

**“Choisir, c'est se priver
du reste”**

André Gide

28/10/2011

1

9 Eléments d'optique de Fourier

Réfs.: 1) P. Léna; Astrophysique: méthodes physiques de l'observation (Savoirs Actuels / CNRS Editions)
2) H. Reboul, Mesures en astrophysique (collection "Techniques de l'ingénieur", 10-1982)

9.1 Théorème fondamental

9.2 Théorème de convolution

28/10/2011

2

9.1 Théorème fondamental

9.2 Théorème de convolution

Note à l'attention de J.S.: Il est recommandé de projeter en permanence la 1^{ère} figure (cf. transparent indépendant) et de présenter de suite les rappels sur la transformée de Fourier, les fonctions de Bessel, les produits de convolution et la distribution de Dirac.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

- **9.1.1 Hypothèses**
- **9.1.2 Enoncé**
- **9.1.3 Démonstration**
- **9.1.4 Remarques sur la transformée de Fourier**
- **9.1.5 Réponse impulsionnelle**
- **9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques**
- **9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur**

28/10/2011

3

9.1 Théorème fondamental

9.1.1 Hypothèses

9.1.2 Enoncé

9.1.3 Démonstration

9.1.4 Remarques sur la transformée de Fourier

9.1.5 Réponse impulsionnelle

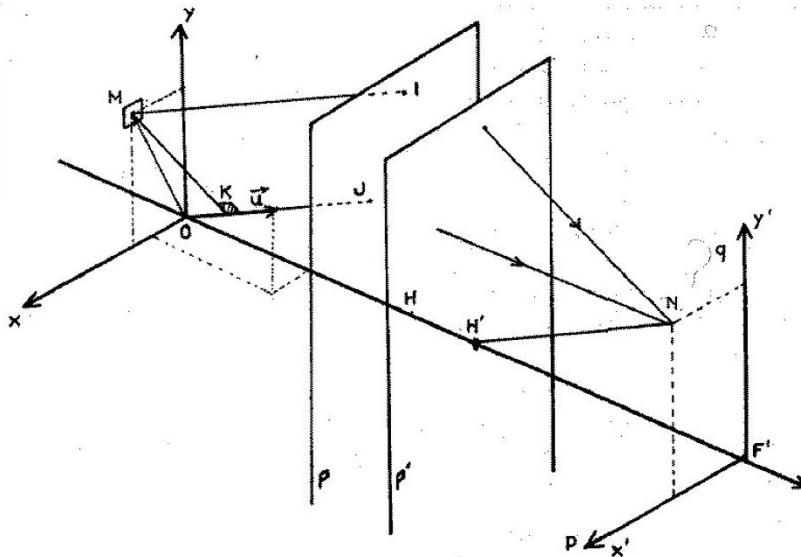
9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques

9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental:

9.1.1 Hypothèses (H1-H6)



Transformation de Fourier par focalisation. Le système optique est représenté par ses plans principaux P et P' . On peut les supposer confondus avec celui d'une lentille mince.

28/10/2011

4

9.1 Théorème fondamental

La figure ci-dessus représente un système optique convergent, son foyer image F' , ses plans principaux P , P' et ses points principaux H et H' . Ces derniers se confondent avec le centre optique dans le cas d'une lentille mince ou avec le sommet du paraboloïde dans celui d'un miroir unique.

Deux trièdres orthonormaux (O, x, y, z) et (F', x', y', z) permettent de repérer le plan pupillaire d'entrée et le plan focal image du système optique. Le plan pupillaire serait normalement au niveau du miroir primaire mais, pour simplifier les calculs, nous le décalerons arbitrairement en le plaçant au foyer objet F de l'instrument. Pour un télescope à miroir, les plans O, x, y et F', x', y' sont mathématiquement confondus ($F \equiv F'$) mais dans tous les cas, l'appellation 'plan pupillaire' servira de support pour la définition de l'état vibratoire à l'entrée du collecteur alors que le 'plan focal' servira de support pour la définition de l'image que le collecteur donne de l'objet situé à l'infini. Définir l'action du collecteur revient donc à établir la transformation qu'il opère sur le rayonnement entre ces deux plans.

9.1.1 Hypothèses

H1. Le système optique est exempt de toute aberration géométrique

H2. Les contours du diaphragme ne perturbent pas le champ électromagnétique, c'est-à-dire que le diaphragme se comporte comme une fonction "tout ou rien" vis-à-vis de ce champ. Ceci revient à supposer que les longueurs d'onde de la lumière sont petites par rapport aux dimensions du collecteur.

H3. Aucune perturbation, autre que celles imposées par le système optique réalisé, n'intervient entre le plan pupillaire et le plan focal. Les éléments optiques sont parfaitement transparents ou réfléchissants.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.1 Hypothèses

9.1.2 Enoncé

A un coefficient de dilatation des variables près, la distribution d'amplitude dans le plan focal est la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude dans le plan pupillaire.

9.1.3 Démonstration

$$A(x,y) \exp(i2\pi\nu t), \quad (9.1.3.1)$$

$$A(x,y) = A(x,y) \exp(i\phi(x,y)) P_0(x,y). \quad (9.1.3.2)$$

28/10/2011

5

9.1 Théorème fondamental

9.1.1 Hypothèses

H4. La source est à l'infini et ponctuelle.

H5. Les perturbations intervenant entre la source et le plan pupillaire sont faibles et ont des temps d'évolution très grands par rapport aux périodes du rayonnement.

H6. Le rayonnement est monochromatique et a un plan de polarisation fixe.

9.1.2 Enoncé

A un coefficient de dilatation des variables près, la distribution d'amplitude dans le plan focal est la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude dans le plan pupillaire.

9.1.3 Démonstration

Considérons les différents points (x,y) du plan pupillaire. H6 (i.e. l'hypothèse 6 précédente) permet de représenter la composante électrique du champ électromagnétique par la partie réelle de la distribution vibratoire

$$A(x,y) \exp(i2\pi\nu t), \quad (9.1.3.1)$$

avec pour représentation très générale de l'expression de l'amplitude complexe $A(x,y)$

$$A(x,y) = A(x,y) \exp(i\phi(x,y)) P_0(x,y), \quad (9.1.3.2)$$

où $A(x,y)$ et $\phi(x,y)$ sont l'amplitude et la phase du champ électrique et $P_0(x,y)$ la fonction pupille d'entrée qui vaut 1 à l'intérieur de la pupille et 0 à l'extérieur (en accord avec H2 et H3).

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

$$A(x,y) \exp(i2\pi\nu t + i\psi), \quad (9.1.3.3)$$

$$\delta = d(M \mid N) - d(O \mid N), \quad (9.1.3.4)$$

$$\psi = 2\pi \delta / \lambda. \quad (9.1.3.5)$$

28/10/2011

6

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

En accord avec le principe de Huygens-Fresnel, nous considérerons dans la suite que tout point atteint par une onde peut être considéré comme une source secondaire réémettant une vibration avec la même amplitude, la même fréquence ν , la même polarisation et la même phase (à un déphasage constant de $\pi/2$ près) que celles de la vibration incidente en ce point.

Un point $N(x',y')$ du plan focal recevra ainsi des vibrations émises par tous les points du plan pupillaire. Les lois de l'optique géométrique, déduites du principe de Fermat rappelé à la page suivante, permettent d'écrire que les rayons qui, après le système optique, convergent au point N du plan focal image, étaient, avant le système optique, parallèles à $H'N$. Ayant supposé que l'objet est à l'infini, l'amplitude va se conserver entre le plan pupillaire et le plan focal.

Du point $M(x,y)$ du plan pupillaire, le point $N(x',y')$ du plan focal va recevoir la vibration

$$A(x,y) \exp(i2\pi\nu t + i\psi). \quad (9.1.3.3)$$

Prenons comme zéro de déphasage celui du rayon issu de O : OJN. Le déphasage ψ peut alors s'exprimer à l'aide de la différence des chemins optiques

$$\delta = d(M \mid N) - d(O \mid N), \quad (9.1.3.4)$$

par la relation

$$\psi = 2\pi \delta / \lambda. \quad (9.1.3.5)$$

Si K est la projection orthogonale de M sur OJ , M et K appartiennent au même plan d'onde qui, après le système optique, convergera au point N du plan focal.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

$$\delta = -d(O, K) = -|(\mathbf{OM} \cdot \mathbf{u})|, \quad (9.1.3.6)$$

$$A(x,y) \exp(i2\pi(vt - xx'/\lambda f - yy'/\lambda f)). \quad (9.1.3.7)$$

$$p = x'/\lambda f, q = y'/\lambda f, \quad (9.1.3.8)$$

$$\exp(i2\pi vt) A(x,y) \exp(-i2\pi(xp + yq)). \quad (9.1.3.9)$$

28/10/2011

7

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

Le principe de Fermat, suivant lequel le chemin optique entre un point et son image est constant (stigmatisme rigoureux) ou extremum (stigmatisme approché) permet d'écrire que la différence de chemin optique ($M I N$) - ($K J N$) se comporte au voisinage de zéro comme un infiniment petit du second ordre par rapport à $d(I, J)$ et donc aussi par rapport à $d(O, M)$ et $d(O, K)$, qui sont du même ordre que $d(I, J)$. En conséquence (voir Fig. du système optique),

$$\delta = -d(O, K) = -|(\mathbf{OM} \cdot \mathbf{u})|, \quad (9.1.3.6)$$

\mathbf{u} désignant le vecteur unitaire de la direction $H'N$ et $(\mathbf{OM} \cdot \mathbf{u})$ le produit scalaire entre les vecteurs \mathbf{OM} et \mathbf{u} .

Si l'angle que fait $H'N$ avec l'axe optique est faible, le vecteur de composantes $(x'/f, y'/f, 1)$ est vecteur directeur de $H'N$ et a une norme proche de 1 (au premier ordre car $f \gg |x'|, |y'|$). Par ailleurs, \mathbf{OM} a pour composantes $(x, y, 0)$. En utilisant (9.1.3.6) dans (9.1.3.5), l'expression (9.1.3.3) devient

$$A(x,y) \exp(i2\pi(vt - xx'/\lambda f - yy'/\lambda f)). \quad (9.1.3.7)$$

En choisissant comme nouvelles variables dans le plan focal

$$p = x'/\lambda f \text{ et } q = y'/\lambda f, \quad (9.1.3.8)$$

le coefficient $1/\lambda f$ étant une constante, on obtient

$$\exp(i2\pi vt) A(x,y) \exp(-i2\pi(xp + yq)). \quad (9.1.3.9)$$

La vibration résultante en N sera la résultante des vibrations émises vers N par tous les points du plan pupillaire.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

$$a(p,q) = \int_{R^2} A(x,y) \exp[-i2\pi(px+qy)] dx dy, \quad (9.1.3.10)$$

$$a(p,q) = TF_[-[A(x,y)](p,q) \quad (9.1.3.11)$$

28/10/2011

8

9.1 Théorème fondamental

9.1.3 Démonstration

Les surfaces d'onde (équiphases) qui atteignent ce plan pupillaire ne sont pas des plans si le rayonnement a été perturbé entre la source et la pupille d'entrée.

Mais les hypothèses H4 et H5 permettent d'affirmer que le plan pupillaire est spatialement cohérent, c'est-à-dire qu'à l'échelle de temps des périodes vibratoires, le déphasage relatif de ses différents points est constant.

En conséquence, pour calculer la vibration résultante au point N(p,q) du plan focal, il y a lieu de sommer les amplitudes que N reçoit des différents points du plan pupillaire. La distribution d'amplitude a(p,q) dans le plan focal sera

$$a(p,q) = \int_{R^2} A(x,y) \exp[-i2\pi(px+qy)] dx dy, \quad (9.1.3.10)$$

c'est-à-dire que la distribution d'amplitude complexe dans le plan focal a(p,q) est la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude complexe A(x,y) dans le plan pupillaire, i.e.

$$a(p,q) = TF_[-[A(x,y)](p,q) \quad (9.1.3.11)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.4 Remarques sur la transformée de Fourier

$$F(\bar{u}) = \int_{R^n} f(\bar{x}) \exp[-2i\pi(\bar{u}\bar{x})] dx \quad (9.1.4.1)$$

$$\int_{R^n} |f(x)|^2 dx = \int_{R^n} |F(u)|^2 du \quad (9.1.4.2)$$

$$TF_-[TF_-(f(x))] = f(-x) \quad (9.1.4.3)$$

$$f(\bar{x}) = \int_{R^n} F(\bar{u}) \exp[2i\pi(\bar{u}\bar{x})] d\bar{u} \quad (9.1.4.4)$$

28/10/2011

9

9.1 Théorème fondamental

9.1.4 Remarques sur la transformée de Fourier

Pour rappel (cf. Eq. 7.5.4.4), la TF d'une fonction f de R^n dans C est définie par

$$F(\bar{u}) = \int_{R^n} f(\bar{x}) \exp[-2i\pi(\bar{u}\bar{x})] dx \quad (9.1.4.1)$$

C'est une application linéaire de $L^1(R^n)$ dans l'espace vectoriel des fonctions continues sur R^n , tendant vers 0 à l'infini ($L^p(R^n)$ désigne l'ensemble des fonctions f de R^n dans C telles que l'intégrale de $|f(x)|^p$ dans R^n converge).

C'est une isométrie sur $L^2(R^n)$

$$\int_{R^n} |f(x)|^2 dx = \int_{R^n} |F(u)|^2 du \quad (9.1.4.2)$$

Cette identité (formule de Plancherel) est, pour le cas qui nous intéresse, la traduction mathématique de la conservation du flux énergétique entre le plan pupillaire et le plan focal et justifie, a posteriori, la conservation de l'amplitude qui avait été introduite en cours de calcul.

La TF est quasi-involutive, i.e.

$$TF_-[TF_-(f(x))] = f(-x) \quad (9.1.4.3)$$

Par ailleurs, la T.F. réciproque (T.F. $^{-1}$) est définie par

$$f(\bar{x}) = \int_{R^n} F(\bar{u}) \exp[2i\pi(\bar{u}\bar{x})] d\bar{u} . \quad (9.1.4.4)$$

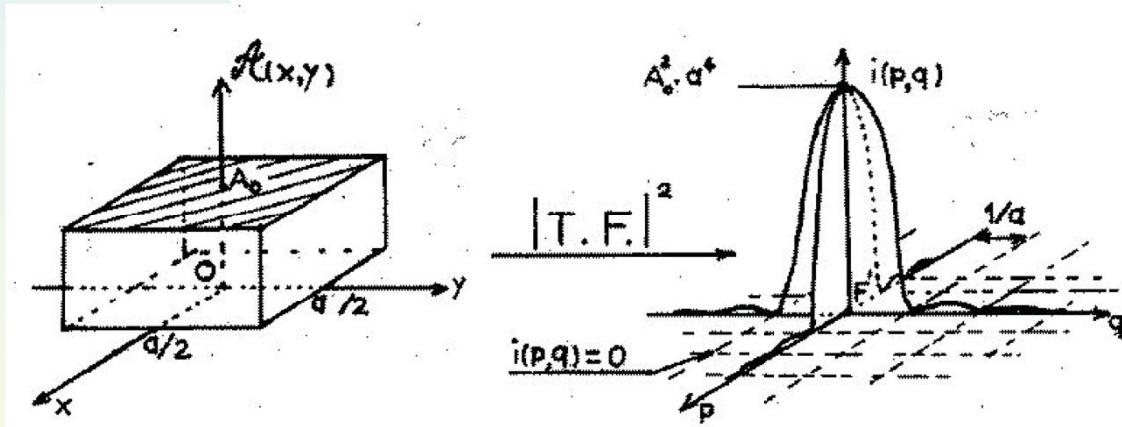
9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionnelle

$$A(x,y) = A_0 P_0(x,y), \quad (9.1.5.1)$$

$$P_0(x,y) = \Pi(x/a) \Pi(y/a). \quad (9.1.5.2)$$



Pupille carrée $A(x,y)$ et réponse impulsionnelle $i(p,q) = |\text{TF}_-(A(x,y))(p,q)|^2$. Les lignes pointillées dans le plan (p,q) représentent le lieu des points où $i(p,q) = 0$

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionnelle

On appelle "réponse impulsionnelle" l'image que l'instrument donne d'un objet ponctuel situé à l'infini sur l'axe.

