



**“Les étoiles sont belles à
cause d’une fleur que l’on
ne voit pas ...”**

**A. de Saint-Exupéry
(Le Petit Prince)**

7 Rayons angulaires des étoiles

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

$$?? \quad \gamma_{12}(\tau=0) = \frac{\langle V_1^*(t) V_2(t) \rangle}{I} \quad (7.5.3.1)$$

$$\begin{cases} V_1(t) = \sum_{i=1}^N V_{i1}(t) \\ V_2(t) = \sum_{i=1}^N V_{i2}(t) \end{cases} \quad (7.5.3.2)$$

$I_q ?$

$$S = \sum_{\text{pour } i=1, N} dS_i$$


 dS_i
 P_1
 $V_1(t)$
 P_2
 $V_2(t)$
 $+q$

$$\gamma_{12}(0) = \frac{\left[\sum_{i=1}^N \langle V_{i1}^* V_{i2} \rangle + \sum_{i \neq j}^N \langle V_{i1}^* V_{j2} \rangle \right]}{I} \quad (7.5.3.3)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

Evaluons donc ce que vaut (7.5.3.1), évaluée à partir de (7.5.2.6). Si $V_{i1}(t)$ et $V_{i2}(t)$ représentent les champs électriques en P_1 et P_2 dus à un petit élément de surface dS_i sur la source S , on trouve que les champs $V_1(t)$ et $V_2(t)$ peuvent être exprimés suivant (7.5.3.2). On suppose que les points distincts i de la source (cf. atomes) sont séparés de distances petites par rapport à la longueur d'onde λ de la lumière qu'ils émettent de façon mutuellement incohérente. L'obtention de l'expression (7.5.3.3) pour $\gamma_{12}(0)$ est alors immédiate. Pour une source de lumière incohérente, la seconde sommation apparaissant dans (7.5.3.3) est évidemment nulle.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5 Cohérence de la lumière

■ 7.5.3 Cohérence spatiale

$$\begin{cases} V_{i1}(t) = \left(\frac{a_i((t - r_{i1})/c)}{r_{i1}} \right) \exp[2i\pi\nu((t - r_{i1})/c)] \\ V_{i2}(t) = \left(\frac{a_i((t - r_{i2})/c)}{r_{i2}} \right) \exp[2i\pi\nu((t - r_{i2})/c)] \end{cases} \quad (7.5.3.4)$$

$$V_{i1}^*(t)V_{i2}(t) = \frac{|a_i(t - r_{i1}/c)|^2}{r_{i1}r_{i2}} \exp[-2i\pi\nu(r_{i2} - r_{i1})/c] \quad (7.5.3.5)$$

pour autant que: $|r_{i1} - r_{i2}| \leq \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = l \quad (7.5.3.6)$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

Pour rappel, les contributions $V_{ij}(t)$ peuvent être exprimées suivant les expressions (7.5.3.4) où r_{i1} et r_{i2} représentent respectivement les distances entre l'élément i de la source et les points P_1 et P_2 . Les produits $V_{i1}^*(t)V_{i2}(t)$ se simplifient comme (7.5.3.5) pour autant que la condition (7.5.3.6) soit vérifiée.

On voit ainsi s'introduire naturellement la longueur de cohérence l qui caractérise la précision avec laquelle on doit obtenir l'égalité des chemins optiques afin de pouvoir observer des franges d'interférence (typiquement 2,5 microns dans le visible pour $\Delta\lambda = 1000 \text{ Å}$).

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.3 Cohérence spatiale

$$I(s) ds = |a_i(t - r/c)|^2 \quad (7.5.3.7)$$

$$\gamma_{12}(0) = \frac{\int \frac{I(s)}{r_1 r_2} \exp \left[-\frac{2i\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) \right] ds}{I} \quad (7.5.3.8)$$

Théorème de Zernicke-van Cittert

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

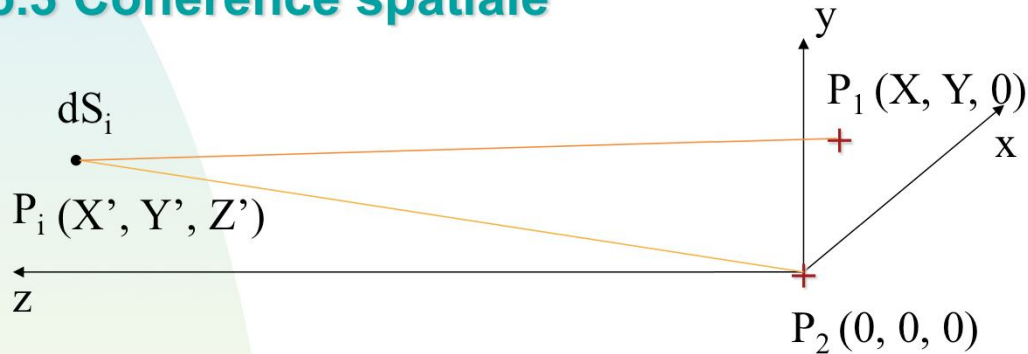
Pour obtenir l'intensité mutuelle due à toute la source, il suffit d'insérer dans l'expression (7.5.3.3), la relation (7.5.3.5) en se servant de (7.5.3.7). Il en résulte l'équation (7.5.3.8), aussi connue sous le nom du théorème de Zernicke-van Cittert.

Lorsque la distance entre la source et l'écran est très grande, l'expression de ce théorème se simplifie comme suit.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5 Cohérence de la lumière

■ 7.5.3 Cohérence spatiale



$$|r_2 - r_1| = |P_2 P_i - P_1 P_i| = \left| -\frac{X^2 + Y^2}{2Z'} + (X\xi + Y\eta) \right| \quad (7.5.3.9)$$

$$\text{Où } \xi = \frac{X'}{Z'} \text{ et } \eta = \frac{Y'}{Z'} \quad (7.5.3.10)$$

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

Soit le repère orthonormé (x, y, z) représenté à la Fig. ci-dessus tel que les coordonnées des deux éléments P_1 et P_2 de l'interféromètre valent respectivement $(X, Y, 0)$ et $(0, 0, 0)$ et celles d'un élément dS_i de la source (X', Y', Z') . On trouve alors aisément, au moyen d'une relation analogue à (7.4.3), que

$$|r_2 - r_1| = |P_2 P_i - P_1 P_i| = \left| -\frac{X^2 + Y^2}{2Z'} + (X\xi + Y\eta) \right| \quad (7.5.3.9)$$

$$\text{Où } \xi = \frac{X'}{Z'} \text{ et } \eta = \frac{Y'}{Z'} \quad (7.5.3.10)$$

représentent les coordonnées angulaires de la source mesurées à partir de l'interféromètre. En se servant des deux dernières relations, on transforme sans aucune difficulté l'expression (7.5.3.8) en (7.5.3.11). Les coordonnées X, Y dans le premier membre de $\gamma_{12}(0, X/\lambda, Y/\lambda)$ représentent la position d'un élément de l'interféromètre par rapport à l'autre.

An introduction to optical/IR interferometry

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

$$\gamma_{12}(0, X/\lambda, Y/\lambda) = \exp(-i\phi_{X,Y}) \frac{\iint_S I(\xi, \eta) \exp\{-i2\pi(X\xi + Y\eta)/\lambda\} d\xi d\eta}{\iint_S I(\xi', \eta') d\xi' d\eta'} \quad (7.5.3.11)$$

$$I'(\xi, \eta) = I(\xi, \eta) / \iint_S I(\xi', \eta') d\xi' d\eta' \quad (7.5.3.12)$$

Définissant: $u = X/\lambda, v = Y/\lambda$:

$$\gamma_{12}(0, u, v) = \exp(-i\phi_{u,v}) \iint_S I'(\xi, \eta) \exp\{-i2\pi(u\xi + v\eta)\} d\xi d\eta \quad (7.5.3.13)$$

$$I'(\xi, \eta) = \iint \gamma_{12}(0, u, v) \exp(i\phi_{u,v}) \exp\{i2\pi(\xi u + \eta v)\} d(u) d(v) \quad (7.5.3.14)$$

5

7.5 Cohérence de la lumière

7.5.3 Cohérence spatiale

A un facteur multiplicatif près (voir Eqs. (7.5.3.11) & (7.5.3.13)), nous trouvons donc que la visibilité des franges (fonction $|\gamma_{12}(0)|$) vaut simplement le module de la transformée de Fourier de la brillance de surface normalisée (I') de la source (Eq. (7.5.3.12)). Il doit donc être possible, par une simple transformée de Fourier inverse, de retrouver la brillance de surface (normalisée) de la source avec une résolution angulaire équivalente à celle d'un télescope dont le diamètre effectif serait égal à la base de l'interféromètre constitué des deux télescopes indépendants (Eq. (7.5.3.14)). Les équations (7.5.3.13) et (7.5.3.14) mettent donc bien en évidence la puissance du degré complexe de cohérence mutuelle puisqu'il permet de lier la visibilité et l'intensité normalisée à la surface de la source moyennant la transformée de Fourier $V = |\gamma_{12}(0)| = |TF(I')|$, et de son inverse. La synthèse d'ouverture consiste à observer un maximum de visibilités de la source, en essayant donc de couvrir au mieux le plan $u=X/\lambda, v=Y/\lambda$, plus communément appelé dans la littérature le plan u,v , à partir desquelles on essaiera, moyennant parfois des hypothèses ad-hoc supplémentaires, de déterminer la structure de la source à partir de la transformée (7.5.3.14) dans laquelle l'intégrant n'est pas la visibilité (i.e. le module du degré complexe de cohérence mutuelle) mais bien le degré complexe de cohérence mutuelle lui-même, à un facteur $\exp(i\phi_{X,Y})$ près.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.1 Définitions:

$$TF_f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi s x} dx, \quad (7.5.4.1)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} TF_f(s) e^{2i\pi s x} ds, \quad (7.5.4.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx. \quad (7.5.4.3)$$

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.1 Définitions:

Soit une fonction $f(x)$, où $x \in \mathfrak{R}$. La transformée de Fourier de $f(x)$, notée $TF_f(s)$, est la fonction

$$TF_f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi s x} dx, \quad (7.5.4.1)$$

où $s \in \mathfrak{R}$. Les fonctions f et TF_f forment une paire de Fourier. La fonction $TF_f(s)$ existe si la fonction $f(x)$ est bornée, sommable et possède un nombre fini d'extréma et de discontinuités. Ceci n'implique pas nécessairement que la transformée de TF_f soit f . Pour que la transformation de Fourier soit réciproque,

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} TF_f(s) e^{2i\pi s x} ds, \quad (7.5.4.2)$$

il suffit que f soit de carré sommable, c'est-à-dire qu'existe l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx \quad (7.5.4.3)$$

La définition de la TF peut être étendue aux distributions. La TF d'une distribution n'est pas nécessairement de carré sommable. Les fonctions f et TF_f peuvent être réelles ou complexes.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.1 Définitions: Généralisation:

$$TF_{-}f\left(\frac{\mathbf{r}}{w}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) e^{-2i\pi r w} d\mathbf{r} \quad . \quad (7.5.4.4)$$

7.5.4.2 Quelques propriétés:

a) Linéarité:

$$TF_{-}(af) = a TF_{-}(f) \quad , \quad a \in \mathfrak{R}, a \text{ étant une constante}, \quad (7.5.4.5)$$

$$TF_{-}(f + g) = TF_{-}(f) + TF_{-}(g) \quad . \quad (7.5.4.6)$$

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.1 Définitions:

Généralisation:

On peut généraliser la TF à plusieurs dimensions, en définissant f sur l'espace \mathfrak{R}^n . Soit $\mathbf{r}, \mathbf{w} \in \mathfrak{R}^n$, on a alors

$$TF_{-}f\left(\frac{\mathbf{r}}{w}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) e^{-2i\pi r w} d\mathbf{r} \quad (7.5.4.4)$$

Interprétation simple:

Si $f(t)$ désigne une fonction du temps, $TF_{-}f(s)$ représente son contenu en fréquences temporelles. De même, si $f(\mathbf{r})$ est défini sur \mathfrak{R}^2 , \mathfrak{R}^2 représentant un espace à deux dimensions, la fonction $TF_{-}f(\mathbf{w})$ représente le contenu en fréquences spatiales de $f(\mathbf{r})$, où $\mathbf{w} \in \mathfrak{R}^2$.

7.5.4.2 Quelques propriétés:

a) Linéarité:

$$TF_{-}(af) = a TF_{-}(f) \quad , \quad a \in \mathfrak{R}, a \text{ étant une constante}, \quad (7.5.4.5)$$

$$TF_{-}(f + g) = TF_{-}(f) + TF_{-}(g) \quad (7.5.4.6)$$

7 Rayons angulaires des étoiles

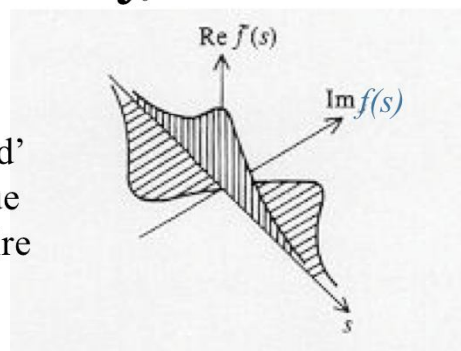
■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.2 Quelques propriétés: b) Symétrie et parité:

$$f(x) = P(x) + I(x) \quad (7.5.4.7)$$

$$TF_f(s) = 2 \int_0^\infty P(x) \cos(2\pi xs) dx - 2i \int_0^\infty I(x) \sin(2\pi xs) dx . \quad (7.5.4.8)$$

Représentation de la $TF_f(s)$ d'une fonction réelle quelconque $f(x)$: parties réelle et imaginaire de $TF_f(s)$



7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

7.5.4.2 Quelques propriétés:

b) Symétrie et parité:

Les considérations de symétrie sont très utiles lors de l'étude de la TF. Soit $P(x)$ et $I(x)$ les parties paires et impaires de $f(x)$ telles que

$$f(x) = P(x) + I(x) , \quad (7.5.4.7)$$

on trouve que

$$TF_f(s) = 2 \int_0^\infty P(x) \cos(2\pi xs) dx - 2i \int_0^\infty I(x) \sin(2\pi xs) dx \quad (7.5.4.8)$$

De ce résultat, on déduit le tableau suivant (symétrie des paires de Fourier) et la figure ci-dessus:

