La résolution de problèmes au cycle 5-8 Présentation d'un outil méthodologique à l'usage des enseignants

Recherche 59/05

Fagnant, A., Hindryckx, G. & Demonty, I.
Unité d'analyse des Systèmes et Pratiques d'enseignement, Université de Liège

Introduction

La capacité à résoudre des problèmes constitue un élément clé de la compétence mathématique. Les directives officielles ainsi que les travaux récents dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques s'accordent sur cette idée. De plus, résolution de problèmes, élaboration de concepts et de procédures mathématiques sont intimement liés : l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes apparaît comme une démarche à privilégier pour développer des compétences et des connaissances durables chez les élèves. Cela leur permet notamment de donner du sens aux concepts mathématiques et de réinvestir des procédures dans un contexte qui justifie leur utilisation (Crahay, 1996 ; Tardif, 1992 ; Verschaffel & De Corte, 1997).

Dès les premiers apprentissages, les problèmes permettent le développement de stratégies informelles de résolution et la création de liens entre ces stratégies et les opérations arithmétiques. Les jeunes élèves résolvent des problèmes en jouant l'histoire avec du matériel manipulable, par exemple. Ceci permet entre autres de donner du sens aux concepts d'addition et de soustraction. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir installé des «prérequis», en termes de techniques de calcul notamment, pour développer les compétences des élèves en matière de résolution de problèmes (Fagnant, 2002, 2005a,b ; Fayol, 1990 ; Fuson, 1992 ; Verschaffel & De Corte, 1997).

Par ailleurs, résoudre un problème est loin d'être évident pour bon nombre d'élèves : certains semblent manquer d'outils pour savoir comment aborder les situations, d'autres - les mêmes parfois - développent des présupposés erronés qui peuvent entraver une réelle démarche de recherche et d'analyse.

Ainsi, d'aucuns pensent qu'il suffit de faire une opération avec tous les nombres de l'énoncé ou d'appliquer la procédure qui vient d'être vue en classe. Pour d'autres, résoudre un problème, c'est faire le bon calcul ; il n'y a donc qu'une et une seule «bonne» façon d'arriver à l'unique solution acceptable. D'autres encore développent des démarches intéressantes de résolution, mais ne répondent finalement pas à la question posée (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). De telles démarches superficielles (c'est-à-dire non fondées sur une analyse approfondie des problèmes) sont parfois efficaces, mais elles révèlent rapidement leurs limites lorsque les enfants sont confrontés à de véritables problèmes. Cette tendance à développer des présupposés erronés et des stratégies superficielles n'est pas spontanée : on ne la retrouve pas chez les jeunes enfants (Stern, 1993) ; elle semble plutôt être le fruit d'un «apprentissage» implicite (cf. idée d'enculturation, Schoenfeld, 1992 - ou de contrat didactique, Brousseau, 1990).

En matière de résolution de problèmes avec les jeunes élèves du cycle 5-8, il nous est apparu important de poursuivre deux objectifs fondamentaux : s'appuyer sur les démarches informelles et spontanées des enfants pour les aider à développer des compétences propres à chaque phase du processus de résolution et, en parallèle, promouvoir l'installation de représentations positives par rapport aux mathématiques et à la résolution de problèmes.
Mais comment aider les enfants à résoudre des problèmes ? Quelles sont leurs démarches spontanées ? Comment les amener à progresser dans leur façon d'aborder les problèmes ? Quels outils pourraient-ils développer pour soutenir un raisonnement cohérent ? Comment gérer en classe des apprentissages qui prennent comme point de départ les démarches effectivement mises en œuvre par les enfants ? Comment gérer les situations d'apprentissage pour instaurer un climat de classe qui favorise l'installation de représentations positives et pertinentes face aux mathématiques et à la résolution de problèmes ?
C'est sur cette problématique que la recherche faisant l'objet du présent article s'est penchée. En collaboration étroite avec des enseignants (de l'ordinaire et du niveau de maturité II de l'enseignement spécialisé) et des inspecteurs, le travail mené pendant trois ans a abouti à la mise au point d'un outil méthodologique visant à plonger les élèves du cycle 5-8 dans des activités ludiques et formatives de résolution de problèmes. L'outil fait suite à deux outils méthodologiques comparables destinés aux élèves de 8-10 ans d'une part (Demonty, Fagnant & Lejong, 2004) et de 10-12 ans d'autre part (Fagnant & Demonty, 2005)[1]. Les trois outils méthodologiques s'adressent directement aux enseignants, tout en offrant un riche bagage d'activités à développer en classe avec les élèves. L'utilisation de ces trois documents permet d'envisager une continuité dans les apprentissages de la résolution de problèmes, de la troisième année maternelle à la fin de l'enseignement fondamental.
Le présent article présente l'outil méthodologique destiné aux enseignants du cycle 5-8. La première partie donne un aperçu des principales options méthodologiques retenues. Les parties suivantes développent, sous la forme de questions-réponses, les quatre grandes étapes de la démarche et donnent un aperçu des activités développées dans l'outil.

Quel type d'approche de la résolution de problèmes ?