En l'absence de perturbation, les ondes qui arrivent dans le plan pupillaire sont planes et parallèles à ce plan. L'amplitude correspondant à une vibration monochromatique est constante, de même que la phase

$$A(x,y) = A_0 P_0(x,y). \quad (9.1.5.1)$$

Supposons que la pupille d'entrée soit de forme carrée de côté a (cf. Fig. gauche ci-dessus)

$$P_0(x,y) = \Pi(x/a) \Pi(y/a), \quad (9.1.5.2)$$

$\Pi(x/a)$ désignant la fonction porte (ou fenêtre ou en créneau, cf. Eq. (7.5.4.12)) qui prend la valeur 1 dans l'intervalle $(-a/2, a/2)$ et 0 ailleurs.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

$$a(p, q) = \text{TF} [A(x, y)](p, q) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} A_0 \exp[-i2\pi(px + qy)] dx dy \quad (9.1.5.3)$$

$$a(p, q) = A_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi px] dx \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi qy] dy \quad (9.1.5.4)$$

$$a(p, q) = A_0 a^2 \frac{\sin(\pi pa)}{\pi pa} \frac{\sin(\pi qa)}{\pi qa} \quad (9.1.5.5)$$

$$\begin{aligned} i(p, q) &= a(p, q) a^*(p, q) = |a(p, q)|^2 \\ &= i_0 a^4 \left(\frac{\sin(\pi pa)}{\pi pa} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi qa)}{\pi qa} \right)^2 \end{aligned} \quad (9.1.5.6)$$

28/10/2011

11

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

Le calcul de l'amplitude dans le plan focal est très simple dans ce cas (on peut aussi combiner tout simplement les Eqs. (7.5.4.14) et (9.1.3.10))

$$a(p, q) = \text{TF} [A(x, y)](p, q) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} A_0 \exp[-i2\pi(px + qy)] dx dy \quad (9.1.5.3)$$

$$a(p, q) = A_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi px] dx \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi qy] dy \quad (9.1.5.4)$$

$$a(p, q) = A_0 a^2 [\sin(\pi pa) / (\pi pa)] [\sin(\pi qa) / (\pi qa)]. \quad (9.1.5.5)$$

C'est la réponse impulsionale, en amplitude, pour une pupille carrée et en l'absence de perturbation. Adoptant la définition (7.5.2.1) pour la mesure de l'intensité des vibrations, nous trouvons que

$$i(p, q) = a(p, q) a^*(p, q) = |a(p, q)|^2 = i_0 a^4 \left(\frac{\sin(\pi pa)}{\pi pa} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi qa)}{\pi qa} \right)^2 \quad (9.1.5.6)$$

Jusqu'à présent, nous avons considéré que l'objet S, ponctuel et à l'infini, était sur l'axe optique de l'instrument. Supposons maintenant qu'il en soit écarté d'un angle faible. Soit $(b/f, c/f, 1)$ le vecteur quasi-unitaire qui représente la direction orientée S0, et donc la direction H'N correspondante. Le déphasage d'un point M(x, y) du plan pupillaire par rapport au point O sera

$$\psi = 2\pi \delta / \lambda = 2\pi(xb/f + yc/f) / \lambda, \quad (9.1.5.7)$$

et par conséquent

$$A(x, y) = P_0(x, y) A_0 \exp[i2\pi(xb/f + yc/f) / \lambda]. \quad (9.1.5.8)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

$$\psi = 2\pi \delta / \lambda = 2\pi(xb/f + yc/f) / \lambda, \quad (9.1.5.7)$$

$$A(x,y) = P_0(x,y) A_0 \exp[2i\pi(xb/f + yc/f) / \lambda]. \quad (9.1.5.8)$$

$$a(p,q) = A_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-2i\pi(p - b/f\lambda)x] dx \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-2i\pi(q - c/f\lambda)y] dy \quad (9.1.5.9)$$

$$a(p,q) = A_0 a^2 \left(\frac{\sin(\pi(p - b/f\lambda)a)}{\pi(p - b/f\lambda)a} \right) \left(\frac{\sin(\pi(q - c/f\lambda)a)}{\pi(q - c/f\lambda)a} \right) \quad (9.1.5.10)$$

28/10/2011

12

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

On obtient la distribution d'amplitude focale par transformation de Fourier (cf. Eq. (9.1.3.10))

$$a(p,q) = A_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi(p - b/f\lambda)x] dx \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi(q - c/f\lambda)y] dy \quad (9.1.5.9)$$

$$a(p,q) = A_0 a^2 \left(\frac{\sin(\pi(p - b/f\lambda)a)}{\pi(p - b/f\lambda)a} \right) \left(\frac{\sin(\pi(q - c/f\lambda)a)}{\pi(q - c/f\lambda)a} \right) \quad (9.1.5.10)$$

et, finalement, la réponse impulsionale

$$i(p,q) = i_0 a^4 \left(\frac{\sin(\pi(p - b/f\lambda)a)}{\pi(p - b/f\lambda)a} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi(q - c/f\lambda)a)}{\pi(q - c/f\lambda)a} \right)^2 \quad (9.1.5.11)$$

On retrouve la même distribution que précédemment mais centrée autour du point $(p,q) \equiv (b/f\lambda, c/f\lambda)$. Si l'on revient aux variables x' et y' , ce point a pour coordonnées (cf. Eq. (9.1.3.8)) (b,c) . Il coïncide donc avec l'image géométrique de l'objet.

Lorsqu'un objet ponctuel à l'infini se déplace par rapport à l'axe optique, la figure de diffraction (réponse impulsionale) se déplace sans se déformer en suivant l'image géométrique, tant que l'on reste bien sûr dans le cadre des hypothèses précitées.

Pour établir ce résultat plus directement, on peut tout simplement effectuer le changement de variables $p' = p - b/f\lambda$ et $q' = q - c/f\lambda$. On trouve immédiatement alors que:

$$\begin{aligned} a(p,q) &= A_0 \text{TF}_-[\Pi(x/a)](p') \text{TF}_-[\Pi(y/a)](q') \\ &= A_0 \text{TF}_-[\Pi(x/a)](p - b/f\lambda) \text{TF}_-[\Pi(y/a)](q - c/f\lambda) \end{aligned} \quad (9.1.5.12)$$

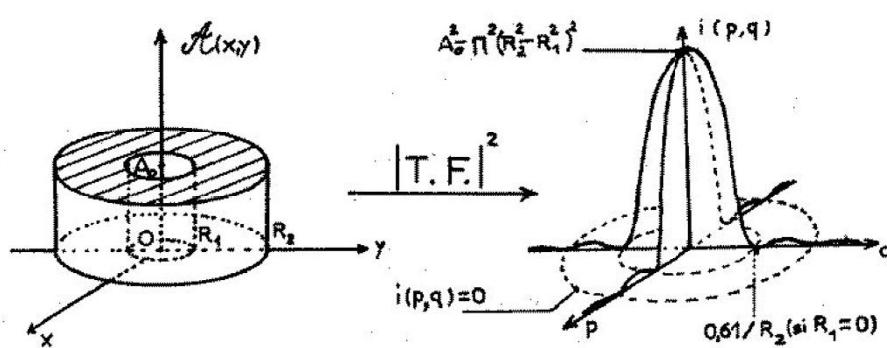
9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

■ 9.1.5 Réponse impulsionnelle

$$i(p,q) = i_0 a^4 \left(\frac{\sin(\pi(p-b/f\lambda)a)}{\pi(p-b/f\lambda)a} \right)^2 \left(\frac{\sin(\pi(q-c/f\lambda)a)}{\pi(q-c/f\lambda)a} \right)^2 \quad (9.1.5.11)$$

$$a(p,q) = TF_- [\prod(x/a)] (p' = p - b/f\lambda) TF_- [\prod(y/a)] (q' = q - c/f\lambda) \quad (9.1.5.12)$$



Pupille circulaire et réponse impulsionnelle. La T.F. conserve la symétrie circulaire.

28/10/2011

13

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionnelle

Le retour aux coordonnées normales x' et y' permet de définir les dimensions de la figure de diffraction dans les deux cas précédents. La tache centrale (ou tache d'Airy) dans la figure précédente a une largeur égale à $2\lambda f / a$ (séparation entre les deux minima situés de part et d'autre du maximum central). Les autres taches sont deux fois moins larges et leur amplitude décroît très rapidement lorsqu'on s'éloigne du centre.

Dans le cas général, la pupille d'entrée est circulaire avec une obstruction circulaire au centre. Pour définir la réponse impulsionnelle, on est amené à chercher la transformée de Fourier représentée à la figure ci-dessus.

Pour rendre les intervalles d'intégration indépendants, on se place en coordonnées polaires
 $x = \rho \cos(\theta)$, $y = \rho \sin(\theta)$, $p = \rho' \cos(\theta') / (\lambda f)$, $q = \rho' \sin(\theta') / (\lambda f)$. (9.1.5.13)

On obtient ainsi

$$a(\rho', \theta') = A_0 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \exp[-2i\pi\rho\rho' \cos(\theta - \theta') / (\lambda f)] d(\theta - \theta') \rho d\rho \quad (9.1.5.14)$$

L'intégration se poursuit en effectuant des changements de variables adéquats et en utilisant les fonctions de Bessel J_0 et J_1 (voir le rappel ci-après). On obtient

$$a(\rho', \theta') = a(\rho') = A_0 \pi \left[\frac{2R_2^2}{Z_2} J_1(Z_2) - \frac{2R_1^2}{Z_1} J_1(Z_1) \right] \quad (9.1.5.15)$$

avec

$$Z_2 = 2\pi R_2 \frac{\rho'}{\lambda f} \quad \text{et} \quad Z_1 = 2\pi R_1 \frac{\rho'}{\lambda f} \quad (9.1.5.16)$$

Pour le cas $R_1 = 0$, le résultat $i(p,q) = i(\rho')$, visualisé dans la figure ci-dessus, a pour expression

$$i(\rho') = |a(\rho')|^2 = 4(A_0\pi)^2 R_2^4 \left(\frac{J_1(Z_2)}{Z_2} \right)^2 \quad (9.1.5.17)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

■ PARENTHÈSE SUR LES FONCTIONS DE BESSEL (RAPPEL)

Représentation intégrale des fonctions de Bessel

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[x \sin(\theta)] d\theta \quad J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[n\theta - x \sin(\theta)] d\theta$$

Intégrale indéfinie

$$\int x' J_0(x') dx' = x J_1(x)$$

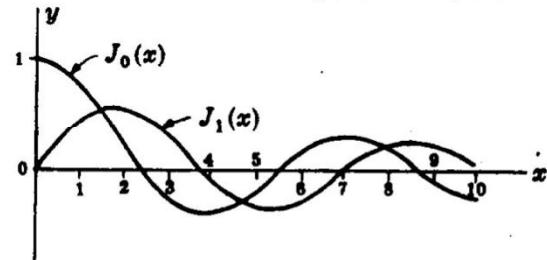
Développement

$$J_0(x) = 1 - x^2/2^2 + x^4/(2^2 4^2) - x^6/(2^2 4^2 6^2) + \dots$$

$$J_1(x) = x/2 - x^3/(2^2 4) + x^5/(2^2 4^2 6) - x^7/(2^2 4^2 6^2 8) + \dots$$

$$J_n(x) = (2 / (\pi x))^{1/2} \cos(x - n\pi/2 - \pi/4) \dots \text{ lorsque } x \text{ est grand!}$$

Graphes des fonctions $J_0(x)$ et $J_1(x)$



28/10/2011

14

PARENTHÈSE SUR LES FONCTIONS DE BESSEL (RAPPEL)

Représentation intégrale des fonctions de Bessel

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[x \sin(\theta)] d\theta \quad J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[n\theta - x \sin(\theta)] d\theta$$

Intégrale indéfinie

$$\int x' J_0(x') dx' = x J_1(x)$$

Développement

$$J_0(x) = 1 - x^2/2^2 + x^4/(2^2 4^2) - x^6/(2^2 4^2 6^2) + \dots$$

$$J_1(x) = x/2 - x^3/(2^2 4) + x^5/(2^2 4^2 6) - x^7/(2^2 4^2 6^2 8) + \dots$$

$$J_n(x) = (2 / (\pi x))^{1/2} \cos(x - n\pi/2 - \pi/4) \dots \text{ lorsque } x \text{ est grand!}$$

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

$$x = \rho \cos(\theta), y = \rho \sin(\theta), p = \rho' \cos(\theta') / (\lambda f), q = \rho' \sin(\theta') / (\lambda f). \quad (9.1.5.13)$$

$$a(\rho', \theta') = A_0 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \exp[-2i\pi\rho\rho' \cos(\theta - \theta') / (\lambda f)] d(\theta - \theta') \rho d\rho \quad (9.1.5.14)$$

$$a(\rho', \theta') = a(\rho') = A_0 \pi \left[\frac{2R_2^2}{Z_2} J_1(Z_2) - \frac{2R_1^2}{Z_1} J_1(Z_1) \right] \quad (9.1.5.15)$$

$$Z_2 = 2\pi R_2 \frac{\rho'}{\lambda f} \quad \text{et} \quad Z_1 = 2\pi R_1 \frac{\rho'}{\lambda f} \quad (9.1.5.16)$$

$$\text{Pour le cas } R_1 = 0 \quad i(\rho') = |a(\rho')|^2 = 4(A_0\pi)^2 R_2^4 \left(\frac{J_1(Z_2)}{Z_2} \right)^2 \quad (9.1.5.17)$$

28/10/2011

15

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

Comme le premier minimum d'intensité se situe en $Z_2 = 3,9$, le rayon de la tache centrale est égal à (voir graphe de la fonction $J_1(x)$)

$$\rho' (= r) = 1,22 \lambda f / D \quad (D = 2 R_2, R_1 = 0). \quad (9.1.5.18)$$

Poser $R_1 = 0$ revient à négliger l'obstruction du miroir secondaire. Il est alors à noter qu'environ 84% de l'énergie se retrouve dans la tache centrale, i.e.

$$\frac{2\pi \int_0^r i(\rho') \rho' d\rho'}{2\pi \int_0^\infty i(\rho') \rho' d\rho'} = 0,84 \quad (9.1.5.19)$$

Si maintenant on considère des obstructions croissantes, le rayon de la tache centrale va diminuer (d'un facteur qui tend vers $2^{-1/2}$ lorsque R_1 tend vers R_2). Mais dans le même temps, l'importance relative des anneaux secondaires augmente. Comme, par ailleurs, le flux total est diminué, l'obstruction centrale est un moyen très limité pour améliorer la finesse des images.

Dans le cas où le rayonnement est polychromatique et non polarisé, les trains d'onde élémentaires sont généralement incohérents et il suffit d'ajouter dans le plan focal les distributions d'intensité de chaque composante.

Si le rayonnement est perturbé entre la source et le plan pupillaire, on appellera, par définition, "distribution de pupille perturbée", la distribution d'amplitude pupillaire que causerait un astre ponctuel, d'éclat unité, situé à l'infini sur l'axe optique. On la notera $P(x,y)$.

La réponse impulsionale $h(p,q)$ sera la distribution d'amplitude focale correspondante

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

$$\rho' (=r) = 1,22 \lambda f / D \quad (D = 2 R_2, R_1 = 0). \quad (9.1.5.18)$$

$$\frac{2\pi \int_0^r i(\rho') \rho' d\rho'}{2\pi \int_0^\infty i(\rho') \rho' d\rho'} = 0,84 \quad (9.1.5.19)$$

$$h(p,q) = \text{TF_}(P(x,y))(p,q). \quad (9.1.5.20)$$

9.1 Théorème fondamental

9.1.5 Réponse impulsionale

En fait, on appellera aussi réponse impulsionale $|h(p,q)|^2$.

Par ailleurs, il est possible de faire figurer dans $P(x,y)$ les défauts optiques de l'instrument ou les perturbations des ondes électromagnétiques qui sont produites entre le plan pupillaire et le plan focal. Cela revient à remplacer l'instrument réel par un instrument idéal en avant duquel serait placée une lame reproduisant les défauts de l'instrument. La distribution pupillaire ainsi définie est appelée distribution de pupille perturbée généralisée et est notée $P_G(x,y)$. Les hypothèses H1 et H3 du théorème fondamental ne sont plus alors nécessaires.

9 Eléments d'optique de Fourier

■ PARENTHÈSE SUR LES FONCTIONS DE BESSEL (RAPPEL)

Représentation intégrale des fonctions de Bessel

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[x \sin(\theta)] d\theta \quad J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[n\theta - x \sin(\theta)] d\theta$$

Intégrale indéfinie

$$\int x' J_0(x') dx' = x J_1(x)$$

Développement

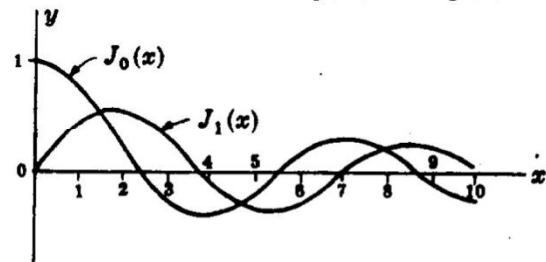
$$J_0(x) = 1 - x^2/2^2 + x^4/(2^2 4^2) - x^6/(2^2 4^2 6^2) + \dots$$

$$J_1(x) = x/2 - x^3/(2^2 4) + x^5/(2^2 4^2 6) - x^7/(2^2 4^2 6^2 8) + \dots$$

$$J_n(x) = (2 / (\pi x))^{1/2} \cos(x - n\pi/2 - \pi/4) \dots \text{ lorsque } x \text{ est grand!}$$

28/10/2011

Graphes des fonctions $J_0(x)$ et $J_1(x)$



17

PARENTHÈSE SUR LES FONCTIONS DE BESSEL (RAPPEL)

Représentation intégrale des fonctions de Bessel

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[x \sin(\theta)] d\theta \quad J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos[n\theta - x \sin(\theta)] d\theta$$

Intégrale indéfinie

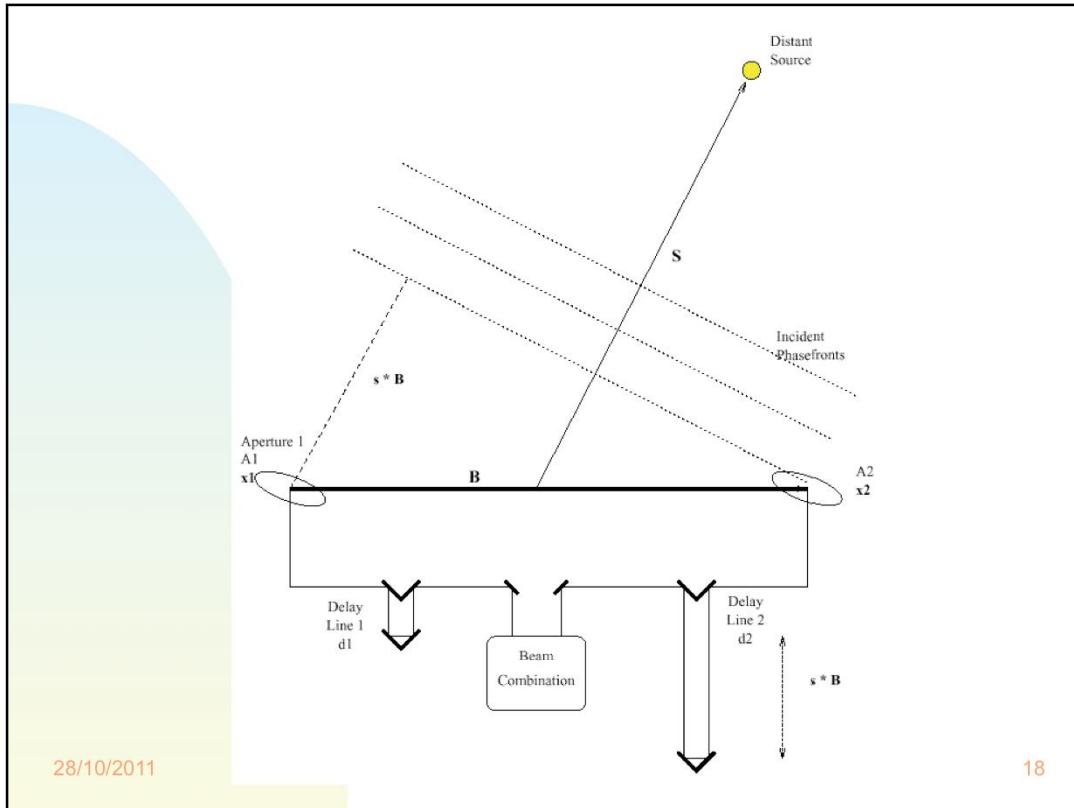
$$\int x' J_0(x') dx' = x J_1(x)$$

Développement

$$J_0(x) = 1 - x^2/2^2 + x^4/(2^2 4^2) - x^6/(2^2 4^2 6^2) + \dots$$

$$J_1(x) = x/2 - x^3/(2^2 4) + x^5/(2^2 4^2 6) - x^7/(2^2 4^2 6^2 8) + \dots$$

$$J_n(x) = (2 / (\pi x))^{1/2} \cos(x - n\pi/2 - \pi/4) \dots \text{ lorsque } x \text{ est grand!}$$



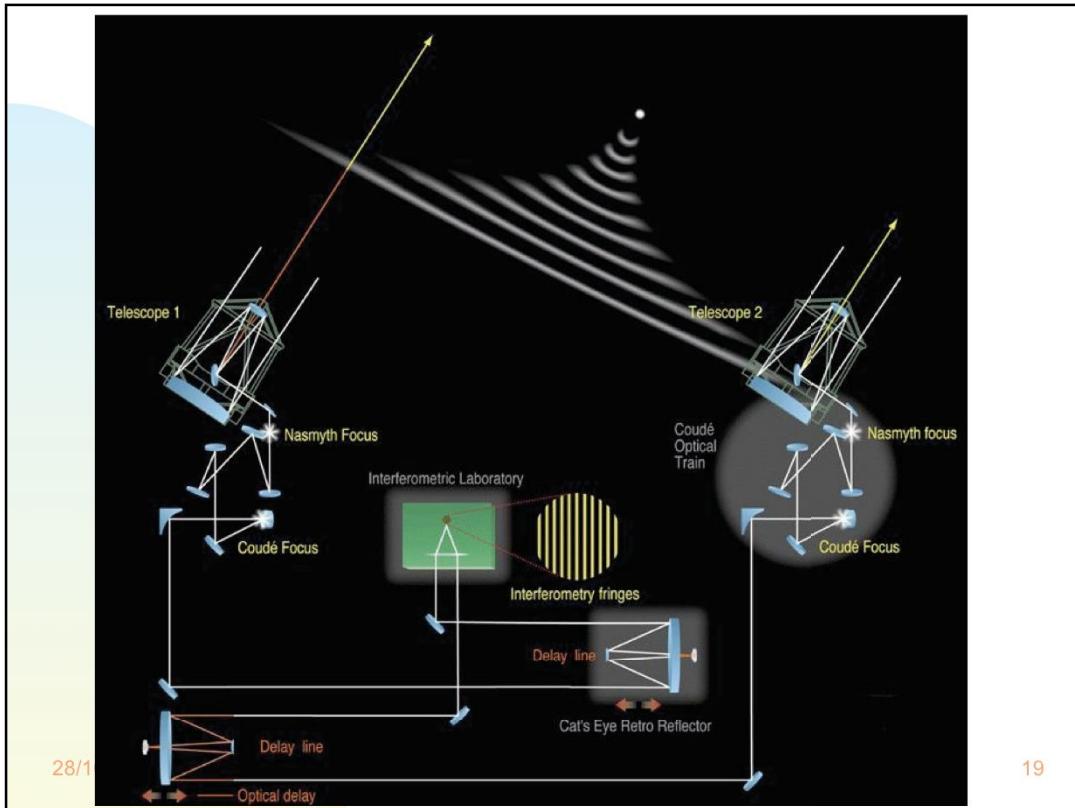
Notes personnelles (à ne pas voir):

A 22--eelleemeenntt iinntteerrfeerroomeetteerr — whhaatt hhaapppeennss?? (P.17, Haniff)

- Sampling of the radiation (from a distant point source).
- Transport to a common location.
- Compensation for the geometric delay.
- Combination of the beams.
- Detection of the resulting output.

A 22--eelleemeenntt iinntteerrfeerroomeetteerr — ssoomee jjaarrggoonn

- Telescopes located at x_1 & x_2 .
- Baseline $B = (x_1 - x_2)$: – Governs sensitivity to different angular scales.
- Pointing direction towards source is S .
- Geometric delay is $\hat{s} \cdot B$, where $\hat{s} = S/|S|$.
- Optical paths along two arms are d_1 and d_2 .



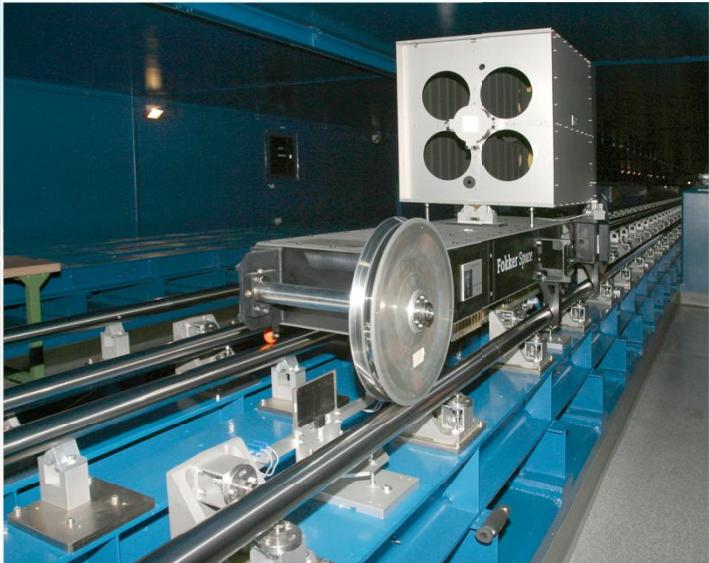
Notes personnelles (à ne pas voir):

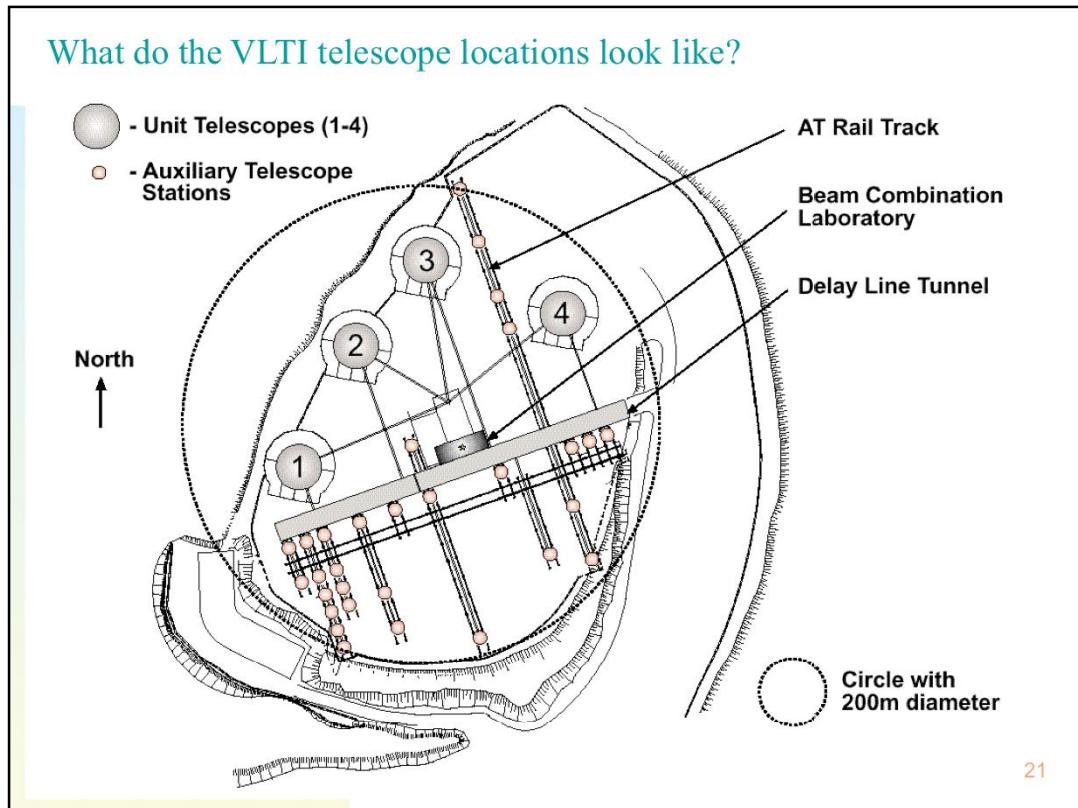
Yesterday we talked about “the best of all possible worlds”

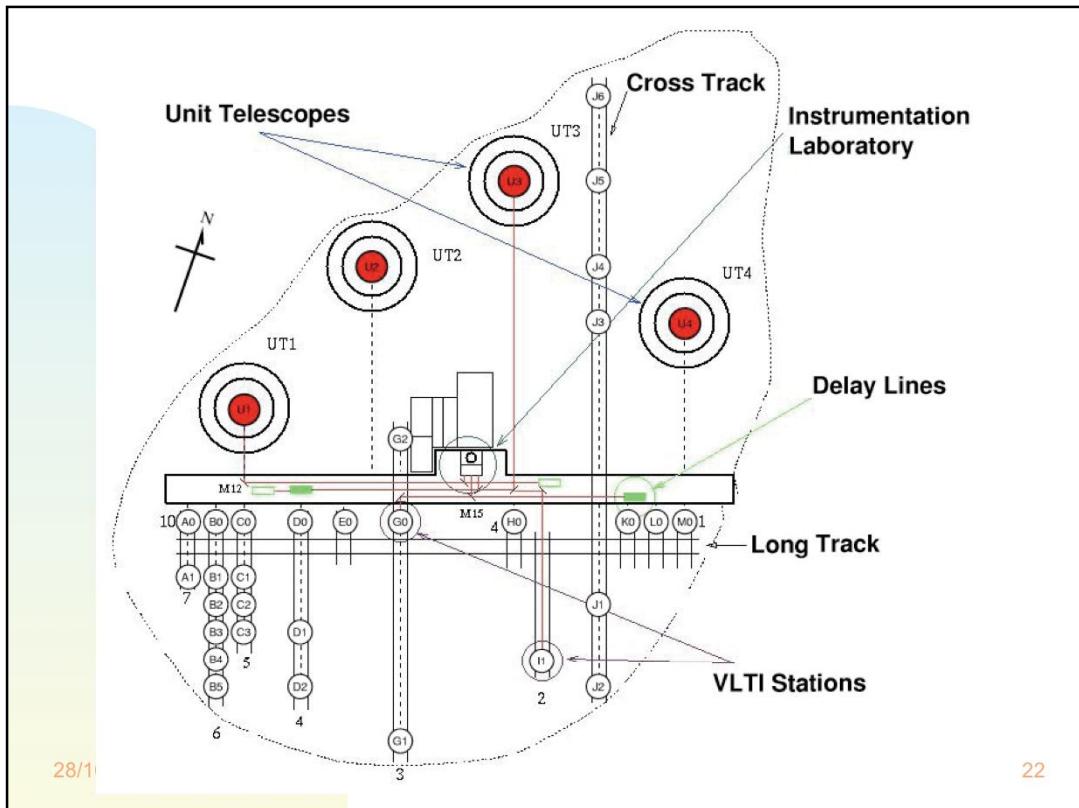
- Telescopes sample the fields at r_1 and r_2 .
- Optical train delivers the radiation to a laboratory.
- Delay lines assure that we measure when $t_1=t_2$.
- The instruments mix the beams and detect the fringes.

