

**“Seuls les sages, même réduits à
l'extrême mendicité, sont riches.”**

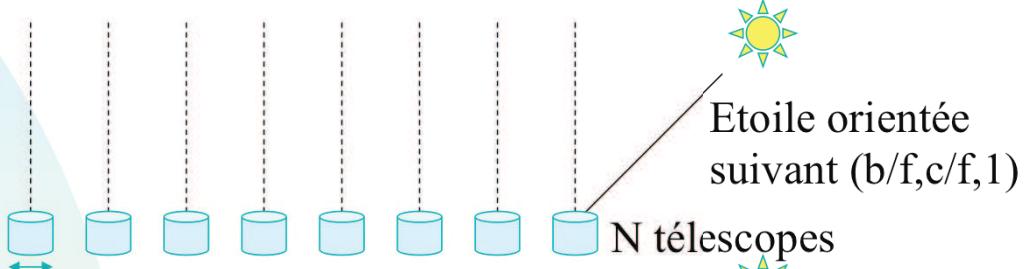
Cicéron, 1er siècle avant J.-C.



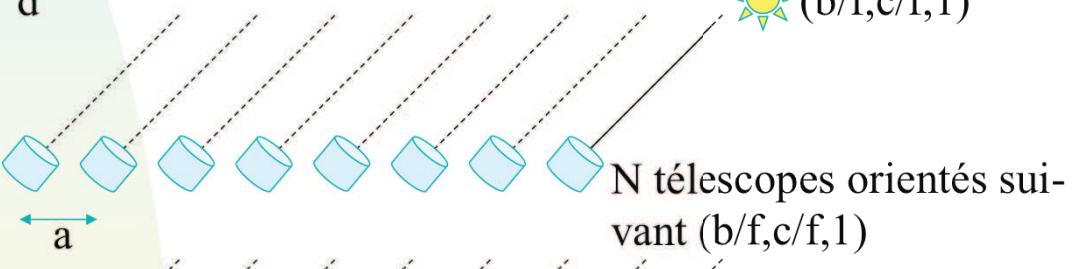
9 Elements d'optique de Fourier

- **Exercices:** Calculer les réponses impulsionales pour les cas décrits dans les figures ci-dessous!

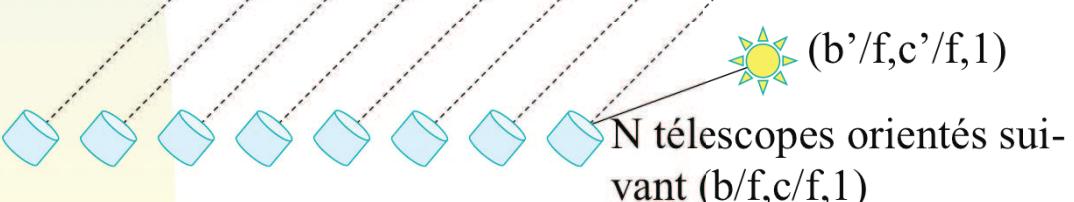
A)



B)



C)



9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

Exercices:

- A) On devrait trouver: ...

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

- **9.3.1 Télescopes optiques**
- **9.3.2 Télescopes couplés**
- **9.3.3 Télescopes à rayons X**
- **9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres**

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.2 Télescopes couplés

9.3.3 Télescopes à rayons X

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

Jusqu'à présent, nous avons établi que l'expression de la visibilité V des franges d'interférence dues à un objet distant, vu au travers de deux trous de Young (ouvertures infiniment petites), valait le module de la transformée de Fourier de sa brillance de surface normalisée I suivant la direction des trous (résultat 1: $V = |\text{TF}_I|$).

Ensuite, nous avons démontré le théorème fondamental suivant lequel, à une constante multiplicative près, la distribution d'amplitude dans le plan focal $h(p,q)$ est égale à la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude dans le plan pupillaire $A(x,y)$ ($h(p,q) \propto \text{TF}_A(x,y)$). Ainsi, la réponse impulsionnelle d'un objet ponctuel ($|h(p,q)|^2$) est proportionnelle au carré de la transformée de Fourier de la fonction pupille éclairée uniformément (résultat 2: $|h(p,q)|^2 \propto (\text{TF}_A(x,y))^2$).

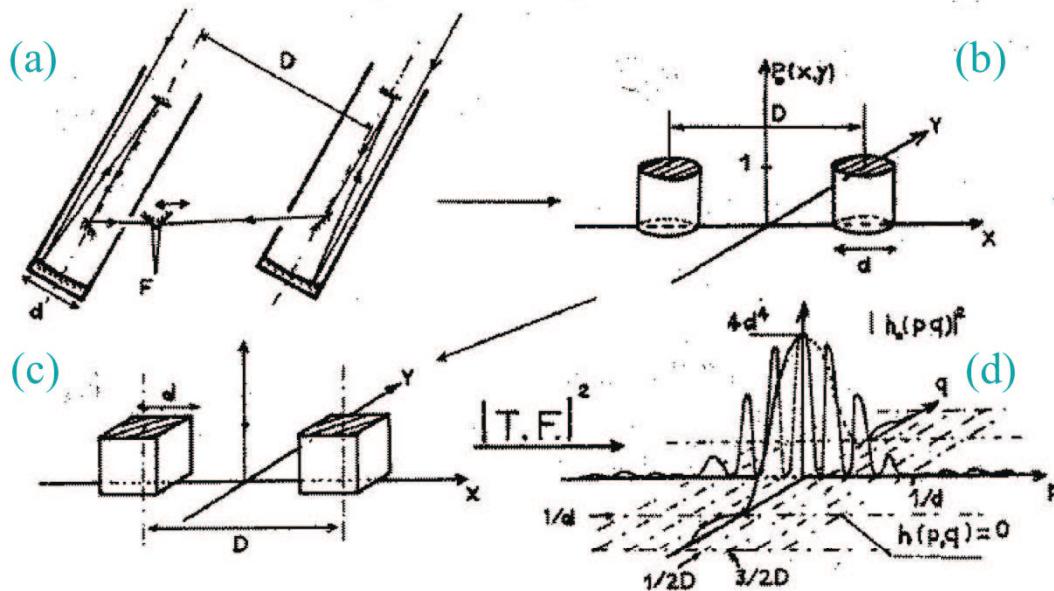
Par ailleurs, le théorème de convolution nous a tout simplement appris que l'éclairement $e(p,q)$ d'un objet dans le plan focal était donné par la convolution (\otimes) de l'objet $O(p,q)$ (image idéale) par la réponse impulsionnelle $|h(p,q)|^2$ de l'instrument. Donc, résultat 3: $e(p,q) = O(p,q) \otimes |h(p,q)|^2$.

Nous comprendrons dans le cadre du présent cours comment il est possible de retrouver le résultat (1), approximatif, à partir du résultat (3) (et aussi du (2)) pour le cas d'un interféromètre constitué de deux sous-pupilles ayant des dimensions finies.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés



Télescopes optiques couplés: (a) schéma optique simplifié; (b) distribution d'amplitude pupillaire; (c) idem mais simplifié; (d) réponse impulsionale

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés

La figure (a) ci-dessus représente le principe du couplage optique de deux télescopes. Un tel système est équivalent à un énorme télescope devant lequel on aurait placé un écran percé de deux ouvertures correspondant aux pupilles d'entrée des télescopes réels. La fonction pupille $P_0(x,y)$ de ce système est représenté à la figure (b).

Calculons la réponse impulsionale $h_0(p,q)$ de ce système en l'absence de perturbation. Pour simplifier le calcul, nous supposerons que les pupilles des deux télescopes sont des carrés de côté d et que la distance de leur axes optiques est D .

La fonction pupille $P_0(x,y)$ ainsi approximée a alors le graphe représenté à la figure (c) et la réponse impulsionale $h_0(p,q)$ correspondante vaut:

$$h_0(p,q) = \int_{R^2} P(x,y) \exp[-2i\pi(px + qy)] dx dy \quad (9.3.1)$$

qui se simplifie comme suit

$$h_0(p,q) = \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-2i\pi qy) dy \left[\int_{-D/2-d/2}^{-D/2+d/2} \exp(-2i\pi px) dx + \int_{D/2-d/2}^{D/2+d/2} \exp(-i2\pi px) dx \right] \quad (9.3.2)$$

$$h_0(p,q) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \cos(\pi pD) \quad (9.3.3)$$

$$\text{et } |h_0(p,q)|^2 = 4d^4 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \cos^2(\pi pD). \quad (9.3.4)$$

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.2 Télescopes couplés

$$h_0(p, q) = \int_{R^2} P(x, y) \exp[-2i\pi(px + qy)] dx dy \quad (9.3.1)$$

$$h_0(p, q) = \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-2i\pi qy) dy \left[\int_{-D/2-d/2}^{-D/2+d/2} \exp(-2i\pi px) dx + \int_{D/2-d/2}^{D/2+d/2} \exp(-i2\pi px) dx \right] \quad (9.3.2)$$

$$h_0(p, q) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \cos(\pi pD) \quad (9.3.3)$$

$$|h_0(p, q)|^2 = 4d^4 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \cos^2(\pi pD) \quad (9.3.4)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés

Cette distribution est représentée à la figure (d) précédente. Il s'agit de la réponse impulsionnelle sur le ciel. Les miroirs de renvoi, négligés dans notre calcul, permettent d'adapter à volonté la largeur des franges d'interférence dans le plan focal.

