

CONSTRUCTION D'UN INDICE DE CONFORMITÉ LOCALE ENTRE DEUX SURFACES TRANSCRITES EN MODE IMAGE

Jean-Paul Donnay

Laboratoire SURFACES - Université de Liège
7, place du 20-Août, B4000 Liège, Belgique

RÉSUMÉ

L'indice de conformité présenté ici est construit pour estimer la relation locale entre deux phénomènes spatialement continus. Il s'applique à des caractères thématiques transcrits sous la forme d'images (mode maillé ou *raster*) et il utilise la convolution d'une fenêtre mobile pour effectuer des mesures vectorielles sur les portions homologues des deux images. Au départ de ces mesures, un indice de conformité, normalisé entre (-1) et (+1), est calculé pixel par pixel. La procédure conduit ainsi à l'obtention d'une image de l'intensité et du sens de la relation entre les deux phénomènes. Plusieurs paramètres interviennent dans le calibrage de l'indice, de sorte que son calcul peut être adapté à la nature des phénomènes étudiés et, éventuellement, à leurs unités de mesure.

POSITION DU PROBLÈME

Un grand nombre de phénomènes géographiques sont, par nature, spatialement continus. C'est notamment le cas des phénomènes naturels, au premier rang desquels on peut citer la surface orographique mais aussi les phénomènes climatiques (température, précipitations, pression atmosphérique, etc.). Si les phénomènes humains sont généralement consolidés sur la base d'entités discrètes, telles que les unités de recensement pour les chiffres démographiques par exemple, leur répartition peut également être envisagée sous la forme d'une surface continue, moyennant une réduction de l'échelle d'analyse accompagnée d'une opération de généralisation du phénomène. Enfin, la modélisation des informations géographiques conduit souvent à l'obtention de surfaces thématiques telles que les champs de potentiel, les surfaces de tendance et de probabilité ou les surfaces de coûts généralisés dans un modèle de localisation ou de transport.

Les caractères thématiques présentant un mode continu d'implantation spatiale se distinguent par leur nature quantitative (intervalle/rapport) et par le fait que leurs valeurs changent en chaque point de l'espace. L'infinité de points dont se compose l'espace pose différents problèmes, tant lors de la construction, que lors de la représentation graphique du phénomène. Puisqu'il n'est pas possible d'appréhender le phénomène sur une infinité de points, la construction de la surface doit faire appel à l'interpolation entre un semis, régulier ou non, de points de valeurs connues. La représentation de la surface est, quant à elle, doublement réductrice. D'une part, elle discrétise le phénomène, tant sur le plan spatial (figuration des courbes de niveau, de points cotés, etc.) que sur le plan thématique (sélection ou classification des valeurs représentées). D'autre part, l'aspect bi-dimensionnel de la représentation cartographique d'une surface favorise le plus souvent la perception des valeurs scalaires, au détriment des valeurs vectorielles dont le relief thématique rend compte (par exemple, représentation des altitudes au détriment des gradients de pentes). On notera à cet égard que, d'un point de vue numérique, le mode image (*raster*) s'avère

plus apte au traitement et à la représentation des surfaces, que le mode vectoriel orienté vers la manipulation d'objets discrets. Le mode image impose également une discrétisation de la surface en une grille de pixels, cependant leur petite taille, relativement à la zone d'étude, et leur contiguïté permettent de considérer comme préservée la continuité du phénomène à une échelle d'analyse donnée.

La question débattue dans cette brève communication porte, non pas sur la construction ou la représentation des surfaces mais, en aval de ces opérations, sur la comparaison de deux phénomènes spatialement continus couvrant une même région. Le problème se pose dans tous les domaines de l'analyse géographique, pourvu que les phénomènes soient traités comme des surfaces; à titre d'exemples:

- topo-climatologie: relation entre températures et précipitations;
- géographie urbaine: relation entre valeurs foncières et degré d'accessibilité.

La géographie quantitative a depuis longtemps identifié le problème mais, pour des raisons qui sont rappelées ci-après, les solutions envisagées sont peu satisfaisantes. La transcription numérique des surfaces thématiques en mode image permet aujourd'hui d'exploiter les facilités propres aux systèmes d'information géographique opérant dans ce mode. La méthode proposée repose sur cette approche.