A l'heure actuelle, il est généralement admis de considérer la résolution de problèmes comme un processus complexe de modélisation mathématique (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Ce processus complexe peut se traduire par la mise en œuvre d'une démarche de résolution impliquant plusieurs phases :

- comprendre la situation décrite ;
- construire un modèle mathématique qui décrit les éléments et les relations principales qui sont imbriquées dans la situation ;
- travailler sur base du modèle pour voir ce qui en découle ;
- interpréter les résultats découlant du modèle de façon à proposer une solution à la situation de départ qui a donné naissance au modèle mathématique ;
- évaluer ce résultat qui a été interprété en relation avec la situation originale ;
- communiquer ce résultat interprété.

L'approche d'enseignement que nous avons développée vise à apprendre aux élèves à développer des démarches efficaces (analytiques et réflexives) de résolution de problèmes. Elle propose une double voie d'entrée, qui doit être envisagée en parallèle :

- **l'apprentissage explicite et intégré des compétences** propres à chaque phase du processus de résolution ;
- **l'installation** ou le **renforcement** de **représentations positives** à l'égard de la résolution de problèmes.

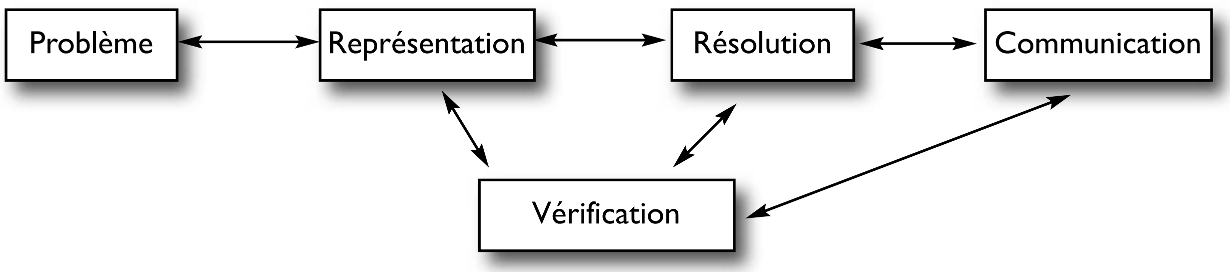
Ces deux voies d'entrée sont intimement liées dans la mesure où c'est au travers des activités centrées sur l'apprentissage d'une compétence spécifique qu'on cherche à «toucher» les représentations des élèves.

➢ *L'installation ou le renforcement de représentations positives*

Les élèves plus âgés ont construit vis-à-vis des situations problèmes des systèmes de règles, influencées par leur vécu scolaire. Ils peuvent penser, par exemple, qu'il est nécessaire d'utiliser tous les nombres de l'énoncé, qu'il n'existe qu'une seule manière de trouver la bonne réponse ou que les mathématiques n'ont aucun lien avec la vie réelle. Ces «règles» ne sont pas nécessairement toutes fausses dans certains contextes spécifiques mais elles deviennent incorrectes dans un contexte plus large et empêchent une démarche de résolution analytique et réflexive. On tente ici d'éviter le développement de tels présupposés en mettant en place des situations où certaines données sont superflues ou pour lesquelles plusieurs démarches sont possibles, par exemple.

➢ *L'apprentissage explicite et intégré de compétences propres à chaque phase du processus de résolution de problèmes*

En ce qui concerne le volet «apprentissage», notre approche s'inspire d'un modèle de résolution de problèmes développé par Verschaffel, Greer & De Corte (2000 – voir Fagnant, Demonty & Lejong, 2003 pour une présentation plus détaillée de ce modèle) tout en proposant une schématisation simplifiée des étapes de résolution de problèmes, comme illustré sur le schéma ci-dessous. Les doubles flèches indiquent l'aspect circulaire du modèle : il est en effet toujours possible de revenir aux étapes précédentes.



Dans notre approche, une place importante est accordée à l'enseignement des différentes compétences propres à chaque étape, tout en évitant de les isoler au sein d'activités trop spécifiques. Ainsi, dans chaque séquence, même si l'apprentissage visé se rapporte à l'une des étapes du processus, l'enfant est chaque fois amené à résoudre le problème. Cela permet ainsi d'intégrer chaque compétence au sein d'une démarche générale de résolution.

D'autres options méthodologiques méritent également d'être mentionnées pour compléter ce bref descriptif de notre approche ; elles sont développées ci-dessous.

➢ *Proposer de véritables situations problèmes aux élèves*

La situation doit véritablement **poser «problème» à la personne qui la découvre** : si on connaît d'emblée la démarche qui fournira la réponse, il n'y a pas de problème à résoudre. La définition d'un problème est relative et la situation seule ne suffit pas pour définir le problème. D'autres facteurs doivent également être pris en compte : les acquis de la personne qui découvre la situation, le contexte dans lequel elle se trouve, les apprentissages qui ont été réalisés au préalable, …

Les situations proposées au cycle 5-8 partent généralement de jeux, d'histoires, d'activités qui s'insèrent dans le vécu de la classe ou de mises en contexte qui sont proposées aux élèves.

De façon à **créer des ponts entre les mathématiques abordées à l'école et la vie réelle**, la plupart des problèmes proposés veillent à présenter un caractère réaliste important. On évite ainsi d'amener les élèves à penser que leurs connaissances de la vie de tous les jours ne leur sont d'aucune utilité en mathématiques. A côté de cela, quelques problèmes se situent dans un monde imaginaire (un chipeur de trésors, des souris qui font une partie de cartes,…) mais on peut alors y distinguer clairement le caractère humoristique sous-jacent, ce qui plaît généralement beaucoup aux élèves.