Remarque: on peut réécrire (9.3.3) comme suit:

$$\begin{aligned} h_0(p, q) &= 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) 2 \cos(\pi pD) \left(\frac{\sin(\pi pD)}{2 \sin(\pi pD)} \right) \\ &= 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\pi pD}{\sin(\pi pD)} \right) \left(\frac{\sin(2\pi pD)}{2\pi pD} \right) , \end{aligned}$$

et il est aisément démontré (voir section 9.3.4, équation (9.3.26)) que ce résultat se déduit tout simplement du cas plus général indiqué ci-dessous, pour $N = 2$, où N représente le nombre d'éléments d'un interféromètre optique séparés d'une distance a , telle que $D = N a$

$$h_0(p, q) = Nd^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\pi pa}{\sin(\pi pa)} \right) \left(\frac{\sin(N\pi pa)}{N\pi pa} \right)$$

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés

$$h_0(p, q) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) 2 \cos(\pi pD) \left(\frac{\sin(\pi pD)}{2 \sin(\pi pD)} \right)$$

$$= 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\pi pD}{\sin(\pi pD)} \right) \left(\frac{\sin(2\pi pD)}{2\pi pD} \right) ,$$

$$h_0(p, q) = Nd^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\pi pa}{\sin(\pi pa)} \right) \left(\frac{\sin(N\pi pa)}{N\pi pa} \right) , \quad \text{si } N=2.$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés

Dans certaines conditions, ce montage peut se montrer directement aussi résolvant qu'un télescope unique de diamètre D . En effet; si nous considérons une étoile de diamètre apparent $\phi_x \cdot \phi_y = \phi \cdot \phi$, d'éclat E et de brillance uniforme, son profil $O(p, q)$ peut être représenté par

$$O(p, q) = (\lambda^2 E / \phi^2) \Pi(p \lambda / \phi) \Pi(q \lambda / \phi). \quad (9.3.5)$$

Ce résultat vient du fait que $O(x', y') = (E / f^2 \phi^2) \Pi(x' / f\phi) \Pi(y' / f\phi)$ et pour rappel $x' = p \lambda f$, $y' = q \lambda f$, $O(x', y') dx' dy' = O(p, q) dp dq$ et $\int O(x', y') dx' dy' = \int O(p, q) dp dq = E$.

Son image focale sera (cf. Eq. (9.2.1.4))

$$e(p, q) = O(p, q) * |h_0(p, q)|^2.$$

La séparation des variables dans les fonctions O et h_0 permet d'écrire

$$e(p) = O(p) * |h_0(p)|^2, \quad (9.3.6)$$

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\lambda}{\phi} \right) \sqrt{E} \int_{p-\phi/2\lambda}^{p+\phi/2\lambda} \left(\frac{\sin(\pi r d)}{\pi r d} \right)^2 \cos^2(\pi r D) dr \quad (9.3.7)$$

Si l'étoile ne peut pas être résolue avec un seul télescope de diamètre d , c'est que $\phi \ll \lambda / d$ (cas non perturbé). Dans ce cas

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.2 Télescopes couplés

$$O(p,q) = (\lambda^2 E / \phi^2) \Pi(p \lambda / \phi) \Pi(q \lambda / \phi). \quad (9.3.5)$$

$$e(p,q) = O(p,q) * |h_0(p,q)|^2.$$

$$e(p) = O(p) * |h_0(p)|^2, \quad (9.3.6)$$

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\lambda}{\phi} \right) \sqrt{E} \int_{p-\phi/2\lambda}^{p+\phi/2\lambda} \left(\frac{\sin(\pi r d)}{\pi r d} \right)^2 \cos^2(\pi r D) dr \quad (9.3.7)$$

$$\left(\frac{\sin(\pi r d)}{\pi r d} \right)^2 \approx \text{constante sur } \left[p - \frac{\phi}{2\lambda}, p + \frac{\phi}{2\lambda} \right] \quad \text{et} \quad (9.3.8)$$

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\lambda}{\phi} \right) \sqrt{E} \left(\frac{\sin(\pi p d)}{\pi p d} \right)^2 \int_{p-\phi/2\lambda}^{p+\phi/2\lambda} \cos^2(\pi r D) dr \quad (9.3.9)$$

9.3 Applications aux télescopes; 9.3.2 Télescopes couplés

$$\left(\frac{\sin(\pi r d)}{\pi r d} \right)^2 \approx \text{constante sur } \left[p - \frac{\phi}{2\lambda}, p + \frac{\phi}{2\lambda} \right], \text{ et} \quad (9.3.8)$$

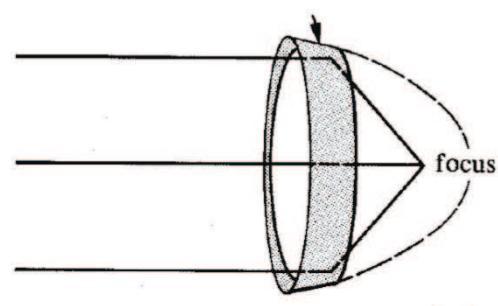
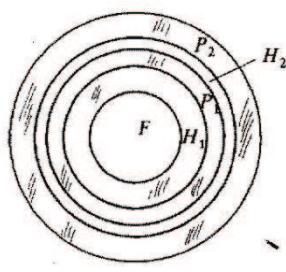
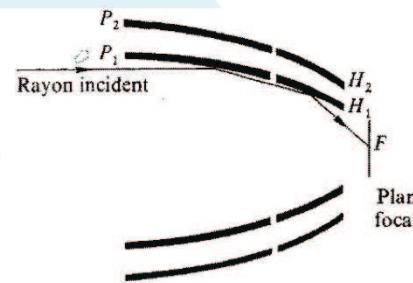
$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\lambda}{\phi} \right) \sqrt{E} \left(\frac{\sin(\pi p d)}{\pi p d} \right)^2 \int_{p-\phi/2\lambda}^{p+\phi/2\lambda} \cos^2(\pi r D) dr \quad (9.3.9)$$

Les franges d'interférence apparaissent dans l'intégrale. Si $\phi \ll \lambda / D$, cette intégrale est peu différente de $(\phi / \lambda) \cos^2(\pi p D)$ et $e(p) \sim E^{1/2} |h(p)|^2$. C'est le cas où l'objet peut être approximativement représenté par la distribution de Dirac (cf. Eq. (9.1.6.1)). Le contraste des franges est maximum. Si on augmente D , le contraste va diminuer progressivement. En effet, lorsqu'on atteindra $\phi = \lambda / D$, on intégrera une fonction périodique ($\cos^2(\pi r D)$) sur une période: le résultat ne sera plus fonction de p . Les franges d'interférence auront disparu. Il en sera de même chaque fois que $\phi = k \lambda / D$ (avec k entier). Dans le cas plus réaliste d'un objet à contour circulaire et de brillance de surface uniforme, le calcul amènerait, pour la disparition des franges à la relation bien connue $\phi = 1,22 \lambda / D$. Pour rappel, cette méthode a été utilisée par Michelson et Pease avec leur interféromètre stellaire (cf. section (7.4)). Ils se servaient en fait d'un seul télescope occulté par un écran percé de deux ouvertures (cf. la distribution pupillaire à la figure (b) ci-avant). Un jeu de miroirs plans placés en avant des ouvertures permettait de faire varier D et de dépasser le diamètre réel du télescope. Le couplage optique de deux télescopes, représenté à la figure (a) précédente, n'a pu être mené à bien que vers la fin des années 70 par Labeyrie. Les images sont enregistrées et traitées selon une technique qu'il a mise au point. De grands réseaux de télescopes optiques couplés ont été construits (cf. le VLTI de l'ESO, etc.). Il n'est pas nécessaire d'obtenir la disparition totale des franges pour déterminer ϕ , et même le profil de brillance de surface de l'objet étudié (voir Eq. (9.3.17)).

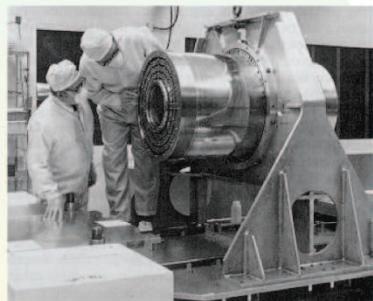
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

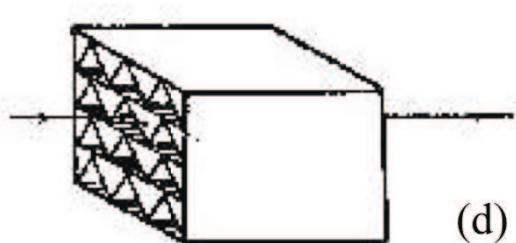
9.3.3 Télescopes à rayons X



(b)



(c)



(d)

(a) Télescope X à double réflexion rasante (P: paraboloïde; H: hyperbolique); (b) simple paraboloïde; (c) miroir X du satellite Einstein et (d) Collimateur cellulaire.

9.3 Applications aux télescopes

9.3.3 Télescopes à rayons X

Sous incidence normale à une surface, il est bien connu que les rayons X sont littéralement absorbés. On parvient à faire réfléchir les rayons X sous une incidence très rasante. Dans ces mêmes conditions, les défauts des surfaces métalliques polies apparaissent comme étant de faibles dimensions par rapport à la longueur d'onde. On arrive ainsi à réaliser des télescopes à rayons X (cf. le télescope du satellite européen XMM testé chez CSL et qui a été lancé avec grand succès au mois de décembre 1999, voir figures à la page suivante).

La figure (a) ci-dessus illustre le schéma d'un télescope à double réflexion rasante, le miroir primaire étant parabolique (cf. Fig. (b)), le secondaire hyperbolique (ce dernier permet de raccourcir notamment la distance focale du télescope). Les deux miroirs sont concaves et les deux zones de paraboloïde et d'hyperbolique réalisées sont presque cylindriques (cf. les 58 multiples miroirs de XMM pour chacun de ses 3 télescopes visibles à la page suivante; voir aussi la Fig. (c)). La pupille d'entrée de l'instrument se réduit donc à une couronne circulaire très mince (cf. section 9.1.5).

Des collimateurs cellulaires (cf. figure (d) ci-dessus) ont aussi été utilisés dans le passé. Ce genre de collecteur n'a évidemment aucun effet de concentration énergétique sur le rayonnement mais sert simplement à limiter l'angle de visée et donc à préciser la direction d'une source.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.3 Télescopes à rayons X



(a)



(b)



(c)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.3 Télescopes à rayons X

Parmi les télescopes astronomiques à rayons X actuellement en opération, nous mentionnerons BeppoSAX, RXTE, Chandra et XMM-Newton de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) pour lequel deux représentations artistiques sont illustrées dans les figures (b) et (c) ci-dessus.