COMPARAISON DE SURFACES SELON LES MÉTHODES CLASSIQUES

Comparaison des courbes de niveau

Bien qu'il existe diverses méthodes de représentation des surfaces, la cartographie par isarithmes, ou courbes de niveau, est de loin la plus utilisée. Il est dès lors logique d'envisager la comparaison de deux phénomènes spatialement continus couvrant un même territoire, sur la base d'une comparaison des courbes de niveau correspondantes, malgré la réduction d'information introduite par cette représentation. La technique est cependant très limitée: "*Inter-regional comparisons of contour maps (of population density or land value, for example) are common but such comparison tend to be visual and somewhat intuitive. The major difficulty in comparing contour maps lies in the extremely complex notions of "pattern similarity" and the consequent difficulty in adopting any rigorous procedure of pattern matching.*" (CLIFF *et al.*, 1975, p. 57).

Il est pourtant possible de quantifier cette comparaison de courbes. C'est ainsi que, dans des conditions précises d'application, on note que: "*Si deux cartes sont en courbes de niveau, le cosinus de l'angle que forment deux isolignes de même valeur est équivalent à un coefficient de corrélation linéaire.*" (CICERI *et al.*, 1977, p. 137).

Corrélation / régression sur un échantillon de points

La technique statistique la plus communément présentée dans la littérature pour résoudre la comparaison de deux surfaces consiste à effectuer une analyse de corrélation/régression sur un échantillon de points doublement cotés. Les surfaces mises en correspondance n'étant pas nécessairement construites sur la base de points localisés de manière identique, il est souvent nécessaire de procéder à un sondage, généralement systématique, et d'évaluer les deux cotes en chaque point par interpolation. On dispose ainsi de n couples de valeurs au départ desquels sont

calculés les coefficients de corrélation et de détermination, tandis que les valeurs résiduelles de la régression peuvent donner lieu à une cartographie originale. Parmi les multiples exemples classiques illustrant cette technique, on peut citer celui de Yeates où sont comparées les précipitations et les densités de population rurale dans le Sud Dakota (YEATES, 1974, p. 74).

La transcription des deux surfaces en mode image autorise une application immédiate de cette technique sans qu'il ne soit besoin de procéder à un sondage. L'analyse de corrélation/régression est réalisée sur les couples de pixels homologues dans les deux images et elle conduit à la réalisation de deux nouvelles surfaces, l'une des valeurs prédites et l'autre des valeurs résiduelles, toutes deux en mode image.

La solution peut paraître élégante, pourtant elle présente rarement une réelle valeur pratique. La raison en est que, si l'on a de bonnes raisons de penser qu'il existe une relation entre deux surfaces, la relation n'est généralement pas valide sur la totalité du territoire mais seulement sur une partie, inconnue a priori, de celui-ci. Il est même fréquent que l'objet de l'analyse soit précisément la délimitation de la portion de territoire où apparaît cette relation. Par conséquent les valeurs moyennes des deux phénomènes calculées sur tout l'espace sont inadaptées et l'analyse de corrélation/régression, qui en définitive ne traite que des écarts à la moyenne, s'avère non significative.

Bien que la technique de régression d'images soit encore présentée comme une "puissante méthode d'analyse spatiale" dans certains manuels et modes d'emploi de SIG-logiciels, la sensibilité de la corrélation à l'étendue du territoire d'étude était déjà signalée dans les premiers ouvrages traitant de géographie quantitative: "*It appears [...] that an index of correlation is valid only for the area that it covers, but not for a larger area of which this may be a part, a part of the area itself, nor for any other area outside, or partly inside and partly outside, the area in question.*" (COLE et KING, 1970, p.258).

Analyse diachronique et statistiques directionnelles

Pour clôturer cette liste non exhaustive des méthodes classiques de comparaison de surfaces, il faut signaler les facilités offertes par "l'algèbre de cartes" implantée en mode image. La simple soustraction, pixel par pixel, de deux surfaces représentant le même phénomène sur un territoire identique (étude diachronique), est susceptible de répondre efficacement au problème posé. De même, la transformation bi-proportionnelle du modèle RAS peut s'appliquer dans des conditions similaires (CICERI *et al.*, 1977, p.138).