Les situations proposées présentent également certaines particularités visant à promouvoir l'installation de **représentations positives** auprès des élèves : certaines situations favorisent une variété de démarches de résolution ou permettent plusieurs solutions, certains problèmes proposent des données inutiles contrecarrant l'idée qu'il faut faire un calcul avec toutes les données de l'énoncé,…

➢ ***S'appuyer sur les démarches des élèves pour construire l'apprentissage***

Les activités proposées encouragent à construire les apprentissages au départ des démarches informelles et spontanées des enfants. Elles cherchent à s'appuyer sur qu'ils savent déjà faire, face à une situation problème, et visent à améliorer leurs compétences en leur fournissant des outils plus efficaces pour mener à bien chacune des étapes de la résolution de problèmes.

➢ ***Gérer les apprentissages de manière flexible***

Les apprentissages visés ne doivent pas nécessairement s'organiser de manière séquentielle : chaque enseignant pourra ainsi aborder les compétences avec ses élèves dans l'ordre qui lui convient le mieux, en fonction des préoccupations et des difficultés plus spécifiques de sa classe. Il pourra par exemple envisager une activité de représentation, suivie d'une autre centrée sur la résolution proprement dite, puis développer à nouveau une activité de représentation avant d'envisager la phase de communication ou de vérification.

Les enseignants qui ont expérimenté les activités recommandent de travailler progressivement, de développer les différentes étapes d'une activité en adaptant et en complexifiant progressivement les tâches, voire même de revenir à différentes étapes d'une activité à différents moments de l'année.

➢ ***Adapter les activités aux enfants***

Pour chaque activité, on précise les niveaux scolaires auxquels les activités paraissent le mieux adaptées. Ces informations ne sont bien sûr qu'indicatives : à chaque enseignant de voir ce qui semble le mieux convenir à sa classe et à adapter les activités en conséquence. Dans certains cas, les adaptations consistent à choisir telle variante plutôt que telle autre, dans d'autres cas, il s'agit d'adapter le matériau lui-même (complexité des énoncés, taille des nombres mobilisés, quantité d'informations proposées,…), dans d'autres cas encore, il peut être envisagé de ne réaliser que certaines étapes de l'activité et d'en laisser tomber d'autres.

➢ ***Développer des concepts mathématiques et des symbolisations***

Les activités impliquent la mobilisation de divers concepts mathématiques. Les élèves sont par exemple invités à **développer les concepts** d'addition et de soustraction en comptant le total des achats dans un magasin ou en comptant des passagers qui montent et descendent d'un bus. Les élèves sont ainsi confrontés à diverses notions mathématiques et encouragés à les développer de façon informelle (par manipulation par exemple).

Dans la plupart des activités, les élèves sont également invités à **produire des symbolisations informelles** permettant de représenter ces opérations. C'est ainsi par exemple qu'ils peuvent dessiner des passagers qui montent ou descendent du bus, qu'ils peuvent représenter les achats que l'on peut réaliser si l'on dispose de 6 tickets au jeu du magasin,… La production de ces symbolisations informelles aide les élèves à mieux comprendre les concepts mathématiques sous-jacents (par exemple, dessiner un passager hors du bus pour représenter qu'il descend n'est pas suffisant pour soustraire : il faut aussi et surtout éliminer un passager déjà présent dans le bus). Ces symbolisations informelles constituent aussi une voie d'accès porteuse de sens vers la construction de symbolisations plus formelles.[2]

C'est ainsi que l'on peut par exemple inviter les élèves du primaire à créer des liens entre leur représentation des passagers qui montent et descendent du bus et l'opération mathématique (le calcul) qui permet de représenter ces différentes actions et de résoudre le problème de manière plus formelle .

Comment développer l'étape de représentation de la situation ?

➢ *En proposant des problèmes variés, dès le début de l'apprentissage*

Pour motiver la nécessité de travailler l'étape de représentation de la situation, il est essentiel de proposer aux élèves de véritables situations problématiques. En effet, si les «problèmes» ne sont que de simples exercices d'application, ce qui est le cas par exemple quand on invite les élèves à résoudre une série de problèmes impliquant toujours la même opération, il n'est pas nécessaire de construire une représentation de la situation.

➢ *En développant différentes façons de représenter les problèmes*

Il est important d'ouvrir différentes perspectives aux élèves et de les amener à construire plusieurs outils permettant d'aider à la construction d'une représentation des situations. Les élèves auront ainsi davantage de chances de ne pas se trouver dépourvus face à la variété des situations problèmes qu'ils rencontreront. Ils disposeront dès lors d'un bagage de compétences plus riche et plus diversifié.
L'étape de représentation peut se développer en amenant les élèves à jouer concrètement la situation ou en utilisant du matériel symbolique permettant la manipulation et le dénombrement. Dans ces premières approches, les étapes de représentation et de résolution sont donc en partie enchevêtrées. Il est dès lors également important de proposer aussi des situations conduisant les élèves à détacher quelque peu ces deux étapes ; autrement dit à développer une représentation préalable à la résolution. Il est alors intéressant que cette représentation soit extériorisée, que l'on en garde des traces et qu'elle puisse servir de base d'analyse et de réflexion avec les élèves. Dans ce cas, on peut alors inviter les élèves à représenter le problème sous la forme d'un dessin, d'un schéma,… ou pourquoi pas en collant du matériel prédessiné (pour alléger cette tâche de dessin qui peut parfois s'avérer complexe pour les jeunes élèves). Deux activités proposées dans la brochure permettent d'aborder les facettes multiples de la représentation : «Le jeu du magasin» et «Le bus et ses passagers».