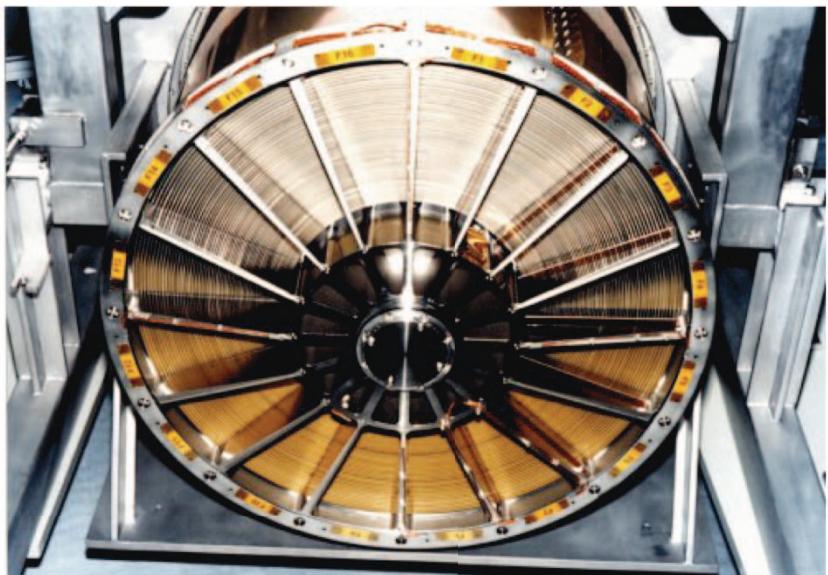
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.3 Télescopes à rayons X



(a)



(b)

Voir les URLs: <http://sci.esa.int/xmm/> et <http://xmm.vilspa.esa.es/>

9.3 Applications aux télescopes

9.3.3 Télescopes à rayons X

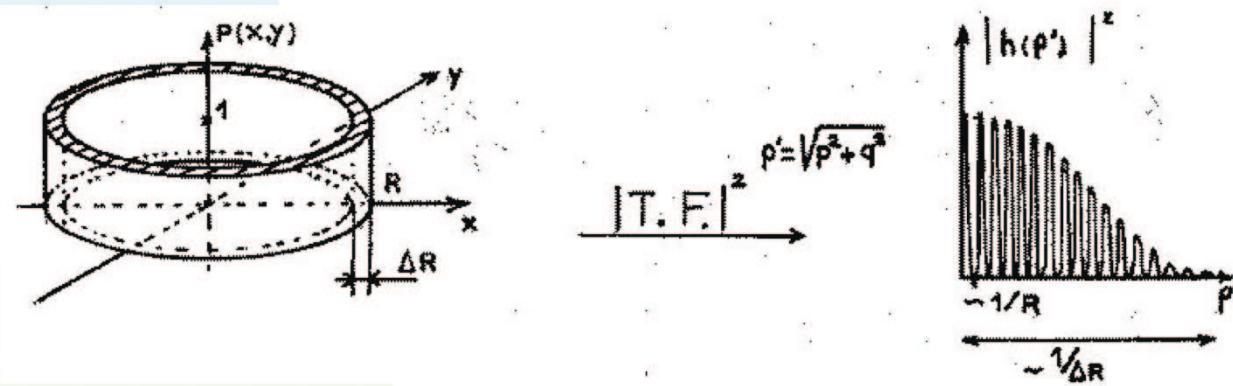
La photo (a) ci-dessus a été prise à l'ESTEC (Noordwijk, Hollande) quelques mois avant la mise en orbite du satellite XMM. La photo (b) illustre l'empilement de 58 miroirs cylindriques concentriques constituant un des 3 télescopes de XMM.

Deux équipes de chercheurs de l'Institut d'Astrophysique et de Géophysique de l'Université de Liège sont impliqués dans des programmes de recherches galactique et extragalactique au moyen du satellite d'observation XMM (voir le URL: <http://www.aeos.ulg.ac.be>).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.3 Télescopes à rayons X



Pupille d'entrée $P(x,y)$ et réponse impulsionnelle $|h(p')|^2$ pour un télescope X à réflexion rasante.

9.3 Applications aux télescopes

9.3.3 Télescopes à rayons X

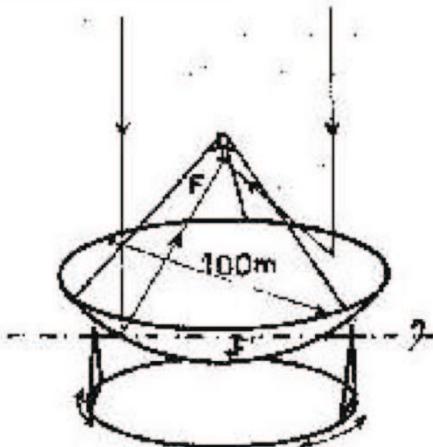
Les figures ci-dessus décrivent la fonction pupille d'entrée et la réponse impulsionnelle associée à un miroir de type paraboloïde-hyperboloidé (cf. XMM).

Eu égard à la longueur d'onde et à l'obstruction, la tache centrale de diffraction devrait être très petite. Cependant, elle est accompagnée d'anneaux dont l'intensité ne décroît que très lentement (cf. section 9.1.5). Comme, de plus, la réalisation des surfaces optiques ne saurait être faite à $\lambda / 10$, ou mieux comme dans le domaine optique, la réponse impulsionnelle est brouillée par les aberrations géométriques et a grossièrement la forme de l'enveloppe de la courbe théorique. De plus, la résolution directe est généralement limitée par l'enregistrement et est rarement meilleure que 1" dans la pratique. Rappelons que de tels télescopes ne peuvent être utilisés qu'au-dessus de l'atmosphère.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



(a)



(b)



(c)

(a) Radio-télescope d'Effelsberg (F: foyer primaire; F': foyer Gregory).

(b) et (c) Photographies

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.1 Radio-télescopes:

Une surface métallique se comporte comme un miroir vis-à-vis de n'importe quelle radiation électromagnétique dans la mesure où ses irrégularités de forme et ses trous sont de dimension faible par rapport à la longueur d'onde. L'élément essentiel d'un radio-télescope est ainsi un miroir parabolique ou sphérique constitué de plaques ou de treillis métalliques. La principale différence avec le télescope optique est que l'image qui se forme dans le plan focal doit être enregistrée point par point à l'aide d'une antenne. On peut distinguer trois principaux types de radio-télescopes.

a) Type classique (Fig. (a) ci-dessus): Le miroir parabolique est supporté par une monture (généralement azimutale ... parfois équatoriale) qui le rend totalement orientable. Au foyer se trouve soit une antenne, soit l'entrée d'un guide d'onde. On peut citer comme exemple le radio-télescope allemand d'Effelsberg dont le miroir a 100m de diamètre (Figs. (a)-(c)). Ce radio-télescope utilise parfois un miroir secondaire concave situé après le foyer primaire. L'image se forme alors au sommet du miroir primaire. Cette combinaison optique inventée par Jacques-Grégoire d'Aberdeen en 1663 fut utilisée pour certains télescopes optiques du XVIII^{ème} siècle. Elle montre bien la ressemblance fondamentale des télescopes optiques et des radio-télescopes.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



Le 300ft de Green Bank (Virginie de l'Ouest) ... avant et après le 15/11/1988!

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

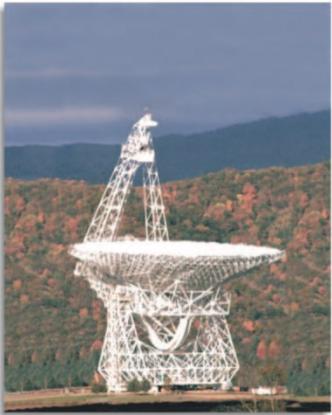
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



(a)



(b)



(c)

(a), (b) et (c) : Photographies du radio-télescope de Green Bank

9.3 Applications aux télescopes

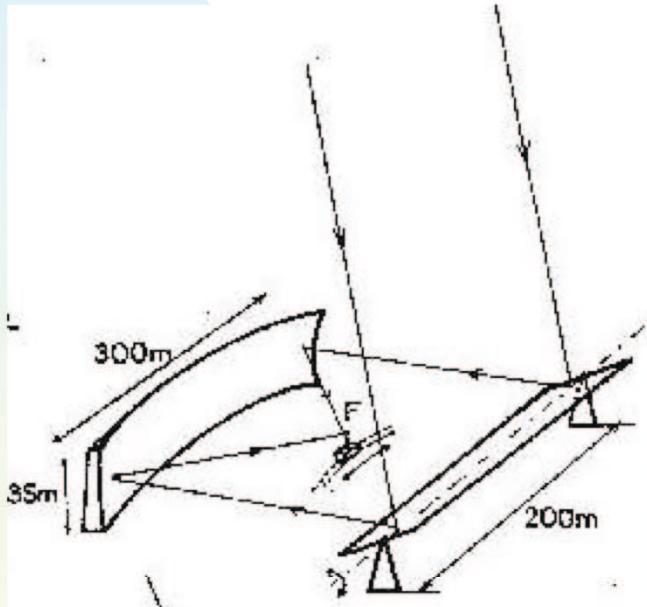
9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

Le télescope GBT (Green Bank Telescope) de 100m de diamètre

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



(a)



(b)

(a) Radio-télescope de Nançay

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

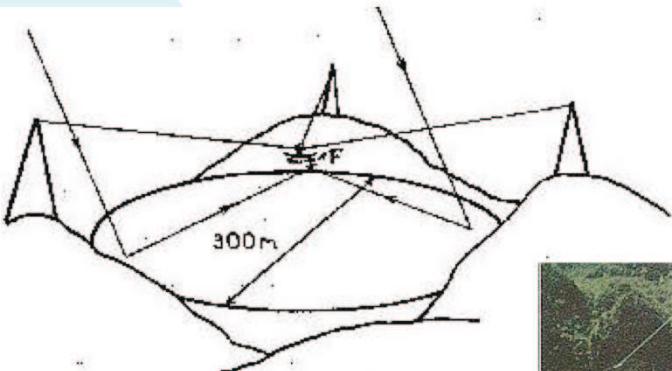
9.3.4.1 Radio-télescopes:

b) Type Nançay (Fig. (a) ci-dessus): Un miroir plan, mobile autour d'un axe de rotation est-ouest horizontal, permet de renvoyer vers un miroir sphérique fixe les rayons issus d'astres passant au voisinage du méridien. L'antenne se déplace dans le plan focal, permettant ainsi de compenser la rotation terrestre. Les dimensions du miroir sphérique de ce radio-télescope français sont de 300 m x 35 m.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



Radio-télescope d'Arecibo



9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.1 Radio-télescopes:

c) Type Arecibo (Figs. ci-dessus): Le miroir sphérique à axe vertical a été construit dans un vallon. L'antenne, portée par des câbles, se déplace dans le plan focal et permet de viser à 20° de part et d'autre de l'axe optique du miroir dont le diamètre est de 300m.

