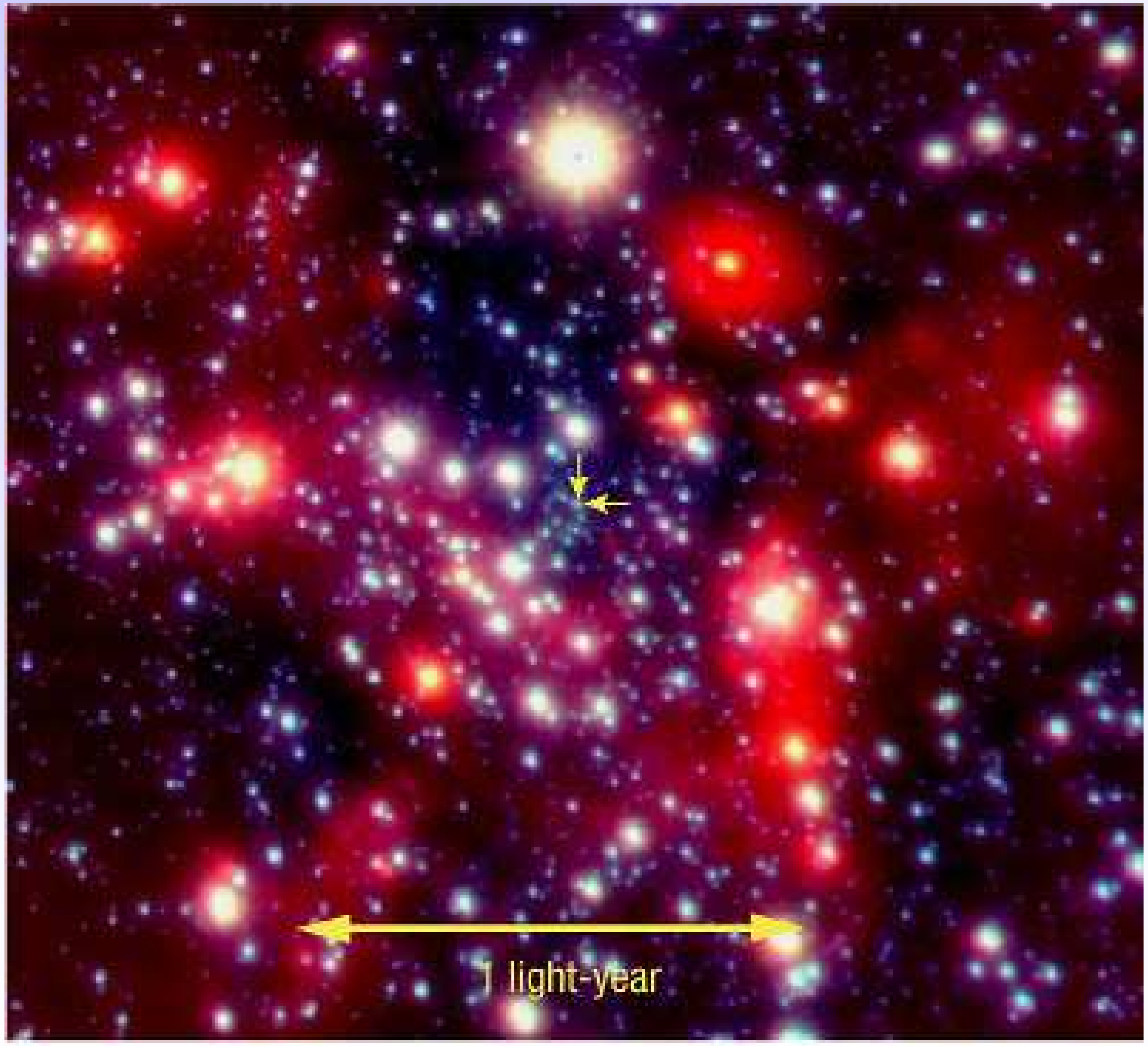
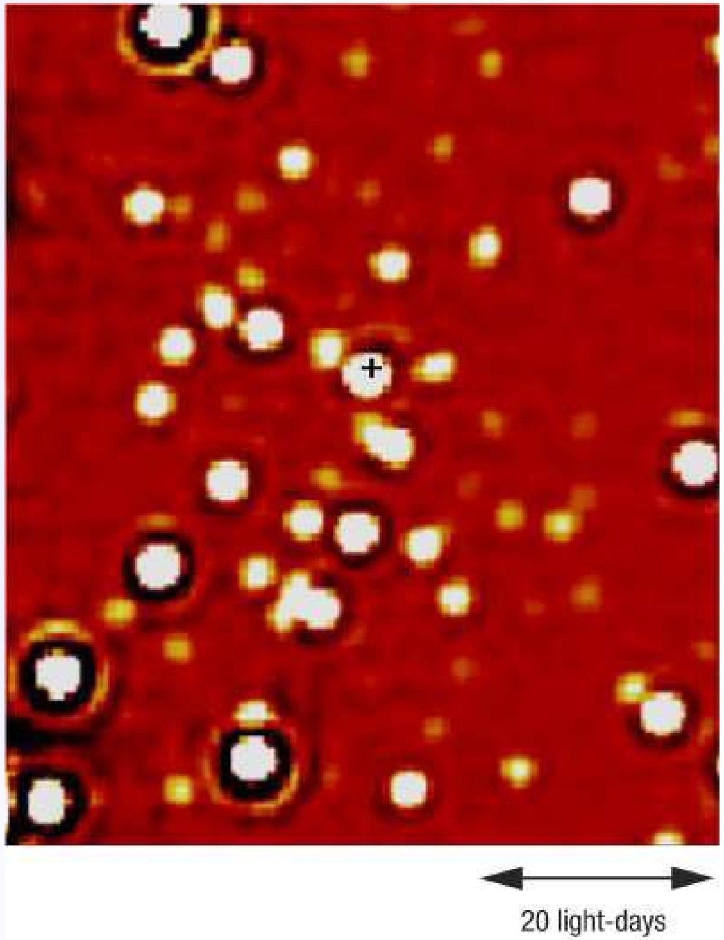
7ème cours de Mécanique Analytique (21/10/2010)