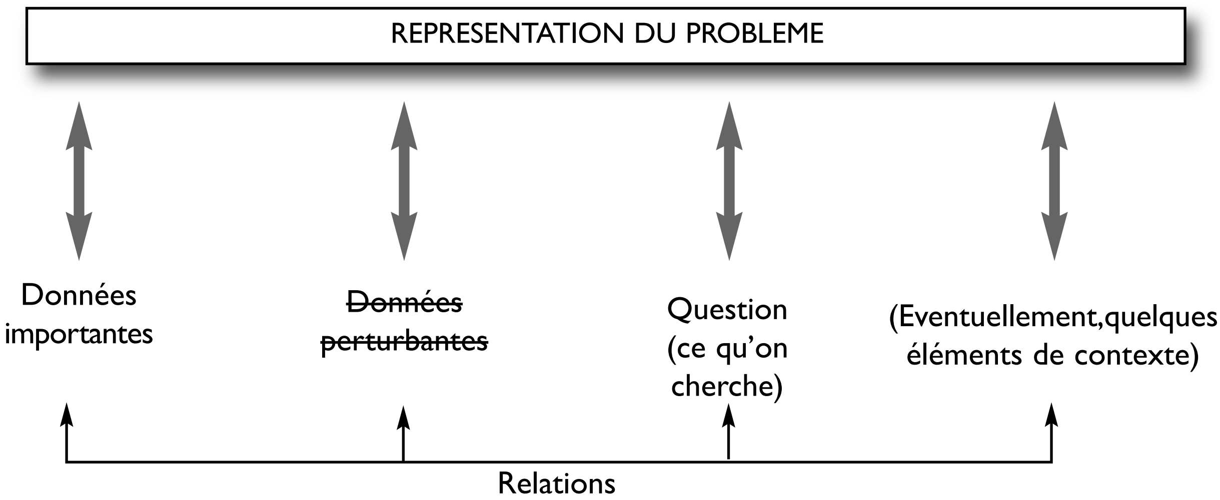
> Par exemple, l'activité «Le jeu du magasin» propose une démarche progressive : on va d'abord simplement acheter des produits dans le magasin, puis on anticipe la note à «payer», on passe alors une commande et on finit par représenter et résoudre une variété de problèmes.
> Ce magasin peut prendre des formes variées : on achète des gaufres et des biscuits avec des tickets, on commande divers éléments d'un déjeuner en fonction des tickets dont on dispose,…
> Tout au long de la séquence, les élèves sont amenés à développer différentes façons de représenter un problème et de le résoudre : jouer l'histoire, sans anticipation du résultat ; anticiper le résultat, par manipulation, avant de jouer l'histoire ; représenter l'histoire en passant une commande, par manipulation et collage ou par dessin ; représenter, par dessin ou par collage, les divers éléments importants d'un problème.

➢ *En apprenant à dégager les éléments importants d'un problème*

Les activités de représentation menées oralement et collectivement (analyse du problème sous forme de «questions-réponses», mime de la situation, reformulation orale du problème,…) sont intéressantes dans la mesure où elles obligent les élèves à analyser le problème avant de foncer tête baissée dans la résolution. Toutefois, utiliser uniquement ces approches présente deux inconvénients majeurs : d'une part, l'aspect collectif ne permet pas nécessairement à tous les élèves de s'investir dans la tâche ; d'autre part, l'aspect oral empêche de garder des traces des premières productions d'élèves. Or, les traces écrites constituent une base précieuse pour construire les apprentissages. C'est dans cette optique qu'il est intéressant d'amener les élèves à construire des représentations dessinées (ou par collage) pour les amener à concrétiser et à extérioriser cette étape centrale de la démarche de résolution.

L'activité «Dessine-moi un problème» a clairement été pensée dans cette optique. Confrontés à un problème face auquel ils éprouvent quelques difficultés, les élèves sont invités à réaliser un dessin qui permet de mieux comprendre le problème et d'aider ainsi à sa résolution. Tout l'enjeu repose alors sur l'exploitation qui sera faite des dessins proposés par les enfants. Il convient d'exploiter les dessins des enfants pour les faire évoluer, et non de leur fournir un modèle de ce qui constituerait une bonne représentation (modèle qu'ils n'auraient plus alors qu'à reproduire). Pour éviter de tomber dans le piège du «modèl », ce qui se produit souvent lors d'une correction collective où un élève qui a «réussi» présente son produit aux autres, la séquence d'activités propose d'exploiter plusieurs dessins incomplets ou incorrects en orientant les débats sur les éléments importants d'une bonne représentation. Cette façon de procéder permet alors à chaque élève de retravailler sa propre ébauche de représentation, en vue de la compléter et la rendre plus opérationnelle (c'est-à-dire qu'elle aide réellement à résoudre le problème).