Des propositions ont récemment été faites pour construire, à l'échelle internationale (cf. recommandation de l'OCDE) un ensemble de grands radio-télescopes dont la surface collectrice totale serait d'un km^2 (en anglais le 'Square Kilometer Array'). Ceci équivaut à environ 14 radio-télescopes tels que celui d'Arecibo. Les Chinois ont proposé un site sur leur territoire qui est naturellement criblé d'un grand nombre de vallons, de toutes tailles.

Dans les trois types d'instrument décrits ci-avant, l'antenne n'est généralement pas unique et est remplacée selon le domaine de longueur d'onde étudié. Le choix de miroirs sphériques plutôt que paraboliques dans les deux derniers types d'instruments s'explique par les moindres aberrations qu'ils présentent pour les rayons inclinés sur l'axe optique.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

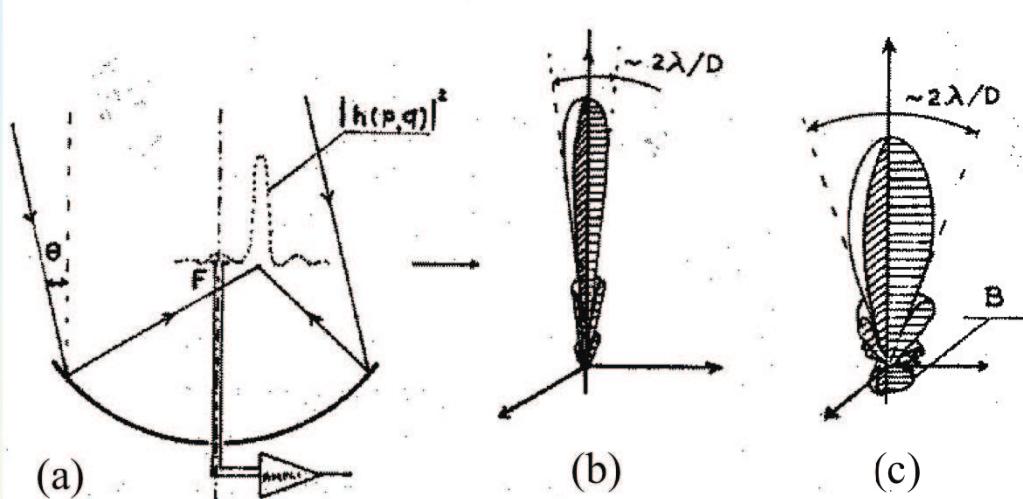


Diagramme d'antenne d'un radiotélescope. (a) Excitation de l'antenne pour un objet ponctuel incliné de θ sur l'axe; (b) sensibilité de l'ensemble miroir + antenne en coordonnées polaires (ou graphe de la réponse impulsionnelle en coordonnées polaires si on suppose l'antenne ponctuelle); (c) diagramme réel correspondant approximativement à $\lambda / D \sim 1 / 10$ et montrant le lobe arrière B.

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.2 Diagramme d'antenne:

Comme nous l'avons vu précédemment (section 9.1.5), lorsqu'un objet ponctuel se déplace de part et d'autre de l'axe optique, la réponse impulsionnelle se déplace dans le plan focal, sans se déformer, en restant centrée sur l'image géométrique de l'objet (cf. Figure (a) ci-dessus).

Si on représente l'excitation de l'antenne en fonction de l'angle que fait la direction de la source avec l'axe optique, on obtient, à un changement d'échelle près, le graphe de la réponse impulsionnelle. Celle-ci est représentée en coordonnées polaires sur la figure (b) ci-dessus. Ce diagramme représente également la sensibilité de l'instrument en fonction de l'angle par rapport à l'axe optique: c'est le diagramme d'antenne.

Le lobe central définit un angle solide en forme de cône dont l'angle au sommet est de l'ordre de $2\lambda / D$. La trace de cet angle solide sur la sphère céleste délimite les astres qui sont vus à un instant donné par le radio-télescope. A titre d'exemple, la largeur du lobe central (ou largeur angulaire de la tache d'Airy) sera de 3' pour un radio-télescope de 300m de diamètre travaillant sur la raie de 21cm de l'hydrogène.

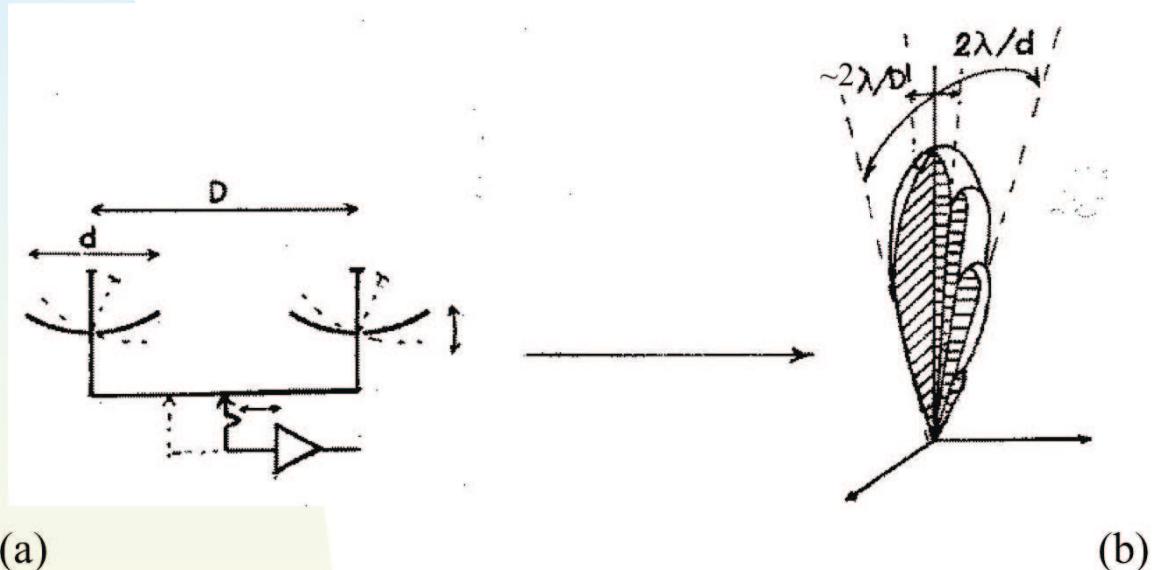
Les astres qui sont dans la direction des lobes secondaires influencent également l'antenne mais avec une sensibilité beaucoup plus faible.

Le rapport λ / D est souvent beaucoup plus grand dans le domaine radio que dans le domaine optique et l'on ne peut plus négliger la perturbation des ondes par les bords du miroir (hypothèse H2 du théorème fondamental). Par ailleurs, le miroir et l'antenne ne sont généralement pas protégés des rayons inclinés sur l'axe. Il est alors nécessaire de réaliser un calcul plus rigoureux (cf. fig. (c)).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



Radio-interféromètre: (a) Schéma de connexion; (b) Diagramme d'antenne (graphe en coordonnées polaires de la réponse impulsionnelle).

9.3 Applications aux télescopes: 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.2 Diagramme d'antenne:

Une théorie plus exacte montrerait que le diagramme d'antenne est peu modifié au voisinage de l'axe optique, mais qu'il existe des lobes sur toutes les directions de l'espace. Il y a, en particulier, un lobe arrière qui correspond à une très faible sensibilité, mais qui s'étend sur 2π stéradians et qui rend ainsi l'instrument sensible au rayonnement terrestre (Fig. (c) ci-avant).

Enfin, on ne peut établir l'équivalence entre le diagramme d'antenne et le graphe de réponse impulsionnelle en coordonnées polaires que si l'antenne est supposée ponctuelle. On peut montrer que le diagramme d'antenne est le produit de convolution de la réponse impulsionnelle par la fonction antenne. On n'aura donc l'équivalence que lorsque cette fonction sera assimilable à la fonction de Dirac, c'est-à-dire lorsque les dimensions efficaces ℓ de l'antenne seront telles que $\ell / f \ll \lambda / D$, ce qui est équivalent à $\ell \ll \lambda$, puisque f et D sont du même ordre de grandeur pour les radio-télescopes. Dans ce qui suit, nous ferons cette approximation.

9.3.4.3 Radio-interféromètres à deux éléments:

La possibilité de transformer une onde électromagnétique radio en courant électrique, tout en conservant la phase des vibrations, permet d'utiliser une méthode de couplage des radio-télescopes plus pratique que celle des télescopes optiques. Toutefois, pour ces derniers, l'avenir des fibres optiques augure de bons présages.