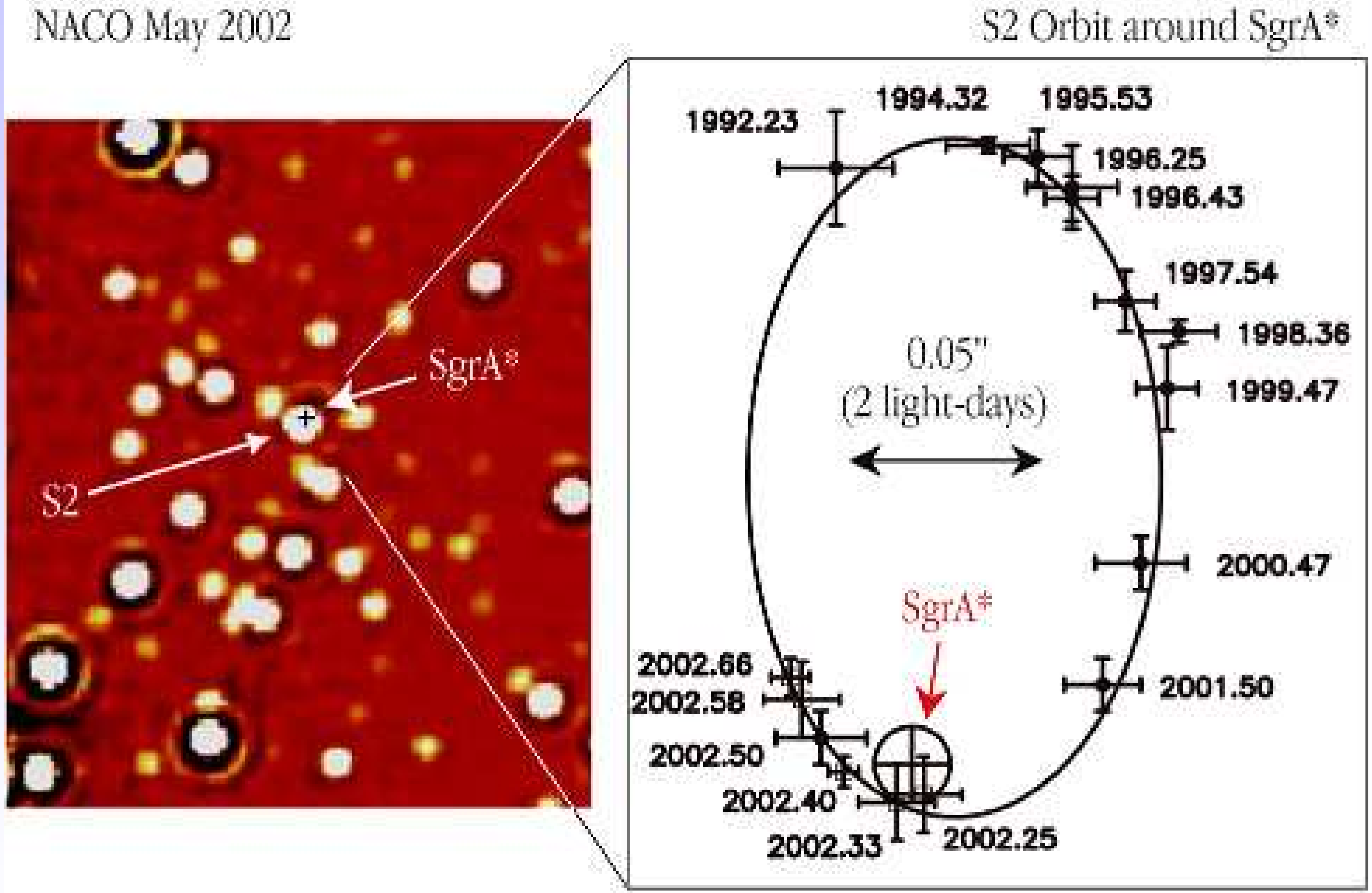
The Centre of the Milky Way
(VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 23a/02 (9 October 2002)