Bien que la littérature consultée ne fasse pas explicitement mention des comparaisons de surfaces (MARDIA, 1972; GAILE et BURT, 1980), les statistiques directionnelles, et en particulier les distributions de probabilité sphériques, présentent un certain nombre de caractéristiques dont pourraient tirer avantage les comparaisons de reliefs thématiques. Plutôt que de traiter de positions et de distances dans le plan, dont les échelles de mesure varient de manière linéaire, les statistiques directionnelles permettent de travailler sur des variables aux échelles de mesure circulaires, telles que les gradients, gisements et azimuts. Cela autorise, par exemple, la prise en compte des paramètres d'un modèle numérique de terrain dans

l'étude de la distribution d'un caractère (GAILE et BURT, 1980, p. 20 et svtes). Ces propriétés sont partiellement exploitées dans la suite de cette communication.

INDICE DE CONFORMITE LOCALE

Les diverses techniques qui viennent d'être évoquées, en particulier celle de corrélation/régression, basent la comparaison de surfaces sur des valeurs scalaires des phénomènes mesurées en un certain nombre de points. Cette logique correspond à la démarche statistique classique et elle est en outre confortée par la représentation cartographique en plan des phénomènes spatialement continus. L'indice qui est proposé ici repose au contraire sur des mesures vectorielles réalisées sur les surfaces considérées en trois dimensions, tels des reliefs thématiques. L'indice utilise la transcription des surfaces en mode image, c'est-à-dire discrétisées selon une même grille de pixels.

Mesures vectorielles

Si l'on considère l'image d'un relief thématique en trois dimensions, on constate que chaque pixel est affecté d'une pente déterminée par les dénivelées avec les pixels voisins. Cette inclinaison peut être représentée par le vecteur normal au centre du pixel (figure 1).

Imaginons maintenant un second relief thématique, à comparer au premier, et transcrit sous la forme d'une image aux caractéristiques identiques. Intéressons-nous à un couple de pixels homologues dans les deux images (mêmes positions en ligne et en colonne): les deux pixels présentent chacun une pente qui est figurée par leur vecteur normal propre. Si, à l'endroit de ces pixels, on enregistre une relation complète entre les deux surfaces, et que l'on fait momentanément abstraction des unités, les deux pixels sont confondus dans trois dimensions, c'est-à-dire que leurs pentes sont identiques et leurs vecteurs normaux sont parallèles. Si, par contre, on n'enregistre pas de relation entre les deux surfaces à cet endroit, ou que la relation n'est pas complète, les deux vecteurs normaux forment entre eux un angle supérieur à 0° (figure 2). Le cosinus de cet angle peut être utilisé en première approximation pour évaluer la qualité de la relation entre les deux surfaces en cet endroit.

Cependant, puisqu'il est défini en trois dimensions, un même angle enregistré entre les vecteurs normaux homologues peut correspondre à des dispositions distinctes des pixels. Il est par conséquent proposé de décomposer chaque vecteur normal en deux composantes avant de passer à la construction de l'indice proprement dit. La première composante est définie comme la projection du vecteur normal dans le plan (x,y) , tandis que la seconde composante est définie comme la trace du vecteur dans le plan perpendiculaire au plan (x,y) contenant le vecteur normal (figure 3). Ces deux composantes correspondent respectivement à l'orientation ω et au gradient γ de la pente du pixel. Le calcul des paramètres de pente est exposé dans un grand nombre de publications relatives à la construction et à l'exploitation des modèles numériques de terrain, qui ne sont rien d'autres que les images des surfaces orographiques.

$$\gamma = \arctan \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2} \qquad \omega = \arctan - \frac{\frac{\partial z}{\partial y}}{\frac{\partial z}{\partial x}}$$

L'une des techniques les plus éprouvées utilise la convolution d'une fenêtre mobile de (3 x 3) pixels pour déterminer les paramètres de pente de chaque pixel de l'image. Les dérivées partielles de la surface vis-à-vis de x et de y sont assimilées à des sommes algébriques pondérées des altitudes entourant le pixel central (référence).