Si les antennes focales de deux radio-télescopes sont réunies par des longueurs égales de câbles (ou de guides d'onde) à l'enregistreur (cf. Figure (a) ci-dessus), le signal que reçoit celui-ci est équivalent à celui qui proviendrait de l'antenne d'un radiotélescope unique occulté par un écran dont les ouvertures coïncideraient avec les pupilles d'entrée des deux radio-télescopes réels.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 [O(p) * \cos^2(\pi pD)], \quad (9.3.10)$$

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \int_R O(p) dp + \frac{1}{2} O(p) * \cos(2\pi pD) \right], \quad (9.3.11)$$

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \operatorname{Re}(O(p) * \exp(2i\pi pD)) \right], \quad (9.3.12)$$

$$A = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2} \int_R O(p) dp, \quad (9.3.13)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.3 Radio-interféromètres à deux éléments:

La fonction pupille d'entrée est alors de la même forme que celles des télescopes optiques couplés (cf. section 9.3.2). Le diagramme d'antenne correspondant est représenté sur la figure (b) précédente. La trace du lobe central sur la sphère céleste a des dimensions angulaires de l'ordre de $2\lambda/D$ dans la direction des deux télescopes et de $2\lambda/d$ dans la direction perpendiculaire.

Le diagramme d'antenne de ces radio-interféromètres à deux éléments montre l'importance relative des lobes secondaires qui, en fait, est très gênante pour les instruments à base (D) fixe. De même que dans le cas des télescopes optiques couplés (cf. section 9.3.2), les variations du contraste des franges, avec la distance D des deux radio-télescopes, permettront d'apprécier le diamètre apparent d'une source selon la direction définie par les deux radio-télescopes.

On remarque que, si l'objet est symétrique, le contraste des franges est directement lié à sa transformée de Fourier (TF_O). En effet, les équations (9.3.4) et (9.3.6) nous permettent d'écrire successivement:

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 [O(p) * \cos^2(\pi pD)], \quad (9.3.10)$$

$$e(p) = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \int_R O(p) dp + \frac{1}{2} O(p) * \cos(2\pi pD) \right], \quad (9.3.11)$$

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\int_R O(r) \exp(2i\pi(p-r)D) dr \right) \right], \quad (9.3.14)$$

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \cos(2\pi p D) \operatorname{TF_}(O(r))(D) \right], \quad (9.3.15)$$

$$\gamma(D) = (e_{\max} - e_{\min}) / (e_{\max} + e_{\min}), \quad (9.3.16)$$

$$\gamma(D) = \operatorname{TF_}(O(r))(D) / (2B) = \operatorname{TF_}(O(r))(D) / \int O(p) dp. \quad (9.3.17)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.3 Radio-interféromètres à deux éléments:

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \operatorname{Re} (O(p) * \exp(i2\pi p D)) \right], \quad \text{où} \quad (9.3.12)$$

$$A = 2d^2 \left(\frac{\sin(\pi p d)}{\pi p d} \right)^2 \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2} \int_R O(p) dp, \quad \text{et donc} \quad (9.3.13)$$

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\int_R O(r) \exp(2i\pi(p-r)D) dr \right) \right], \quad (9.3.14)$$

$$e(p) = A \left[B + \frac{1}{2} \cos(2\pi p D) \operatorname{TF_}(O(r))(D) \right] \quad (9.3.15)$$

car $O(p)$ étant réelle et paire, sa $\operatorname{TF_f}$ l'est également.

Le contraste des franges étant défini par (cf. Eq. (7.5.2.10))

$$\gamma(D) = (e_{\max} - e_{\min}) / (e_{\max} + e_{\min}), \quad (9.3.16)$$

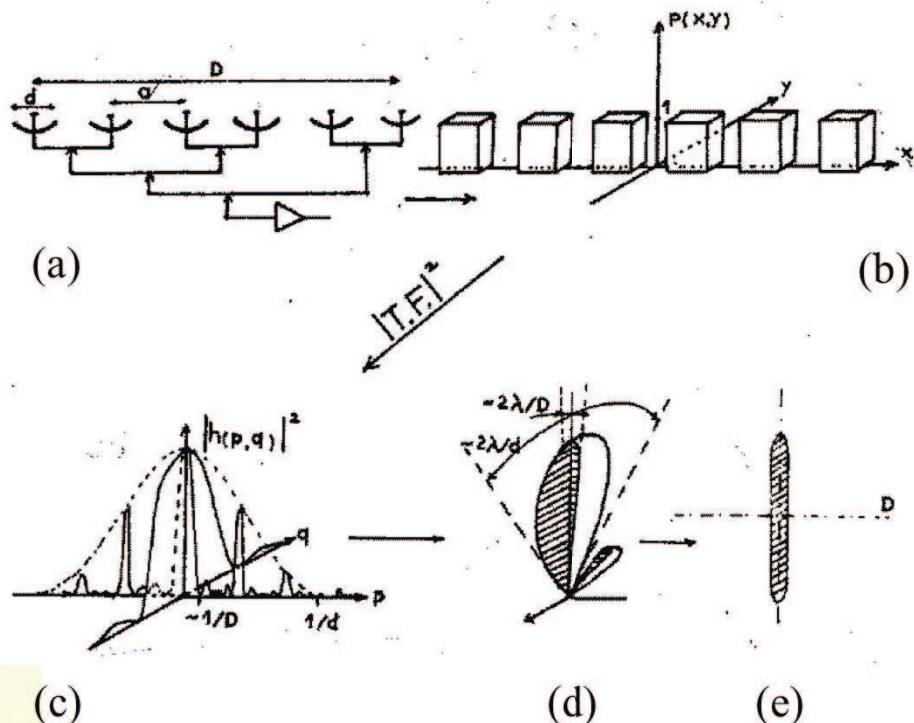
on obtient ainsi

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

Réseau de radio-télescopes. (a) Schéma de connexion; (b) Pupille d'entrée approximée; (c) Réponse impulsionnelle; (d) diagramme d'antenne; (e) Tracé du lobe principal sur la sphère céleste (D est mesuré suivant la direction du réseau).



9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.3 Radio-interféromètres à deux éléments:

$$\gamma(D) = \text{TF}_-(O(r))(D) / (2B) = \text{TF}_-(O(r))(D) / \int O(p) dp. \quad (9.3.17)$$

On entrevoit donc la possibilité de déterminer de $O(p)$ même si l'on n'arrive pas à la disparition des franges. Cette mesure simple du contraste des franges est plutôt applicable aux télescopes optiques couplés. On peut montrer qu'il est encore possible d'obtenir la TF d'un objet dans le cas plus général où l'objet n'est pas symétrique.

9.3.4.4 Radio-interféromètres à plusieurs éléments (réseaux de radio-télescopes):

Lorsqu'on relie un alignement de radio-télescopes par des longueurs égales de câbles (cf. Fig. (a) ci-dessus), l'équivalence, définie pour le couplage de deux radio-télescopes, permet de représenter la pupille d'entrée par une fonction 'réseau'. Pour simplifier le calcul, nous allons supposer que les N radio-télescopes ont une ouverture carrée de dimension d et sont séparés par une distance constante égale à a . La fonction pupille d'entrée (Fig. (b) ci-dessus) peut s'écrire,

$$P_{r,0}(x, y) = \prod \left[\frac{y}{d} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \prod \left[\frac{x + (N-1)\frac{a}{2} - na}{d} \right], \quad (9.3.18)$$

étant entendu que pour $n=0$, la fonction pupille de l'élément le plus à gauche de l'interféromètre est représentée par $\prod((x + (N-1)a/2) / d)$. Au moyen de l'équation (9.3.1), nous trouvons alors que la réponse impulsionnelle de l'interféromètre a pour expression

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$P_{r,0}(x, y) = \Pi \left[\frac{y}{d} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \Pi \left[\frac{x + (N-1) \frac{a}{2} - na}{d} \right], \quad (9.3.18)$$

$$h_{r,0}(p, q) = \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-i2\pi qy) dy \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\frac{-d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na}^{\frac{d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na} \exp(-i2\pi px) dx, \quad (9.3.19)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d \frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\frac{-d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na}^{\frac{d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na} \exp(-i2\pi px) dx, \quad (9.3.20)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d \frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\exp(i\pi p(-d + (N-1)a - 2na)) - \exp(i\pi p(d + (N-1)a - 2na))}{-2i\pi p}, \quad (9.3.21)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.4 Radio-interféromètres à plusieurs éléments (réseaux de radio-télescopes):

$$h_{r,0}(p, q) = \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-2i\pi qy) dy \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\frac{-d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na}^{\frac{d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na} \exp(-2i\pi px) dx, \quad (9.3.19)$$

qui se simplifie comme suit:

$$h_{r,0}(p, q) = d \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\frac{-d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na}^{\frac{d}{2} - (N-1) \frac{a}{2} + na} \exp(-2i\pi px) dx, \quad (9.3.20)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\exp(i\pi p(-d + (N-1)a - 2na)) - \exp(i\pi p(d + (N-1)a - 2na))}{-2i\pi p}, \quad (9.3.21)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \exp(i\pi pa(N-1)) \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-2i\pi pan) \quad (9.3.22)$$

On peut aussi retrouver ce résultat en appliquant certaines des propriétés des transformées de Fourier. Nous servant de l'égalité $1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = (1 - r^n) / (1 - r)$, et posant

$$x = i\pi ap \text{ et } r = \exp(-2x), \quad (9.3.23)$$

dans l'équation (9.3.22), on peut simplifier cette dernière comme indiqué ci-après

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \exp(i\pi pa(N-1)) \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-2i\pi.pan) \quad (9.3.22)$$

$$x = i\pi ap \text{ et } r = \exp(-2x), \quad (9.3.23)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \exp(x(N-1)) \frac{1 - \exp(-2xN)}{1 - \exp(-2x)}, \quad (9.3.24)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \frac{\exp(xN) - \exp(-xN)}{\exp(x) - \exp(-x)}, \quad (9.3.25)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\sin(N\pi pa)}{\sin(\pi pa)} \right) \quad (9.3.26)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.4 Radio-interféromètres à plusieurs éléments (réseaux de radio-télescopes):

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \exp(x(N-1)) \frac{1 - \exp(-2xN)}{1 - \exp(-2x)} \quad (9.3.24)$$

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \frac{\exp(xN) - \exp(-xN)}{\exp(x) - \exp(-x)} \quad (9.3.25)$$

et après y avoir remplacé x au moyen du changement de variable (9.3.23), on trouve que

$$h_{r,0}(p, q) = d^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right) \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right) \left(\frac{\sin(N\pi pa)}{\sin(\pi pa)} \right) \quad (9.3.26)$$