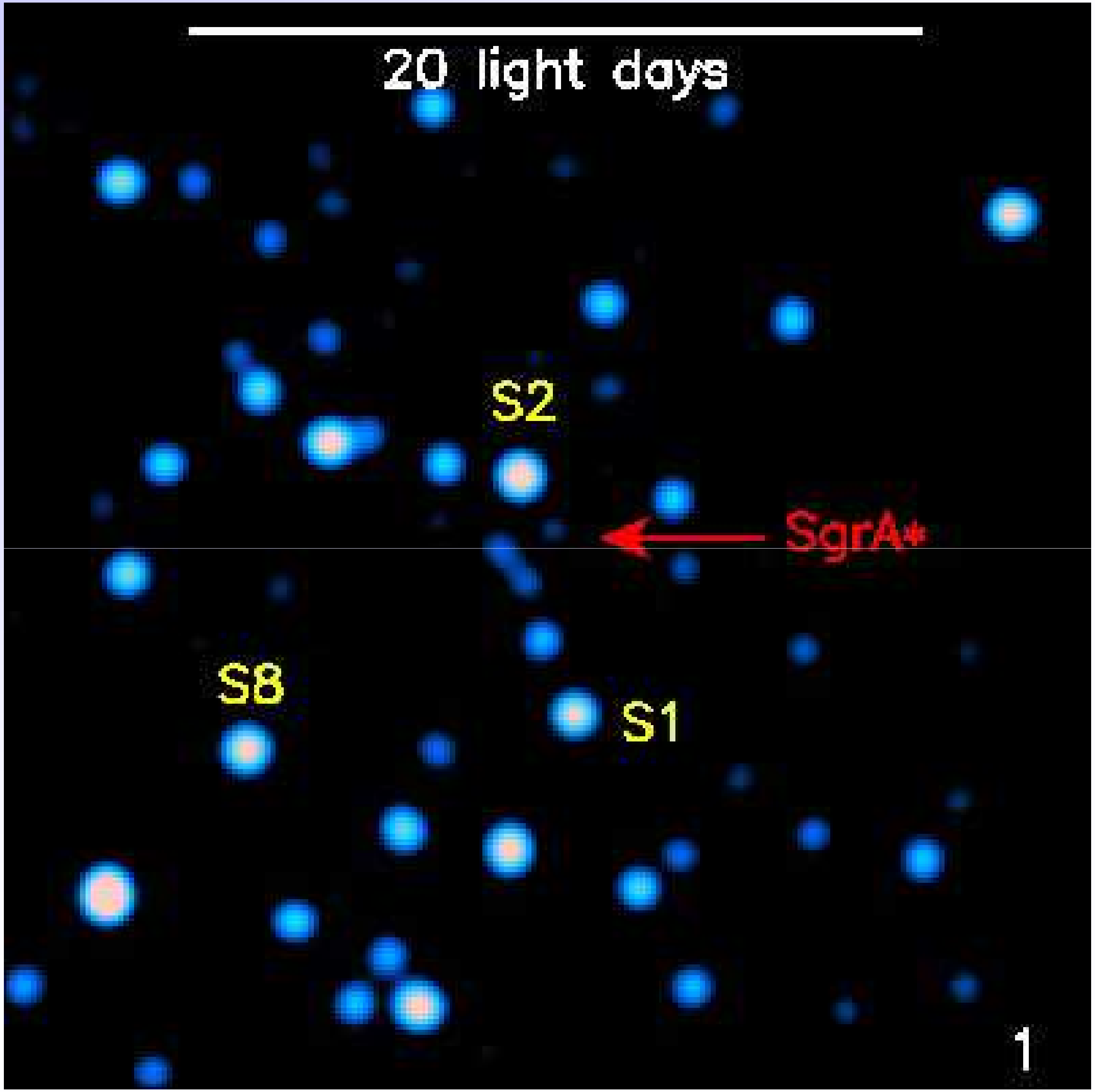
The Centre of the Milky Way (detail)
(VLT YEPUN + NACO)

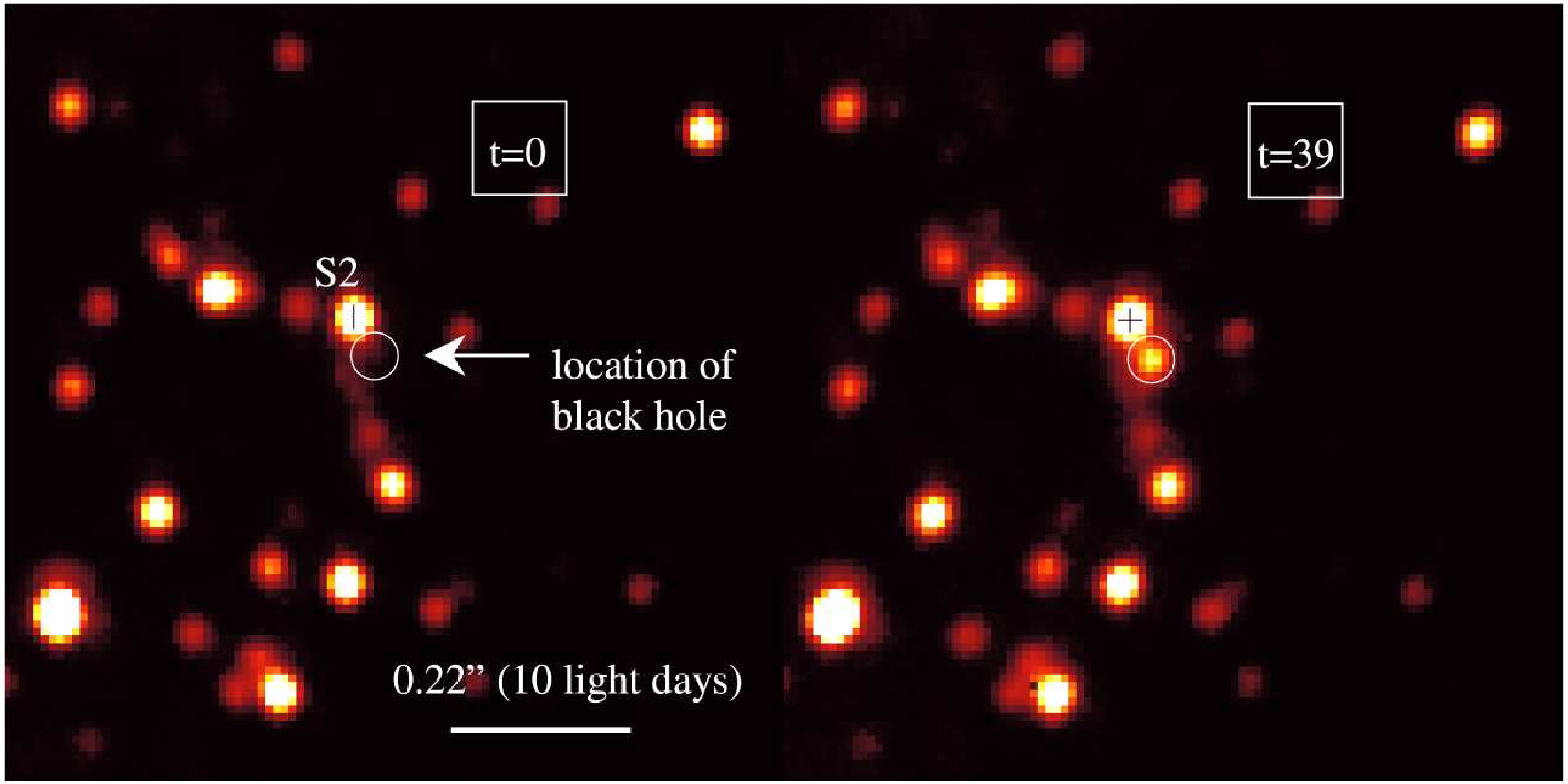
ESO PR Photo 23b/02 (9 October 2002)



The Motion of a Star around the Central Black Hole in the Milky Way

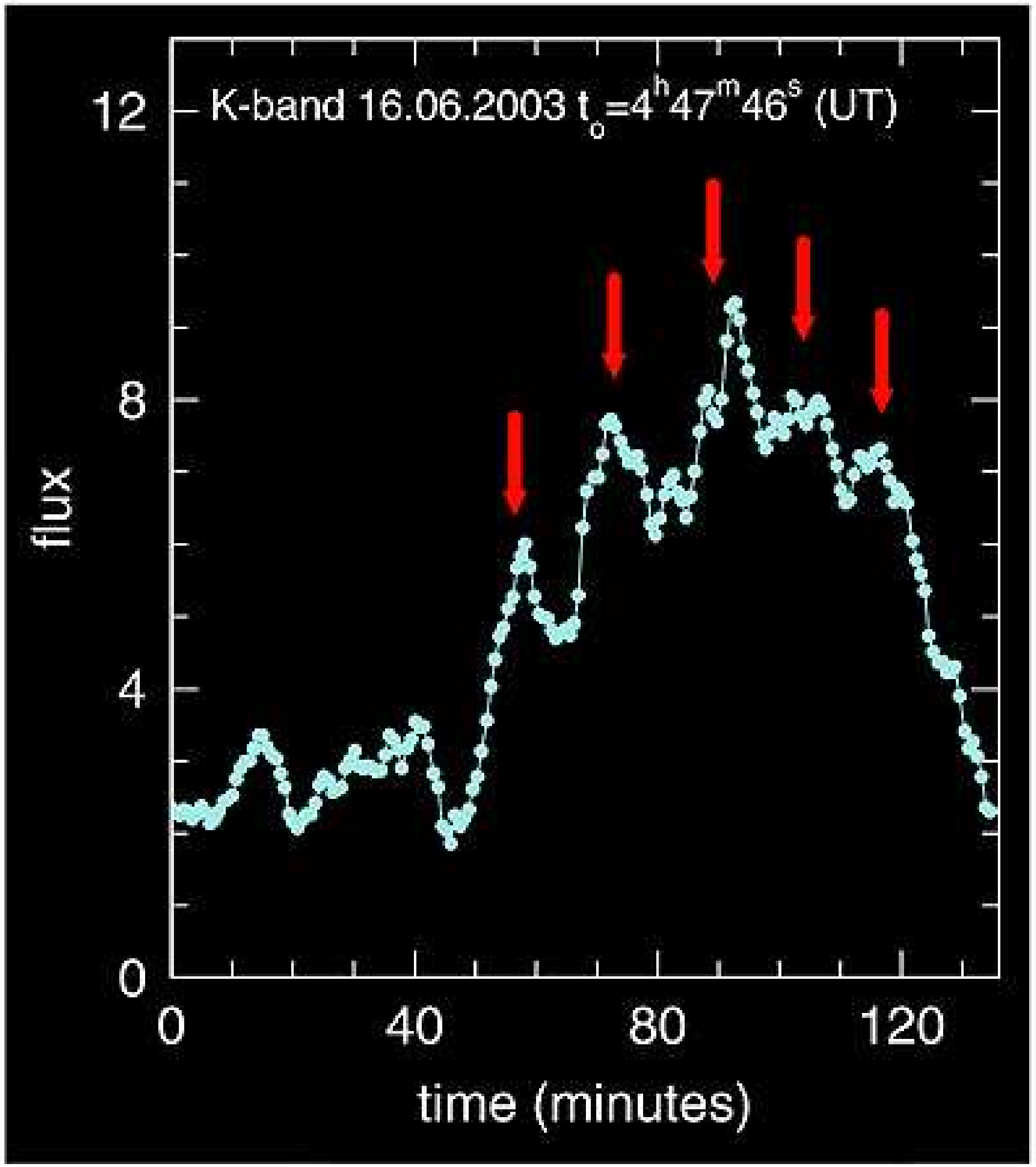
ESO PR Photo 23c/02 (9 October 2002)


20 light days
S2
SgrA*
S8
S1
1



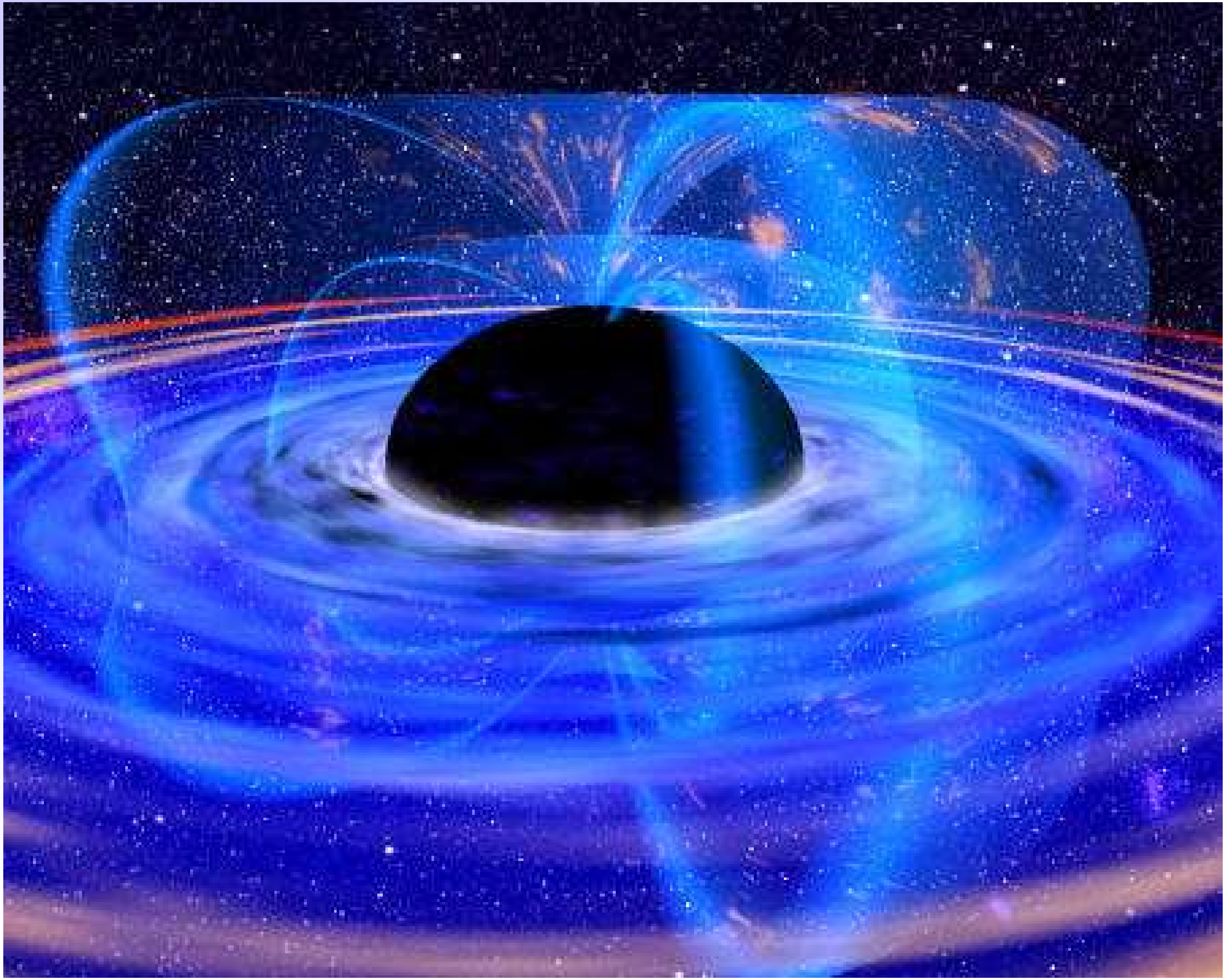
Near-IR Flare from Galactic Centre (VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 29a/03 (29 October 2003)