$f(x)$	$TF_f(s)$
réelle et paire	réelle et paire
réelle et impaire	imaginaire et impaire
imaginaire et paire	imaginaire et paire
complexe et paire	complexe et paire
complexe et impaire	complexe et impaire
réelle quelconque	partie réelle paire et partie imaginaire impaire
imaginaire quelconque	partie imaginaire paire et partie réelle impaire

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

c) Similitude:

$$TF_{-}[f(ax)](s) = \frac{1}{|a|} TF_{-}\left[f\left(\frac{s}{a}\right)\right] \quad (7.5.4.9)$$

où $a \in \mathfrak{R}$, est une constante.

d) Translation:

$$TF_{-}[f(x-a)](s) = e^{-2i\pi as} TF_{-}f(s) \quad (7.5.4.10)$$

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

c) Similitude:

La relation de similitude s'écrit

$$TF_{-}[f(ax)](s) = \frac{1}{|a|} TF_{-}\left[f\left(\frac{s}{a}\right)\right], \quad (7.5.4.9)$$

où $a \in \mathfrak{R}$, est une constante. La dilatation d'une fonction entraîne une contraction de sa transformée de Fourier. Cette propriété très visuelle est fort utile pour comprendre qu'une fonction dont le support est très compact, possède une transformée très étalée: en analyse des fréquences temporelles, on énoncera qu'une impulsion de très courte durée possède un spectre en fréquences très large, c'est-à-dire contient des fréquences d'autant plus élevées que l'impulsion est brève. C'est la relation classique du spectre d'un paquet d'ondes, selon laquelle la connaissance des propriétés d'un signal ne peut être arbitrairement précise à la fois en temps et en fréquence.

d) Translation:

La relation de translation s'écrit

$$TF_{-}[f(x-a)](s) = e^{-2i\pi as} TF_{-}f(s) \quad (7.5.4.10)$$

Une translation dans un espace correspond à une rotation de phase dans l'espace transformé.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

e) Dérivation:

$$\left\{ \begin{array}{l} TF \left(\frac{df}{dx} \right) (s) = 2i\pi s \, TF \, f(s) \\ TF \left(\frac{d^n f}{dx^n} \right) (s) = (2i\pi s)^n \, TF \, f(s) \end{array} \right. \quad (7.5.4.11)$$

7.5.4.3 Cas particuliers importants (une dimension):

a) Fonction porte:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in]-1/2, 1/2[\\ 0 & \text{si } x \in]-\infty, -1/2] \cup [1/2, +\infty[\end{cases} \quad (7.5.4.12)$$

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

e) Dérivation:

Les dérivations suivantes découlent directement de la définition d'une paire de Fourier

$$\begin{aligned} TF \left(\frac{df}{dx} \right) (s) &= 2i\pi s \, TF \, f(s) \\ TF \left(\frac{d^n f}{dx^n} \right) (s) &= (2i\pi s)^n \, TF \, f(s) \end{aligned} \quad (7.5.4.11)$$

7.5.4.3 Cas particuliers importants (une dimension):

a) Fonction porte:

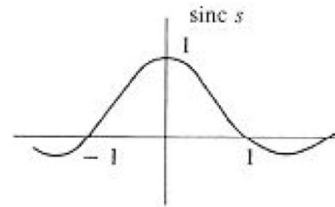
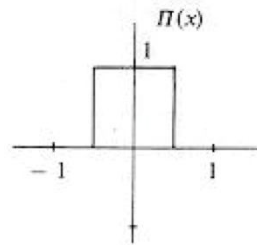
La fonction porte, dénotée $\Pi(x)$, est définie par (cf. Fig. ci-dessous)

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in]-1/2, 1/2[\\ 0 & \text{si } x \in]-\infty, -1/2] \cup [1/2, +\infty[\end{cases} \quad (7.5.4.12)$$

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

La fonction porte et sa transformée de Fourier (sinus cardinal)



$$TF_{-}[\Pi(x)](s) = \text{sinc}(s) = \frac{\sin(\pi s)}{\pi s} \quad (7.5.4.13)$$

$$TF_{-}\left[\Pi\left(\frac{x}{a}\right)\right](s) = |a| \text{sinc}(as) = |a| \frac{\sin(\pi as)}{\pi as} \quad (7.5.4.14)$$

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

a) Fonction porte:

On trouve aisément que

$$TF_{-}[\Pi(x)](s) = \text{sinc}(s) = \frac{\sin(\pi s)}{\pi s} \quad (7.5.4.13)$$

En appliquant la relation de similitude, on trouve aussi

$$TF_{-}\left[\Pi\left(\frac{x}{a}\right)\right](s) = |a| \text{sinc}(as) = |a| \frac{\sin(\pi as)}{\pi as} \quad (7.5.4.14)$$

La fonction porte est aussi parfois dénommée fonction fenêtre ou simplement fenêtre.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

b) Distribution de Dirac:

$$\delta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2i\pi s x} ds. \quad (7.5.4.15)$$

sa transformée de Fourier vaut donc 1 dans l'intervalle $]-\infty, \infty[$.

7.5.4 La transformation de Fourier (cf. Léna 1996)

b) Distribution de Dirac:

La distribution de Dirac, aussi appelée pic de Dirac est notée $\delta(x)$. Elle est définie par l'intégrale suivante, qui n'existe qu'au sens des distributions

$$\delta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2i\pi s x} ds \quad (7.5.4.15)$$

sa transformée de Fourier vaut donc 1 dans l'intervalle $]-\infty, \infty[$ car $\delta(x)$ apparaît ci-avant comme étant la transformée de Fourier inverse de 1.

7 Rayons angulaires des étoiles

- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.5 Synthèse d'ouverture

$$v = \left| \gamma_{12}(0, B/\lambda) \right| = \left| \frac{\sin(\pi Bb / \lambda z')}{\pi Bb / \lambda z'} \right| \quad (7.5.5.2)$$

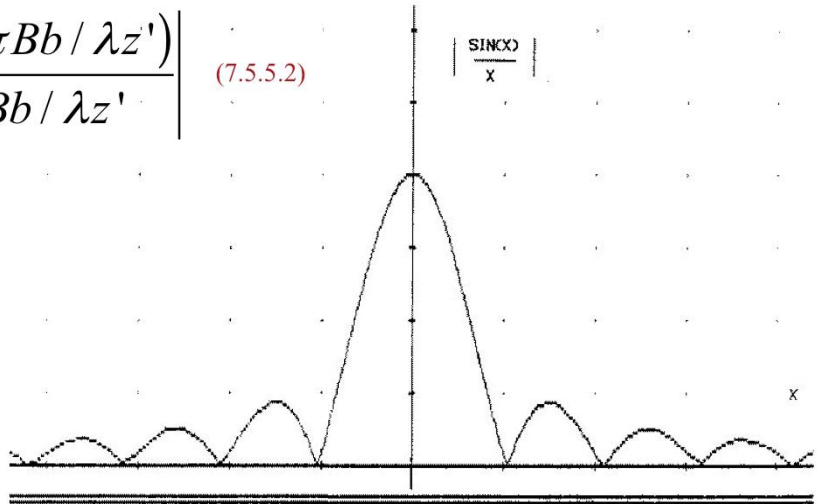
$$\pi Bb / \lambda z' = \pi \quad (7.5.5.3)$$

$$\Delta \sim \lambda / B, \text{ si } \quad (7.5.5.4)$$

source rectangulaire.

$$\Delta \sim 1,22 \lambda / B, \text{ si } \quad (7.5.5.5)$$

source circulaire!



7.5 Cohérence de la lumière

7.5.4 Synthèse d'ouverture

Pour une source de forme rectangulaire, ayant une brillance de surface uniforme et dont les abscisses extrêmes suivant l'axe des x valent $-b/2$ et $b/2$, on trouve facilement l'expression de la visibilité des franges (Eq. (7.5.5.2) ci-dessus, voir aussi la Fig.). En effet, si B représente la séparation entre les deux trous de l'interféromètre suivant l'axe des x , z' étant la distance entre la source et l'interféromètre, nous trouvons au moyen de (7.5.3.11) que

$$\left| \gamma_{12}(0, B, 0) \right| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\xi / (b/z')) \exp \{ -2i\pi \xi B / \lambda \} d\xi / (b/z') \right| = \left| \int_{-b/(2z')}^{b/(2z')} \exp \{ -2i\pi \xi B / \lambda \} d\xi / (b/z') \right| \quad (7.5.5.1)$$

où la fonction fenêtre est telle que $\Pi(\xi/(b/z')) = 1$ si $\xi \in [-b/2z', b/2z']$ et zéro en dehors de cet intervalle ((7.5.4.12)-(7.5.4.14)). La dernière intégrale se réduit facilement à (7.5.5.2). Le résultat (7.5.5.2) peut aussi être obtenu plus directement de la façon suivante: effectuer le changement de variable $\zeta = \xi/\lambda$ dans (7.5.5.1) et en nous servant de la propriété (7.5.4.14), où on a posé $a = b/(z'\lambda)$, on trouve immédiatement (7.5.5.2).

La visibilité des franges s'annule lorsque la condition (7.5.5.3) est vérifiée, c'est-à-dire de façon équivalente lorsque le diamètre angulaire Δ de la source satisfait la relation (7.5.5.4) (à comparer avec la condition (7.4.7)). De même, pour une source ayant une forme circulaire, on trouverait la condition (7.5.5.5), à comparer avec le diamètre de la tache d'Airy donné par l'équation (7.2.2.1).

7 Rayons angulaires des étoiles

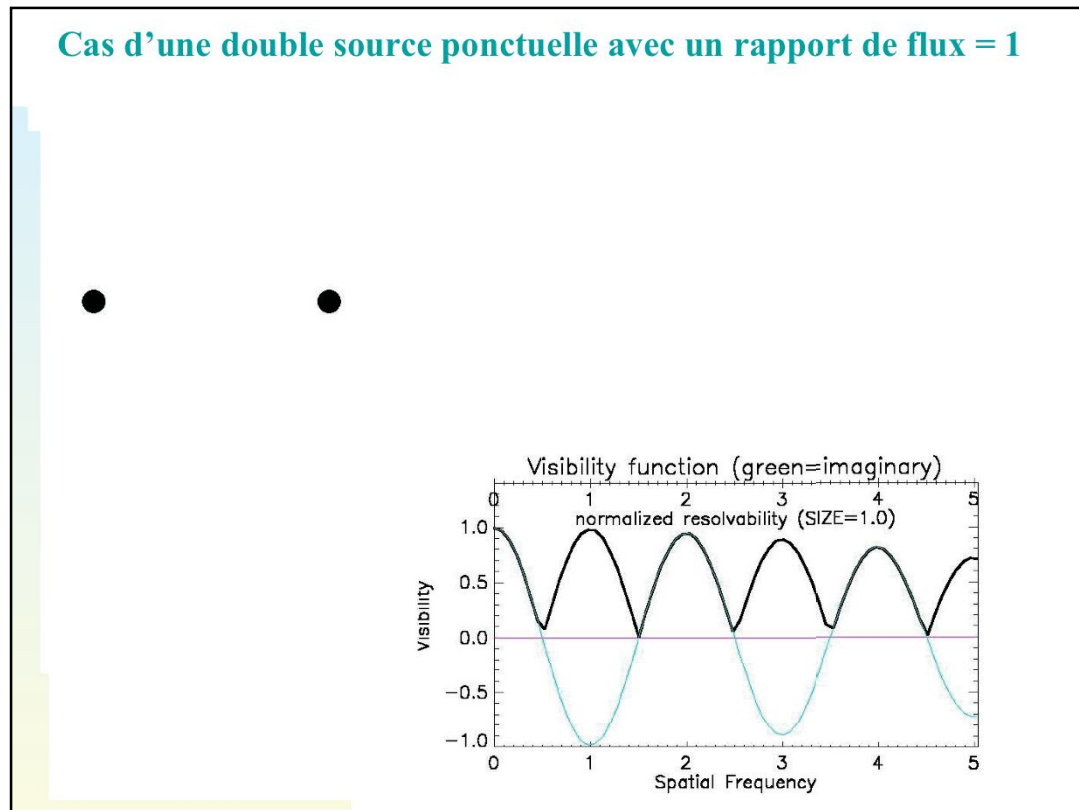
- 7.5 Cohérence de la lumière
- 7.5.5 Synthèse d'ouverture

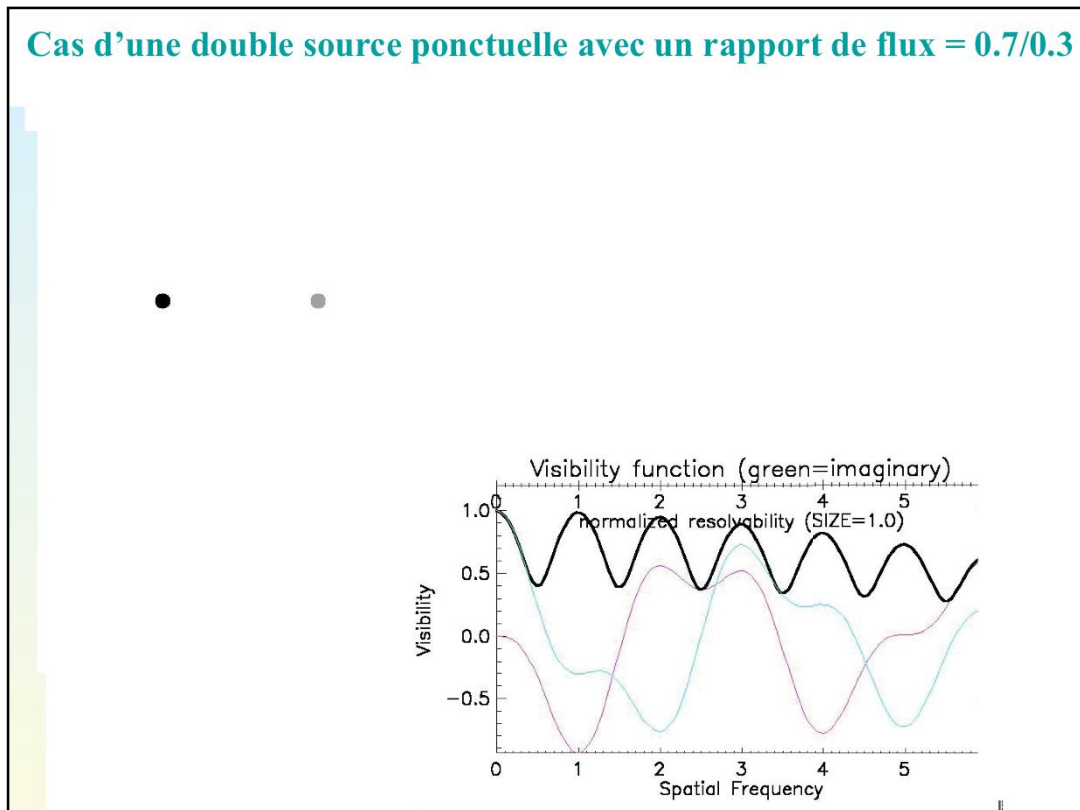
Exercices (voir ci-dessous)