Le carré du module de la réponse impulsionnelle vaut donc (cf. Fig. (c) ci-avant)

$$|h_{r,0}(p, q)|^2 = (Nd^2)^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\pi pa)}{N\pi pa} \right)^2 \left(\frac{\pi pa}{\sin(\pi pa)} \right)^2 \quad (9.3.27)$$

L'amplitude oscille entre les valeurs 0 et N^2 . Les deux derniers facteurs sont modulés par les trois premiers, c'est-à-dire par la figure de diffraction (réponse impulsionnelle) correspondant à un seul (élément) des radio-télescopes de l'interféromètre.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$|h_{r,0}(p,q)|^2 = (Nd^2)^2 \left(\underbrace{\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd}}_{\text{Réponse impulsionnelle}} \right)^2 \left(\underbrace{\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd}}_{\text{Pic central d'une seule ouverture}} \right)^2 \left(\underbrace{\frac{\sin(N\pi pa)}{N\pi pa}}_{\text{+ Pics intermédiaires}} \right)^2 \left(\underbrace{\frac{\pi pa}{\sin(\pi pa)}}_{\text{N ouvertures!}} \right)^2. \quad (9.3.27)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.4 Radio-interféromètres à plusieurs éléments (réseaux de radio-télescopes):

Retenons du calcul précédent que les pics de la réponse impulsionnelle ont:

- une intensité égale à $N^2 d^4$ (c'est-à-dire au carré de l'aire totale) pour le pic central,
- une largeur égale à $\Delta p = 2 / (Na)$ (ce qui correspond à une largeur angulaire voisine de $2\lambda / D$ si D représente la longueur totale du réseau),
- une séparation égale à $\Delta p = 1 / a$.

Le lobe central plat et intense est bien séparé des lobes secondaires dont l'importance est faible. Le seul inconvénient est que la résolution directe de ce système n'est bonne que selon une dimension (cf. Figs. (d) et (e) ci-avant).

9.3.4.5 La Croix de Mills:

La Croix de Mills est constituée par l'association de deux réseaux perpendiculaires de radio-télescopes (cf. les deux figures suivantes).

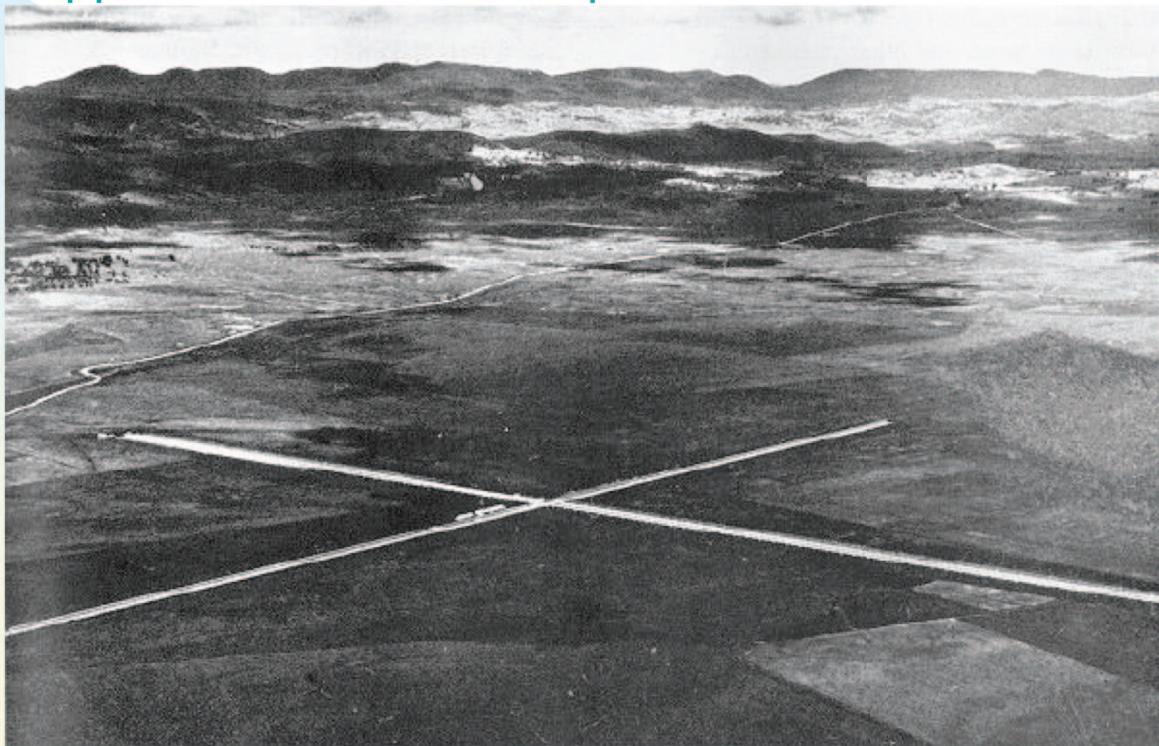
Les signaux transmis par les deux réseaux sont ensuite superposés, soit en phase, soit en opposition de phase. Lorsque les deux réseaux sont branchés en phase, la fonction "pupille d'entrée" de la Croix de Mills peut s'écrire:

$$P_{M,0}(x,y) = P_{r,0}(x,y) + P_{r,0}(y,x), \quad (9.3.28)$$

$P_{r,0}(x,y)$ représentant la fonction "pupille" d'un réseau, précédemment utilisée (cf. Eq. (9.3.18)).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes



Photographie de la Croix de Mills en Australie.

9.3 Applications aux télescopes

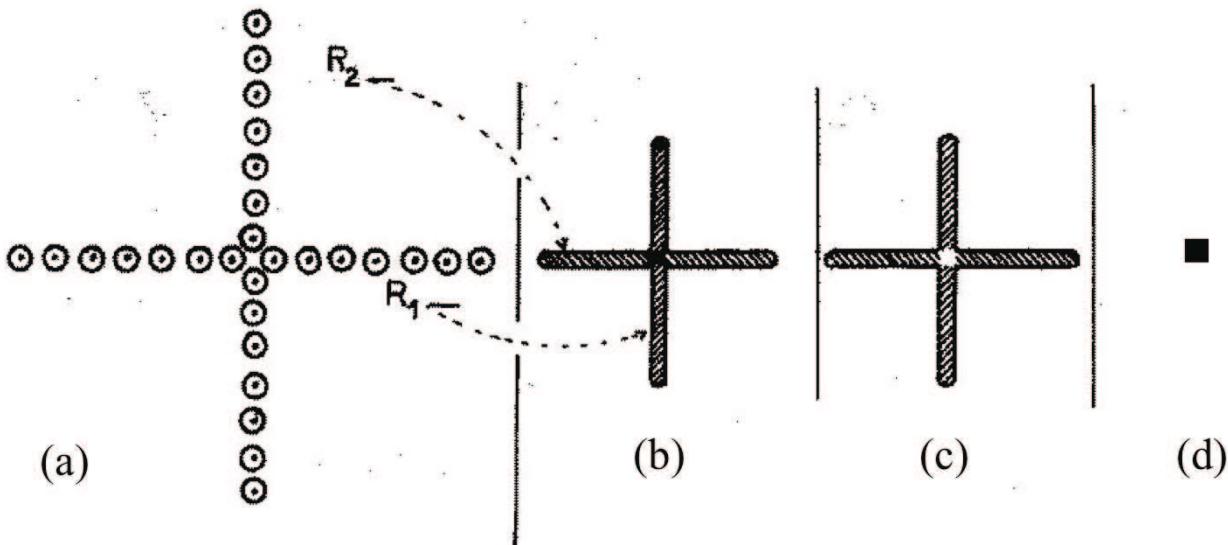
9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.5 La Croix de Mills:

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres



Croix de Mills. (a) Disposition des éléments; (b) et (c) Traces sur la sphère céleste du diagramme d'antenne lorsque les deux branches R_1 et R_2 sont connectées en phase (b) et en opposition de phase (c); (d) trace sur la sphère céleste du diagramme différence

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.5 La Croix de Mills:

En opposition de phase, il suffira d'affecter la fonction pupille d'un réseau du facteur $\exp(i\pi) = -1$. On aura dans ce cas

$$P'_{M,0}(x,y) = P_{r,0}(x,y) - P_{r,0}(y,x). \quad (9.3.29)$$

La linéarité de la TF permet d'obtenir la réponse impulsionnelle dans les deux cas:

$$h_{M,0}(p,q) = h_{r,0}(p,q) + h_{r,0}(q,p), \text{ et} \quad (9.3.30)$$

$$h'_{M,0}(p,q) = h_{r,0}(p,q) - h_{r,0}(q,p). \quad (9.3.31)$$

Ainsi, la réponse impulsionnelle résultante (différence des réponses impulsionnelles correspondant à chaque branchement) sera définie par

$$|h_c(p,q)|^2 = |h_{M,0}(p,q)|^2 - |h'_{M,0}(p,q)|^2. \quad (9.3.32)$$

Cette expression se simplifie alors comme suit

$$|h_c(p,q)|^2 = 2[h_{r,0}(p,q) h^*_{r,0}(q,p) + h^*_{r,0}(p,q) h_{r,0}(q,p)], \quad (9.3.33)$$

$$|h_c(p,q)|^2 = 4 \operatorname{Re} [h_{r,0}(p,q) h^*_{r,0}(q,p)]. \quad (9.3.34)$$

Au moyen de l'expression (9.3.26) établie précédemment pour la réponse impulsionnelle d'un seul réseau de radio-télescopes, nous trouvons facilement que

$$|h_c(p,q)|^2 = 4d^4 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right)^2 \frac{\sin(N\pi pa)}{\sin(\pi pa)} \frac{\sin(N\pi qa)}{\sin(\pi qa)} \quad (9.3.35)$$

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$P_{M,0}(x,y) = P_{r,0}(x,y) + P_{r,0}(y,x), \quad (9.3.28)$$

$$P'_{M,0}(x,y) = P_{r,0}(x,y) - P_{r,0}(y,x). \quad (9.3.29)$$

$$h_{M,0}(p,q) = h_{r,0}(p,q) + h_{r,0}(q,p), \quad (9.3.30)$$

$$h'_{M,0}(p,q) = h_{r,0}(p,q) - h_{r,0}(q,p). \quad (9.3.31)$$

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.5 La Croix de Mills:

La valeur de la réponse impulsionnelle $|h_c(p,q)|^2$ apparaît de façon générale tout à fait négligeable, sauf au voisinage de (0,0) où elle présente un maximum de hauteur $|h_c(0,0)|^2 = 4 |h_{r,0}(0,0)|^2$, c'est-à-dire égale au carré de l'aire totale des radio-télescopes composant la Croix de Mills, et de largeur $2 \lambda / D$ dans les deux dimensions p et q.