Near-IR Flare from Galactic Centre (Lightcurve)
(VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 25b/03 (29 October 2003)

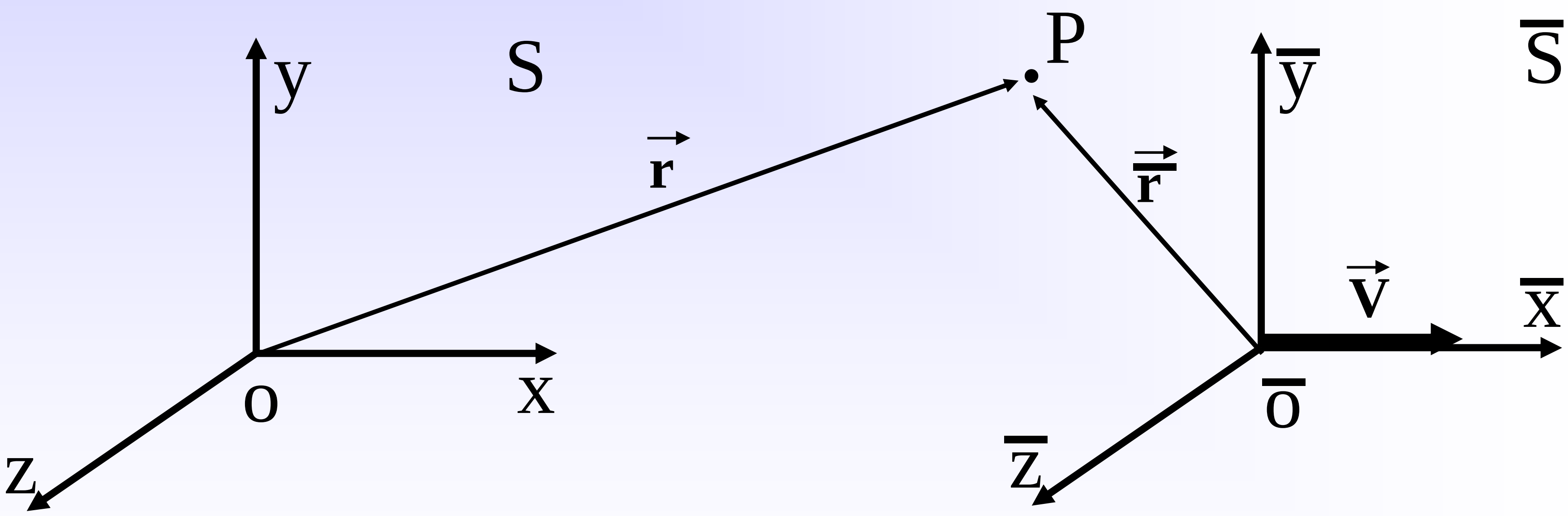



PAPA, TU VOUDRAIS BIEN M'EXPLIQUER LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ ? JE COMPRENDS PAS POURQUOI LE TEMPS RALENTIT QUAND LA VITESSE AUGMENTE.
C'EST PARCE QUE TU CHANGES DE ZONES TEMPORELLES. SI TU VOLES VERS LES ÉTATS-UNIS, TU GAGNES SIX HEURES SUR UN VOL DE HUIT HEURES...
ALORS SI TU VAS À LA VITESSE DE LA LUMIÈRE, TU GAGNES ENCORE PLUS DE TEMPS, PARCE QUE TU VAS ENCORE PLUS VITE. BIEN SÛR, CETTE THÉORIE DE LA RELATIVITÉ NE MARCHE QUE SI TU VAS VERS L'EST.