Les éléments essentiels d'une bonne représentation sont représentés dans le schéma ci-dessous : il faut repérer les informations importantes, éliminer les données inutiles qui peuvent perturber la démarche, bien identifier la question à résoudre et, si cela aide les élèves à mieux appréhender la situation, conserver quelques éléments contextuels permettant de conserver des liens avec la situation concrète proposée.



Le travail mené avec les élèves doit permettre de mettre en évidence les aspects essentiels de la construction d'une représentation. En aucun cas, il ne convient de proposer des «dessins types». Les outils doivent amener les élèves à reconnaître les éléments importants d'une bonne représentation. Cette représentation, pour autant qu'elle intègre ces éléments, pourra alors prendre des formes variées…

➢ ***En apprenant à organiser les informations, à trier différents indices***

A l'école, la plupart des problèmes que l'on rencontre sont généralement bien définis : les données sont clairement présentées, les questions sont précisément posées et il n'est pas nécessaire de faire appel à des informations supplémentaires pour les résoudre (toutes les données utiles sont fournies et, généralement d'ailleurs uniquement celles-ci).
A l'opposé, les problèmes rencontrés en dehors de l'école sont généralement assez mal définis : les informations utiles à leur résolution doivent être rassemblées, triées, organisées,… et la question elle-même doit parfois être précisée. En proposant en classe des problèmes mal définis, on peut ainsi amener les élèves à faire davantage de liens entre les mathématiques à l'école et celles rencontrées hors de l'école.

Les problèmes mal définis peuvent déjà être abordés avec les jeunes élèves du cycle 5-8. On peut ainsi les amener à développer la formulation de questions et l'invention de problèmes, on peut leur proposer des problèmes présentant des données perturbantes et aussi les amener à travailler l'organisation des informations ou le tri d'indices, comme dans l'activité «Voyage dans l'école» qui a été développée spécifiquement à cette fin.

L'activité «Voyage dans l'école» est proposée selon deux variantes : «Le facteur a mélangé son courrier», d'une part, et «Chasse au trésor», d'autre part. Pour accomplir la tâche demandée (c'est-à-dire aller porter les bons courriers aux bons destinataires ou rechercher les messages cachés de-ci, de-là dans l'école), les élèves vont devoir résoudre un problème. Les informations qui leur sont fournies sont toutes mélangées, certaines sont redondantes et d'autres semblent manquer : il faudra organiser les indices et les mettre en relation pour découvrir la solution du problème.

➢ ***En développant la formulation de questions et l'invention d'énoncés***

La formulation de questions a été développée dans plusieurs activités, dont «Raconte-moi un problème», qui vise également la formulation et l'invention d'énoncés en invitant les élèves à construire des problèmes sous la forme de bandes dessinées.
La formulation de questions et l'invention de problèmes font intervenir des compétences propres à la construction d'une représentation. En effet, ces activités impliquent de bien comprendre ce qu'est un problème et quels en sont les éléments constitutifs essentiels.

Comment développer l'étape de résolution proprement dite des problèmes ?

➢ ***En leur proposant des activités qui les amènent à imaginer, construire, mettre en œuvre et analyser différentes démarches de résolution***

Les élèves n'ont pas d'emblée tendance à imaginer que plusieurs démarches sont possibles pour résoudre les situations-problèmes. Il est donc important, dans toutes les situations où cela se prête (et elles sont nombreuses tout au long de la présente brochure d'activités), de les inviter à confronter leurs démarches, de permettre et même de valoriser la diversité des approches rencontrées. Par ailleurs, il est également important de leur proposer des situations d'apprentissage directement conçues pour les conduire à réfléchir à cette variété.
Dans deux activités («La chasse aux figures géométriques» et «Les mosaïques»), les élèves sont invités à analyser la situation a priori et à imaginer une variété de démarches de résolution.

L'activité «La chasse aux figures géométriques» débute par la lecture d'une histoire retraçant une journée de la vie de Théophile-de-fer Tordu. Dans cette histoire, les noms de plusieurs objets ont été remplacés par le nom de figures géométriques (carré, rectangle,…). Les élèves vont devoir mener une chasse aux figures géométriques en recherchant dans la classe autant d'objets de chaque sorte que chaque forme est mentionnée dans l'histoire… Pour ce faire, les enfants vont donc devoir imaginer différentes façons de prendre des notes pour savoir combien de fois chaque forme est citée dans l'histoire. Ils sont placés en groupe et peuvent donc imaginer de se répartir les tâches au sein du groupe ou au contraire de travailler de façon plus individuelle.

Après un premier temps de réflexion, les démarches imaginées par les différents groupes sont mises en commun et chaque groupe est invité à sélectionner une démarche (chacun doit choisir une démarche différente). Chaque groupe est alors invité à résoudre le problème en développant la démarche choisie, puis les solutions sont confrontées et un débat est organisé sur l'efficacité relative des différentes démarches.

Dans une autre activité, «Sherlock Holmes au Pays des Souris», les enfants reçoivent des petits textes explicitant des démarches variées de résolution ; ils doivent les comprendre, les analyser et repérer celles qui sont correctes et celles qui ne le sont pas.