On obtient ainsi approximativement le diagramme d'antenne d'un radio-télescope unique qui aurait les dimensions de la Croix de Mills. L'approximation est d'autant meilleure que le nombre d'éléments le composant est grand, mais la sensibilité de l'instrument n'est évidemment fonction, comme on vient de le montrer, que de l'aire totale des éléments. Les figures précédentes expliquent plus intuitivement ces résultats.

9.3.4.6 Remarques générales:

Pour simple méditation, nous énumérons ci-dessous un ensemble de remarques qui seront très utiles lors de la visite de divers radio-interféromètres (cf. Humain en Belgique, Westerbork en Hollande, VLA -Very Large Array- au Nouveau-Mexique).

- 1. Il existe de nombreux autres modes de branchement des réseaux de radio-télescopes (comme la Croix de Christiansen) pour lesquels l'accord de phase n'est pas réalisé. Pour calculer la réponse impulsionnelle de ces instruments, il suffit d'exprimer correctement la fonction pupille d'entrée $P_0(x,y)$, c'est-à-dire d'affecter chaque élément du déphasage correspondant à la longueur de câble qui le relie à l'enregistreur.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

$$|h_c(p,q)|^2 = |h_{M,0}(p,q)|^2 - |h'_{M,0}(p,q)|^2. \quad (9.3.32)$$

$$|h_c(p,q)|^2 = 2[h_{r,0}(p,q) h_{r,0}^*(q,p) + h_{r,0}^*(p,q) h_{r,0}(q,p)], \quad (9.3.33)$$

$$|h_c(p,q)|^2 = 4 \operatorname{Re} [h_{r,0}(p,q) h_{r,0}^*(q,p)]. \quad (9.3.34)$$

$$|h_c(p,q)|^2 = 4d^4 \left(\frac{\sin(\pi pd)}{\pi pd} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi qd)}{\pi qd} \right)^2 \underbrace{\frac{\sin(N\pi pa)}{\sin(\pi pa)} \frac{\sin(N\pi qa)}{\sin(\pi qa)}}_{\text{Termes d'interférence}}. \quad (9.3.35)$$

Termes d'interférence

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres; 9.3.4.6 Remarques générales:

- 2. Lorsqu'on utilise un nombre restreint de radio-télescopes dans un réseau, il peut être intéressant de ne pas leur donner un espacement constant afin de moduler les distances entre les pics de la réponse impulsionnelle, conduisant à une meilleure couverture du plan des fréquences spatiales, aussi appelé plan (u,v) (cf. le VLA, voir figures sur les pages suivantes).
- 3. Il n'est pas nécessaire de changer l'orientation des éléments d'un réseau pour faire varier légèrement sa direction de visée. L'utilisation des contacts à glissière (cf. Figure précédente illustrant le schéma de connexion d'un radio-interféromètre à deux éléments), ou d'un déphasage électrique, permet d'affecter les éléments du réseau de déphasages en suite arithmétique, ce qui conduirait, si on reprenait dans ce cas le calcul entre les équations (9.3.18) et (9.3.27), à décaler simplement le quatrième facteur de la réponse impulsionnelle (9.3.27). Cela se traduirait sur la figure de la réponse impulsionnelle (voir ci-avant) par un déplacement en bloc des pics à l'intérieur de la courbe en pointillés.
- 4. Si l'on fait tourner du même angle l'ensemble des radio-télescopes sur eux-mêmes, ce sont alors les deuxième et troisième facteurs de (9.3.27) qui seront décalés. Les pics de la figure de réponse impulsionnelle correspondante ne bougeront pas mais leur enveloppe (en pointillés) se décalera. Bien sûr, la meilleure réponse du radio-interféromètre sera obtenue lorsque les trois derniers facteurs de (9.3.27) seront maximaux en même temps, c'est-à-dire lorsque les paraboles élémentaires seront pointées vers la source et que les déphasages de liaisons auront été ajustés (cf. remarque 3 ci-dessus).
- 5. Il est possible de placer plusieurs antennes dans le plan focal d'un radio-télescope, chacune étant reliée à un récepteur différent. On étudie ainsi simultanément plusieurs régions

9 Elements d'optique de Fourier



Le Very Large Array près de Socorro au Nouveau-Mexique (USA)

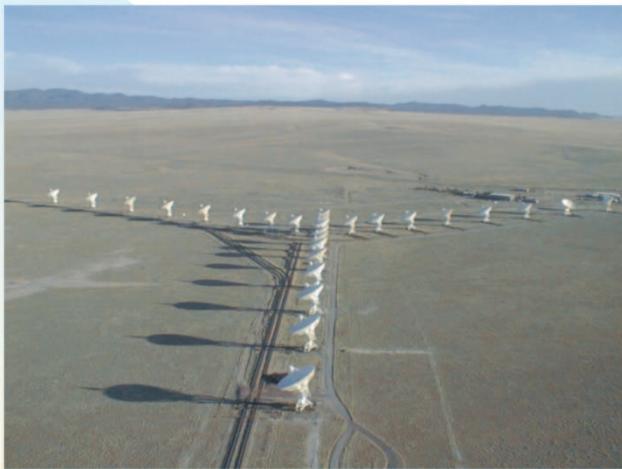
9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

Cette technique, dite 'multilobe' est également applicable aux interféromètres, aux réseaux et aux croix en multipliant le nombre de câbles de liaison et celui des récepteurs.

9 Elements d'optique de Fourier



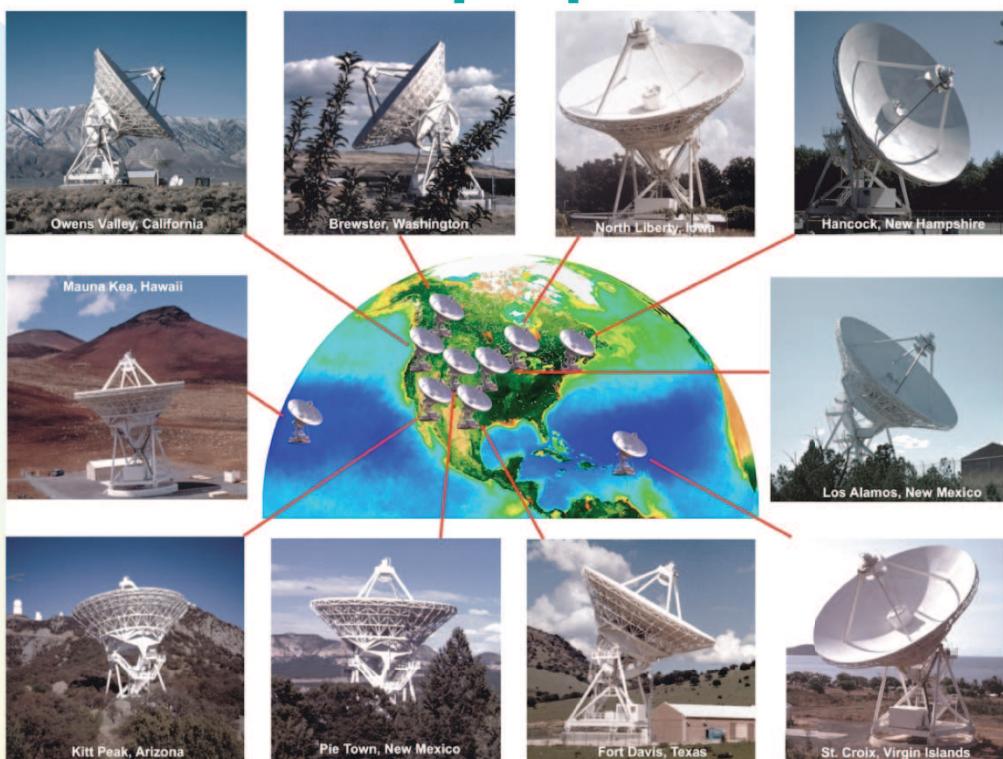
Le Very Large Array près de Socorro au Nouveau-Mexique (USA)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Le Very Long Baseline Array (USA)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



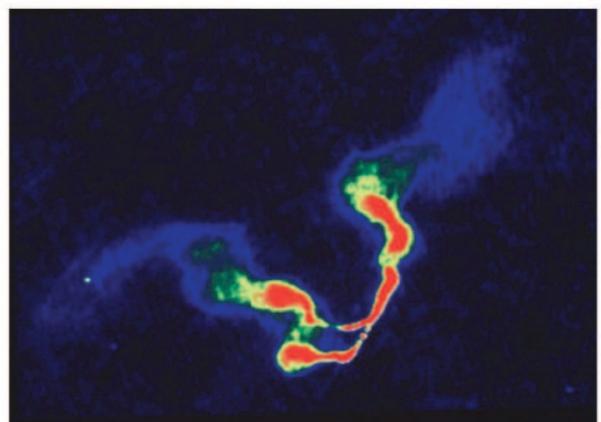
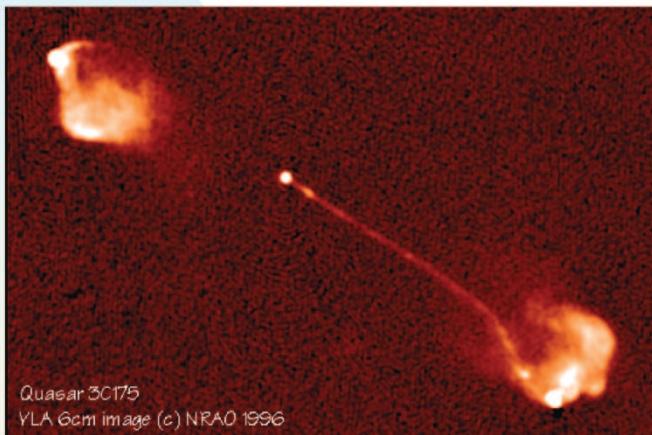
Le Very Long Baseline Array (USA)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Quasar et NAG (Very Large Array, USA)