7.5 Cohérence de la lumière

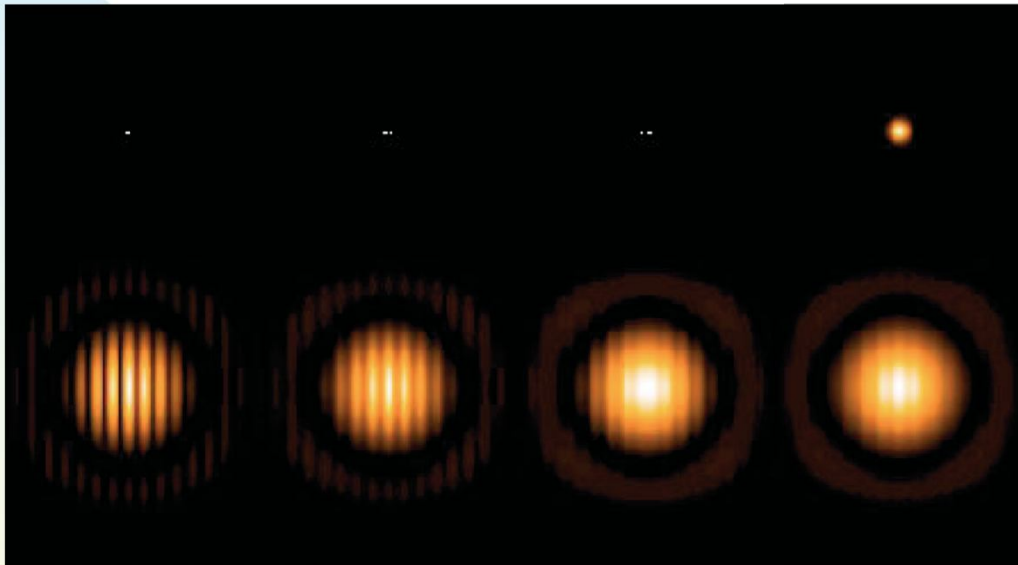
7.5.4 Synthèse d'ouverture

Exercices: A partir de la visibilité observée en (7.5.5.2), recherchez l'expression de l'intensité normalisée $I'(\xi)$ correspondante à partir de la transformée de Fourier inverse (voir Eq. 7.5.3.12). Quelle est l'expression de la visibilité des franges pour une source gaussienne, une source ponctuelle, une double source ponctuelle pour laquelle les deux composantes ont une même intensité et une source ponctuelle triple dont les intensités sont différentes? A partir des visibilités obtenues, recherchez les intensités normalisées correspondantes au moyen de la transformée de Fourier inverse (voir Eq. 7.5.3.12). De même pour une source carrée et une source circulaire, possédant une brillance de surface uniforme. Savoir établir l'expression (7.5.5.5).



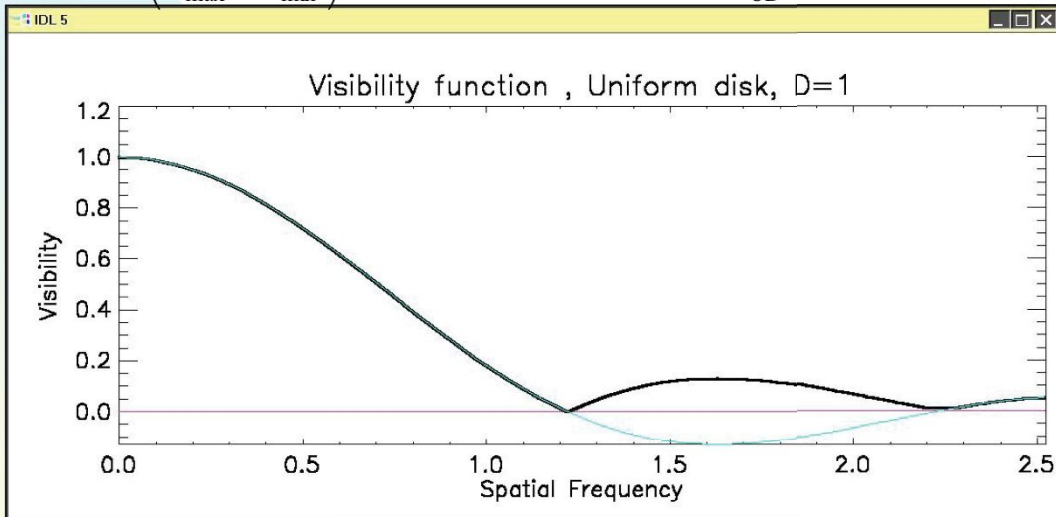


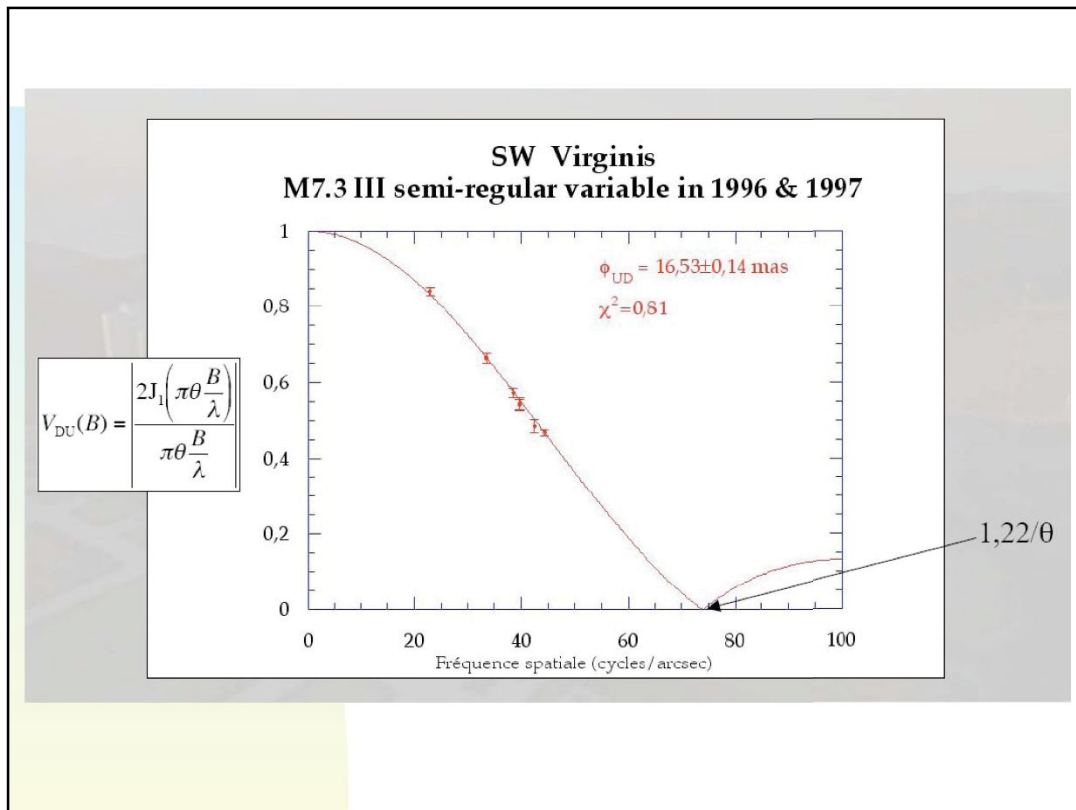
Variation du contraste des franges en fonction de la séparation angulaire entre les deux étoiles :

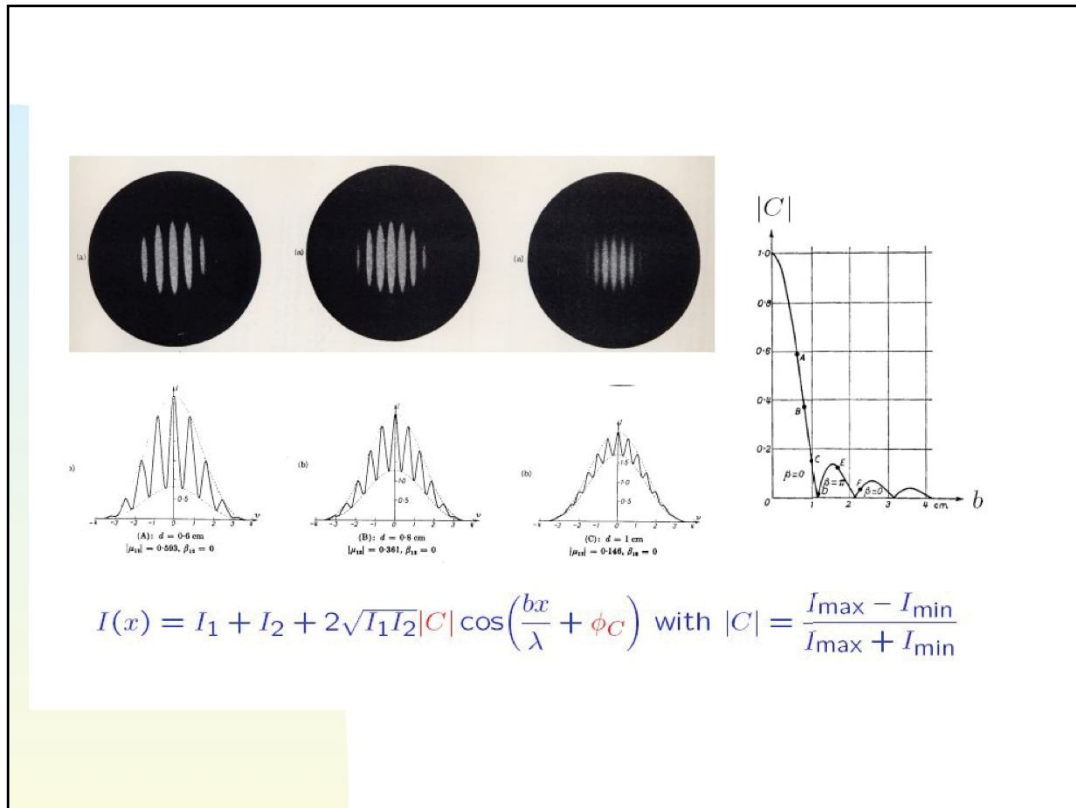


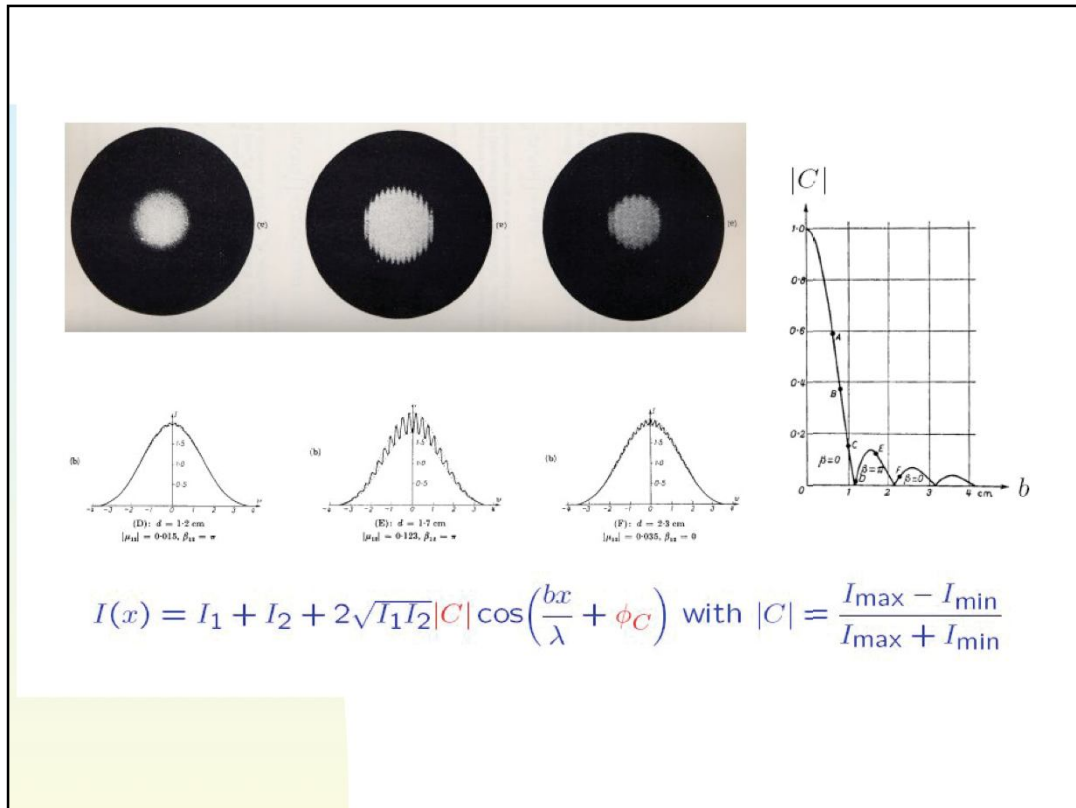
**Disque avec une brillance de surface uniforme :
visibilité correspondante**

$$v = \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right) = |\gamma_{12}(0)| = TF(I) = \frac{2J_1(\pi\theta_{UD}B/\lambda)}{\pi\theta_{UD}B/\lambda}$$









Pour le cas du Soleil:

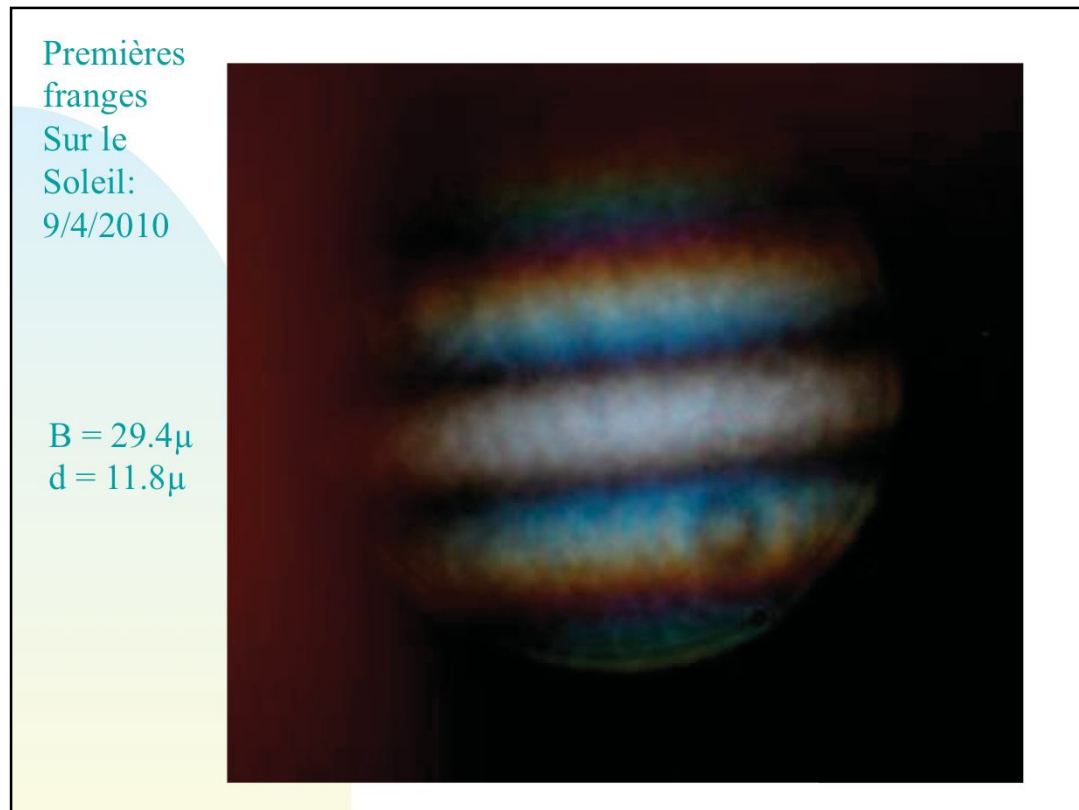
$$\vartheta_{UD} = 1.22 \lambda / B = 1.22 \times 0.55 / B(\mu) = 30' \times 60'' / 206265$$

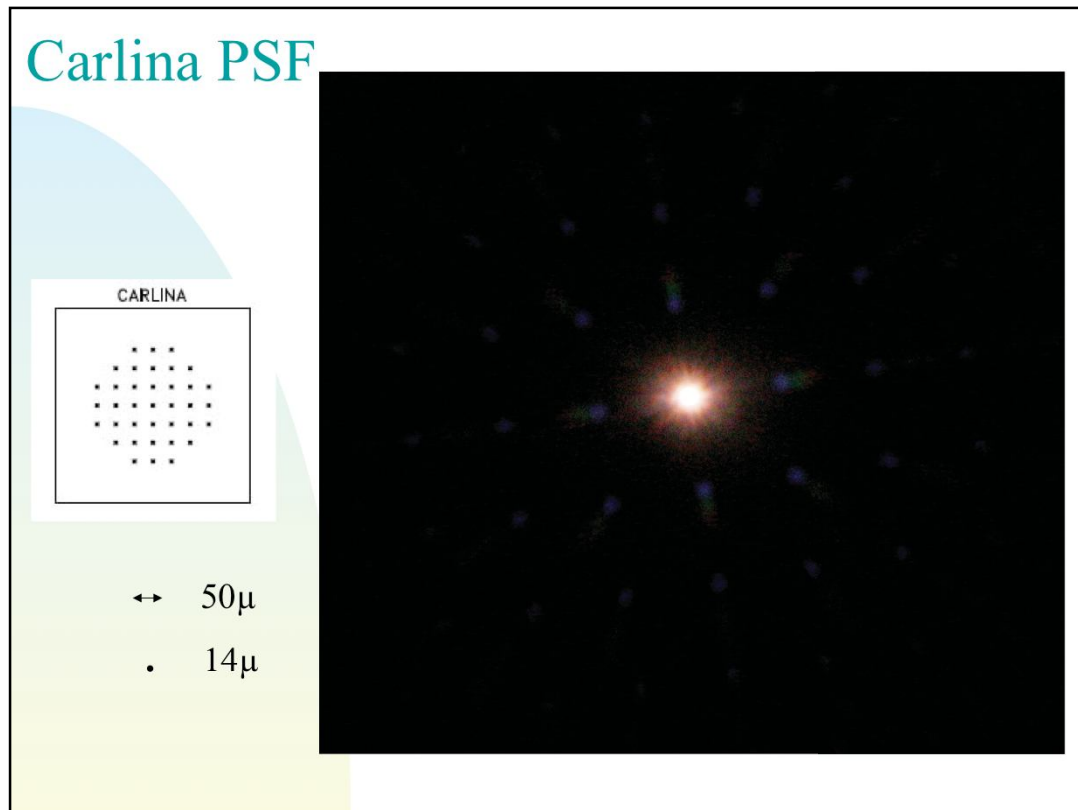
$$B(\mu) = 206265 \times 1.22 \times 0.55 / (30 \times 60) = 76.9 \mu$$

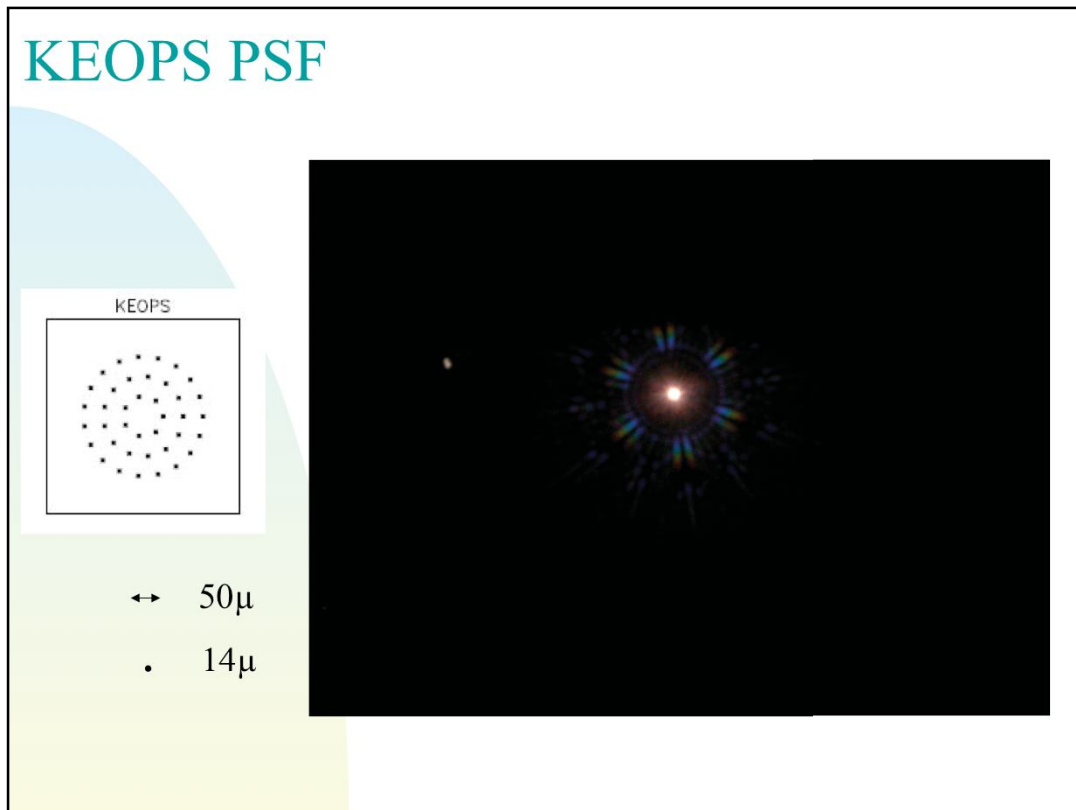
$$d(\mu) = 7.2 \text{ or } 14.4 \mu \rightarrow \sigma = 2.44 \lambda / d = 7.8^\circ \text{ or } 3.9^\circ$$

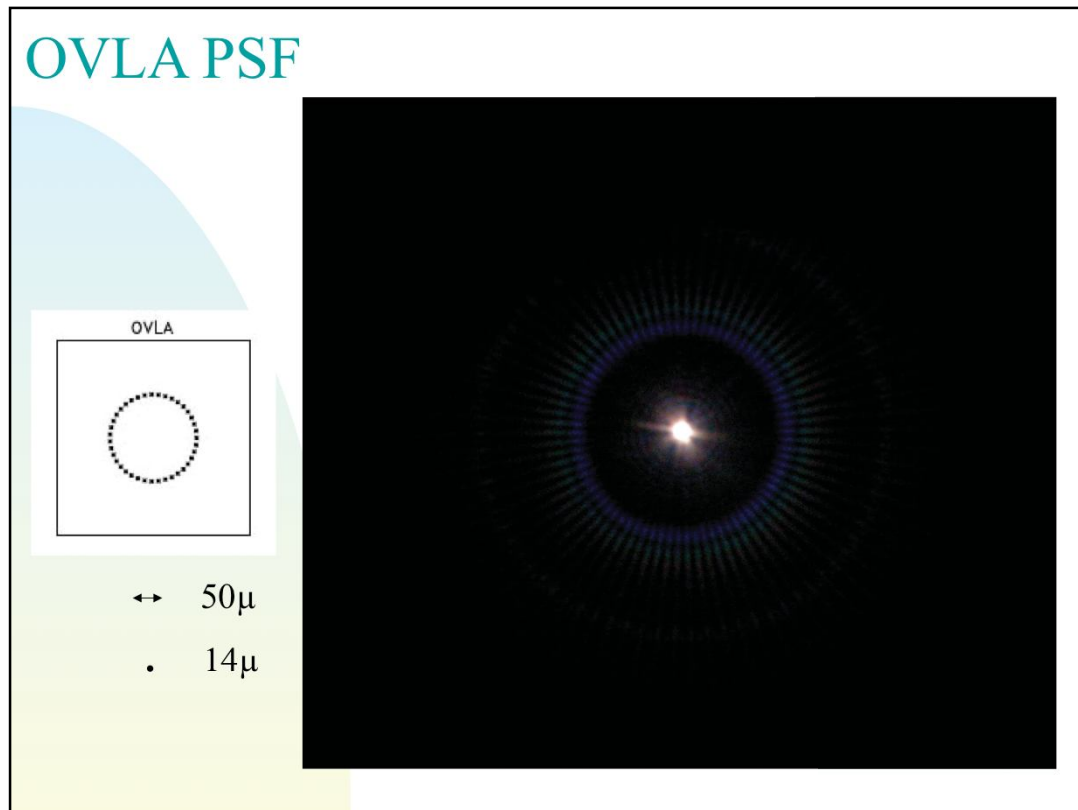
Voir les masques correspondants!