➢ ***En leur proposant des activités qui nécessitent la mise en œuvre de démarches originales de résolution***

Résoudre un problème ne se limite pas nécessairement à découvrir l'opération mathématique à appliquer. Dans certaines situations, il est nécessaire de développer des démarches originales de résolution en mettant en œuvre des approches tâtonnantes, en développant des stratégies de type essais-erreurs, en s'appuyant sur des dessins, des manipulations ou des dénombrements,… Il faut aussi que les élèves prennent conscience que l'on ne trouve pas toujours la solution d'un problème rapidement (du premier coup) et qu'il faut parfois chercher, essayer, recommencer,… sans se décourager.
Toutes les activités proposées dans le chapitre «Résolution» rencontrent en partie ces objectifs dans la mesure où il n'est jamais possible de résoudre les problèmes proposés en appliquant directement une opération mathématique. Attention, il faut préciser que ceci n'est vrai qu'à condition de prendre en compte les compétences mathématiques des élèves du cycle 5-8. Par exemple, l'activité «Les mosaïques» nécessite des démarches originales et tâtonnantes parce que les élèves ne maîtrisent pas encore les formules de calcul d'aires. Ceci est également valable en ce qui concerne la situation «Le jeu des achats en gros», si elle est proposée à des élèves qui ne maîtrisent pas encore les tables de multiplication. Le développement de démarches originales et tâtonnantes de résolution est également amplement rencontré dans l'activité intitulée «Des défis à gogo». Dans ce type d'activité, un des enjeux essentiels est que les élèves s'engagent réellement dans le processus de recherche et qu'ils ne se retrouvent pas complètement «coincés» et incapables dès lors de continuer à chercher…

Dans l'activité «Des défis à gogo», de petits défis mathématiques sont proposés aux enfants… Mais, en fait, qu'est-ce qu'un défi ? Les défis ne sont pas des problèmes classiques : ils ne se résolvent pas nécessairement par calcul et nécessitent de développer des démarches de recherche originales. On peut parfois les résoudre par essais-erreurs, par tâtonnement, par dessin ou par manipulation. C'est amusant parce qu'il faut vraiment chercher ! En plus, ce ne sont pas toujours les mêmes élèves qui ont de bonnes idées et qui trouvent les réponses…
Pour chaque défi proposé, la séquence d'enseignement comprend une série d'indices qui peuvent être conçus comme des pistes d'aide visant à «débloquer» les élèves qui se trouvent «coincés» face à la situation : on peut ainsi leur proposer des réponses à valider, du matériel à manipuler ou encore des indices orientant une démarche de recherche.
Attention, ces indices sont des roues de secours à fournir en cas de crevaison (de blocage) ; ils ne doivent pas être proposés d'emblée aux élèves sinon on risque de dénaturer quelque peu le côté «recherche et tâtonnement»…

Comment développer l'étape de communication de la solution ?

➢ ***En apprenant aux élèves à formuler des questionnements et à répondre de façon précise à des questionnements variés***
Lorsque le problème est résolu sur la base d'une représentation appropriée de la situation, il faut encore communiquer la solution de façon à répondre clairement à la question posée. Dans de nombreuses situations, il est possible de formuler plusieurs questionnements au départ d'une même source de données. Chaque questionnement engendre alors la création d'une nouvelle situation-problème face à laquelle il convient de répondre de façon précise. Deux activités s'intéressent spécifiquement à cette problématique en amenant les élèves à formuler ou à préciser des questionnements et à y répondre clairement : «Les collations» et «Majorité de filles ou de garçons ?».

Dans l'activité intutlée «Les collations», les élèves sont amenés à analyser, à trier et à classer un ensemble d'informations en vue de répondre à un questionnement général : notre classe consomme-t-elle des collations «santé» ? Une fois les différents objets classés, les élèves sont amenés à formuler des sous-questions conduisant à dénombrer les différentes catégories d'objets (par exemple, combien y a-t-il de boissons sucrées ? ; combien d'enfants ont pris du lait ?; etc.). Ils doivent alors répondre précisément à ces questions en communiquant la solution par écrit. C'est ensuite la confrontation des réponses aux différentes sous-questions qui permettra de répondre à la question générale, lancée au départ de l'activité.

➢ ***En apprenant aux élèves à communiquer les solutions sous des formes variées, de façon à les rendre claires et compréhensibles par autrui***

Communiquer la solution d'un problème, c'est aussi la rendre compréhensible par autrui. Deux activités visant cette compétences sont proposées dans la brochure : «Le carrousel va démarrer» et «Les gommettes de couleur».

Dans l'activité «Le carrousel va démarrer», proposée pour les jeunes élèves de maternelle et de début de première primaire, il s'agit de trouver le nombre d'éléments qui manquent pour compléter une collection. Les élèves doivent aller chercher le nombre de personnages nécessaires pour compléter le carrousel qui ne pourra démarrer qu'une fois toutes les places occupées. Au départ, les élèves vont eux-mêmes chercher les éléments dont ils ont besoin. Ils peuvent même effectuer plusieurs trajets si cela s'avère nécessaire. La tâche se complique progressivement et nécessite, en fin de parcours, de communiquer par écrit la solution du problème, c'est-à-dire ici le nombre de personnages souhaités pour remplir le carrousel. Un élève écrit la solution sur un papier et un autre élève doit décoder cette solution pour lui fournir le matériel demandé. Cette communication pourra prendre différentes formes et devra s'adapter en fonction du niveau de compétences des autres enfants (par exemple, reconnaître un chiffre n'est pas nécessairement possible pour certains enfants au début de leur 3^{e} année de maternelle et une autre façon de communiquer la solution devra alors être imaginée).