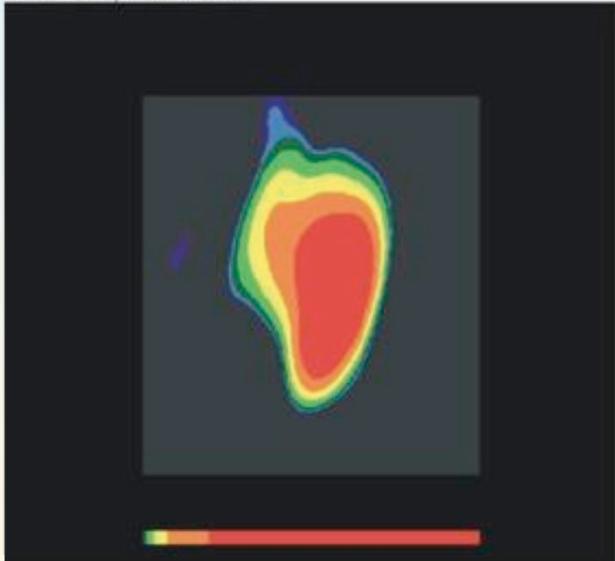
9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

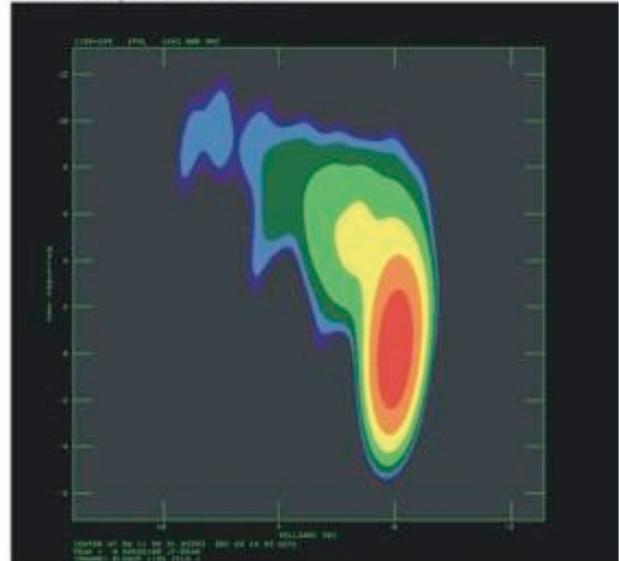
9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier

1156+295, VLBA ONLY



1156+295, HALCA+VLBA



Quasar et NAG (Very Long Baseline Array, USA)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Les radio-héliographes de Nançay (France)



Voir le URL: http://www.obs-nancay.fr/html_an/a_rh.htm

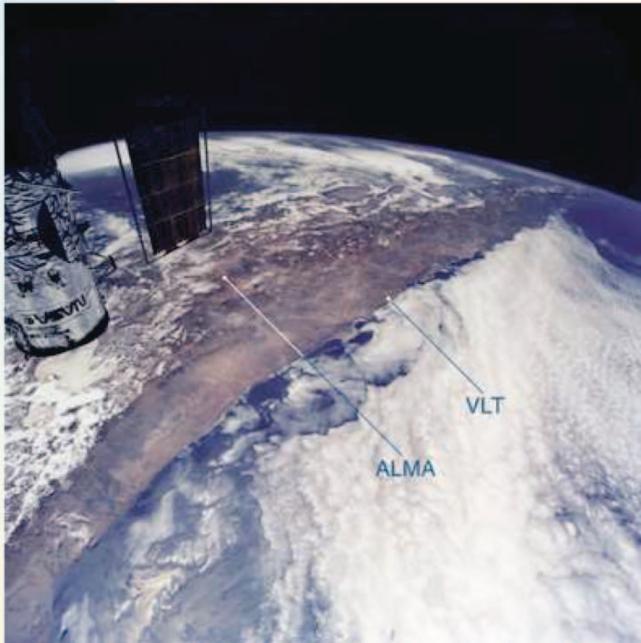
9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

- 6. Dans certains cas, les éléments des réseaux ne sont plus des radio-télescopes mais de simples antennes. Le diagramme de chaque élément est alors très grand mais le terme d'interférence (par exemple l'avant-dernier terme de (9.3.27)) qui définit le lobe central n'est pas modifié. A Nançay, existe un réseau à deux dimensions de 144 antennes fixes couvrant un hectare. Les connexions multiples de ces antennes permettent (cf. remarque 5) d'obtenir des lobes dans un domaine de directions assez étendu. La forme en hélice des antennes individuelles, les rend sensibles aux ondes polarisées circulairement. Cette réalisation est spécialement destinée à l'étude du Soleil dont certaines régions émettent des ondes polarisées circulairement (cf. les radio-héliographes de Nançay visibles sur les figures ci-dessus).

9 Elements d'optique de Fourier



Vue du Nord du Chili (navette spatiale)



Carte indiquant les sites géographiques du VLT et de l'ALMA

Atacama Large Millimeter
Array (Chili)

Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

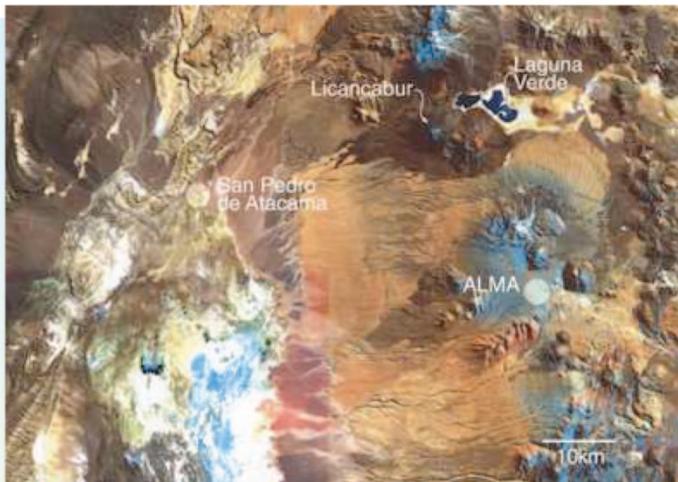
9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

- 7. Les télescopes optiques peuvent à fortiori fonctionner en radiotélescopes. Ils sont parfois utilisés comme tels dans le domaine des ondes millimétriques. Un ambitieux projet euro-américano-japonais (ALMA) de construction d'un grand interféromètre dans le domaine des longueurs d'onde millimétriques et sub-millimétriques est en cours de construction dans le nord du Chili, tout près du village de San Pedro de Atacama (cf. les cartes, site et maquette illustrés ci-dessus et dans les pages suivantes).
- 8. Les réponses impulsionales des associations de collecteurs ont été calculées ci-avant par transformée de Fourier directe de leur distribution pupillaire. L'utilisation de la propriété (9.1.5.12) permet de retrouver ces résultats à partir des réponses impulsionales des éléments individuels, ce qui est particulièrement intéressant pour obtenir la réponse impulsionnelle exacte d'un ensemble de collecteurs à contours non rectangulaires.

9 Elements d'optique de Fourier



Atacama Large
Millimeter
Array (Chili)

Vue aérienne du site de l'ALMA



Vue panoramique du site de l'ALMA
à Chajnantor

Panoramic View of the Proposed Site for ALMA at Chajnantor

ESO PR Photo 24c/99 (8 June 1999)

© European Southern Observatory



Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Atacama Large
Millimeter
Array (Chili)

Maquette futuriste de l'ALMA

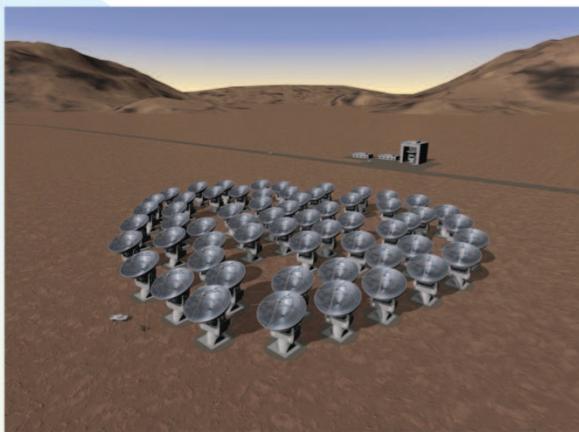
Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

9.3 Applications aux télescopes

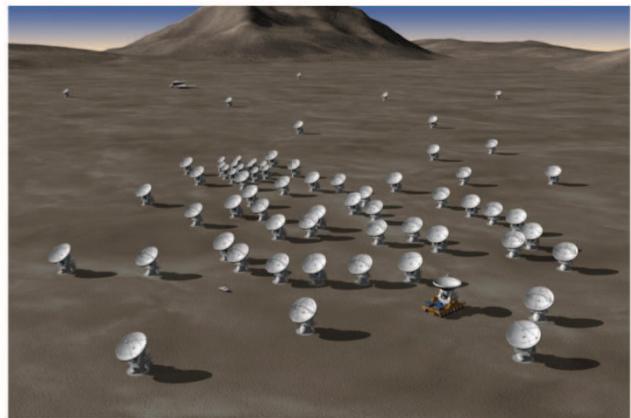
9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Atacama Large
Millimeter
Array (Chili)



Maquettes futuristes de l'ALMA

Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Atacama Large
Millimeter
Array (Chili)

Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

9 Elements d'optique de Fourier



Atacama Large
Millimeter
Array (Chili)

Voir le URL: <http://www.eso.org/projects/alma/>

9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales: