



Nivelles, le 26 août 2009

Math & Manips

Marie-France Guissard, Valérie Henry,
Sébastien Agie, Pauline Lambrecht

1 Recherche

Une des recherches que nous menons actuellement au CREM propose d'insérer dans les cours de mathématiques des manipulations afin d'améliorer l'apprentissage de certaines matières du cursus. Ces activités sont appelées *Math & Manips*. Ces dernières sont développées notamment dans l'optique de confronter le modèle linéaire aux modèles non linéaires.

Nous appelons *Math & Manip* une séquence d'apprentissage qui intègre des activités de manipulation tout en travaillant sur divers registres. Nous espérons provoquer chez certains élèves de la curiosité par des manipulations dont les résultats semblent en contradiction avec leurs connaissances antérieures. Notre but est de développer un intérêt pour aller plus loin dans leur apprentissage des mathématiques. La *Math & Manip* doit amener les élèves à se poser des questions et tâcher de trouver un modèle qui correspond mieux à la réalité de la situation.

Au fil de l'enseignement, ainsi que dans la vie quotidienne, de nombreux phénomènes linéaires sont rencontrés (mesurage, règle de trois, écoulement du temps, prix, etc.). Les élèves ne rencontrent que trop peu de phénomènes non linéaires à l'école, ce qui les pousse à appliquer le modèle linéaire à tort et à travers. Cette pratique persiste bien au-delà de la scolarité. C'est pour cette raison que nous tenons à confronter les élèves à des situations où le modèle linéaire n'est pas d'application.

Le contexte dans lequel les élèves évoluent lors de la réalisation d'une *Math & Manip* les amène tout naturellement à entrer dans des démarches où la modélisation prend tout son sens. En effet, notre volonté de confronter les conceptions des élèves avec le vécu expérimental puis d'en faire naître un modèle mathématique nous conduit à explorer différentes étapes d'un processus de modélisation telles que : conjecture, protocole, expérimentation, interprétation des résultats, construction d'un modèle, validation, comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux, exploitation du modèle, ...

Ainsi s'est imposée à nous la conviction que nous ne pouvions pas dissocier nos activités de cette composante *modélisation* qui se révèle cruciale dans toute notre recherche.

Le document produit par le CREM comportera des *Math & Manips* pour divers stades de la scolarité, de la maternelle à la fin du secondaire. Nous en présentons trois dans cet article. Celles-ci ne sont que brièvement décrites mais seront développées en détail dans le document proposé aux enseignants. La première *Math & Manip* est destinée aux élèves du deuxième cycle de l'enseignement primaire (environ 8 - 10 ans), la seconde a été écrite pour les élèves du premier degré du secondaire (environ 12 - 14 ans) tandis que la troisième correspond à des élèves du secondaire supérieur (environ 15 - 18 ans). Nous tenons à ne pas fixer les *Math & Manips* à une année en particulier car nous voulons laisser le choix aux enseignants de l'activité à réaliser avec leurs élèves en fonction des compétences à atteindre.

2 *Math & Manip* pour le fondamental

Cette *Math & Manip* est destinée principalement à des élèves du deuxième cycle du fondamental. Elle propose en effet de découvrir les étalons conventionnels de capacité en partant de comparaisons directes et indirectes avec des étalons familiers.

L'enjeu principal de cette suite d'activités est d'amener les élèves à prendre conscience de la nécessité de s'accorder sur un étalon.

2.1 Comparaison directe

La première phase de cette *Math & Manip* est de proposer aux élèves deux récipients et de leur demander d'identifier celui qui a la plus grande capacité.

Après une discussion pendant laquelle les élèves émettent leur avis (le plus grand car le plus large, le plus grand car le plus haut, impression que l'un est plus grand, etc.), l'enseignant leur demande de vérifier ce qu'ils affirment en transvasant par exemple le contenu de l'un dans l'autre. Le résultat de la manipulation (eau qui déborde, reste d'eau dans un des récipients, etc.) permet de déterminer quel récipient a la plus grande capacité.