Lignes à retard du VLTI

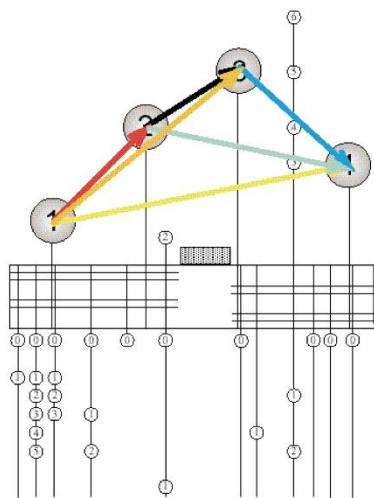
VLTI (Chili)



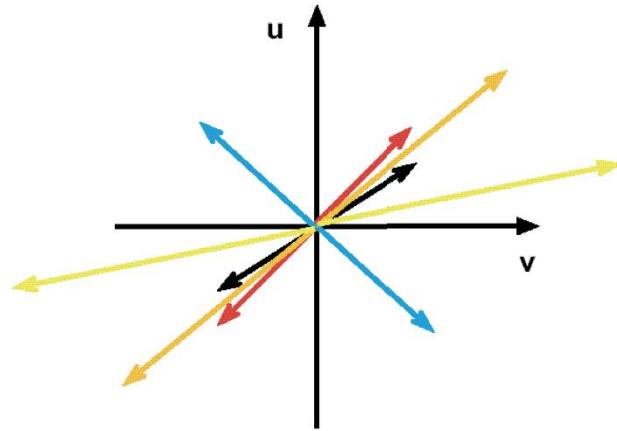




Comment ces stations sont elles reliées à la couverture du plan *uv*?



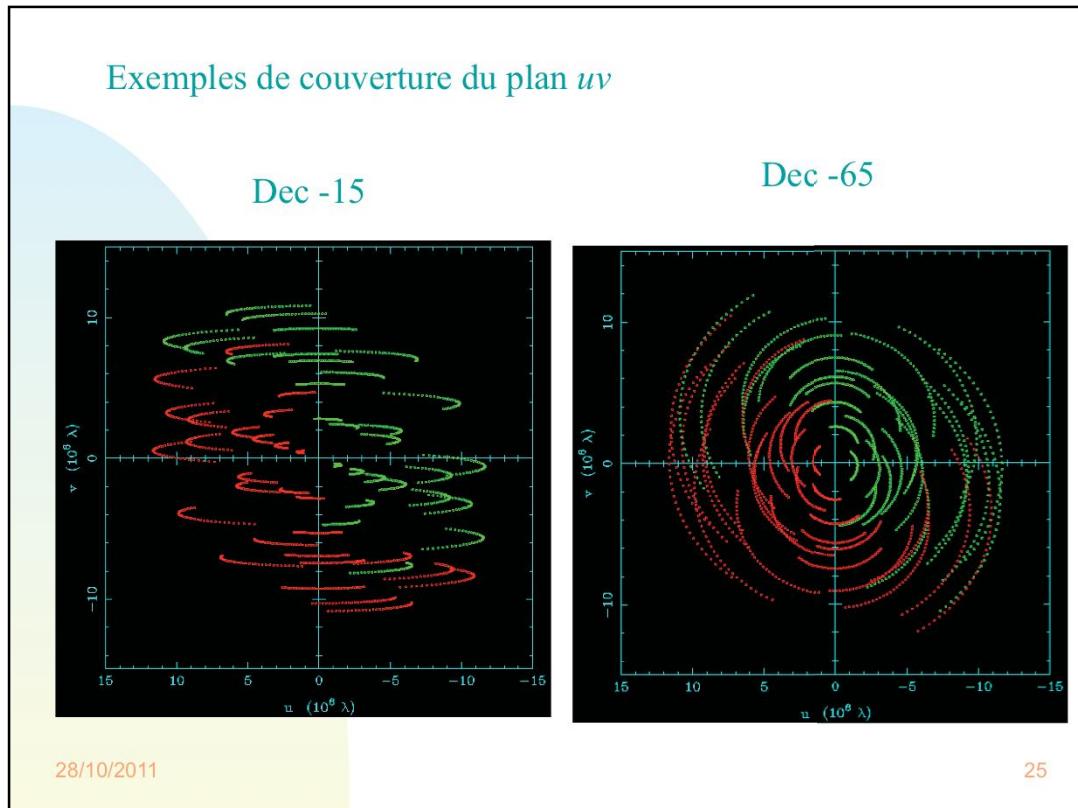
This is the uv-plane:

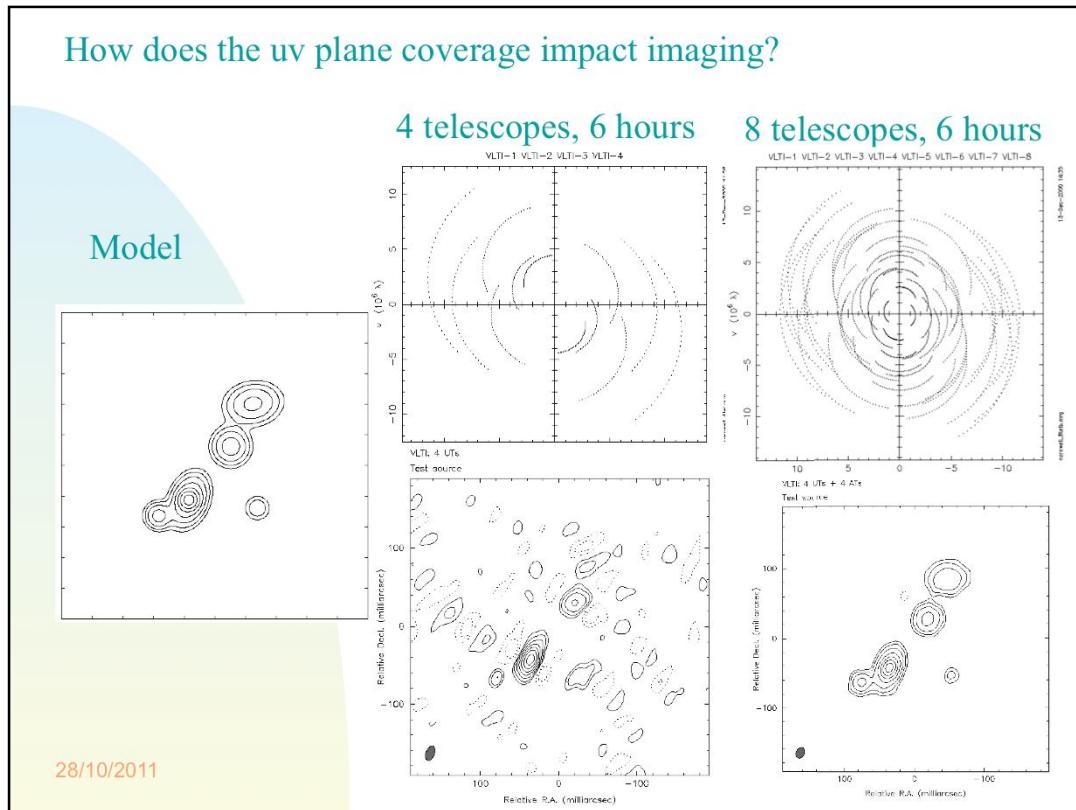


Note: This is the uv-plane for an object at zenith.
In general, the projected baselines have to be used.

28/10/2011

23





9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques

$$e(p,q) = E |h(p,q)|^2. \quad (9.1.6.1)$$

$$\Phi_e = \int_{R^2} e(p,q) dp dq = E \int_{R^2} |h(p,q)|^2 dp dq = E \int_{R^2} |P(x,y)|^2 dx dy = ES' \quad (9.1.6.2)$$

$$\langle \Phi_e \rangle_t = \left\langle \int_{R^2} e(p,q) dp dq \right\rangle_t = E \left\langle \int_{R^2} |P(x,y)|^2 dx dy \right\rangle_t = ES' \quad (9.1.6.3)$$

$$e_\lambda(p,q) = E_\lambda \Delta\lambda |h(p,q)|_\lambda^2. \quad (9.1.6.4)$$

28/10/2011

29

9.1 Théorème fondamental

9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques

Dorénavant, nous désignerons par $P, P_0, \dots, h, h_0, \dots$ les distributions d'amplitude pupillaires et focales correspondant à des astres d'éclat 1.

Ainsi pour un astre ponctuel d'éclat E , l'éclairement focal sera donné par

$$e(p,q) = E |h(p,q)|^2. \quad (9.1.6.1)$$

La formule de Plancherel (9.1.6.2) nous montre bien que la quantité d'énergie totale dans le plan focal est égale à la quantité d'énergie rentrant dans l'instrument. En effet

$$\Phi_e = \int_{R^2} e(p,q) dp dq = E \int_{R^2} |h(p,q)|^2 dp dq = E \int_{R^2} |P(x,y)|^2 dx dy = ES' \quad (9.1.6.2)$$

S' représentant l'aire de la pupille d'entrée. Dans le cas où il y a perturbation, la dernière intégrale n'est égale à S' qu'en valeur moyenne. L'évolution de cette intégrale dans le temps traduit en effet le phénomène de scintillation. Si la moyenne temporelle est représentée par $\langle \cdot \rangle_t$, on peut réécrire l'identité précédente de façon plus exacte comme suit

$$\langle \Phi_e \rangle_t = \left\langle \int_{R^2} e(p,q) dp dq \right\rangle_t = E \left\langle \int_{R^2} |P(x,y)|^2 dx dy \right\rangle_t = ES' \quad (9.1.6.3)$$

En pratique, le rayonnement n'est jamais composé d'une seule fréquence et l'on peut généralement définir les grandeurs monochromatiques sans avoir recours à la distribution de Dirac.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

■ 9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques

28/10/2011

30

9.1 Théorème fondamental

9.1.6 Retour aux grandeurs photométriques

Par ailleurs, les quelques exemples de réponses impulsionales que nous avons étudiées permettent de considérer que, dans bien des cas, la condition $\Delta\lambda / \lambda \ll 1$ est suffisante pour supposer que $|h(p,q)|^2$ dépend peu de λ dans l'intervalle $\Delta\lambda$.

Ainsi, pour les calculs pratiques, on peut dans un intervalle de longueur d'onde $\Delta\lambda$ relativement restreint définir l'éclat monochromatique moyen E_λ et la réponse impulsionnelle $|h(p,q)|_\lambda^2$.

L'éclairement focal correspondant à cette bande spectrale pourra alors être représenté par

$$e_\lambda(p,q) = E_\lambda \Delta\lambda |h(p,q)|_\lambda^2. \quad (9.1.6.4)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

■ 9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur

$$\Phi = F \pi R^2 = I \Omega \pi R^2, \quad (9.1.7.1)$$

$$S' = \Omega f^2, \quad (9.1.7.2)$$

$$E_f = \frac{\Phi}{S'} = I \frac{\Omega \pi R^2}{\Omega f^2} = \frac{\pi}{4} I \left(\frac{D}{f} \right)^2, \quad (9.1.7.3)$$

avec $D = 2 R$.

28/10/2011

31

9.1 Théorème fondamental

9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur

9.1.7.1. ECLAIREMENT DANS LE PLAN FOCAL (OBJET ÉTENDU):

Soit R le rayon de la pupille d'entrée du télescope. Nous négligeons dans ce qui suit l'obstruction centrale due au miroir secondaire. Pour un astre étendu vu sous un angle solide Ω , la quantité d'énergie collectée par le miroir primaire du télescope peut s'écrire

$$\Phi = F \pi R^2 = I \Omega \pi R^2, \quad (9.1.7.1)$$

F et I représentant respectivement le flux et l'intensité de la source.

L'image focale de l'objet aura pour aire

$$S' = \Omega f^2, \quad (9.1.7.2)$$

où f est la distance focale du télescope. L'éclairement dans le plan focal sera alors

$$E_f = \frac{\Phi}{S'} = I \frac{\Omega \pi R^2}{\Omega f^2} = \frac{\pi}{4} I \left(\frac{D}{f} \right)^2 \quad (9.1.7.3)$$

avec $D = 2 R$. Remarquons que ce calcul n'est valable que pour des objets étendus, c'est-à-dire dont les images sont peu influencées (en dimension) par les phénomènes de diffraction ou de turbulence. L'éclairement d'un objet étendu dépend donc essentiellement du rapport d'ouverture du télescope.

9.1.7.2. CAS D'UN OBJET PONCTUEL:

Etablissons l'expression de l'éclairement maximum au centre de la tache d'Airy pour une pupille

9 Eléments d'optique de Fourier

9.1 Théorème fondamental

■ 9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur

$$|h(0,0)|^2 = \pi^2 R^4. \quad (9.1.7.4)$$

$$e(p,q) = E |h(p,q)|^2, \quad (9.1.7.5)$$

$$e(x',y') = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial y'} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial q \lambda^2 f^2} = \frac{e(p,q)}{\lambda^2 f^2}, \quad (9.1.7.6)$$

$$e(0,0) = E \pi^2 R^4 / (\lambda f)^2. \quad (9.1.7.7)$$

28/10/2011

32

9.1 Théorème fondamental

9.1.7 Facteur de concentration énergétique d'un collecteur

9.1.7.2. Cas d'un objet ponctuel:

$$|h(0,0)|^2 = \pi^2 R^4. \quad (9.1.7.4)$$

Pour obtenir l'éclairement focal, il faut revenir aux coordonnées x' et y' . Procédons comme suit:

$$e(p,q) = E |h(p,q)|^2, \quad (9.1.7.5)$$

et

$$e(x',y') = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial y'} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial q \lambda^2 f^2} = \frac{e(p,q)}{\lambda^2 f^2}, \quad (9.1.7.6)$$

Donc

$$e(0,0) = E \pi^2 R^4 / (\lambda f)^2. \quad (9.1.7.7)$$

Ce facteur est défini comme le facteur théorique de concentration énergétique pour un objet ponctuel. Il dépend de la 4^{ème} puissance de R (puissance 2 pour un objet étendu). Ceci explique le gain de contraste des étoiles par rapport au fond du ciel qui permet d'observer en plein jour des étoiles brillantes avec les grands télescopes. On peut s'étonner de ce que le facteur de concentration théorique soit proportionnel à la 4^{ème} puissance du rayon R du télescope. L'explication physique est simple: le flux total est proportionnel à R^2 , mais l'aire de la réponse impulsionale (celle de la tache d'Airy par exemple) est inversement proportionnelle à R^2 ; d'où un éclairement $\partial\phi/\partial S'$ proportionnel à R^4 .