Comment développer l'étape de vérification ?

Dans une certaine mesure, on peut se demander s'il est réellement envisageable de demander à de jeunes élèves du cycle 5-8 de mettre en œuvre un processus de vérification. Quatre activités proposées dans la brochure ont tenté de relever ce pari, en proposant des situations simples qui invitent les élèves à aborder la vérification sous trois angles différents.

➢ ***En les conscientisant à l'importance de vérifier face à une situation où l'erreur apparaît d'emblée, par confrontation à une seule information***

Dans la première situation, les élèves se rendent compte qu'une erreur est survenue en cours d'activité. Comment vont-ils réagir ?

Dans l'activité «Le chipeur de trésors», une grande boîte mystérieuse apparaît dans la classe. C'est un coffre rempli d'un trésor. A partir d'un jet de dés, chaque enfant va obtenir sa part du trésor. Mais un «chipeur» va faire disparaître tout ou une partie du trésor de chaque enfant. A la place se trouve un message signé du «chipeur», qui indique que les éléments ont été cachés mais qu'aucun n'a été enlevé ni ajouté. Les enfants retrouvent les éléments dans un grand sac, rempli des trésors du groupe, que le chipeur y a vidés.

Chaque enfant dispose d'un reçu indiquant qu'elle était sa propre part du trésor. Tour à tour, les enfants sont alors invités à aller reprendre leur dû dans le sac. A la fin, s'il manque des pièces (ou s'il en reste), c'est que quelqu'un s'est trompé. Il y a donc émergence de l'utilité de développer une démarche de vérification…

Dans l'activité «Chipeur», la vérification en elle-même s'avère alors très simple puisqu'il suffit que chaque élève recompte son trésor et confronte le nombre ainsi trouvé au nombre indiqué sur son reçu (vérification par confrontation à une seule information). L'enjeu ici est plutôt de faire prendre conscience aux élèves qu'il est possible que quelqu'un se soit trompé en développant sa démarche de résolution, et qu'il est donc nécessaire de vérifier…

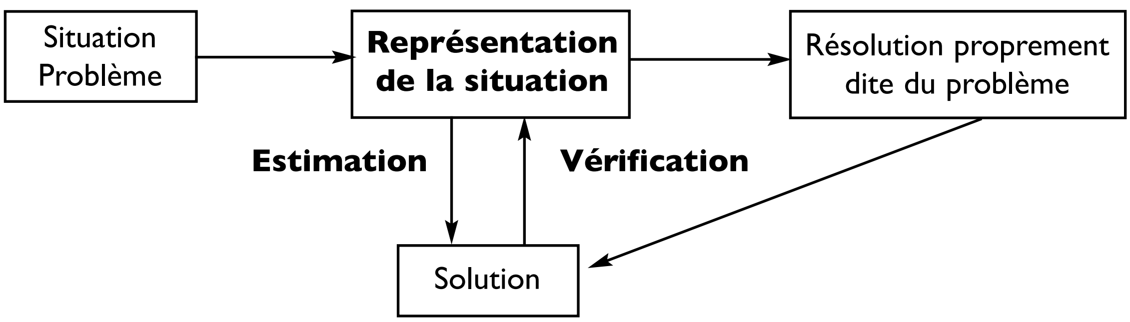
➢ ***En leur donnant la responsabilité d'attester de l'aspect correct ou non de leur résolution, par confrontation avec des sources variées***

Les élèves sont rarement enclins à se lancer spontanément dans une démarche de vérification. Ils préfèrent généralement demander à l'enseignant d'attester de l'aspect correct ou non de leur solution. Dans deux activités proposées ici («Psychomotricité et mathématiques» et «Chaque chose à sa place»), l'enseignant refuse de jouer ce rôle d'évaluateur extérieur. Il va aider les élèves à prendre en main le processus de vérification-correction. Les élèves sont alors amenés à vérifier leur solution (qui peut prendre ici la forme d'une liste de matériel, d'un plan ou d'une disposition spatiale d'objets) en la confrontant à diverses sources d'informations.

Dans l'activité «Chaque chose à sa place», les élèves disposent d'une série de fiches proposant diverses contraintes spatiales représentées de façon picturale : le cube vert est dans le cercle rouge, le cube vert se situe à l'intersection des rectangles bleu et vert,… L'objectif est de placer tous les cubes au bon endroit. Pour résoudre le problème, les élèves vont devoir combiner ces multiples contraintes et, pour vérifier, il faudra donc qu'ils s'assurent que la solution respecte bien toutes ces contraintes !

➢ ***En les amenant à réaliser des estimations avant de résoudre le problème, puis à confronter leurs solutions à l'estimation de départ.***

Proposer aux élèves de procéder à des estimations est une autre façon de les amener progressivement sur la voie de la vérification. En effet, pour estimer, il faut s'interroger sur ce que pourrait être la solution d'un problème. Une fois le problème résolu, on confronte alors la solution trouvée à l'estimation de départ et l'on voit dans quelle mesure la solution paraît ou non réaliste. Estimer et vérifier peuvent en effet être considérés comme les deux versants d'un même processus : celui qui permet de relier la solution du problème à l'analyse de la situation. Le schéma suivant illustre cette idée :



Le lien estimation / vérification est développé spécifiquement dans une activité de la brochure. Il convient toutefois d'envisager l'estimation de façon plus large et de considérer qu'elle pourrait logiquement être développée dans la plupart des situations-problèmes rencontrées.