2.2 Comparaison indirecte

Pour poursuivre l'activité, l'enseignant divise la classe en deux groupes et raconte l'histoire suivante :

Vous êtes deux équipes d'archéologues. Avant de partir en expédition, vous faites vos malles ensemble et vous emportez exactement le même matériel de travail. Une équipe part sur un site de fouilles en Grèce, une autre en Égypte. Au cours des fouilles, vos deux équipes se donnent des nouvelles. Il se fait qu'elles ont trouvé toutes les deux une amphore. L'une et l'autre estiment qu'elles ont découvert l'amphore de plus grande capacité. Malheureusement, ces amphores sont trop fragiles pour être transportées de sorte qu'il n'est pas possible de les comparer directement. Vous pouvez utiliser le matériel de votre malle et échanger des informations écrites. Vous êtes également en contact avec un expert belge auquel vous devez envoyer un rapport mentionnant les capacités de vos amphores et les résultats de la comparaison.

En découvrant le contenu – identique pour les deux groupes – de la valisette, les élèves sont confrontés au choix d'un étalon approprié à la mesure de la capacité de leur amphore. Le matériel est effectivement composé d'objets petits et grands servant à la mesure de capacité mais également d'objets inadaptés à une telle mesure (règle, corde, compas, ...).

Une fois l'étalon choisi dans chacun des groupes, les élèves commencent à mesurer la capacité de leur amphore à partir de l'étalon familier choisi et s'échangent des messages à propos de leurs résultats.

Si les équipes ont convenu au préalable d'un étalon commun à utiliser, le travail est presque terminé pour eux. Si par contre les groupes ne se sont pas consultés par message avant d'effectuer leur mesure, ils risquent de remettre un rapport donnant des mesures prises avec des étalons différents, démarche que l'expert contestera. Les élèves devront alors remettre en question leur raisonnement jusqu'à se rendre compte que l'utilisation d'un étalon commun est nécessaire pour comparer leurs amphores.

2.3 Étalons conventionnels

Après avoir vécu la nécessité de choisir un étalon commun pour comparer les capacités de récipients, les élèves peuvent aller plus loin dans leur apprentissage. L'enseignant poursuit alors

l'histoire avec le passage suivant :

Une autre amphore a été découverte en Turquie. L'équipe présente sur place a mesuré la capacité de cette amphore avec son propre matériel, différent du votre. L'amphore contient 33 verres à thé. À nouveau, sa fragilité ne permet pas qu'elle soit transportée. Comment comparer cette amphore à celles dont vous disposez déjà ?

Les verres à thé ne faisant pas partie de leur matériel, les élèves se retrouvent dans un premier temps dans l'incapacité de comparer leurs amphores avec celle trouvée en Turquie... Il faut décider d'un étalon commun universel.

Une discussion commence entre l'enseignant et les élèves et débouche progressivement sur l'étalon de mesure de capacité actuel : le litre ou l'un de ses sous-multiples.

Le document du CREM qui présentera cette recherche détaillera des activités qui peuvent être réalisées pour continuer l'étude de ces étalons conventionnels. Par exemple : grouper des récipients qui paraissent avoir même capacité, vérifier à partir d'un pot mesureur qu'ils ont même capacité, mettre en évidence des représentants du litre, rassembler des récipients de même capacité mais qui sont étiquetés avec des sous-multiples du litre différents, ...

3 Math & Manip pour le secondaire inférieur

La *Math & Manip* proposée pour les élèves des classes des premières années du secondaire peut servir d'introduction à la proportionnalité. En effet, à travers cette séquence d'activités, les élèves rencontrent des phénomènes linéaires et d'autres qui suivent des modèles différents.

Cette *Math & Manip* consiste à observer comment varie le volume d'un cylindre en fonction de sa hauteur, puis en fonction de son diamètre.

3.1 Des cylindres... et leur hauteur

Plus concrètement, nous commençons la *Math & Manip* par une situation simple en demandant aux élèves de remplir une casserole – la plus cylindrique possible – jusqu'à la moitié de sa hauteur avec un verre étalon. Connaissant le nombre de verres dont ils ont eu besoin pour atteindre cette hauteur, il est demandé d'en déduire le nombre nécessaire pour la remplir entièrement.

Ensuite, nous proposons aux élèves de verser trois mesurettes dans un récipient cylindrique assez haut (verre à long drink par exemple), d'y marquer la hauteur atteinte ainsi que les hauteurs double et triple. Il est alors demandé de remplir un tableau reprenant les résultats de l'expérience menée en continuant à remplir ce récipient cylindrique. Ils devraient obtenir un tableau tel que celui-ci.

Hauteur	Nbre de mes.
haut. 1 = 3,5 cm	3
haut. 2 = 7 cm	6
haut. 3 = 10,5 cm	9

Nous proposons alors d'attirer l'attention des élèves sur le passage de la première à la deuxième ligne. On leur demande de symboliser ce passage par des flèches représentant une opération et d'en ajouter d'autres s'ils remarquent certaines constances. Les réactions des élèves devraient être principalement de deux sortes. Certains verront dans ce tableau des liens de type multiplicatif (tableau de gauche) et d'autres des liens de type additif (tableau de droite).

	<table><tr><th>Hauteur</th><th>Nbre de mes.</th></tr><tr><td>haut. 1 = 3,5 cm</td><td>3</td></tr><tr><td>haut. 2 = 7 cm</td><td>6</td></tr><tr><td>haut. 3 = 10,5 cm</td><td>9</td></tr></table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$\left. \begin{array}{l} \times 2 \\ \times 3 \end{array} \right\}$		<table><tr><th>Hauteur</th><th>Nbre de mes.</th></tr><tr><td>haut. 1 = 3,5 cm</td><td>3</td></tr><tr><td>haut. 2 = 7 cm</td><td>6</td></tr><tr><td>haut. 3 = 10,5 cm</td><td>9</td></tr></table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$\left. \begin{array}{l} +3,5 \\ +3,5 \end{array} \right\}$
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				
$\times 2$																					
$\times 3$																					

Après l'observation de ces « régularités » qui ne devraient pas provoquer de surprise, on demande aux élèves d'imaginer combien de mesurettes seraient nécessaires pour atteindre quatre fois, cinq fois voire dix fois la hauteur de départ. Les relations qu'ils viennent de mettre en évidence dans leurs tableaux devraient leur permettre de répondre facilement à la question.

Lorsque les élèves ont calculé l'ensemble de ces résultats, il leur est demandé de compléter un graphique avec toutes les données qu'ils ont à leur disposition.

La plupart des élèves auront rencontré peu de difficultés au cours de cette première partie de la *Math & Manip*. La suite devrait un peu plus les bousculer.

3.2 Des cylindres... et leur diamètre

Après s'être intéressé à la hauteur de récipients cylindriques, on se pose le même type de question à propos de la base, et plus précisément, du diamètre de tels récipients.

L'enseignant propose aux élèves deux récipients cylindriques dont l'un a un diamètre double de l'autre. En utilisant le récipient le plus étroit comme mesurette étalon, il demande aux élèves de prédire le nombre de fois qu'il sera versé dans le récipient le plus large pour atteindre la même hauteur que celle du récipient le plus étroit. Après avoir écrit leur estimation, les élèves commencent la manipulation. Il est probable que les élèves pensent avoir besoin du contenu de deux mesurettes pour atteindre la même hauteur dans le récipient de diamètre double. Pourtant, en effectuant l'expérience, les élèves s'aperçoivent que quatre mesurettes sont nécessaires. Pourquoi en faut-il quatre et non pas deux lorsqu'on double le diamètre ? Pour mieux comprendre ce qui se passe, les élèves continuent l'expérience avec un récipient de diamètre triple du récipient cylindrique le plus étroit. Tout en réalisant l'expérience, les élèves complètent un tableau et obtiennent des résultats semblables à ceux ci-dessous.

Diamètre	Nbre de mes.
diam. 1 = 0,8 cm	1
diam. 2 = 1,6 cm	4
diam. 3 = 2,4 cm	9

hauteur = 3,4 cm

Il est alors demandé aux élèves de chercher des liens qui permettent de passer d'une ligne à l'autre afin de pouvoir en déduire le nombre nécessaire de mesurettes pour atteindre la même hauteur dans un récipient cylindrique de diamètre quadruple, quintuple, etc.

Si les liens de type additif restent les plus prégnants chez certains élèves, ils risquent de ne rien en déduire. Par contre, les liens de type multiplicatif permettent de compléter le tableau pour d'autres diamètres. En effet, lorsqu'on multiplie par un nombre le diamètre, on multiplie par le carré de ce nombre le nombre de mesurettes.