9 Eléments d'optique de Fourier

9.2 Théorème de convolution

- **9.2.1 Source étendue**
- **9.2.2 Rappels sur le produit de convolution**

28/10/2011

33

9.2 Théorème de convolution

9.2.1 Source étendue

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

9 Eléments d'optique de Fourier

9.2 Théorème de convolution

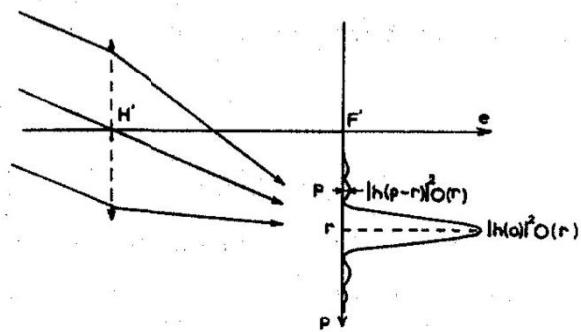
9.2.1 Source étendue

$$O(p, q) = \frac{\partial^2 E}{\partial p \partial q} \quad (9.2.1.1)$$

$$O(r, s) |h(p - r, q - s)|^2 \quad (9.2.1.2)$$

$$e(p, q) = \int_{R^2} O(r, s) |h(p - r, q - s)|^2 dr ds \quad (9.2.1.3)$$

$$e(p, q) = O(p, q) * |h(p, q)|^2 \quad (9.2.1.4)$$



Convolution par focalisation: contribution d'un point de l'objet de coordonnée r à l'éclairement au point de coordonnée p du plan focal. L'éclairement résultant en p est la somme des contributions des différents points de l'objet.

28/10/2011

34

9.2 Théorème de convolution

9.2.1 Source étendue

Considérons maintenant, non plus le cas d'une source ponctuelle, mais celui d'un objet de diamètre apparent sensible. Les variables p et q (cf. relation (9.1.3.8)) du plan focal d'un instrument seront utilisées pour repérer un point de cet objet.

Restant toujours dans le cas monochromatique, nous allons représenter photométriquement l'objet par la distribution $O(p, q)$ définie par

$$O(p, q) = \frac{\partial^2 E}{\partial p \partial q} \quad (9.2.1.1)$$

Remarquons que, l'objet étant à l'infini, un élément $\partial p \partial q$ délimite un nombre infini de centres émetteurs indépendants (i.e. incohérents) de l'objet. Il est donc naturel que ce soit l'éclat et non l'amplitude qui soit proportionnelle au nombre de centre émetteurs (i.e. à $\partial p \partial q$).

Considérons un point (r, s) de l'objet. Il va donner dans le plan focal une réponse impulsionnelle centrée en (r, s) . Au point (p, q) de ce plan, cette réponse aura l'intensité (cf. Fig. ci-dessus)

$$O(r, s) |h(p - r, q - s)|^2 \quad (9.2.1.2)$$

Toujours en raison de l'incohérence de la source, l'éclairement total en (p, q) sera obtenu en sommant les éclairements provenant de ses différents points

$$e(p, q) = \int_{R^2} O(r, s) |h(p - r, q - s)|^2 dr ds \quad (9.2.1.3)$$

ce qui est, par définition, le produit de convolution de $O(p, q)$ et de $|h(p, q)|^2$ et que l'on note

$$e(p, q) = O(p, q) * |h(p, q)|^2 \quad (9.2.1.4)$$

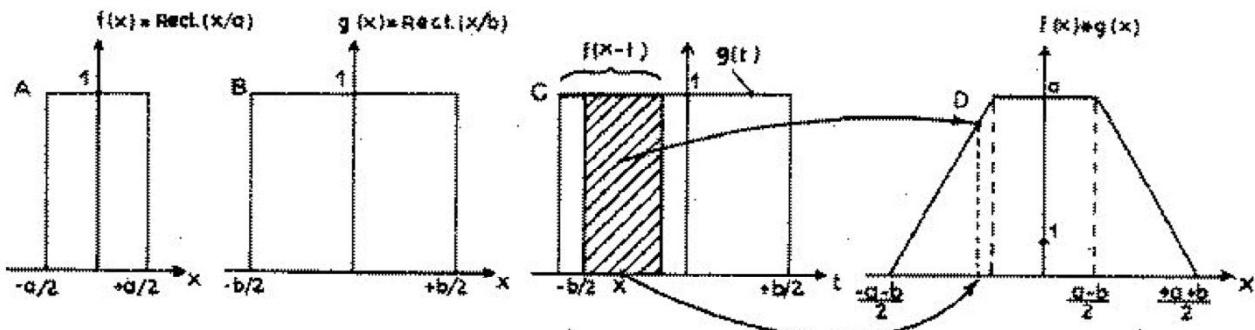
On peut, très schématiquement, énoncer ce théorème sous la forme: l'image au foyer d'un télescope est le produit de convolution de l'objet par la réponse impulsionnelle.

9 Eléments d'optique de Fourier

9.2 Théorème de convolution

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

$$f(x) * g(x) = (f * g)(x) = \int_{R^n} f(x-t)g(t)dt \quad (9.2.2.1)$$



Produit de convolution de deux fonctions rectangles à une dimension. A) $f(x)$, B) $g(x)$, C) $g(t)$ et $f(x-t)$; l'aire hachurée représente l'intégrale du produit de $f(x-t)$ par $g(t)$ pour le décalage x , D) $f(x) * g(x) = (f * g)(x)$ décrit l'évolution de l'intégrale précédente en fonction de x .

28/10/2011

35

9.2 Théorème de convolution

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

Le produit de convolution est défini sur les fonctions localement sommables par

$$f(x) * g(x) = (f * g)(x) = \int_{R^n} f(x-t)g(t)dt \quad (9.2.2.1)$$

à la condition, bien sûr, que l'intégrale converge. Un exemple de convolution de deux fonctions simples est donné à la figure ci-dessus.

Chaque fois que le diamètre apparent d'un astre sera d'un ordre de grandeur inférieur à celui des structures de réponse impulsionnelle (c'est-à-dire si $\phi \ll \lambda/D$), on pourra le représenter approximativement -sur l'axe optique- par la distribution

$$O(p,q) = E \delta(p,q), \quad (9.2.2.2)$$

$\delta(p,q)$ représentant la distribution de Dirac. Pour rappel

$$\delta(x) = 0 \text{ si } x \neq 0, \delta(x) = \infty \text{ si } x = 0 \text{ et } \int_{R^n} \delta(x)dx = 1. \quad (9.2.2.3)$$

Aucune distribution ne peut être représentée exactement par la distribution δ . On peut toutefois considérer δ comme la limite d'une suite de distributions physiques. Pour le cas qui nous intéresse à deux dimensions, on peut par exemple adopter la fonction Circ(r) définie sur R^2 par $\text{Circ}(x,y) = 1$ si $x^2+y^2-r^2 \leq 0$ et $\text{Circ}(x,y) = 0$ si $x^2+y^2-r^2 > 0$. On peut alors représenter $\delta(r)$ par la limite lorsque $n \rightarrow \infty$ de $[n \text{ Circ}((\pi n)^{-1/2})]$. Cette suite, dont δ est la limite, est représentée à la figure suivante. On peut vérifier qu'elle décrit bien une suite d'astres, d'éclat constant et unitaire, devenant de plus en plus ponctuels. On trouve alors facilement (cf. Eq. (9.2.1.4)) que

$$e(p,q) = O(p,q) * |h(p,q)|^2 = E \delta(p,q) * |h(p,q)|^2 = E |h(p,q)|^2. \quad (9.2.2.4)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

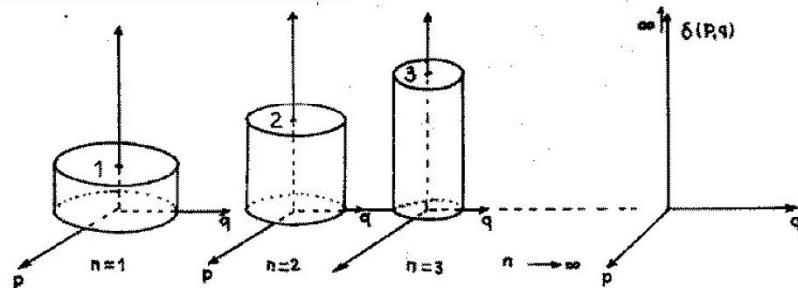
9.2 Théorème de convolution

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

$$O(p,q) = E \delta(p,q), \quad (9.2.2.2)$$

$$\delta(x) = 0 \text{ si } x \neq 0, \delta(x) = \infty \text{ si } x = 0 \text{ et } \int_{R^n} \delta(x) dx = 1. \quad (9.2.2.3)$$

$$e(p,q) = O(p,q) * |h(p,q)|^2 = E \delta(p,q) * |h(p,q)|^2 = E |h(p,q)|^2. \quad (9.2.2.4)$$



Suite de $[n \text{ Circ}[(\pi n)^{-1/2}]]$ représentant des astres d'éclat 1 devenant de plus en plus ponctuels et dont la distribution de Dirac $\delta(p,q)$ sert à représenter abusivement la limite.

28/10/2011

36

9.2 Théorème de convolution

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

On retrouve bien ici la réponse impulsionnelle.

On peut démontrer à partir de la définition du produit de convolution que

$$\delta(x-u) * f(x) = f(x-u). \quad (9.2.2.5)$$

Cette propriété permet de retrouver le résultat (9.1.5.10) pour le cas d'un objet ponctuel positionné hors de l'axe optique.

Enfin, la TF d'un produit de convolution est égale au produit simple des TF (théorème d'échange)

$$\text{TF}_-(f * g) = \text{TF}_-(f) \text{TF}_-(g). \quad (9.2.2.6)$$

La réciproque est vraie

$$\text{TF}_-^{-1}(f * g) = \text{TF}_-^{-1}(f) * \text{TF}_-^{-1}(g). \quad (9.2.2.7)$$

La propriété déconvoluante de la TF a une importance théorique considérable.

Nous venons de voir que l'image enregistrable $e(p,q)$ d'un objet $O(p,q)$ par un instrument de réponse impulsionnelle $|h(p,q)|^2$ est

$$e(p,q) = O(p,q) * |h(p,q)|^2. \quad (9.2.2.8)$$

Or $|h(p,q)|^2$ est mesurable puisque c'est l'image d'un objet ponctuel (étoile suffisamment lointaine). Si on réalise la TF de $e(p,q)$

$$\text{TF}_-(e(p,q)) = \text{TF}_-(O(p,q)) \text{TF}_-(|h(p,q)|^2). \quad (9.2.2.9)$$

9 Eléments d'optique de Fourier

9.2 Théorème de convolution

■ 9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

$$\delta(x-u) * f(x) = f(x-u). \quad (9.2.2.5)$$

$$\text{TF}_-(f * g) = \text{TF}_-(f) \text{TF}_-(g). \quad (9.2.2.6)$$

$$\text{TF}_-^{-1}(f g) = \text{TF}_-^{-1}(f) * \text{TF}_-^{-1}(g). \quad (9.2.2.7)$$

$$e(p,q) = O(p,q) * |h(p,q)|^2. \quad (9.2.2.8)$$

$$\text{TF}_-(e(p,q)) = \text{TF}_-(O(p,q)) \text{TF}_-(|h(p,q)|^2). \quad (9.2.2.9)$$

28/10/2011

37

9.2 Théorème de convolution

9.2.2 Rappels sur le produit de convolution

Comme on peut également réaliser la TF de $|h(p,q)|^2$, on obtient la connaissance de $\text{TF}_-(O(p,q))$ qui par une TF_-^{-1} peut, théoriquement, nous fournir $O(p,q)$, c'est-à-dire une image de l'objet débarassée des phénomènes de diffraction, de turbulence, d'aberrations, ...

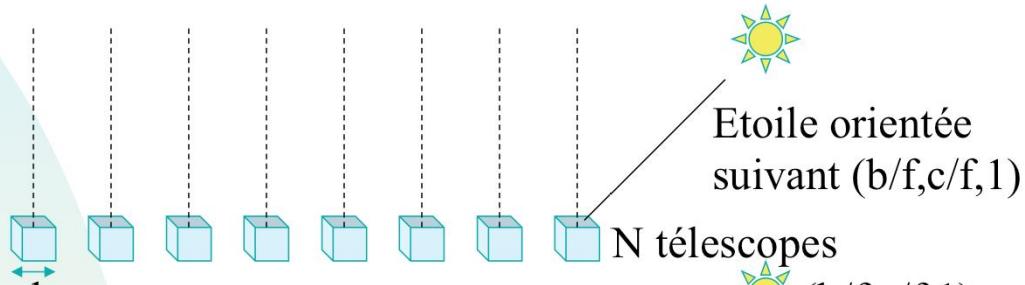
En fait, on verra plus loin que l'on n'obtient qu'un morceau de $\text{TF}_-(O(p,q))$ mais cela n'empêche pas la restitution de l'objet si celui-ci a des dimensions finies.

Le théorème d'échange (9.2.2.6) et les propriétés de la TF semblent montrer le caractère artificiel de la notion de limite de résolution souvent associée au phénomène de diffraction. Mais le modèle mathématique utilisé conduit au paradoxe contraire. De même que l'intuition nous amène à penser que la légère déformation de la tache d'Airy que cause un objet non strictement ponctuel est déjà une résolution implicite de celui-ci (au problème de l'unicité près), de même il semble illusoire d'espérer pouvoir un jour résoudre à $10^{-4}''$ d'arc un astre de magnitude 30 à l'aide d'un objectif de 2 cm de diamètre (dixit ... Dr. H. Reboul).

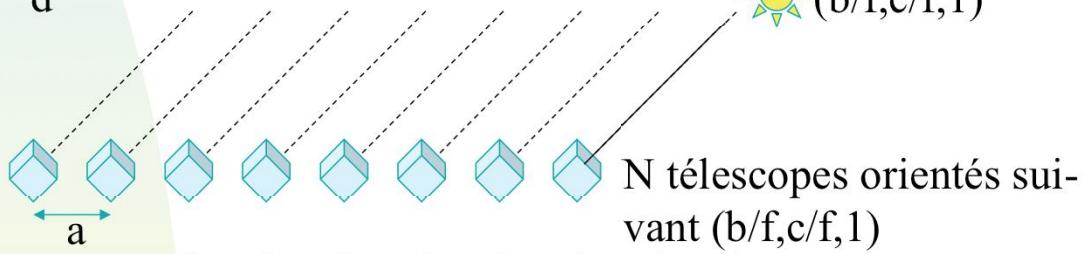
9 Elements d'optique de Fourier

- Exercices:** Calculer les réponses impulsionales pour les cas décrits dans les figures ci-dessous!

A)

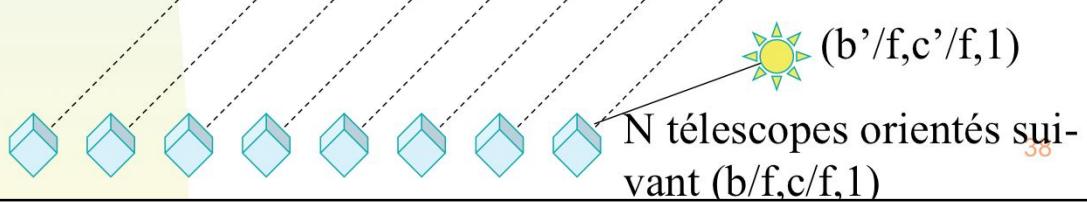


B)



C)

28/10/2011



9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

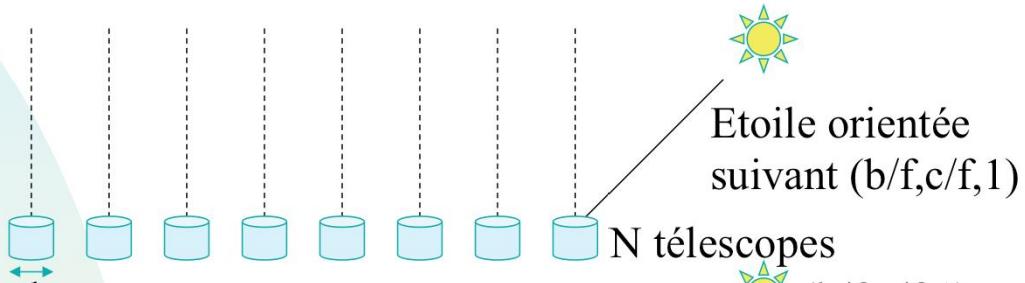
Exercices:

- A) On devrait trouver: ...

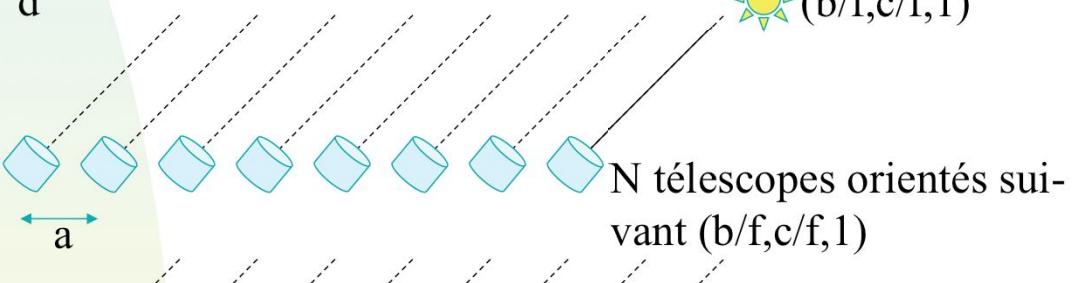
9 Elements d'optique de Fourier

- Exercices:** Calculer les réponses impulsionales pour les cas décrits dans les figures ci-dessous!

A)

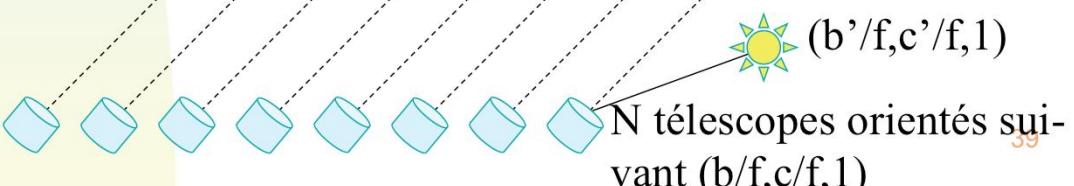


B)



C)

28/10/2011



9.3 Applications aux télescopes

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

9.3.4.6 Remarques générales:

Exercices:

- A) On devrait trouver: ...

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

- **9.3.1 Télescopes optiques**
- **9.3.2 Télescopes couplés**
- **9.3.3 Télescopes à rayons X**
- **9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres**

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.2 Télescopes couplés

9.3.3 Télescopes à rayons X

9.3.4 Radio-télescopes et radio-interféromètres

Jusqu'à présent, nous avons établi que l'expression de la visibilité V des franges d'interférence dues à un objet distant, vu au travers de deux trous de Young (ouvertures infiniment petites), valait le module de la transformée de Fourier de sa brillance de surface normalisée I suivant la direction des trous (résultat 1: $V = |\text{TF}_I|$).

Ensuite, nous avons démontré le théorème fondamental suivant lequel, à une constante multiplicative près, la distribution d'amplitude dans le plan focal $h(p,q)$ est égale à la transformée de Fourier de la distribution d'amplitude dans le plan pupillaire $A(x,y)$ ($h(p,q) \propto \text{TF}_A(x,y)$). Ainsi, la réponse impulsionnelle d'un objet ponctuel ($|h(p,q)|^2$) est proportionnelle au carré de la transformée de Fourier de la fonction pupille éclairée uniformément (résultat 2: $|h(p,q)|^2 \propto (\text{TF}_A(x,y))^2$).

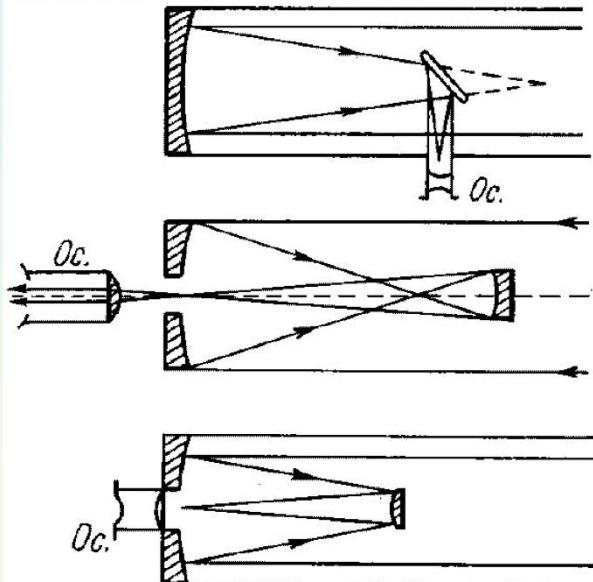
Par ailleurs, le théorème de convolution nous a tout simplement appris que l'éclairement $e(p,q)$ d'un objet dans le plan focal était donné par la convolution (\otimes) de l'objet $O(p,q)$ (image idéale) par la réponse impulsionnelle $|h(p,q)|^2$ de l'instrument. Donc, résultat 3: $e(p,q) = O(p,q) \otimes |h(p,q)|^2$.

Nous comprendrons très bientôt comment il est possible de retrouver le résultat (1), approximatif, à partir du résultat (3) (et aussi du (2)) tout à fait rigoureux.

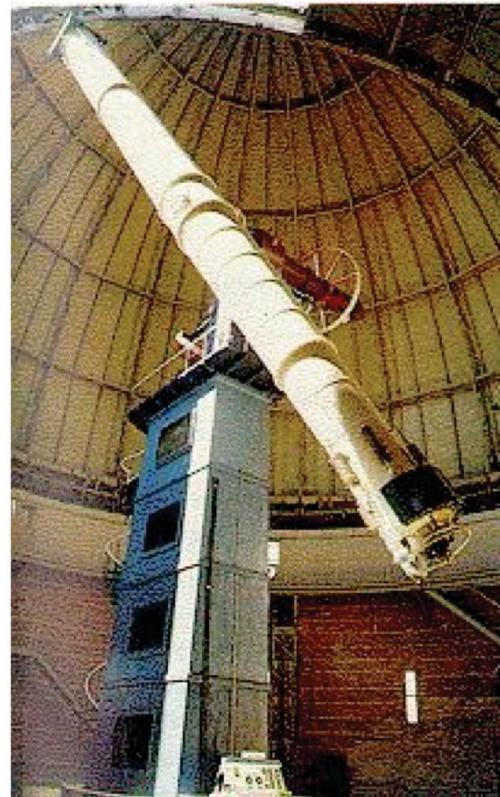
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



28/10/2011 (a)



(b)

41

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Au moyen des éléments d'optique de Fourier, nous avons établi l'expression de la réponse impulsionnelle pour le cas d'une ouverture circulaire (Eq. (9.1.5.17)). Cette fonction d'étalement du point (PSF ou "Point Spread Function" en anglais) correspond en fait à la tache d'Airy.

Dans cette section, nous allons décrire les différents types de montures et de foyers des télescopes optiques utilisés dans les grands observatoires astronomiques.

Remarquons tout d'abord que la pièce optique maîtresse d'un télescope est *l'objectif* prévu pour recueillir la lumière et construire l'image de l'objet ou d'une région du ciel.

L'objectif est lié au dispositif de réception par un tube.

La construction mécanique qui porte le tube et qui assure son pointage s'appelle *monture*.

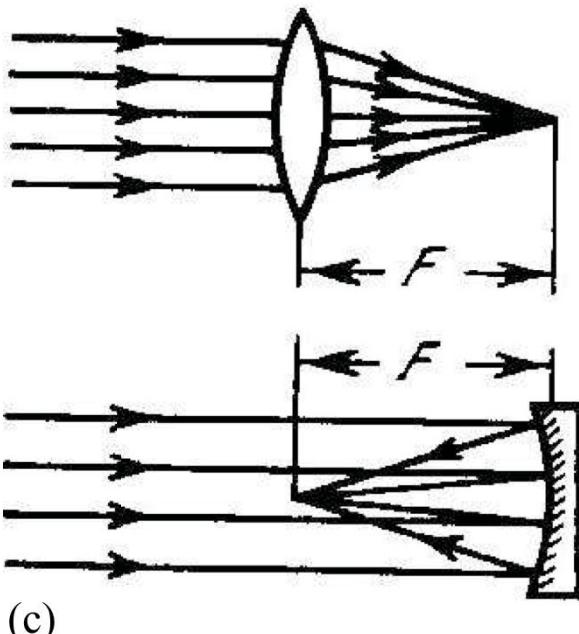
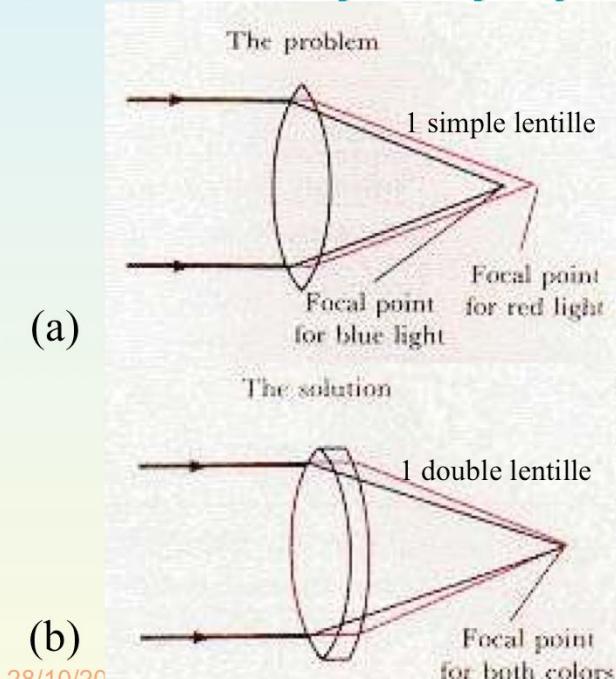
Si le récepteur de lumière est l'oeil (dans les observations visuelles), le télescope doit être muni d'un *oculaire* (i.e. une loupe) prévu pour observer l'image construite par l'objectif (cf. Fig. (a) ci-dessus). Dans les observations avec une caméra directe, fente d'un spectrographe, etc.), l'oculaire est bien évidemment inutile. Le détecteur (CCD, plaque photographique, etc.), la fente du spectro, etc. se montent directement dans le plan focal du télescope.

Le télescope muni d'un objectif à lentilles s'appelle *réfracteur* (cf. Fig. (b)).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques



42

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Les rayons lumineux de diverses longueurs d'onde étant réfractés d'une façon différente, l'utilisation d'une seule lentille conduit à la formation d'une image irisée (Fig. (a)). Ce phénomène s'appelle *aberration chromatique*. L'aberration chromatique est sensiblement réduite dans les objectifs composés de deux lentilles de différents coefficients de réfraction (objectif achromatique, Fig. (b)).

Les lois de la réflexion ne dépendent pas de la longueur d'onde; on a donc eu l'idée de remplacer l'objectif à lentilles par un miroir sphérique concave (cf. Fig. (c)). Un télescope équipé d'un tel objectif s'appelle *réflecteur*. Un des premiers réflecteurs, de diamètre d'ouverture de seulement 3cm et d'une focale de 15cm, a été construit par Newton en 1671. Il semblerait que Zucchi a construit le tout premier réflecteur dès 1616.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques: le Galiléoscope



28/10/2011

 $D = 5\text{cm}$, $F/D = 10$, $G = 25, 50$; coût: 15 €

43

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques: le Galiléoscope



28/10/2011

44

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9 Elements d'optique de Fourier

[http://www.telescope-amateur.net/souslesetoiles/
index.php?2009/07/24/33-test-le-galileoscope9.3.1](http://www.telescope-amateur.net/souslesetoiles/index.php?2009/07/24/33-test-le-galileoscope9.3.1)

Télescopes optiques: le Galiléoscope

30 €



28/10/2011

45

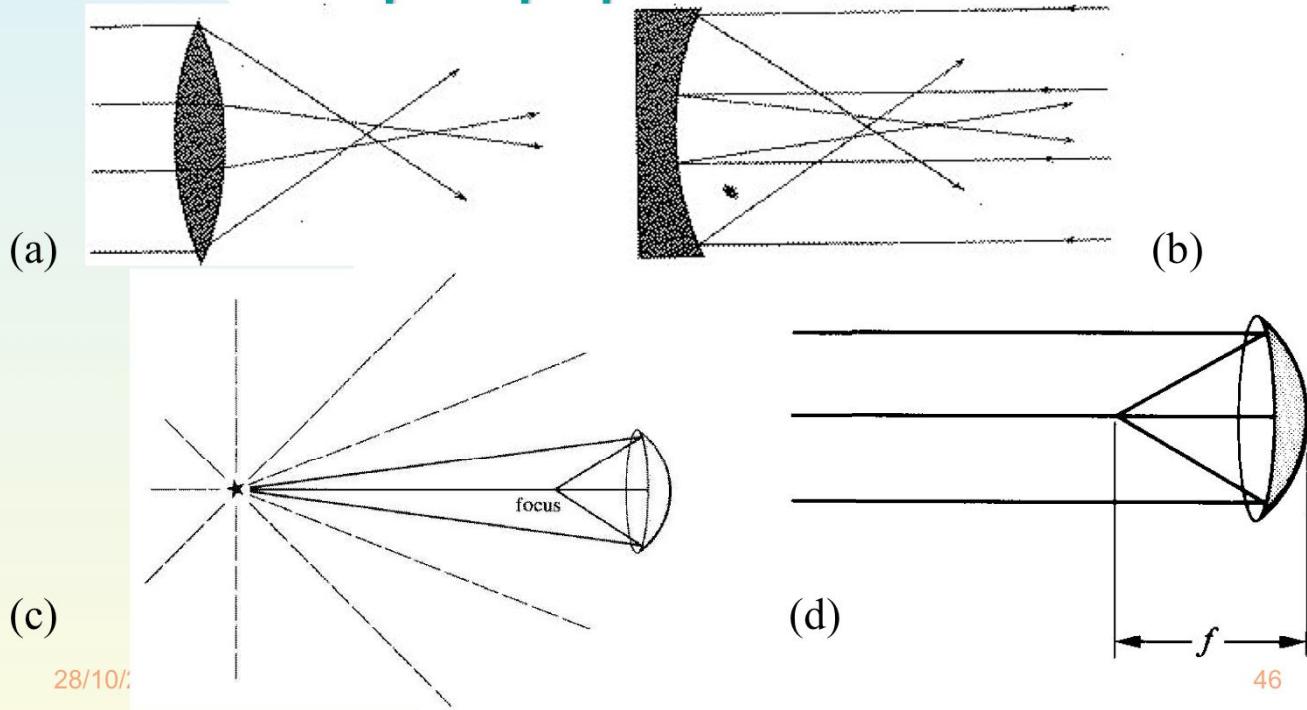
9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Un miroir sphérique ne fait pas converger le faisceau de rayons parallèles exactement au foyer (Fig. (b), pouvoir le démontrer géométriquement et/ou analytiquement -foyer proche du demi rayon de courbure du miroir!); la tache qu'il y forme est quelque peu floue. Cette perturbation s'appelle *aberration sphérique*. La même aberration est observée pour le cas des réfracteurs (Fig. (a)). Si l'on donne au miroir la forme d'un paraboloïde de révolution, l'aberration sphérique disparaît (Figs. (c) et (d)). Un faisceau parallèle dirigé suivant l'axe d'un tel paraboloïde converge au foyer pratiquement sans perturbation (aussi pouvoir le démontrer!). C'est pourquoi les réflecteurs modernes ont des miroirs paraboliques.

Les collecteurs de lumière en usage actuel sont principalement des miroirs. Les miroirs concaves et convexes ont remplacé les lentilles convergentes en raison des nombreux avantages qu'ils présentent sur ces dernières:

- possibilité d'obtenir des éléments optiques de grande taille (posés sur de grands supports surfaciques); la nécessité d'homogénéité du verre limitait celle des lentilles;
- il suffit de polir une seule surface pour un réflecteur, caractérisé par l'absence d'aberrations chromatiques, au lieu de quatre surfaces pour un réfracteur avec doublet achromatique;
- domaine spectral utilisable étendu à l'ultraviolet et à l'infra-rouge;

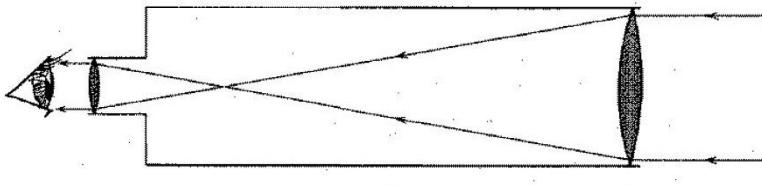
Les miroirs sont généralement en verre. Un pouvoir réflecteur élevé (> 85%, attention s'il y a un grand nombre de réflexions!) est obtenu par dépôt d'une très mince couche d'aluminium. Une nouvelle technologie de fabrication de miroirs liquides au mercure, peu coûteuse, a vu le jour très récemment. Le principe de fonctionnement des télescopes à miroir liquide sera décrit un peu plus

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques

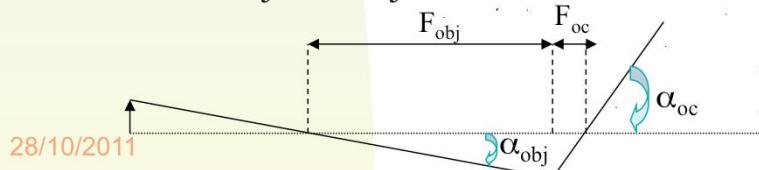
$$\phi = E S = \pi D^2 E / 4,$$



$$f = F / D,$$

$$E' \sim f^{-2}.$$

$$G = \alpha_{oc} / \alpha_{obj} = F_{obj} / F_{oc}.$$



47

28/10/2011

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Pour rappel, les caractéristiques principales d'un télescope sont le diamètre D et la distance focale F de l'objectif. Plus le diamètre est grand, plus la quantité d'énergie lumineuse ϕ recueillie par l'instrument est grande

$$\phi = E S = \pi D^2 E / 4,$$

où E est l'éclairement de l'objectif et S sa surface.

Une autre caractéristique importante est le rapport d'ouverture $f = F / D$ tel que l'éclairement E' produit dans le plan focal par un objet étendu: $E' \sim f^{-2}$.

Il s'ensuit que pour photographier des objets étendus faibles (nébuleuses, comètes, etc.), le rapport d'ouverture $f (= F / D)$ doit être petit. Pour des raisons d'encombrement (coût de la coupole, etc.), il est aussi avantageux de fabriquer des instruments avec des petits rapports d'ouverture. Cependant, la diminution de ce rapport d'ouverture fait accroître rapidement les distorsions optiques.

Enfin, une caractéristique importante d'un instrument prévu pour l'observation visuelle est le grossissement G , égal au rapport des distances focales de l'objectif F_{obj} et de l'oculaire F_{oc}

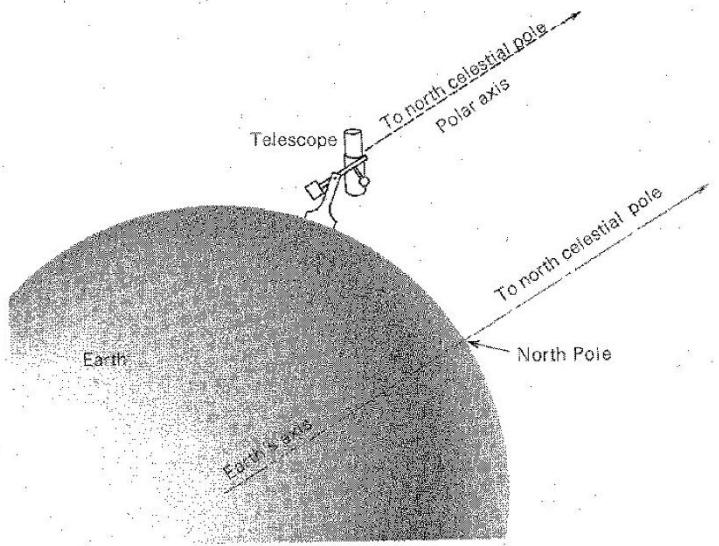
$$G = \alpha_{oc} / \alpha_{obj} = F_{obj} / F_{oc}.$$

Si on peut discerner à l'œil nu deux étoiles se trouvant l'une de l'autre à une distance angulaire égale ou supérieure à $2'$, un télescope réduit cette limite de G fois. Toutefois, on ne pourra pas augmenter indéfiniment le grossissement G car la turbulence atmosphérique deviendra très vite perceptible et empêchera toute amélioration au niveau du pouvoir de résolution angulaire de l'instrument.

9 Elements d'optique de Fourier

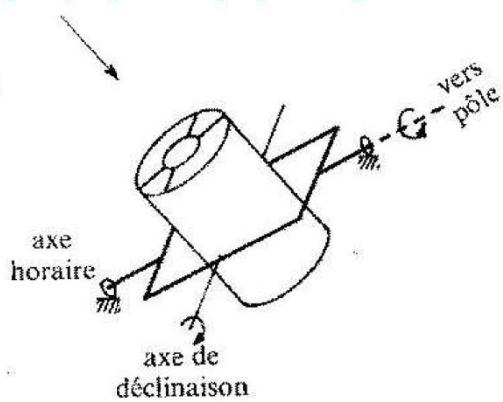
9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques

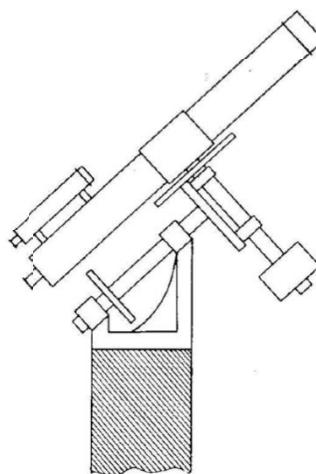


(a)

28/10/2011



(b)



(c)

48

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

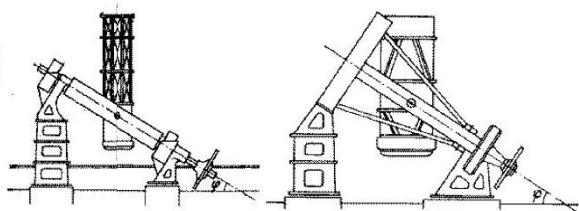
Décrivons maintenant les principaux types de montures utilisées pour les télescopes optiques. La monture d'un instrument comporte toujours deux axes réciproquement perpendiculaires qui assurent le pointage de l'instrument dans n'importe quelle direction du ciel (e.g. Figs. (a) et (b)).

Monture équatoriale: la monture équatoriale (cf. Figs. (a) et (b)), qui comprend un axe horaire (parallèle à l'axe de rotation de la Terre) et un axe de déclinaison perpendiculaire au premier, a été jusqu'il y a peu de temps, le support habituel des télescopes terrestres. Une rotation régulière d'un tour par jour sidéral autour de l'axe horaire permet de maintenir fixe la direction de l'axe optique du télescope par rapport à la sphère céleste (Fig. (a)). Il existe plusieurs types de montures équatoriales. Les instruments modestes (inférieurs à 100cm de diamètre) sont établis souvent sur une monture allemande (cf. Fig. (c)) dans laquelle l'axe polaire et l'axe des déclinaisons forment une tête parallactique qui repose sur une colonne. L'axe des déclinaisons porte d'un côté de la colonne le tube et de l'autre, un contrepoids pour l'équilibre.

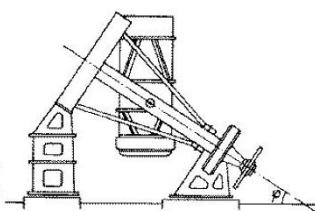
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

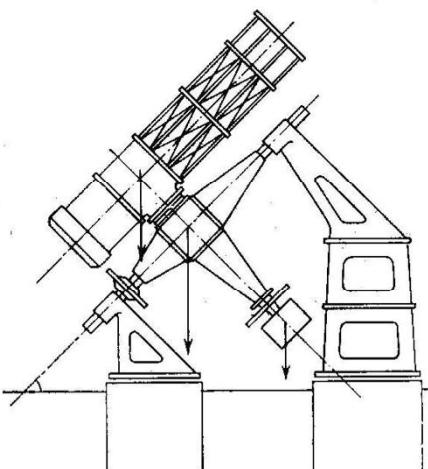
■ 9.3.1 Télescopes optiques



(b)

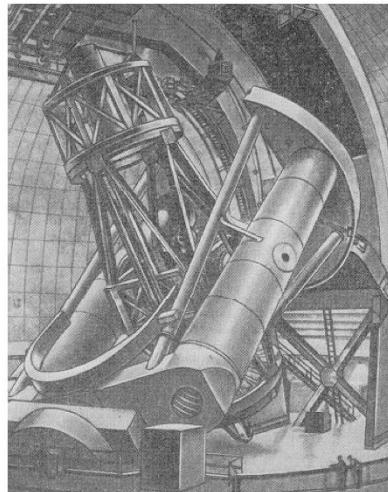


(c)

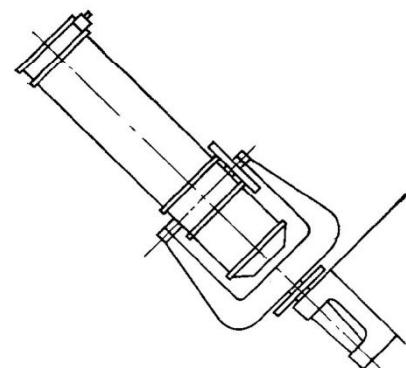


28/10/2011

(a)



(d)



49

(e)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

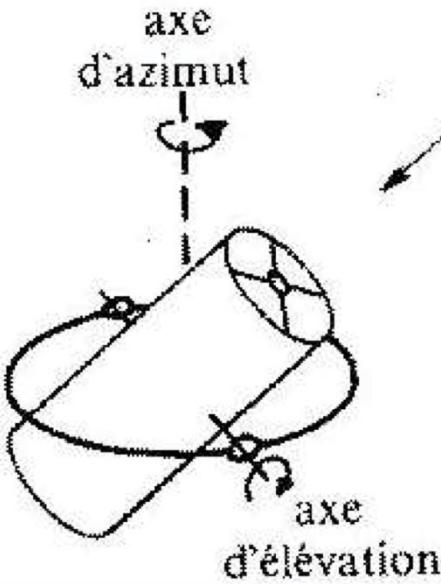
9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

La monture anglaise (cf. Figs. (a)-(c)) se distingue de la monture allemande par l'axe polaire qui repose par ses extrémités sur deux colonnes, celle du Nord et celle du Sud, ce qui lui assure une assiette supplémentaire. Parfois dans la monture anglaise, l'axe polaire est remplacé par un cadre rectangulaire dit berceau de façon que le tube se trouve à l'intérieur de ce berceau (Figs. (b) et (c)). Cette construction rend impossible la visée de la zone voisine du pôle. Si le pivot Nord (supérieur dans l'hémisphère Nord) de l'axe polaire se fait en forme de fer à cheval (Fig. (d)), cet inconvénient disparaît. Enfin, on peut supprimer la colonne Nord et son pivot. On obtient alors une monture à fourche (Fig. (e)).

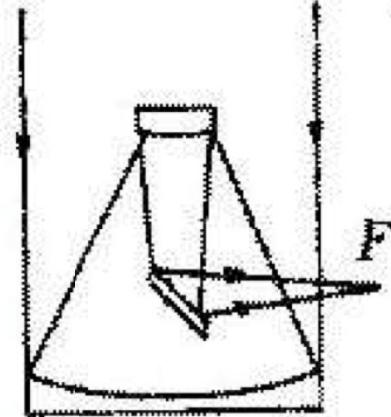
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques



(a)



Nasmyth

(b)

50

9.3 Applications aux télescopes: 9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.1 Montures des télescopes optiques:

Le fonctionnement du mécanisme d'horloge qui régule l'entraînement du télescope n'est pas toujours bien régulier. Pour obtenir des clichés avec des poses durant parfois des heures, on est obligé de contrôler la précision du pointage de l'instrument et d'y apporter des corrections. Cette opération s'appelle *guidage*. Le guidage est assuré par un petit instrument auxiliaire dit lunette de guidage, placé sur la même monture que le télescope principal.

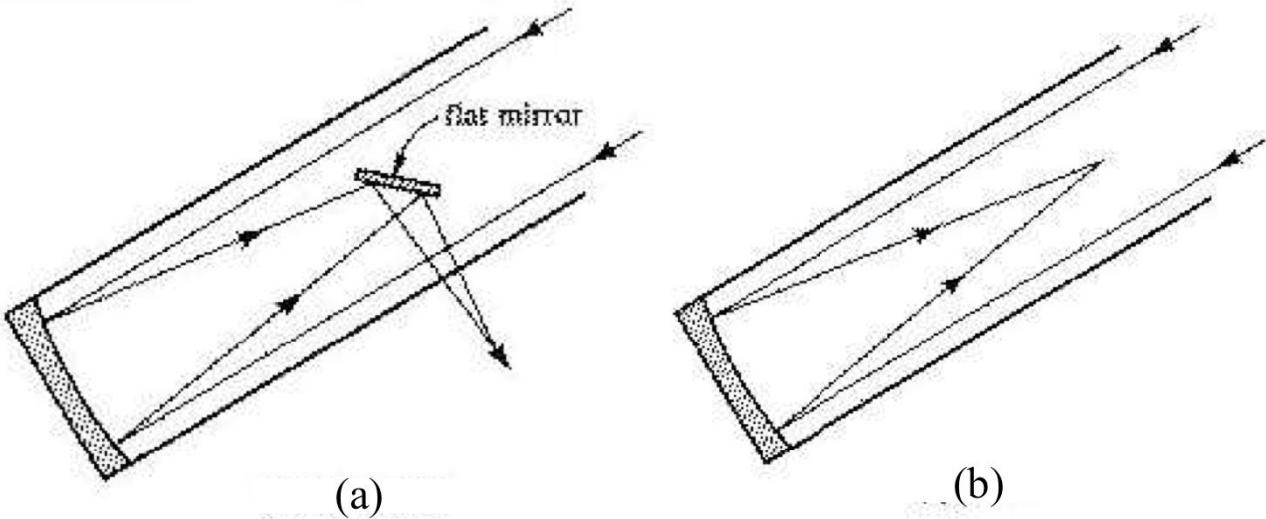
Monture azimutale (aussi appelée *alt-az pour altitude-azimutale*): avec l'avènement récent des micro-ordinateurs et le poids contraignant croissant des miroirs des tout grands télescopes (cf. le télescope russe de 6m, le VLT de l'ESO (Fig. (a)), etc.), une préférence existe aujourd'hui pour les montures de type azimutal (cf. Fig. (a)). Dans la monture dite azimutale, l'un des axes est dirigé vers le zénith, l'autre repose dans le plan horizontal. Le micro-ordinateur, couplé avec un système de guidage automatique, permet à l'instrument de suivre avec une très grande précision les astres lors de leur rotation diurne. Cependant, tout comme pour le cas du champ accessible au foyer Coudé avec un télescope à monture équatoriale (voir les descriptions qui suivent), le champ au foyer Nasmyth d'un télescope à monture azimutale est affecté du mouvement de rotation diurne. Des systèmes opto-mécaniques complexes existent cependant au foyer Nasmyth des télescopes à monture azimutale pour compenser cette rotation du champ (Fig. b).