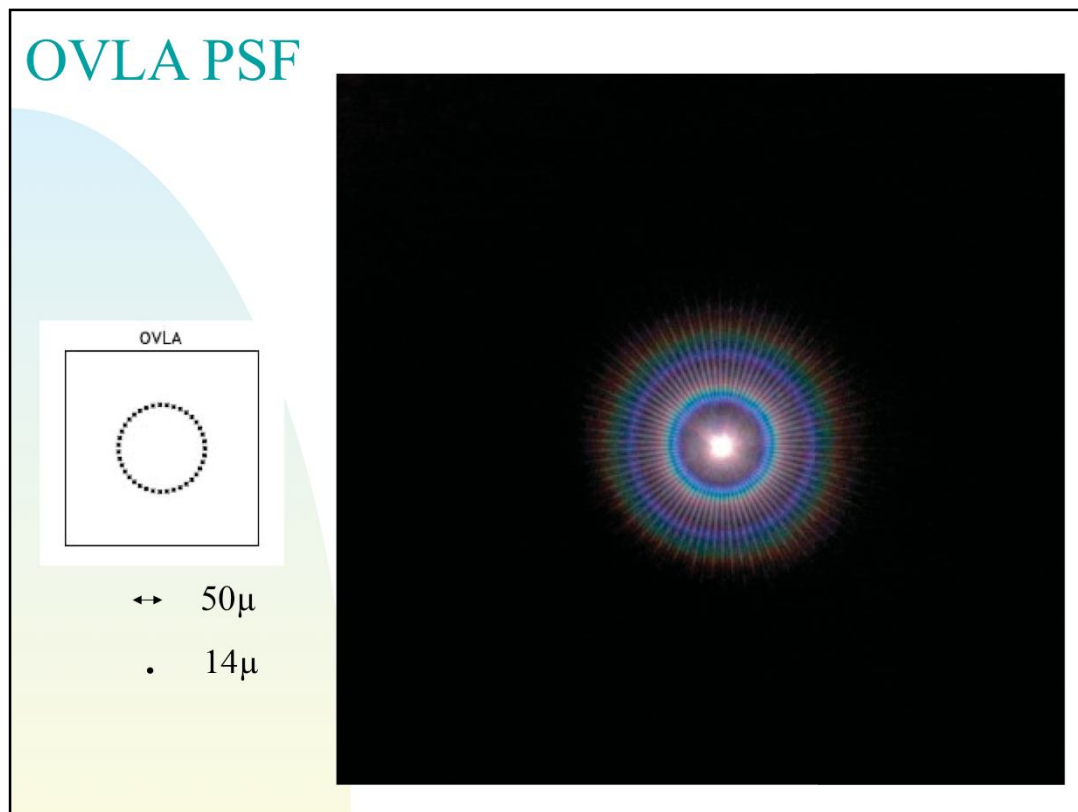


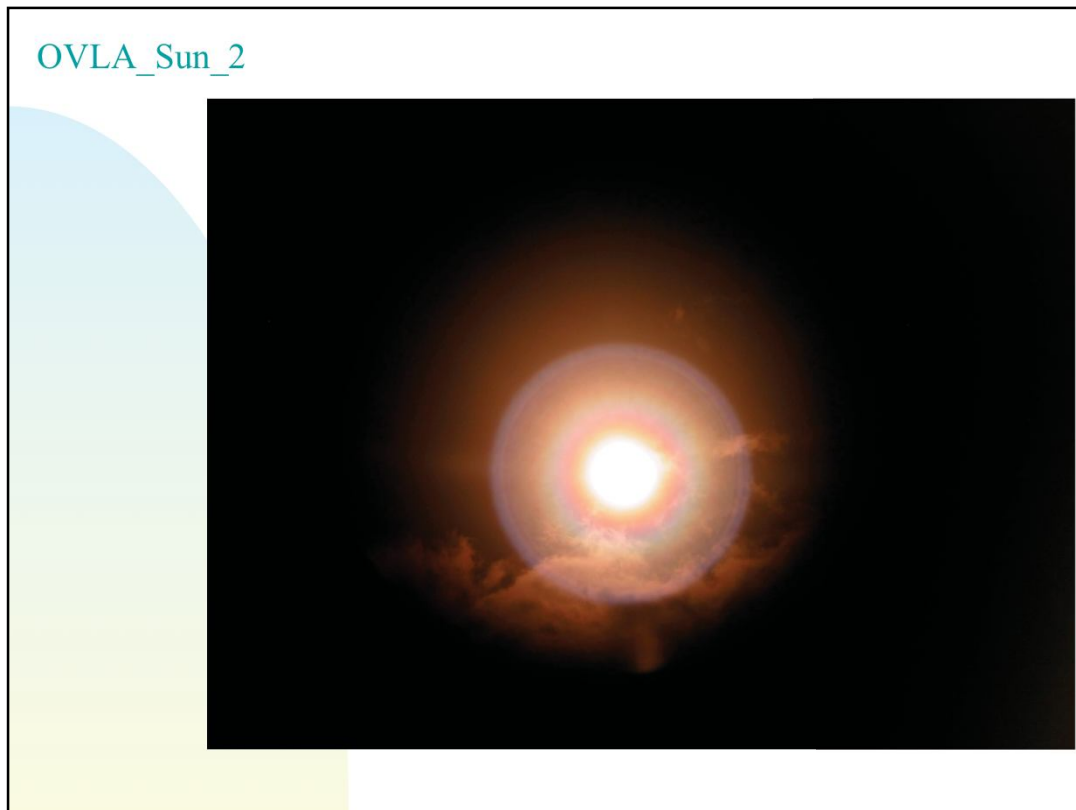




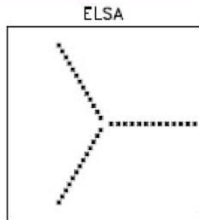






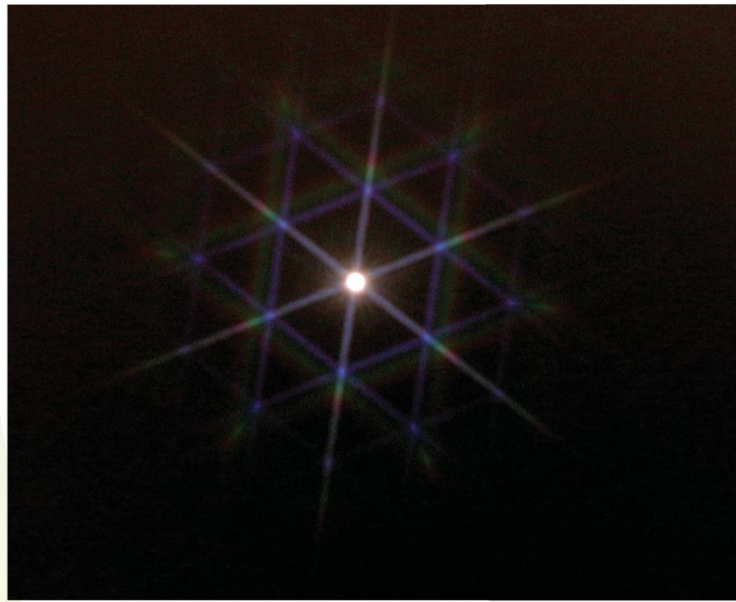


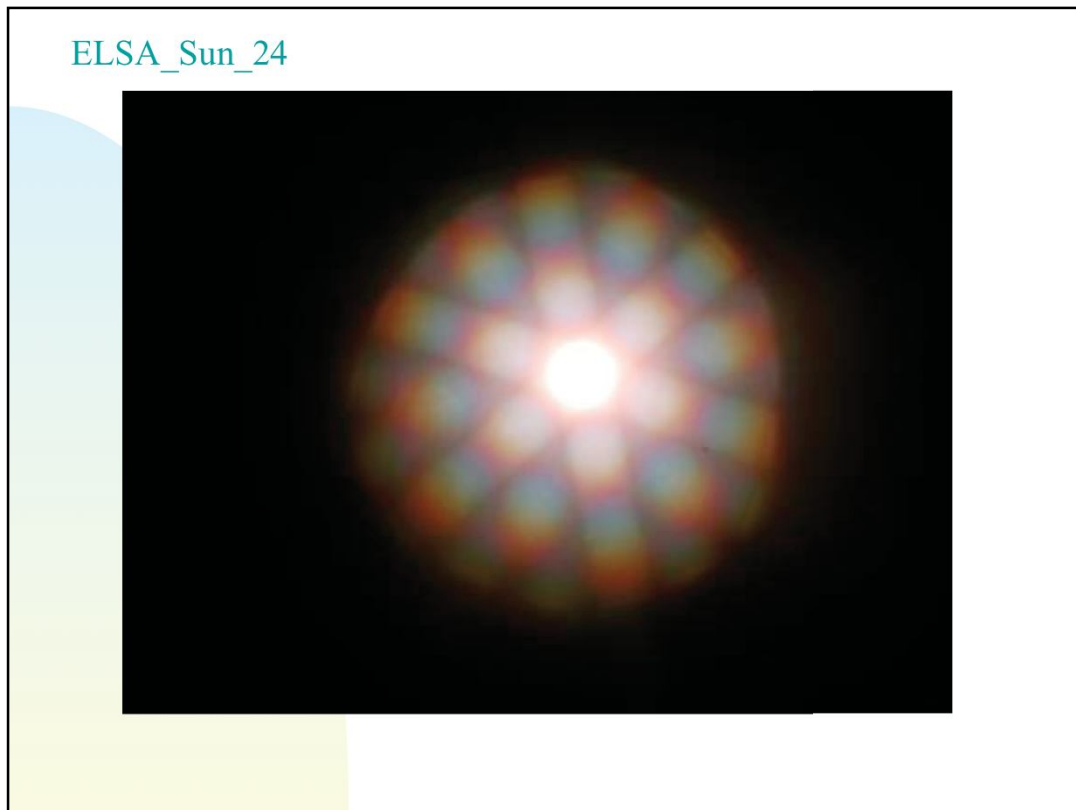
ELSA PSF



↔ 50 μ

. 14 μ







Observations interférométriques
réalisées le 10/4/2010 pour
Procyon, Mars et Saturne, en
utilisant le télescope de 80cm de
l'Observatoire de Haute-Provence
(coll. Avec Hervé le Coroller) ...





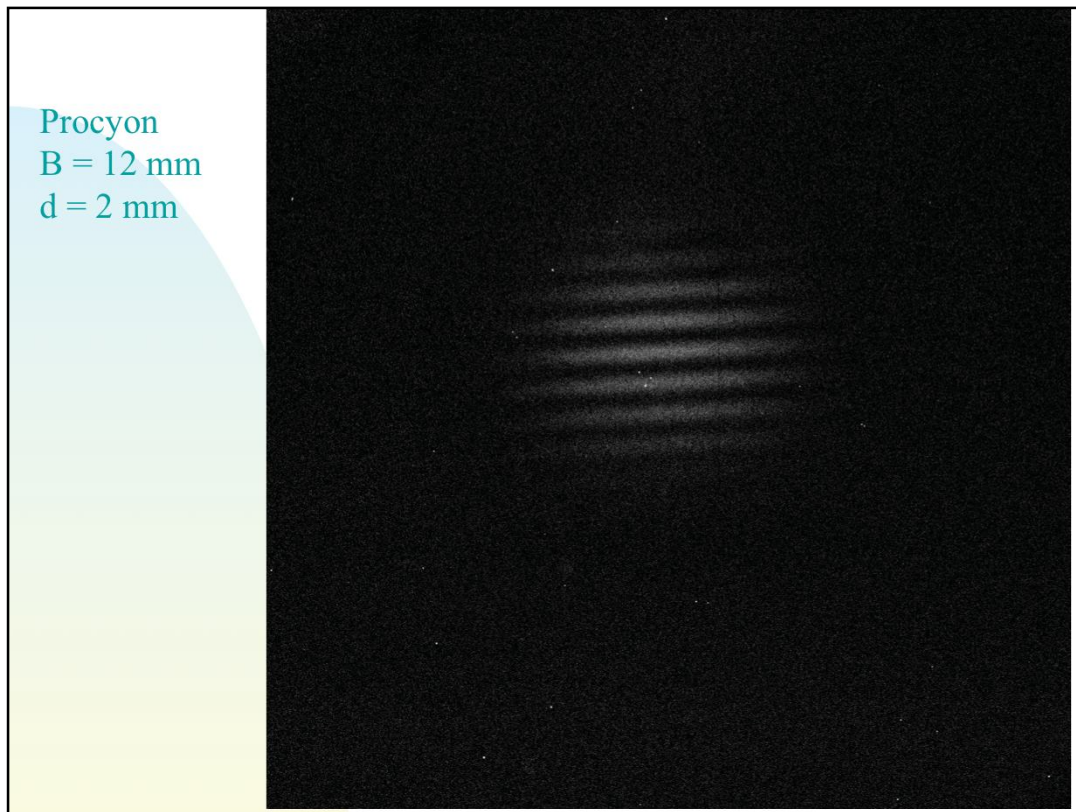


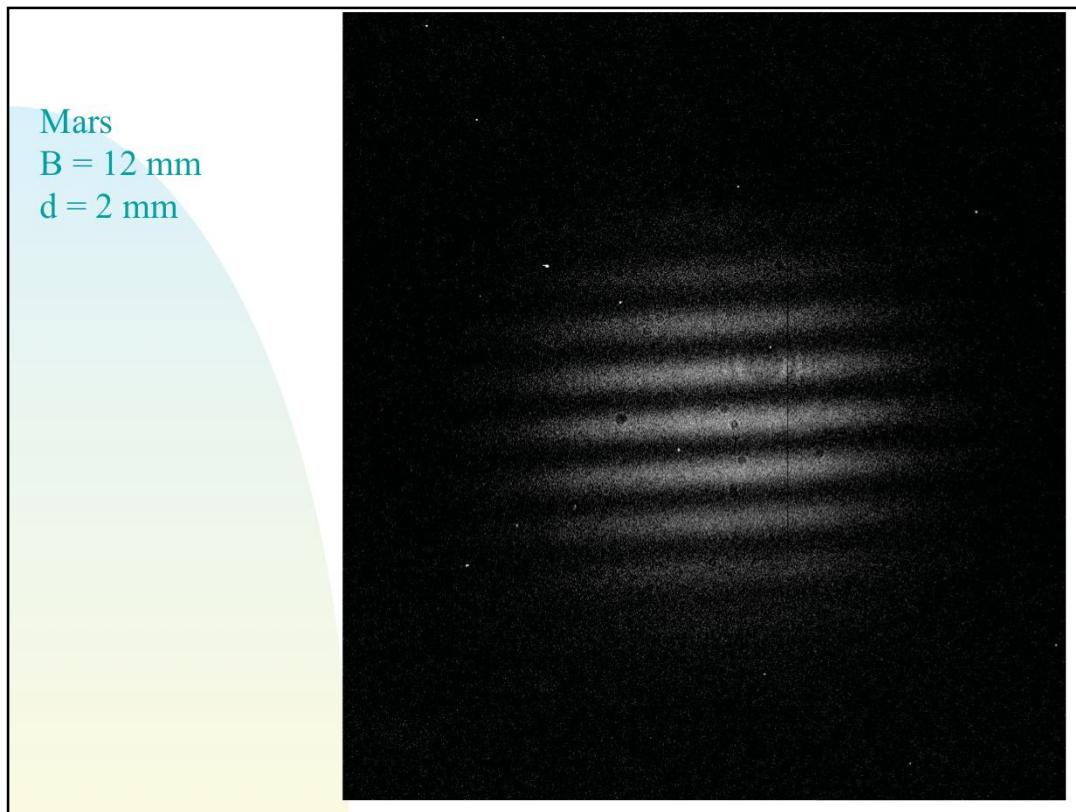
Diamètre des trous	Base
2 mm	12, 8, 5, 4, 3 mm

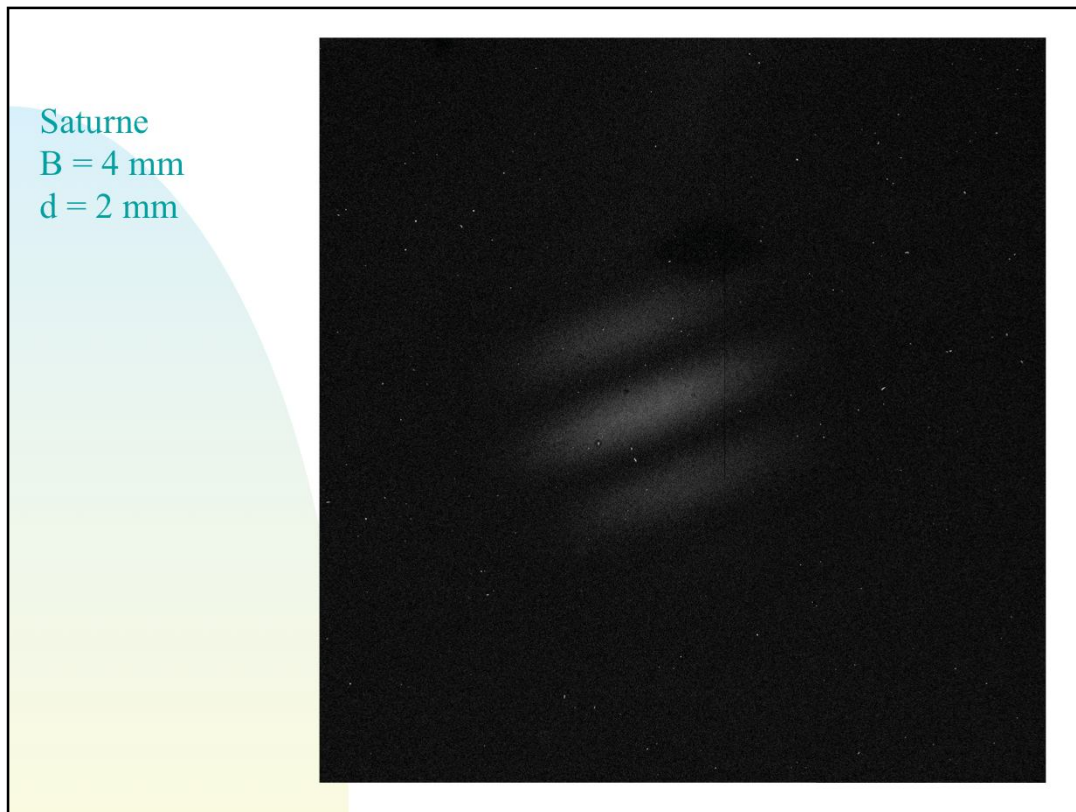
Largeur de fente	Base
2 mm	30, 15, 10, 2 mm