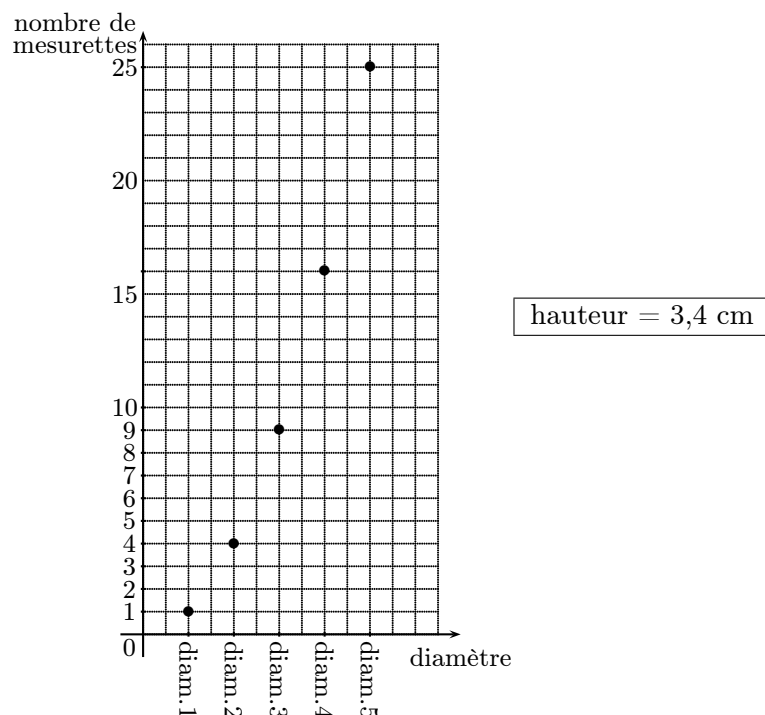
$\times 5$ $\times 4$ $\times 3$ $\times 2$

Diamètre	Nbre de mes.
diam. 1 = 0,8 cm	1
diam. 2 = 1,6 cm	4
diam. 3 = 2,4 cm	9
diam. 4 = 3,2 cm	16
diam. 5 = 4 cm	25

$\times 4$ $\times 9$ $\times 16$ $\times 25$

hauteur = 3,4 cm

Les élèves complètent ensuite un graphique – comme ils l'ont fait pour les différentes hauteurs – avec les données qu'ils ont obtenues pour les différents diamètres.



Les élèves ont travaillé jusqu'ici en groupe. Il convient maintenant de produire une synthèse commune à toute la classe.

3.3 Des cylindres... leur hauteur et leur diamètre

Pour construire cette synthèse, l'enseignant demande aux élèves ce qui est commun à tous les groupes afin de reprendre uniquement ces informations dans la synthèse réalisée en commun. Cette dernière fait donc abstraction des mesures de hauteur et de diamètre, tout en mentionnant que le travail réalisé pour les différents diamètres d'un même groupe est fait pour une hauteur constante.

Les élèves, avec l'aide de leur enseignant, pourront observer, via les tableaux et graphiques réalisés, les caractéristiques permettant de distinguer les phénomènes proportionnels des autres.

Dans le document du CREM qui présentera cette recherche, des prolongements de cette *Math & Manip* ainsi qu'une exploitation seront proposés, ceux-ci permettant entre autres de réinvestir différentes formules de volume connues des élèves.

4 *Math & Manip* pour le secondaire supérieur

Cette activité consiste à étudier les fonctions qui lient le volume d'un cône et sa hauteur. Selon le niveau des élèves, l'objectif premier sera la découverte de la fonction de référence $y = ax^3$ (4^e année), ou une introduction aux fonctions réciproques dans un contexte qui leur donne du sens (6^e année). Au-delà de ce travail sur les fonctions, la *Math & Manip* vise à familiariser les élèves avec la méthode expérimentale et le processus de modélisation.

4.1 Le verre à moitié vide, ou à moitié plein

Une première approche du problème consiste à se demander jusqu'à quelle hauteur il faut verser du liquide dans un verre conique pour le remplir à moitié (c'est-à-dire à la moitié de son volume). Les estimations préalables sont souvent bien en-dessous de la réalité. L'expérience réalisée avec les verres présentés ici, différents par la taille ou la forme, montre que le rapport entre la hauteur du liquide et la hauteur du verre semble constant et vaut à peu près 0,69.