Contrairement aux deux types de montures précédentes qui sont mobiles et qui permettent donc de pointer un télescope suivant n'importe quelle direction de la sphère céleste, la monture d'un télescope à miroir liquide est fixe. Cette dernière est donc moins coûteuse que les précédentes mais aussi beaucoup moins versatile ... au moins en apparence!

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques



Foyer Newton (a) et foyer primaire (b) de télescopes optiques

28/10/2011

51

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.2 Divers types de télescopes optiques et foyers:

- Newton: Ce montage, probablement le plus ancien, comporte (cf. Fig. (a) ci-dessus) un miroir primaire à section parabolique et un miroir secondaire plan qui renvoie le foyer à l'extérieur du tube du télescope. Dans le cas d'observation visuelle, et comme dans les montages qui suivent, l'image réelle qui se forme dans le plan focal est observée avec un oculaire. Le miroir parabolique est rigoureusement stigmatique pour un point à l'infini sur l'axe mais il n'est pas aplanétique. L'aberration de coma devient très importante dès qu'on s'éloigne de l'axe optique. Le champ de netteté n'est que de quelques minutes d'arc.

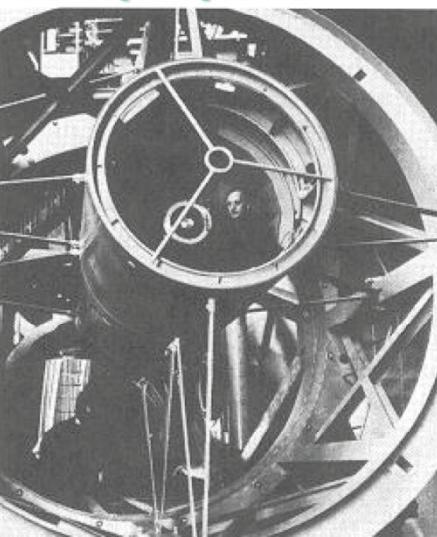
9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

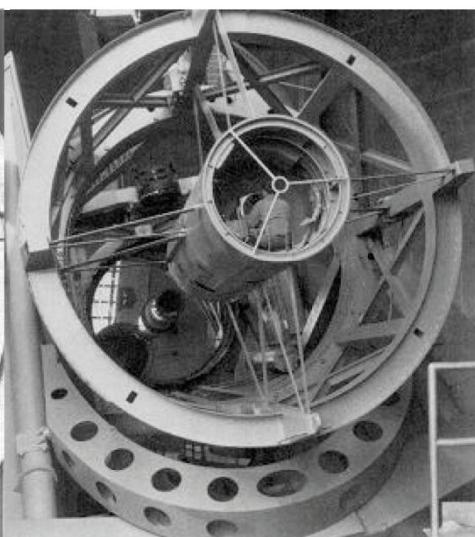
■ 9.3.1 Télescopes optiques



(a)



(b)



(c)

28/10/2011

Observateurs dans la cage d'un foyer primaire

52

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

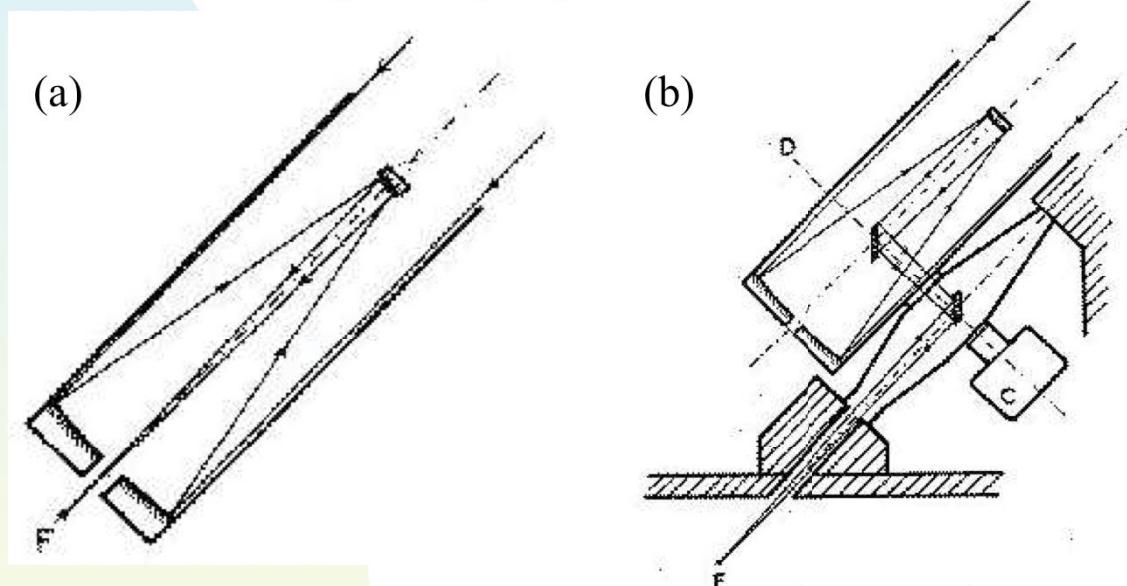
9.3.1.2 Divers types de télescopes optiques et foyers:

- **Foyer Direct:** Pour certains grands télescopes à miroir primaire parabolique, l'observateur peut se placer directement au foyer de celui-ci (Fig. (b) ci-avant), à l'intérieur du tube du télescope (cf. Figs. (a)-(c) ci-dessus).

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques



(a) Foyers Cassegrain, Ritchey-Chrétien ou Strand d'un télescope optique et

28/10/2011

(b) Foyer Coudé

53

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.2 Divers types de télescopes optiques et foyers:

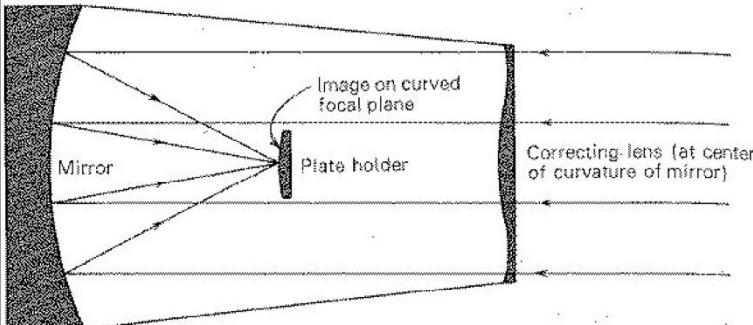
- Cassegrain: Le miroir primaire, percé au centre, est parabolique. Le secondaire, hyperbolique et convexe, renvoie le foyer en arrière du miroir primaire (voir Fig. (a) ci-dessus). Le remplacement du miroir secondaire, qui est de petite dimension, permet sans modifier l'encombrement du télescope ni la position du foyer terminal, de faire varier la focale de l'instrument. Le champ utile est aussi de quelques minutes d'arc.
- Strand: Il ressemble au Cassegrain, mais le miroir secondaire est plan. La focale et le rapport d'ouverture sont donc ceux du miroir primaire parabolique mais l'obstruction est importante (cf. Fig. (a) ci-dessus) .
- Coudé: Les éléments optiques sont ceux du montage Cassegrain avec en plus un jeu de miroirs plans dont un est situé à l'intersection de l'axe optique du télescope et de l'axe des déclinaisons et un autre à l'intersection de l'axe des déclinaisons et de l'axe horaire (cf. Fig. b). Le foyer terminal est ainsi un point fixe de l'axe horaire que l'on situe, en adaptant la focale, dans un laboratoire séparé de la coupole. Ce montage permet donc l'utilisation d'instruments auxiliaires lourds (cf. spectrographe, etc.) et améliore le confort de l'observateur. Une rotation de champ est présente au foyer Coudé. Remarquons que les foyers direct, Newton, Cassegrain et Coudé sont parfois interchangeables sur un même télescope.

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques

(a)



(b)



(a) Principe de fonctionnement d'un télescope de Schmidt et

28/10/2011

54

(b) grand Schmidt du Mont Palomar

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.2 Divers types de télescopes optiques et foyers:

- Schmidt: Le miroir principal est sphérique avec un rapport d'ouverture F/D souvent très petit (F/D de l'ordre de 3 peut aller jusqu'à 0,5 dans certaines applications). La distance focale est égale à la moitié du rayon de courbure (cf. Fig. (a) ci-dessus). L'aberration de sphéricité est corrigée par une lame convergente au centre et divergente sur les bords qui est placée au double de la distance focale par rapport au miroir, i.e. à son centre de courbure. Il reste une aberration de courbure de champ que l'on compense en utilisant un support convexe pour la couche photo-sensible. Le champ de netteté est très important: généralement de l'ordre de 5° à 8°, il peut atteindre 20°. Cette particularité, jointe au petit rapport d'ouverture, fait de cet instrument le télescope photographique par excellence; surtout pour la découverte de comètes!

9 Elements d'optique de Fourier

9.3 Applications aux télescopes

■ 9.3.1 Télescopes optiques



VLT de l'ESO (Paranal, Chili)

28/10/2011

Voir le URL:

<http://www.eso.org>

55

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

9.3.1.2 Divers types de télescopes optiques et foyers:

- **Maksutov:** Le miroir primaire quasi sphérique est corrigé par une lame épaisse (ménisque bisphérique). L'observation se fait en général au foyer Cassegrain. Il concurrence le Schmidt par sa réalisation plus simple, mais il est moins bien corrigé des aberrations que ce dernier.
- **Ritchey-Chrétien:** Le profil est quasi-hyperbolique pour le miroir primaire, quasi-hyperbolique et convexe pour le miroir secondaire (voir Fig. (a) précédente relative au foyer Cassegrain). Purement catoptrique, il peut atteindre les dimensions des trois premiers types et présente l'avantage d'être aplanétique. Le champ utile est de l'ordre de 2°.
- **Réalisations actuelles:**

Pendant longtemps, le télescope Hale du Mont Palomar (Californie) est resté le plus grand du monde avec un miroir primaire de 5m de diamètre ouvert à F/3,3. L'ancienne URSS a construit vers la fin des années 1970 à Zelenchuskaya dans le Caucase un télescope dont le miroir primaire parabolique a 6m de diamètre. Sa monture est azimutale. Notons cependant que les conditions météorologiques caractérisant ce site ne figurent pas parmi les meilleures. A l'observatoire du Mont Palomar se trouve également un télescope Schmidt de 1,25m ouvert à F/2,5 qui réalise une surveillance constante du ciel boréal (voir Fig. (b) à la page précédente). Le plus grand télescope Schmidt actuel est implanté à Tautenburg (ancienne RDA). Sa lame a 1,34m de diamètre, il est ouvert à F/3 et peut fonctionner en Schmidt-Cassegrain. En France, on peut citer les télescopes de 1,93m (Newton-Cassegrain-Coudé) et de 1,52m (Cassegrain-Coudé) de l'Observatoire de Haute-Provence et le télescope de 2m (Strand-Cassegrain-Coudé) à l'Observatoire du Pic du Midi.

9 Elements d'optique de Fourier

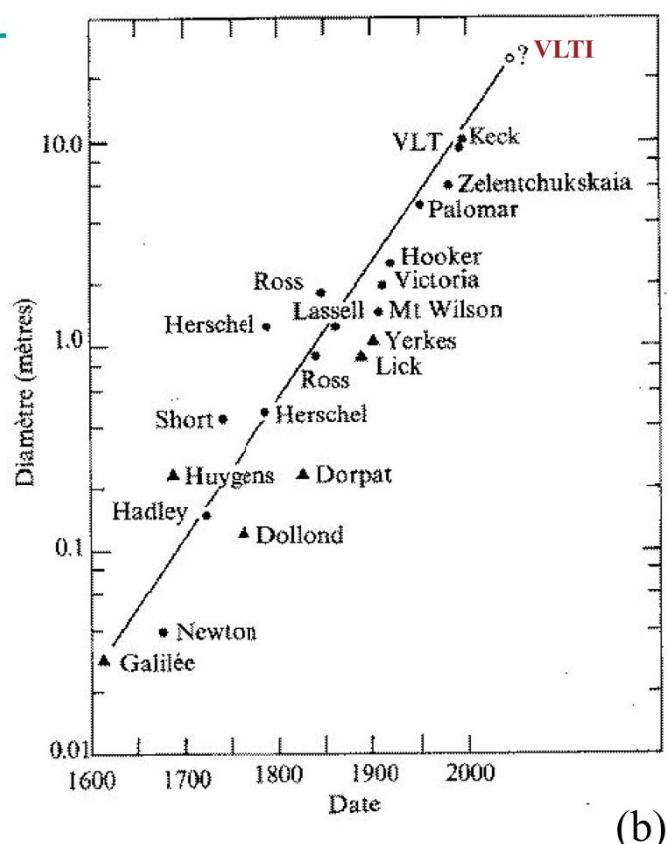
9.3 Applications aux télescopes 9.3.1 Télescopes optiques

<http://www.stsci.edu/>



28/10/2011

(a)



(b)

9.3 Applications aux télescopes

9.3.1 Télescopes optiques

Réalisations actuelles:

L'ESO (European Southern Observatory, i.e. Observatoire Européen Austral) dispose depuis 1976 au Chili (La Silla) d'un télescope Ritchey-Chrétien de 3,6m, d'un autre télescope de 3,5m de nouvelle technologie , le NTT, et d'un grand nombre de plus petits télescopes parmi lesquels un télescope de Schmidt de 1m ouvert à F/3. L'ESO a construit sur le site de Paranal, près d'Antofogasta, le VLT (Very Large Telescope) constitué de 4 télescopes fixes de 8m de diamètre et de 4 télescopes auxiliaires de 1,8m de diamètre (conçus et réalisés par la firme liégeoise AMOS) qui fonctionnent déjà dans le mode interférométrique (cf. Fig. à la page précédente).

Un télescope de Ritchey-Chrétien de 3,6m franco-canadien est aussi en opération depuis le début des années 80 sur le volcan Mauna Kea (4200m) à Hawaii. Depuis quelques années, les américains ont construit grâce à la fondation Keck deux télescopes de 10m de diamètre. Le grand pouvoir collecteur de ces deux télescopes a conduit tout récemment à l'identification de la galaxie la plus éloignée dans l'Univers, à un redshift $z = 5,34$. Citons également le télescope spatial de Hubble de 2,4m de diamètre qui, observant à la limite de diffraction (environ $0,1''$ à $\lambda = 4500\text{\AA}$) et dans les domaines de longueurs d'onde ultraviolet, visible et infra-rouge, a permis de réaliser de très nombreuses découvertes au cours de la dernière décennie (voir Fig. (a) ci-dessus). Un tableau représentant le diamètre des plus grands télescopes optiques au cours du temps est donné en (b).