$$\frac{\partial z}{\partial x_{i,j}} = \frac{[(z_{i+1,j+1} + 2z_{i+1,j} + z_{i+1,j-1}) - (z_{i-1,j+1} + 2z_{i-1,j} + z_{i-1,j-1})]}{8\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y_{i,j}} = \frac{[(z_{i-1,j+1} + 2z_{i,j+1} + z_{i+1,j+1}) - (z_{i-1,j-1} + 2z_{i,j-1} + z_{i+1,j-1})]}{8\partial y}$$

où :

i, j = indices de colonne et de ligne du pixel central de la fenêtre
 $\partial x = \partial y$ = distance entre les centres des pixels voisins

Les deux paramètres de pente étant calculés pour chaque paire de pixels homologues, la comparaison des deux surfaces utilise la différence de gradients $\Delta\gamma$ et la différence d'orientations $\Delta\omega$ ou, plus précisément, les cosinus de ces différences d'angles. Si l'on enregistre une relation complète entre les deux surfaces en un endroit, gradients et orientations des pixels homologues sont identiques et leurs différences égales à zéro. En théorie, le gradient varie de 0° à 90° , de même que la différence de gradients $\Delta\gamma$ entre deux pixels homologues. L'orientation varie, elle, de 0° à 360° , mais la différence d'orientations $\Delta\omega$ ne varie que de 0° à 180° . Par conséquent, le cosinus de $\Delta\gamma$ varie de $[0]$ à $[+1]$, tandis que le cosinus de $\Delta\omega$ varie de $[-1]$ à $[+1]$.

Construction et normalisation de l'indice

Si l'on admet que le gradient et l'orientation sont indépendants pour les phénomènes considérés, on peut représenter graphiquement les cosinus des différences d'angles dans un demi-plan en figurant, par exemple, l'intervalle de variation de $\cos \Delta\gamma$ sur le demi-axe horizontal et l'intervalle de variation de $\cos \Delta\omega$ sur l'axe vertical (figure 4).

Chaque couple de pixels homologues apparaît dans le demi-plan comme un point dont les coordonnées sont fixées par ses $\cos \Delta\gamma$ et $\cos \Delta\omega$, ou encore, le couple est représenté par un vecteur joignant ce point à l'origine des axes. C'est ainsi que le vecteur joignant l'origine au coin supérieur droit du graphique $[+1, +1]$ traduit un couple de pixels homologues de mêmes gradients et de mêmes orientations, tandis que le vecteur reliant l'origine au coin inférieur droit $[+1, -1]$ représente un couple de pixels de mêmes gradients mais d'orientations contraires. Ces deux diagonales du graphique illustrent les deux seuls cas de relations parfaites, respectivement positive et négative, entre les deux surfaces au lieu des pixels considérés.

La norme ou longueur de ces diagonales peut être utilisée pour calculer et calibrer l'indice traduisant, pour chaque couple de pixels homologues, la relation enregistrée. Chaque point représentant un couple de pixels homologues est projeté orthogonalement sur la diagonale du quadrant auquel il appartient (figure 4). La valeur de l'indice pour le couple de pixels correspondant vaut le rapport entre la longueur de la projection, mesurée depuis l'origine, et la longueur de la diagonale. Le

signe positif est arbitrairement assigné à l'indice si la projection est effectuée dans le quadrant supérieur, tandis que le signe négatif lui est attribué si la projection a lieu dans le quadrant inférieur. Il est aisé de montrer que la valeur de l'indice ainsi calculée est égale à la moyenne des valeurs absolues des cosinus de différences d'angles, affectée du signe de $\cos \Delta\omega$.

En définitive, l'implémentation de cette méthode engendre une image où chaque pixel a pour attribut la valeur, normalisée entre $[-1, +1]$, de l'indice mesurant l'intensité et le sens de la relation entre deux surfaces. L'indice rend compte de la relation locale entre les surfaces, tandis que l'image qui est engendrée traduit le parallélisme des deux surfaces ou encore la similitude de forme des reliefs thématiques. C'est pour cette raison que l'indice est intitulé indice de conformité locale entre deux surfaces.

Adaptation de l'indice aux phénomènes en présence

La description qui précède a posé un certain nombre d'hypothèses sur lesquelles il est nécessaire maintenant de s'interroger.