On peut se demander si ce rapport sera toujours le même pour tous les récipients coniques et s'interroger sur sa signification. Cette question est laissée provisoirement en suspens, la suite de l'activité permettra de lui apporter une réponse précise. L'étonnement provoqué par cette première expérience pose le problème de la graduation du cône : on se rend compte qu'une graduation indiquant des quantités égales de liquide ne correspond pas à des écarts réguliers de hauteur. Cette observation nous engage à réaliser une autre expérience pour préciser l'allure de cette graduation et mieux comprendre le phénomène.

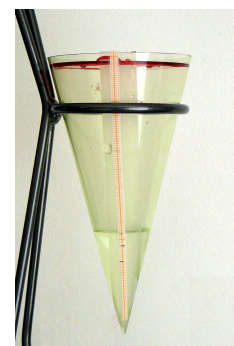
4.2 Graduation d'un cône

L'objectif de l'activité est d'établir le lien fonctionnel entre les valeurs des volumes versés et des hauteurs atteintes par le liquide dans le récipient. Elle se déroulera en trois phases :

- une phase expérimentale qui consiste à graduer le cône, puis à reporter sur un graphique les « points expérimentaux » ;
- un calcul théorique visant à établir la formule donnant le volume du cône en fonction de la hauteur, ou l'inverse ;
- une confrontation des résultats.

Graduation du cône

La graduation d'un récipient s'effectue naturellement sur la paroi. Premier étonnement : après avoir versé 5 ml nous constatons que le liquide atteint déjà presque le quart de la hauteur du récipient. À ce moment, nous avons l'impression que le cône sera très vite rempli et que l'étalon de 5 ml est trop grand. Nous continuons en versant 5 ml à la fois et nous nous apercevons que le liquide monte de moins en moins vite. À partir de 50 ml versés, les différences de hauteurs devenant petites, nous décidons de verser 10 ml à la fois, puis 20 ml. En réalité ce cône peut contenir un quart de litre.



Graphique

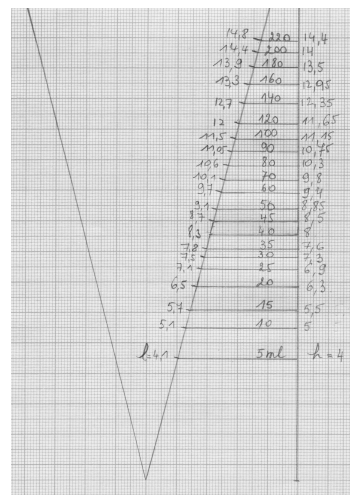
Le tableau de valeurs expérimentales demandé doit établir une correspondance entre le volume et la hauteur du liquide versé. Les longueurs mesurées sur la génératrice doivent donc être transformées en hauteurs. Pour atteindre cet objectif, on peut procéder graphiquement sur une feuille de papier millimétré où on aura dessiné une projection orthogonale du cône. Dans notre exemple, nous trouvons, pour une génératrice de longueur $L = 16$ cm et un rayon de $R = 4$ cm, une hauteur H :

$$H = \sqrt{16^2 - 4^2} \text{ cm} \simeq 15,49 \text{ cm}.$$

Une autre piste consiste à calculer les hauteurs à partir des longueurs mesurées sur la génératrice, par exemple en utilisant les relations trigonométriques dans les triangles rectangles ou encore le théorème de THALÈS.

Le tableau ci-après reprend les résultats obtenus dans notre exemple.

longueur sur la génératrice en cm	hauteur mesurée en cm	hauteur calculée en cm	volume mesuré en ml
0	0	0	0
4,1	4	3,97	5
5,1	5	4,94	10
5,7	5,5	5,52	15
6,5	6,3	6,29	20
7,1	6,9	6,87	25
7,5	7,3	7,26	30
7,8	7,6	7,55	35
8,3	8	8,03	40
8,7	8,5	8,42	45
9,1	8,85	8,8	50
9,7	9,4	9,39	60
10,1	9,8	9,78	70
10,6	10,3	10,26	80
11,05	10,75	10,70	90
11,5	11,15	11,13	100
12	11,65	11,62	120
12,7	12,35	12,29	140
13,3	12,95	12,87	160
13,9	13,5	13,46	180
14,4	14	13,94	200
14,8	14,4	14,32	220



Aux élèves de quatrième, on demandera de représenter le volume en fonction de la hauteur, de manière à faire apparaître la fonction $y = ax^3$.