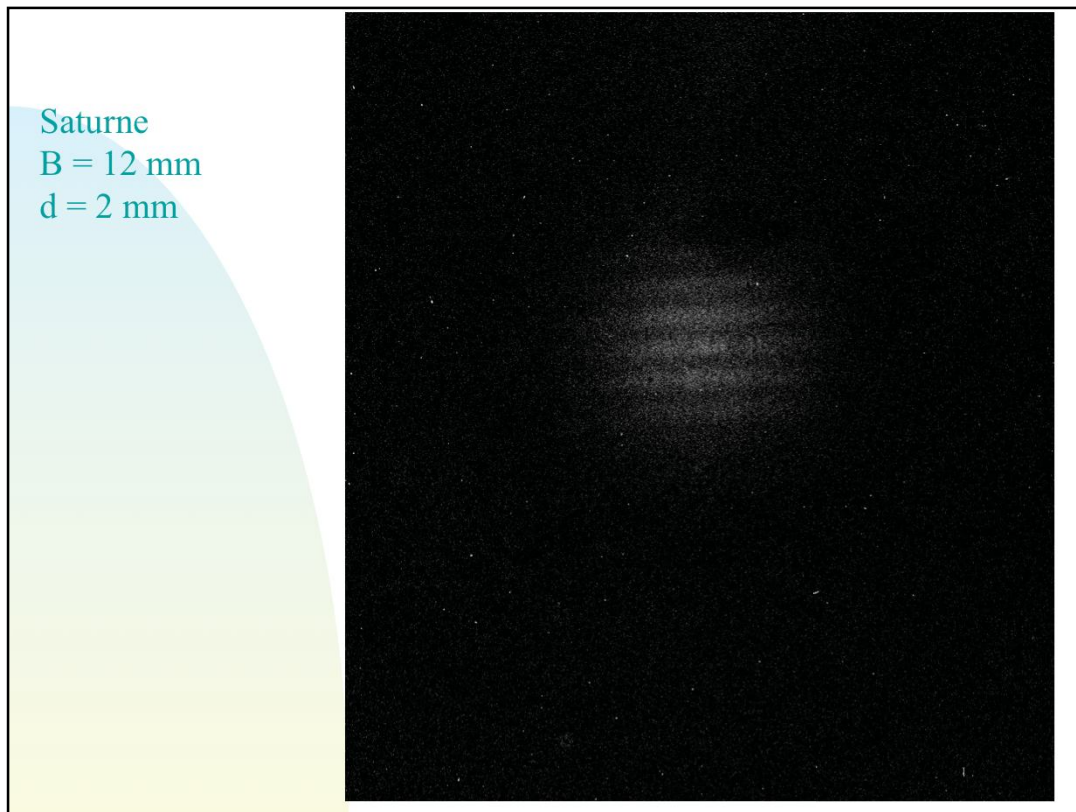
Diamètre des trous	Base
4 mm	full, 30, 20, 12, 8 mm

Diamètre des trous	Base	/ fente	Base / 3 trous
Dist / 3 trous	Dist / 8 trous	Dist /	
1 mm	2 mm	1 mm	2 mm / 1 mm 2 mm /
2 mm 3 mm/ 4 mm	20 mm		









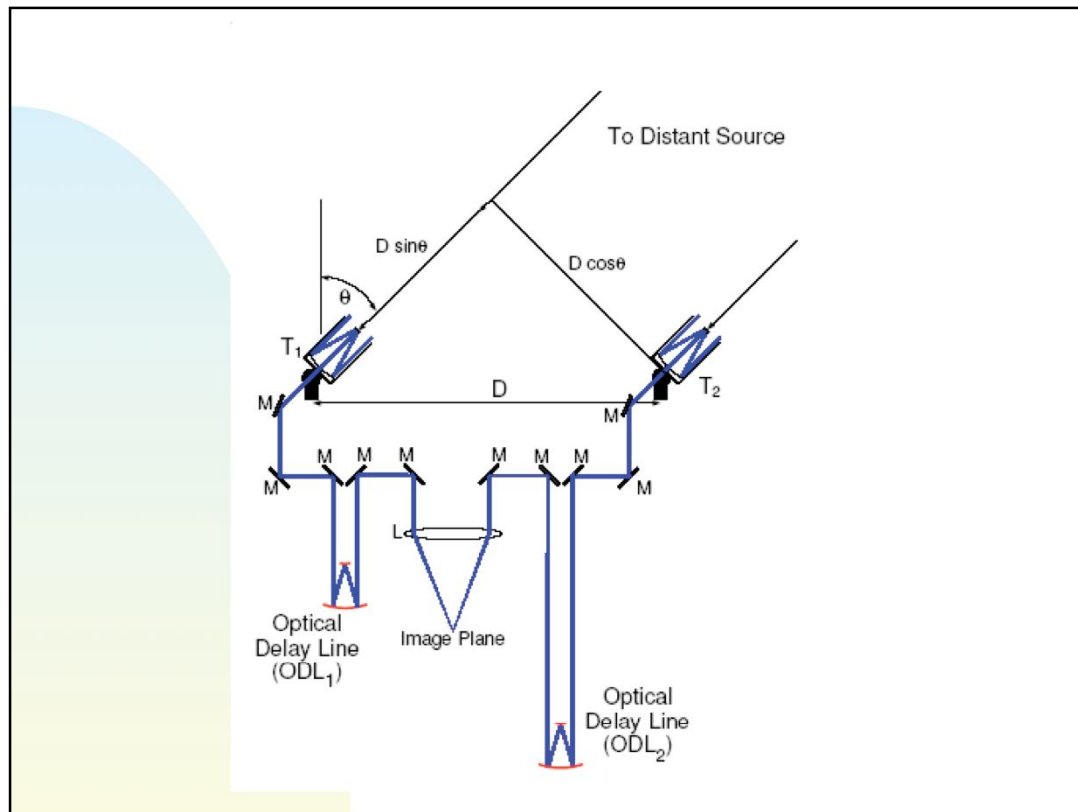
7 Rayons angulaires des étoiles

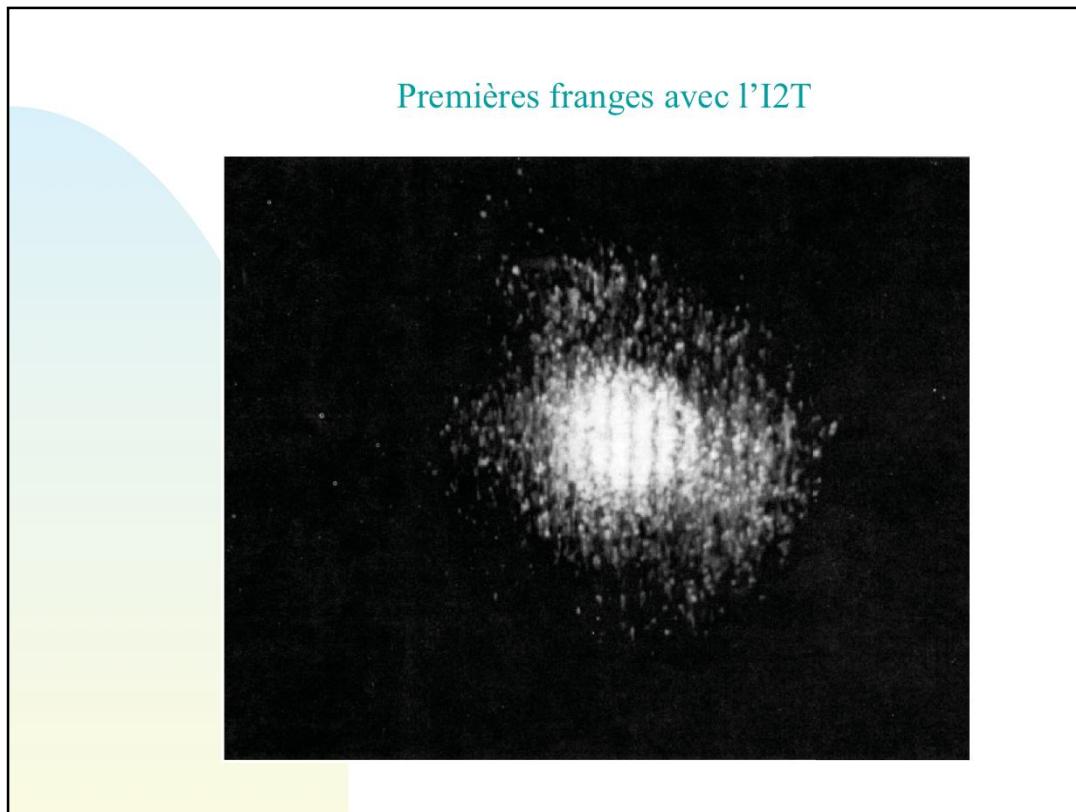
■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

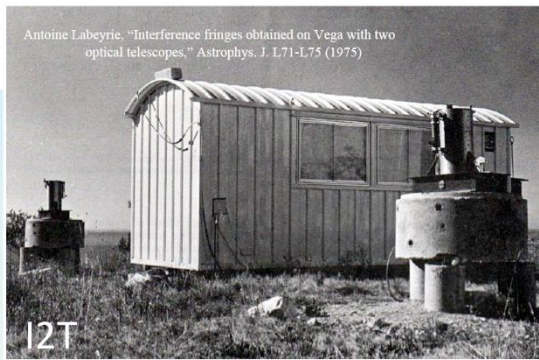


7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

Un des sanctuaires très respectés de l'interférométrie optique se situe sur le plateau de Caussols, au nord de Grasse, dans le sud de la France. L'I2T, fait de 2 télescopes de 26cm d'ouverture distants de 144m est caractérisé par une résolution angulaire $\phi \sim 0,001''$ atteignable pour des objets dont la magnitude apparente limite est $V_{\text{lim}} \sim 6$ (voir photo). Près d'une vingtaine de diamètres angulaires ont été déterminés au moyen de l'I2T.

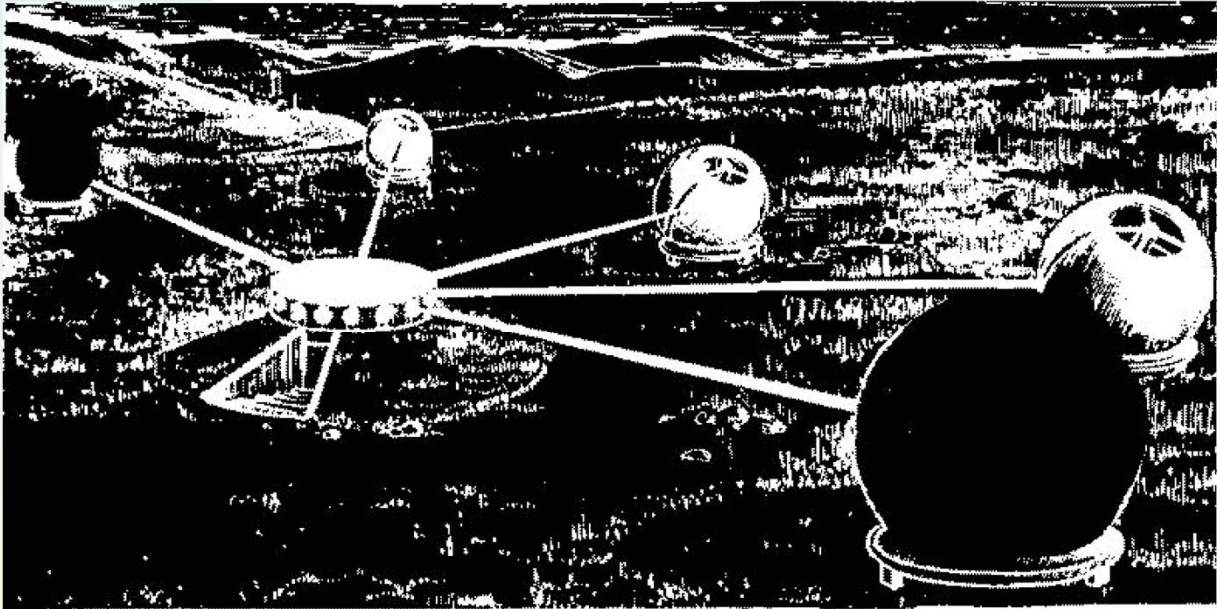






7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau



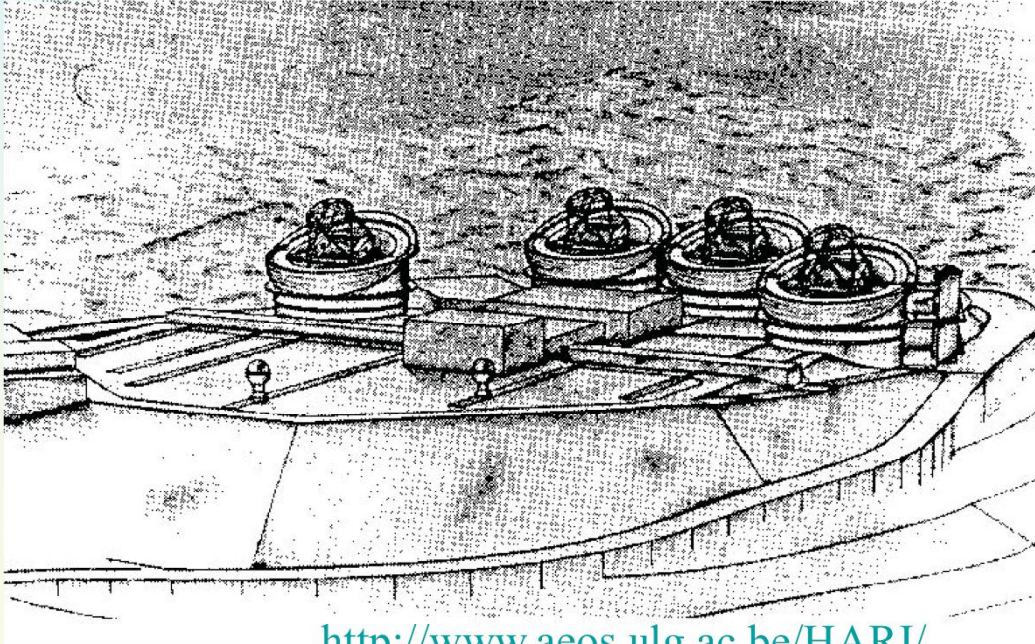
7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

Le GI2T est formé de 2 télescopes boules de 1,5m qui en principe pourraient être distants de 2 km, correspondant à une résolution angulaire $\phi \sim 0,0001''$ pour $V_{\text{lim}} = 15-17$ (voir photo).