Tout d'abord, l'indice doit être indépendant des unités utilisées pour mesurer les phénomènes comparés. La comparaison des gradients de pente, contrairement à celle des orientations, est en effet sensible à toute différence d'unités, de sorte qu'une transformation des deux surfaces doit être entreprise pour s'affranchir des unités de mesure, avant d'entamer le calcul des paramètres de pente. Selon la nature des phénomènes, on peut envisager une standardisation des valeurs ou, plus simplement dans certains cas, exprimer les valeurs en pour-cent de la valeur maximale présente au sein de la surface.

Les deux paramètres de pente entrent dans la construction de l'indice avec une importance équivalente et sont supposés indépendants. Un certain nombre de phénomènes peuvent présenter une corrélation significative entre gradient et orientation, de sorte qu'il faudrait évaluer l'instabilité de l'indice face à un tel biais. Pour d'autres, au contraire, gradients ou orientations peuvent être considérés comme constants ou sans signification sur une certaine étendue. Dans ce cas, l'indice peut se ramener à la valeur du seul cosinus de la différence d'angles jugés utiles.

La construction de l'indice considère une différence de gradients maximale de 90° . Dans de nombreux cas, en particulier si les phénomènes ont subi une transformation préalable, la différence de gradients enregistrée est très sensiblement inférieure. Par conséquent, la diagonale du quadrant ne constitue plus une référence adaptée aux phénomènes en présence. Si l'on fixe ou si l'on calcule auparavant la différence maximale de gradients, il est possible de choisir un autre vecteur de référence pour normaliser la valeur de l'indice. A titre d'exemple, si la différence maximale de gradients est fixée à 45° , les vecteurs joignant les points $[\sqrt{2}/2, 0]$, $[1, |1|]$ peuvent jouer ce rôle.

CONCLUSION

L'indice de conformité locale entre deux surfaces présenté ici se distingue de la plupart des méthodes classiques de comparaison de surfaces sur les points suivants:

- il est construit sur des mesures vectorielles, et non scalaires, effectuées sur les surfaces en présence, en l'occurrence les paramètres de gradient et d'orientation de pente;
- il rend compte de l'intensité et du sens de la relation à un niveau local, en pratique au sein d'une fenêtre de convolution de (3 x 3) pixels, et non de manière globale sur l'ensemble du territoire d'étude;
- calculé en mode image, il permet d'engendrer pixel par pixel une image de conformité avec les mêmes caractéristiques que les images représentant les surfaces originales;
- il est susceptible d'être modulé en fonction de la nature des phénomènes comparés, bien que la robustesse et la stabilité de l'indice face à de telles adaptations éventuelles n'aient pas encore été testée.

L'indice n'a pas la prétention de se substituer aux coefficients traditionnels relevant des statistiques paramétriques mais, au contraire de les compléter utilement en permettant, par exemple, de délimiter au sein du territoire d'étude, la zone sur laquelle une analyse de corrélation/régression a les meilleures chances d'être significative. Une telle délimitation est aisément réalisée par un SIG-logiciel opérant en mode image, par seuillage de l'image de l'indice de conformité.

RÉFÉRENCES

- CICERI, M.-F., MARCHAND, B., RIMBERT, S. (1977) Introduction à l'analyse de l'espace, Paris, Masson.
- CLIFF, A.D., HAGGETT, P., ORD, J.K., BASSETT, K., DAVIES, R. (1975), Elements of spatial structure. A quantitative approach, Cambridge University Press, Cambridge.
- COLE, J.P., KING, C.A.M. (1970), Quantitative geography, Wiley, Londres.
- GAILE, G.L., BURT, J.E. (1980), Directional statistics, Concepts and Techniques in Modern Geography (CATMOG), 25, 39 p.
- MARDIA, K.V. (1972) Statistics and directional data, Academic Press, New York.
- YEATES, M. (1974), An introduction to quantitative analysis in geography, McGraw-Hill, New York.

Figure 1. Disposition d'un pixel d'une surface thématique tridimensionnelle et vecteur normal au centre du pixel.

Figure 2. Comparaison des vecteurs normaux aux centres de deux pixels homologues.

Figure 3. Décomposition du vecteur normal selon les paramètres de gradient γ et d'orientation ω .

Figure 4. Construction graphique de l'indice de conformité locale.