Dans l'activité «La folie des mesures», les élèves vont découvrir ou réinvestir les mesures de grandeurs. La première situation permet de bien comprendre la notion de longueur et de percevoir la nécessité d'utiliser des étalons pour réaliser des mesurages. Dans la deuxième situation, les élèves seront amenés à s'interroger sur l'utilisation possible de différents instruments de mesure (latte graduée, sablier, balance, chronomètre, planche de bois, récipient gradué,…), puis à réaliser des mesures de longueur à l'aide de divers instruments. Aux différentes étapes de l'activité, les élèves sont invités à réaliser des estimations et des mesurages, puis à confronter les deux types d'informations et à vérifier l'adéquation des solutions obtenues.

Notes

1 Ces outils ont été construits dans le cadre de recherches commanditées par le Ministère de la Communauté française (Administration Générale de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique - Direction de la Recherche en Pédagogie, du Pilotage de l'Enseignement de la Communauté française et des Relations avec les Entreprises).

2 Ces considérations s'inspirent des approches socio-culturelles (voir notamment Bednarz, Dufour-Janvier, Poirier, & Bacon, 1993 ; Gravemeijer, 1997 ; Gravemeijer, Cobb, Bowers, & Whitenack, 2000).

Références

• BEDNARZ, N., DUFOUR-JANVIER, B., POIRIER, L. & BACON, L. (1993). *Socioconstructivist viewpoint on the use of symbolism in mathematics education.* Alberta Journal of Educational Research, 39, 41-58.
• BROUSSEAU, G. (1990). *Le contrat didactique : Le milieu.* Recherches en Didactique des mathématiques, 9, 308-336.
• CRAHAY, M. (1996). *Tête bien faite ou tête bien pleine? Recadrage constructiviste d'un vieux dilemme.* Perspectives, XXVI(1), 59-89.
• DEMONTY, I. & FAGNANT, A. (2004). PISA 2003. *Evaluation de la culture mathématique des jeunes de 15 ans.* Document à l'inttention des professeurs de mathématiques des 1er et 2e degrés de l'enseignement secondaire. Ministère de la Communauté française. Service général du pilotage du système éducatif.
• DEMONTY, I., FAGNANT, A. & LEJONG, M. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique (8-10 ans).* Bruxelles : De Boeck, Collection Maths et Sens.
• DEMONTY, I., FAGNANT, A. & LEJONG, M. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique (8-10 ans).* Collection Recherche en Pédagogie, Ministère de la Communauté française, AGERS, Service général des Affaires pédagogiques (2007)
• FAGNANT, A. & DEMONTY, I. (2005). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique (10-12 ans).* Bruxelles : De Boeck.
• FAGNANT, A. (2002b). *Mathematical symbolism : A feature responsible for superficial approaches?* A.D. Cockburn, & E. Nardi (Eds), Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, (pp. 345-352). Norwich, UK.
• FAGNANT, A. (2005a). *Résoudre et symboliser des problèmes additifs et soustractifs en début d'enseignement primaire.* In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Grégoire (Eds.), Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?(131-150). Bruxelles : De Boeck.
• FAGNANT, A. (2005b). *The use of mathematical symbolism in problem solving. An empirical study carried out in grade one in the French Community of Belgium.* European Journal of Psychology of Education, XX (4), pp. 355-367.

• FAGNANT, A., Demonty, I. & Lejong, M. (2003). *La résolution de problèmes : un processus complexe de «modélisation mathématique»*. Informations pédagogiques, 54, 29-39.
• FAYOL, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Paris : Delachaux et Niestlé.
• FUSON, K.C. (1992). *Research on whole number addition and subtraction*. In D.A. Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 243-275). New York: MacMillan.
• GRAVEMEIJER, K. (1997). *Mediating between concrete and abstract*. In T. Nunes et P. Bryant (Eds.), Learning and teaching mathematics. An international perspective (pp. 315-345). Hove, East Sussex: Psychology Press Ltd.
• GRAVEMEIJER, K., COBB, P., BOWERS, J., & WHITENACK, J. (2000). *Symbolizing, modelling, and instructional design*. In P. Cobbs, E. Yackel, & K. Mc Clain (Eds.), Symbolising and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools and instructional design (pp 225-273). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
• SCHOENFELD, A.H. (1992). *Learning to think mathematically : Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics*. In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics learning and teaching (pp. 334-370). New York : Macmillan.
• STERN, E. (1993). *What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children ?* Journal of Educational Psychology, 85, 7-23.
• TARDIF, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique*. Québec : Logiques.
• VERSCHAFFEL, L., & DE CORTE, E. (1997). *Word problems : A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school ?* In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), Learning and teaching mathematics: An international perspective (pp. 69-97). Hove, East Sussex: Psychology Press.
• VERSCHAFFEL, L., GREER, B. & DE CORTE, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.