A. Labeyrie espère pouvoir un jour construire un grand réseau de (27?) télescopes optiques dont les diamètres individuels pourraient être de l'ordre de 10m.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau



<http://www.aeos.ulg.ac.be/HARI/>

7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

En ce début du XXIème, le sanctuaire moderne de l'interférométrie stellaire et de la synthèse d'ouverture est sans aucun doute le VLTI (Very Large Telescope Interferometer) de l'ESO (Observatoire Européen Austral), installé au Chili sur le Mont Paranal.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

L'interferometrie aujourd'hui c'est:

Very Large Telescope Interferometer (VLTI)

- 4 collecteurs de 8.2m
- 4 collecteurs de 1.8m
- Base max: 200m



10/10/08

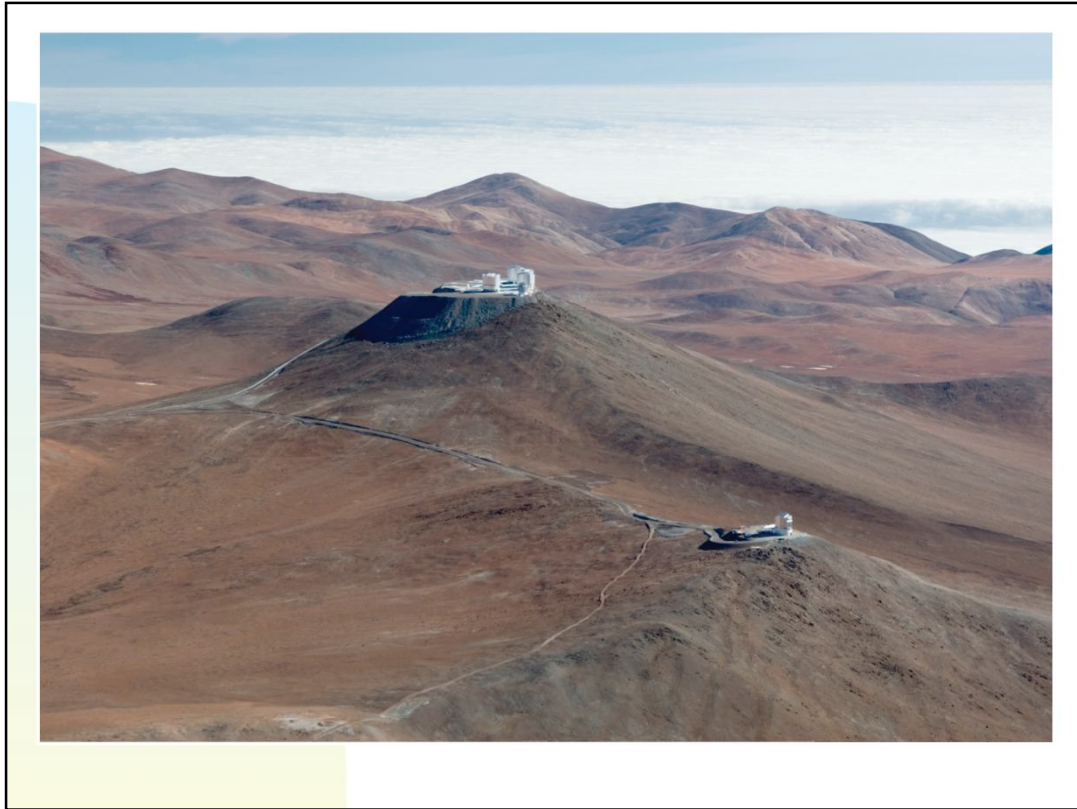
47

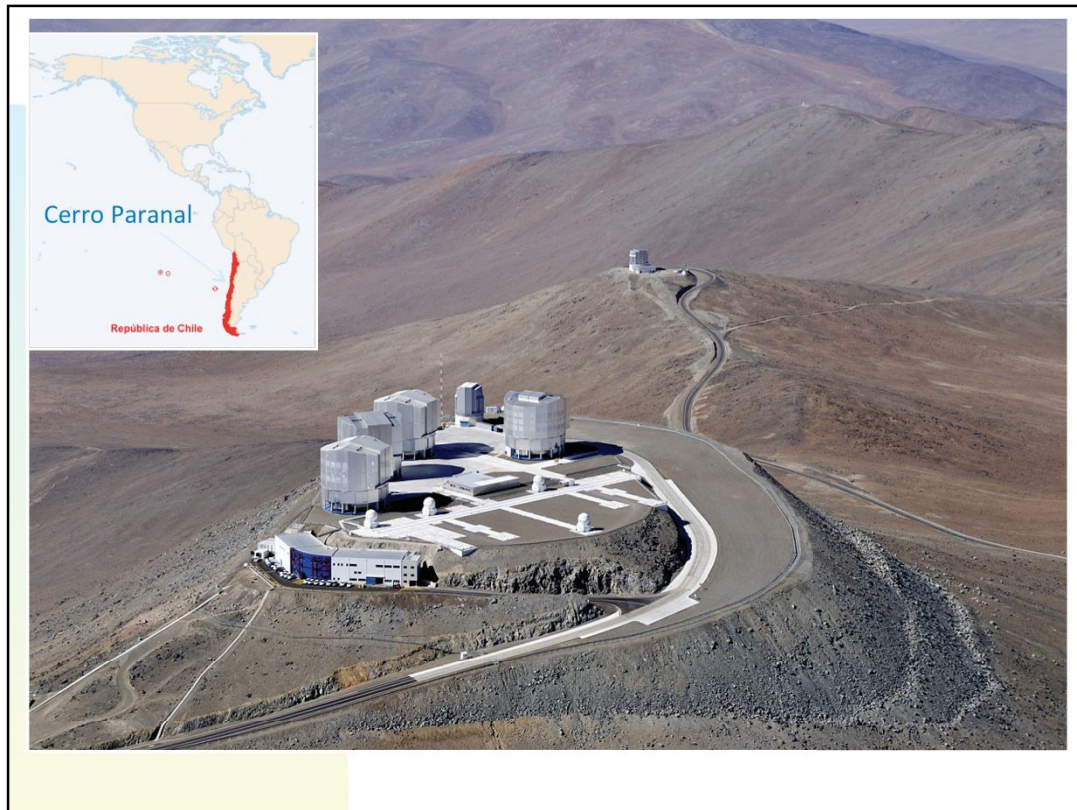
7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

c) L'interférométrie aujourd'hui c'est:

Le VLTI (Very Large Telescope Interferometer) est un interféromètre européen construit à Paranal (Chili). Il peut re-combiner le signal venant de 2 ou 3 télescopes suivant l'instrument utilisé. Il dispose de 4 télescopes de 8.2m et de 4 télescopes mobiles de 1.8m. Seuls les télescopes de même taille peuvent être re-combinés ensemble. Les télescopes auxiliaires de 1.8m peuvent être facilement déplacés permettant ainsi d'obtenir une meilleure couverture du plan u,v. La longueur de base maximale de cet interféromètre est d'environ 200m.

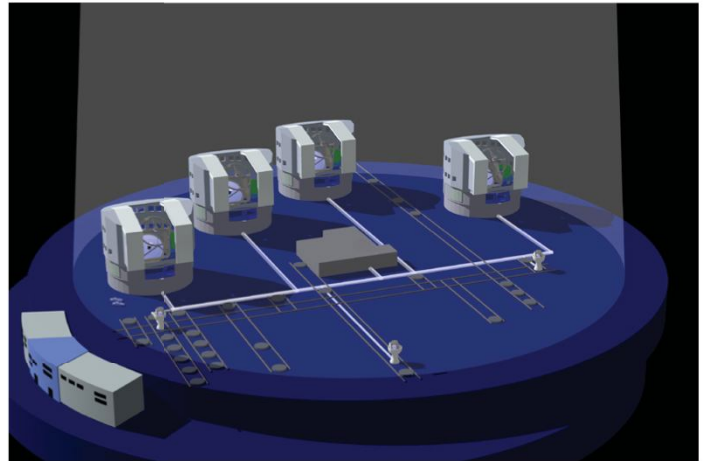
Notons que les 4 télescopes de 1.8m mobiles sont de réelles prouesses technologiques de par leur compacité. Ils ont par ailleurs été conçus et construits par la société AMOS (Advanced Mechanical and Optical Systems) implantée dans le parc scientifique du Sart Tilman.





7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau



7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau



7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau



7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

L'interferometrie aujourd'hui c'est aussi:

Le réseau
interférométrique
CHARA

- 6 x 1m collecteurs
- Base max: 330m

10/10/08



53

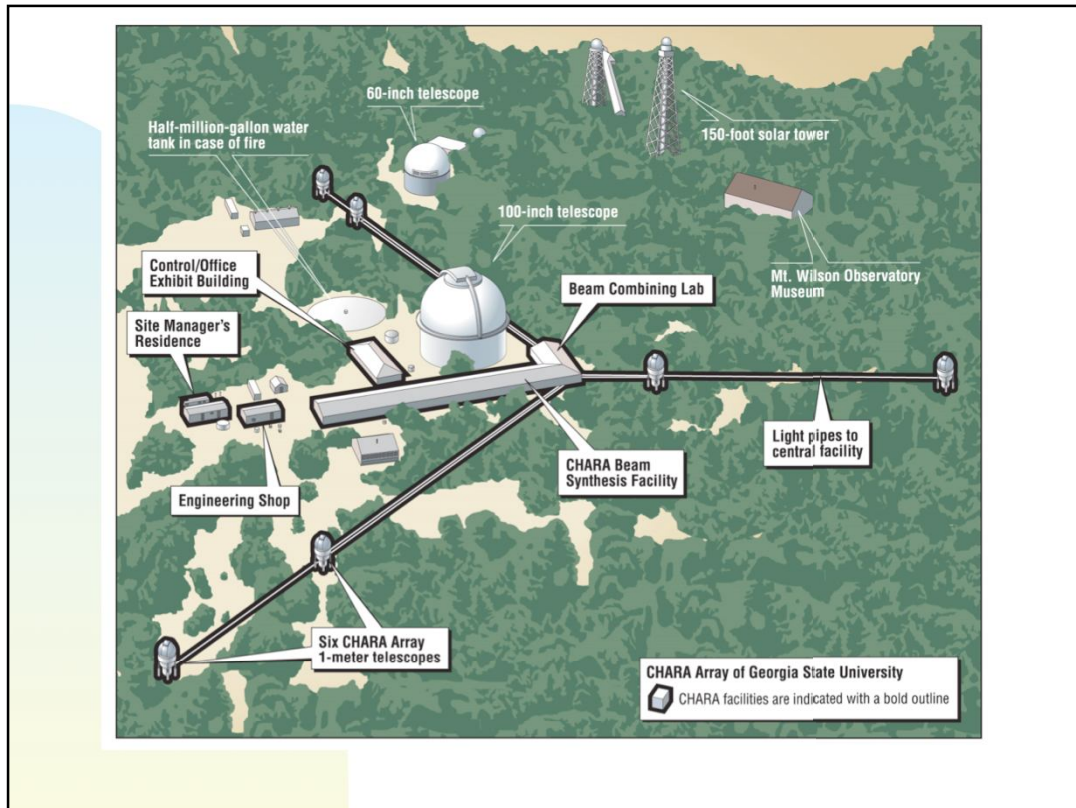
7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

c) L'interférométrie aujourd'hui c'est aussi:

L'histoire de l'interférométrie ne s'est fort heureusement pas terminée dans les années 50, bien au contraire. A l'heure actuelle, de nombreux interféromètres sont en activité. Nous allons maintenant en présenter quelques uns.

CHARA est un interféromètre situé sur les hauteurs de Los Angeles en Californie. Il est installé sur l'observatoire historique -du point de vue de l'interférométrie- du Mont Wilson. Rappelons que c'est sur le télescope de 2.5m de cet observatoire que la première mesure d'un diamètre stellaire avait été réalisée par Michelson et Pease en installant une poutre de 7m au sommet du télescope. Le "CHARA interferometric array", opérationnel depuis 1999 est composé de 6 télescopes de 1m de diamètre. Ces 6 télescopes peuvent être soit re-combinés 2 a 2, soit, depuis 2008 par 3. La longueur de base maximale de cet interféromètre est de 330m permettant d'atteindre une résolution angulaire de 200 μ arcsec.

Il est utilisé principalement pour les mesures de diamètres angulaires mais également pour la détection et la caractérisation d'étoiles binaires serrées ainsi que pour la détection de nuages exozodiacaux (nuages de poussières gravitant autour des étoiles).



7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

L'interferometrie aujourd'hui c'est aussi:

Palomar Testbed Interferometer (PTI)

- 3 collecteurs de 40cm
- Base max: 110m



10/10/08

55

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

c) L'interférométrie aujourd'hui c'est aussi:

PTI (Palomar Testbed Interferometer) est un interféromètre qui est installé à l'observatoire du Mont Palomar, sur les hauteurs de San Diego (Californie). Il est composé de trois petits télescopes de 40cm. La longueur de base maximale est de 110m. En plus d'étudier des objets binaires, les diamètres stellaires et les nuages exo-zodiacaux (et bien d'autres choses), cet interféromètre a pour but de démontrer des aspects importants de futures missions interférométriques spatiales comme TPF-I (Terrestrial Planet Finder Interferometer) et SIM (Space Interferometry Mission).

