almost-common path interferometer using the separation of polarization states for digital phase-shifting shearography", *Optical Engineering* **46**(10), 105601 (2007).
- [33] Vanessa ROSSO, Fabrice MICHEL, Vincent MOREAU, Yvon RENOTTE, Bernard TILKENS, and Yves LION, "An almost-common path shearographic interferometer using the separation of the polarization states", in *Proceeding of Speckle06 : from grains to flowers*, P. Slangen and C. Cerruti Ed. (Proc. SPIE 6341, 2006).
- [34] Vanessa ROSSO, Lihong ZHANG, Fabrice MICHEL, Yvon RENOTTE, Yves LION, and Anne-Marie HABRAKEN, "Out-of-plane displacement derivate measurement : comparison of results obtained by an original shearographic interferometer using the separation of the polarization states and the finite elements method", in *Proceeding of Photonics North 2006*, Pierre Mathieu Ed. (Proc. SPIE 6343, 2006).
- [35] Vivi TORNARI, Antonia BONAROU, Vassilis ZAFIROPULOS, Costas FOTAKIS, Nikos SMYRNAKIS, and Stergios STASSINOPULOS, "Structural evaluation of restoration processes with holographic diagnostic inspection", *Journal of Cultural Heritage* **4**(1), pp. 347-354 (2003).

- [36] D. PAOLETTI, G. SCHIRRIPA SPAGNOLO, M. FACCHINI, and P. ZANETTA, "Artwork diagnostics with fiber-optic digital speckle pattern interferometry", *Applied Optics* **32**(31), pp. 6236-6241 (1993).
- [37] Lianxiang YANG, Frank CHEN, Wolfgang STEINCHEN, and Michael Y. HUNG, "Digital shearography for nondestructive testing : potentials, limitations and applications", *Journal of Holography and Speckle* **1**(2), pp. 69-79 (2004).
- [38] Stéphane MALLAT, *Une exploration des signaux en ondelettes* (Editions de l'Ecole Polytechnique, France, 2000).
- [39] Jean-Luc STARCK, Fionn D. MURTAGH, and Albert BIJAOUI, *Image processing and data analysis : the multiscale approach* (Cambridge University Press, USA, 1998).
- [40] M. GEDALIN, J.A. NEWBERRY, and C.T. RUSSELL, "Shock profile analysis using wavelet transform", *J. Geophys. Rev.* **103**(A4), pp. 6503-6511 (1998).
- [41] T. FIGARELLA and M.H. JANSEN, "Brush wear detection by continuous wavelet transform", *Mechanical system and signal processing* **21**(3), pp. 1212-1222 (2007).
- [42] S. HUARD, *Polarisation de la lumière* (Masson, France, 1993).
- [43] S. DEBRUS, "Speckle shearing interferometer using a Savart plate", *Opt. Commun.* **20**(2), pp. 257-261 (1977).
- [44] Shyh-Tsong LIN, Sheng-Hsiung SHIH, Hsiung-Nien FENG, and Ting-Chiang TSAI, "Phase-shifting Savart shearing interferometer", *Optical Engineering* **45**(12), 125602 (2006).
- [45] T. H. PEEK, "Use of Savart plates in grating interferometers", *Applied Optics* **10**(5), pp. 1092-1096 (1971).
- [46] Stefan L. HAHN, *Hilbert transforms in signal processing* (Artech House Publishers, England, 1996).
- [47] C. A. WALKER, *Handbook of moiré measurement* (IoP Publishing, USA, 2004).
- [48] Anne-Isabelle DESMANGLES, *Extension of the fringe projection method to large object for shape and deformation measurement* (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2003).
- [49] Daniel MALACARA, *Optical shop testing* ((John Wiley & Sons, England, 2007).
- [50] O. VANHOOTEGHEM, P. BLAIN, V. MOREAU, F. MICHEL, M. de la BRASSINNE, and S. HABRAKEN, "Non invasive 3-D scanning of lower

- limb wound : an evolution analysis of their parameters", in *Proceeding of Biomedica 2009, Sommet International des Sciences de la Vie* (2009).
- [51] Yaël NAZE, *Histoire du télescope* (Vuibert, France, 2009).
 - [52] Virendra N. MAHAJAN, *Optical imaging and aberrations, Part I* (SPIE press, USA, 1998).
 - [53] R.N. WILSON, *Reflecting telescope optics II* (Springer, Germany, 2001).
 - [54] Robert K. TYSON, *Principles of adaptive optics* (Academic Press Inc, USA, 1991).
 - [55] Renaud BASTAITS, *Extremely large segmented mirrors : dynamics, control and scale effects* (Université Libre de Bruxelles, Belgique, 2010).
 - [56] Pierre Y. BELY, *The design and construction of large optical telescopes* (Springer-Verlag New York Inc, USA, 2003).
 - [57] Jöelle SURREL, "Les fondamentaux : la biréfringence", Communication dans *Photoniques*, SFO Ed. (2002).
 - [58] Takashi NOMURA, Kazuhide KAMIYA, Hiroshi MYIASHIRO, Seiichi OKUDA, Hatsuzo TASHIRO, and Kazuo YOSHIKAWA, "Shape measurements of mirror surface with a lateral-shearing interferometer during machine running", *Precision Engineering* **22**(4), pp. 185-189 (1998).
 - [59] M. SCHWERTNER, M.J. BOOTH, and T. WILSON, "Wavefront sensing based on rotated lateral shearing interferometry", *Optics Communication* **281**(2), pp. 210-216 (2008).
 - [60] G. HARBERS, P.J. KUNST, and G.W.R. LEIBBRANDT, "Analysis of lateral shearing interferograms by use of Zernike polynomials", *Applied Optics* **35**(31), pp. 6162-6172 (1996).
 - [61] S.R. NERSISYAN, N.V. TABIRYAN, D.M. STEEVES, and R.B. KIMBALL, "Optical axis gratings in liquid crystals and their use for polarization insensitive optical switching", *JNOPM* **18**(1), pp. 1-47 (2009).
 - [62] Carlo FLEBUS, Eric QUERTEMONT, and Marcel COLA, "Manufacturing and testing of primary mirror unit for the ESO VLTI auxiliary telescopes", in *Proceeding of Large Ground-based Telescopes*, Jacobus M. Oschmann and Larry M. Stepp Ed. (Proc. SPIE 4837, 2003).

LIENS :

- [63] Halbo Optics. *Savart plates*.
http://www.halbo.com/sav_plat.htm
- [64] Artlandia.
<http://www.artlandia.com/products/SymmetryWorks/imgs/moire.2.gif>

- [65] Société d'Egyptologie de Genève. *Résumé des conférences 2005-2009.*
<http://www.segweb.ch/conrs.htm>
- [66] ESO. *The European Extremely Large Telescope.*
<http://www.eso.org/public/teles-instr/e-elt.html>
- [67] Adaptica.
<http://www.adaptica.com/site/en/pages/faq-adaptive-optics>
- [68] Astrosurf. *Les polynômes de Zernike.*
<http://www.astrosurf.com/tests/roddier/zernike.html>
- [69] Melles Griot. *Fundamental optics.*
<https://www.cvimellesgriot.com/products/Documents/TechnicalGuide/fundamental-Optics.pdf>
- [70] Société française d'optique. *Surface d'onde à l'intérieur d'un prisme de Wollaston.*
<http://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00275714/en/>