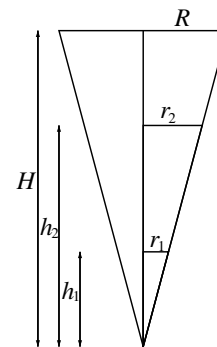
Aucune précision dans ce sens n'est donnée à des élèves de sixième. Vu la façon dont l'expérience se déroule, et la manière dont le tableau aura été rempli, certains d'entre eux seront tentés de représenter la hauteur atteinte par le liquide en fonction du volume versé, d'autres penseront que le volume est fonction de la hauteur et produiront l'autre graphique ; les deux représentations sont intéressantes.

En prenant comme unité de hauteur le cm et comme unité de volume le cl, on obtient une figure qui montre que les points expérimentaux des deux représentations se placent symétriquement par rapport à l'axe d'équation $y = x$, ce qui s'explique facilement par le fait que pour passer d'une représentation à l'autre, on échange l'abscisse et l'ordonnée de chaque point.

Il reste à comprendre quelles sont les deux fonctions qui modélisent ces deux courbes, et comment on peut déduire l'une de l'autre.

Modèle théorique

À partir de la formule du volume du cône $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, connue à la fin de l'école primaire, et en utilisant la proportionnalité entre r et h montré par les triangles semblables, on obtient ainsi l'expression du volume en fonction de la hauteur. Dans notre exemple, on a $r = \frac{4}{15,49}h$ et donc $V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{15,49}h\right)^2 h \simeq 0,07h^3$. Si la hauteur est mesurée en cm, le volume obtenu par cette formule sera exprimé en cm^3 , c'est-à-dire en ml.



La valeur du volume en cl est dix fois plus petite et on a donc $V = 0,007h^3$. Le travail avec les élèves de 4^e année s'arrête ici, avec la découverte de la fonction cubique $y = 0,007x^3$.

Néanmoins, pour des élèves de 6^e, cette relation exprime simplement le lien existant entre V et h . De ceci, on dégage les expressions analytiques de deux fonctions :

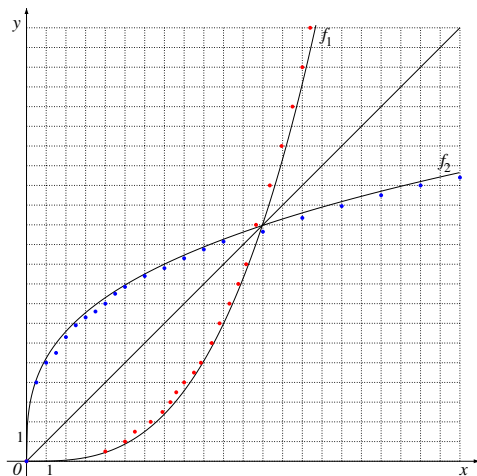
- dans l'une, V est l'ordonnée et h l'abscisse, ce qui donne $f_1 \equiv y = 0,007x^3$;
- dans l'autre, V est l'abscisse et h est l'ordonnée, ce qui donne $x = 0,007y^3$, donc $y^3 = \frac{1}{0,007}x$

et finalement $f_2 \equiv y = \sqrt[3]{\frac{1}{0,007}x} \simeq 5,23\sqrt[3]{x}$.

Les deux fonctions modélisent le même phénomène.

Comparaison

Pour terminer, il s'agit de comparer les résultats expérimentaux et les modèles théoriques, en confrontant tableaux et graphiques¹.



Les élèves risquent d'être perturbés par les écarts, qui leur paraissent importants, entre volumes calculés et volumes mesurés dans le tableau. C'est pourquoi il faut arriver à la comparaison des graphiques qui permettent de relativiser ces écarts (les erreurs relatives sont de l'ordre de 5 %).

hauteur mesurée en cm	volume mesuré en ml	volume calculé en ml
0	0	0
4	5	4,48
5	10	8,75
5,5	15	11,65
6,3	20	17,50
6,9	25	23
7,3	30	27,23
7,6	35	30,73
8	40	35,84
8,5	45	42,99
8,85	50	48,52
9,4	60	58,14
9,8	70	65,88
10,3	80	76,49
10,75	90	86,96
11,15	100	97,03
11,65	120	110,68
12,35	140	131,86
12,95	160	152,02
13,5	180	172,23
14	200	192,08
14,4	220	209,02

4.3 Et le cône à moitié rempli ?

On revient au problème initial et on se propose d'y apporter, non plus une réponse empirique, mais une réponse théorique, à partir du modèle mathématique.