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

L'interferometrie aujourd'hui c'est aussi:

Keck interferometer

- 2 collecteurs de 10m
- Base: 85m



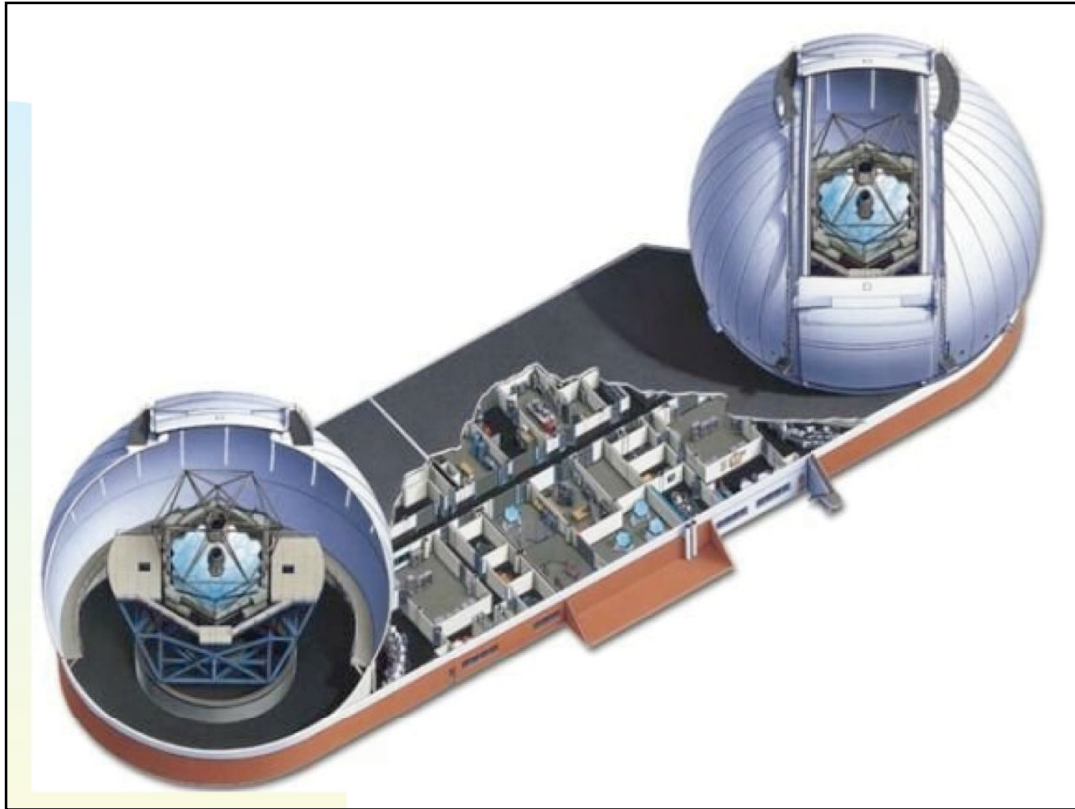
10/10/08

56

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

c) L'interférométrie aujourd'hui c'est aussi:

Le "Keck interferometer" est situé a Hawaii et re-combine les signaux collectés par ses 2 télescopes segmentés de 10m séparés de 85m. Les objectifs scientifiques de cet interféromètre sont d'une part de caractériser les nuages exo-zodiacaux et d'autre part de préparer aux futures grandes missions spatiales de détection d'exo-planètes.



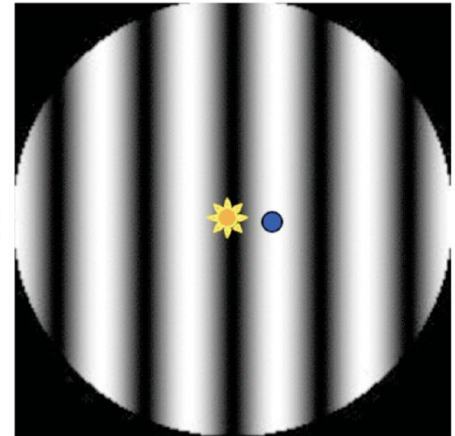
7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

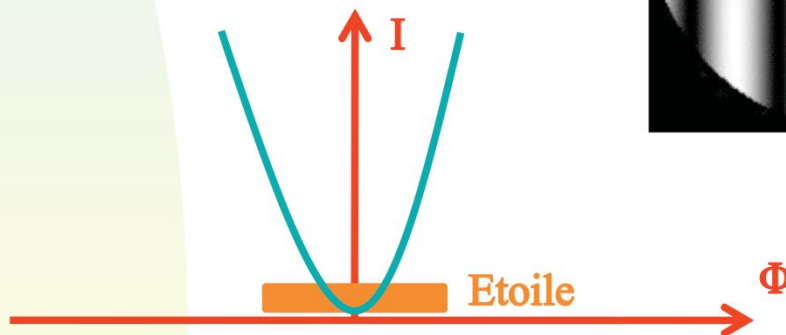
c) L'interferometrie aujourd'hui c'est aussi:

Interférométrie de nulling

- Mesure de « fuite de flux »
- Permet de résoudre des étoiles avec un interferometre de petite taille



10/10/08



58

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

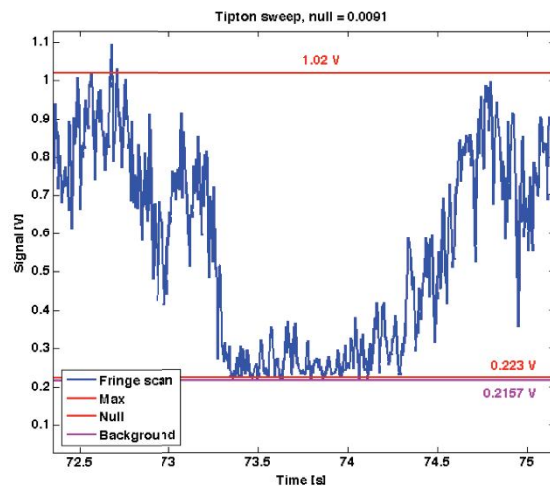
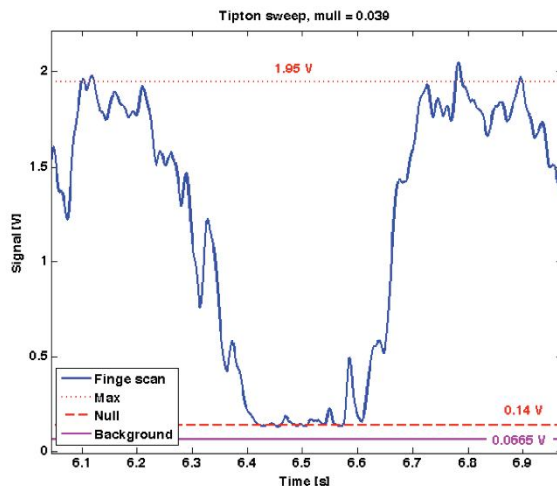
En plus de l'interférométrie "classique", il existe une autre technique d'interférométrie qui permet entre autres choses, de déterminer assez simplement le diamètre angulaire d'une étoile. Cette méthode, appelée interférométrie de Nulling, a été développée pour observer des objets faibles rendus indétectables par des méthodes de détectations classiques à cause de leur proximité par rapport à un objet brillant (par exemple, une planète de type terre se situant proche d'une étoile comme le soleil est entre 1×10^6 et 1×10^9 moins lumineuse que son étoile hôte).

Le principe de l'interférométrie de nulling est d'introduire un déphasage constant de π entre les 2 bras de l'interféromètre. Cela a pour effet de créer une frange sombre sur l'axe optique. Cela veut dire que tout flux venant d'un objet ponctuel se situant sur l'axe optique sera parfaitement supprimé: aucun flux de cet objet n'arrivera jusqu'au détecteur de l'instrument. Cependant, dès qu'une étoile commence à être résolue et donc qu'elle n'apparaît plus comme ponctuelle telle que vue par l'instrument, seul le point de cette étoile se situant exactement sur l'axe optique sera parfaitement supprimé. Les autres ne sont que fortement atténués et cette atténuation décroît comme le carré de la distance du point en question à l'axe optique. Il en résulte donc que plus une étoile est résolue par un interféromètre de nulling, plus le pourcentage de flux de l'étoile qui arrive au détecteur est grand. Cela nous permet donc de mesurer en pratique les diamètres angulaires.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

c) L'interferometrie aujourd'hui c'est:



10/10/08

59

7.4 Interférométrie à deux télescopes indépendants

Voici 2 exemples de mesures de diamètres angulaires d'étoiles à l'aide d'un interféromètre de nulling. Sur la gauche, nous voyons la frange sombre centrale obtenue en observant une étoile de grand diamètre angulaire (Alpha Herculis ~ 30 milli arc-secondes). Nous voyons que le bas de la frange ne descend pas jusqu'à 0 (i.e. jusqu'au niveau du fond d'arrière plan en pratique). Le minimum de la frange sombre est représenté par la ligne rouge pointillée et le fond est représenté par la ligne mauve.

Au contraire, à droite, nous observons cette fois une étoile de faible diamètre angulaire. On peut remarquer que le minimum de la frange sombre coïncide avec le niveau du fond d'arrière plan.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Autre exemple d'interféromètre: ALMA

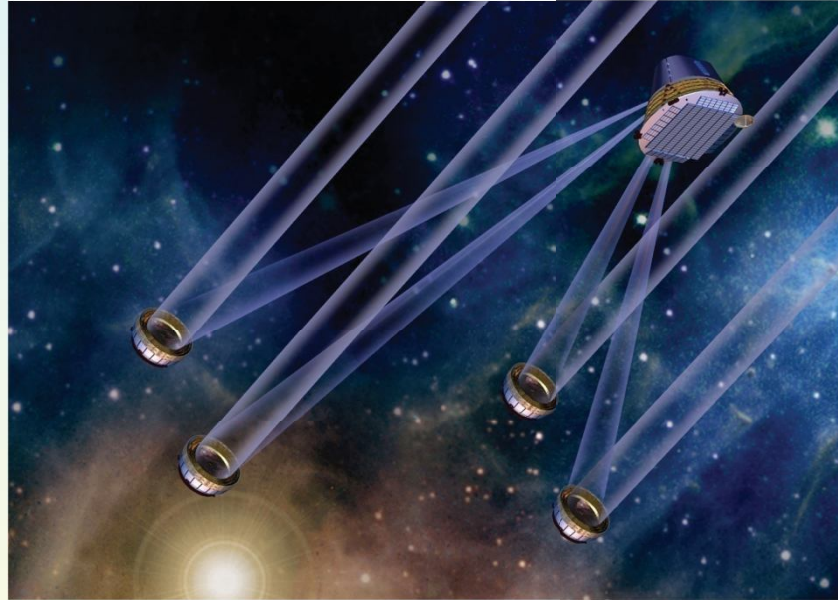


7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

En plus du VLTI, l'ESO, en collaboration avec le NRAO (National Radio Astronomical Observatory) et le Japon, sont actuellement en train de construire sur le plateau de Chajnantor, dans le nord du Chili, un gigantesque réseau interférométrique d'une soixantaine d'antennes millimétriques et sub-millimétriques de 12m de diamètre.

7 Rayons angulaires des étoiles

■ 7.6 Autre exemple d'interféromètre: DARWIN



7.6 Exemples d'interféromètres de type Fizeau

Un peu plus tard, ce sera vraisemblablement un interféromètre spatial (cf. Darwin) avec des bases variables entre 5m et 500m et un pouvoir de résolution angulaire correspondant $\phi \sim 0,001''$. Une mission telle que Darwin sera capable de détecter et d'étudier des planètes similaires à la Terre dans le voisinage d'étoiles proches.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.7 Résultats

Star	Spectral type	Luminosity class	Angular diameter $\times 10^{-3}$ seconds of arc
α Boo	K2	Giant	20
α Tau	K5	Giant	20
α Sco	M1-M2	Super-giant	40
β Peg	M2	Giant	21
σ Cet	M6e	Giant	47
α Ori	M1-M2	Super-giant variable	34→47

Table 2.1. Stars measured with Michelson's interferometer.
From Pease (1931).

7.7 Résultats

Liste des diamètres stellaires mesurés:

- 1) Moyen âge: 2'
- 2) Galilée (1632) 5"
- 3) Newton (1717) $2 \cdot 10^{-3}$ "
- 4) Stéphan (1873) $< 0,16$ "
- 5) Michelson et Pease (1920) $47 \cdot 10^{-3}$ "

Voir les mesures précises (cf. Michelson et Pease, I2T, etc.) des rayons stellaires dans les différentes tables.

7 Rayons angulaires des étoiles

7.7 Résultats

Table 2. Diamètres stellaires mesurés à l'I2T

NOM	SPECTRE	DIAMÈTRE $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ en ms. d'arc	MESURÉ $\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ en ms. d'arc	R/R \odot	TEMPÉRATURE EFFECTIVE		DISTANCE en parsecs (1 pc = 3,26 al)
					$\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ en degrés Kelvin	$\lambda = 2,2 \mu\text{m}$ en degrés Kelvin	
α Cas	K0II	$5,4 \pm 0,6$		28 ± 8	4700 ± 300		45 ± 9
β And	M0III	$13,2 \pm 1,7$	$14,4 \pm 0,5$	33 ± 9	3800 ± 250	3711 ± 64	23 ± 3
γ And	K3II	$6,8 \pm 0,6$		60 ± 14	4650 ± 250		75 ± 15
α Per	F5Ib	$2,9 \pm 0,4$		55 ± 9	7000 ± 800		176 ± 6
α Cyg	A2Ia	$2,7 \pm 0,3$		145 ± 45	8200 ± 600		500 ± 100
α Ari	K2II	$7,8 \pm 1$		15 ± 5	4300 ± 350		23 ± 4
β Gem	K0II	$7,8 \pm 0,6$		8 ± 2	4900 ± 220		11 ± 1
β Umi	K4III	$8,3 \pm 1$		30 ± 9	4220 ± 300		31 ± 11
γ Dra	K5III	$8,7 \pm 0,8$	$10,2 \pm 1,4$	45 ± 10	4300 ± 230	3960 ± 270	59 ± 21
δ Dra	G9III	$3,8 \pm 0,3$		15 ± 5	4530 ± 220		36 ± 8
μ Gem	M3III		$14,6 \pm 0,8$	94 ± 30		3960 ± 95	60 ± 15
α Tau	K5III		$20,7 \pm 0,4$	47 ± 7		3904 ± 34	21 ± 3
α Boo	K2III		$21,5 \pm 1,2$	25 ± 6		4240 ± 120	11 ± 2
α Aur _A	G5III	$8,0 \pm 1,2$		$11,7 \pm 2$	5400 ± 250		$13,7 \pm 0,6$
α Aur _B	G0III	$4,8 \pm 1,5$		$7,1 \pm 2$	5950 ± 200		$13,7 \pm 0,6$
α Lyr	A0V	$3,0 \pm 0,2$		$2,6 \pm 0,2$			$8,1 \pm 0,3$

7.7 Résultats

Lors du calcul des visibilités des franges dans l'expérience de Young, nous n'avons bien sûr considéré que le cas où les ouvertures de l'interféromètre sont des trous. Après avoir décrit l'interféromètre de Hanbury Brown et la méthode des occultations lunaires pour déterminer la mesure des rayons angulaires et, par voie de conséquence, la température effective des étoiles, nous reviendrons plus tard aux méthodes d'interférométrie de type Fizeau et ferons appel à l'optique de Fourier pour donner une description plus réaliste des divers interféromètres optiques et radio existant actuellement.