¹Avec les élèves de 4^e, on ne s'intéressera qu'à la fonction f_1 .

Les élèves seront sans doute tentés d'apporter d'abord une réponse pour le cône sur lequel ils viennent de travailler.

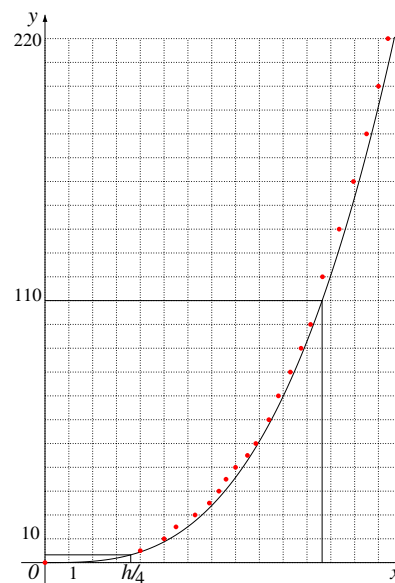
À partir de la formule théorique $V = 0,07h^3$, ils pourront calculer que le volume total du cône, d'une hauteur de 15,49 cm, est de $V_T = 260,16\text{cm}^3$. Avec la même formule, ils calculent que la hauteur $H_{\frac{1}{2}}$ qui correspond au volume $\frac{V_T}{2} = 130,08\text{cm}^3$ vaut 12,29 cm. Le rapport $\frac{H_{\frac{1}{2}}}{H_T} = \frac{12,29}{15,49} \simeq 0,79$ nous indique que la hauteur du liquide dans le cône rempli à la moitié de son volume atteint presque 80 % de la hauteur totale. Ce résultat est encore plus surprenant que celui fourni par les observations empiriques (69 %). La différence s'explique par le fait que les verres ne sont pas de « vrais » cônes. Le modèle théorique fournit une réponse pour un cône idéal qui n'existe pas dans la réalité.

Si les groupes d'élèves ont travaillé avec des cônes différents, la constance du facteur 0,79 devrait les inciter à en comprendre la signification. Pour expliquer le phénomène, il faut revenir au modèle théorique qui permet d'établir que

$$\frac{1}{2} H^3 = H_{\frac{1}{2}}^3 \quad \text{ou encore} \quad H_{\frac{1}{2}} = \frac{H}{\sqrt[3]{2}} \simeq 0,79 H.$$

Le coefficient 0,79 prend à présent tout son sens, on voit qu'il correspond à $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ et qu'il sera le même pour n'importe quel cône.

Pour vérifier si l'utilisation du modèle théorique qui vient d'être faite a été bien comprise, on peut demander quel est le volume de liquide dans un cône qui a été rempli au quart de sa hauteur. On établit qu'il s'agit de $\frac{1}{64}$ du volume total. On peut encore « lire » ces résultats sur le graphique ci-contre.



Cette séquence d'apprentissage se poursuit, avec les élèves de 6^e, par une activité visant à introduire la formule qui permet de calculer un volume de révolution par une intégrale définie. L'idée de base est de réutiliser les données récoltées lors de la graduation du cône pour calculer des valeurs approchées du volume de liquide dans le cône à toutes les étapes du remplissage.

5 Pour en savoir plus

Pour tout renseignement complémentaire concernant une des *Math & Manips* présentées, nous sommes à votre disposition au Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques :

CREM
5, rue Émile Vandervelde
1400 Nivelles
067/21.25.27
info@crem.be

Pour plus d'informations concernant les activités du CREM :

www.crem.be

Que les personnes intéressées par l'essai d'une de ces *Math & Manips* se fassent connaître ! Nous leur communiquerons l'ensemble des documents qui fournissent aux enseignants toutes les informations nécessaires au bon déroulement de l'activité en classe.

Références

- [1] BASSIS O., *Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques*, Tome 2, *Géométrie, mesures et processus cognitifs*, Hachette, Paris, 2004.
- [2] CREM, *Des grandeurs aux espaces vectoriels, la linéarité comme fil conducteur*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, 2002, 614 pp.
- [3] DE BOCK D., VAN DOOREN W., JANSSENS D., VERSCHAFFEL L., *The illusion of linearity, from analysis to improvement*, Mathematics Education Library, Springer, United Kingdom, 2007, 182 pp.