OH LÀ LÀ, C'EST PAS DU TOUT CE QUE DISAIT MAMAN ! ELLE DOIT ÊTRE À CÔTÉ DE LA PLAQUE.
NOUS, LES HOMMES, SOMMES MEILLEURS EN RAISONNEMENTS ABSTRAITS. VA LUI DIRE ÇA !

Chapitre 3: La relativité restreinte

- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste



$$\bar{t} = t$$

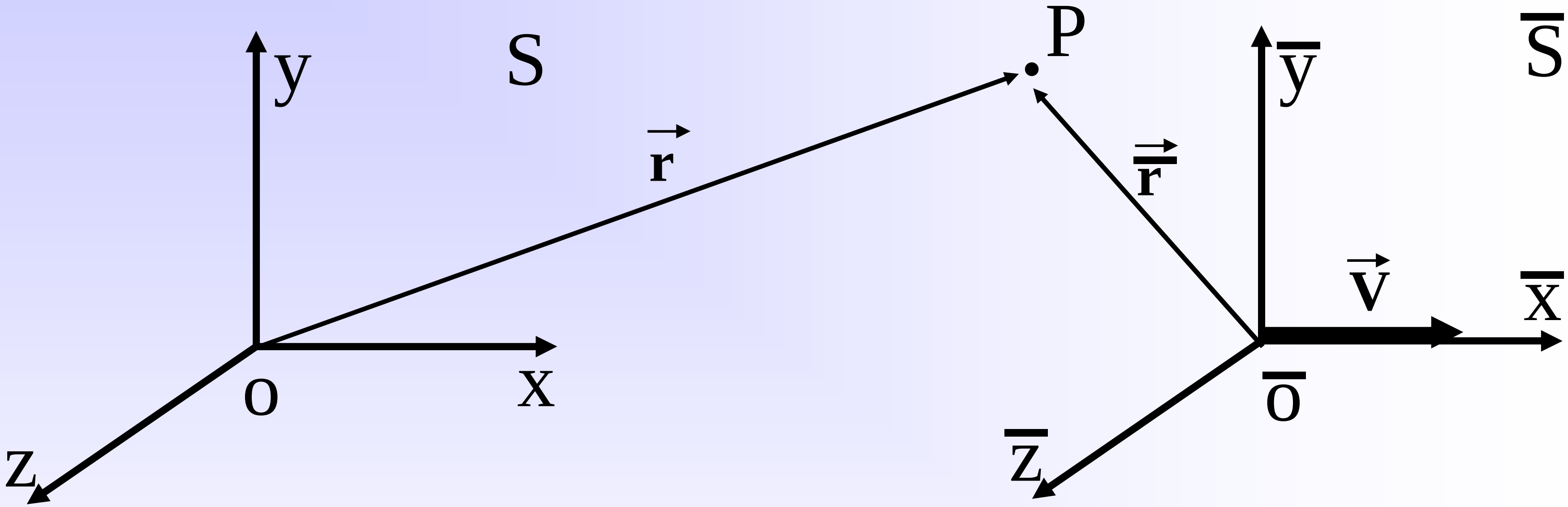
- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste

Si $\Delta t = t_2 - t_1 \quad , \quad \Delta \bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 \quad ,$

alors $\Delta \bar{t} = \Delta t$

Si $\Delta t = 0$ alors $\Delta \bar{t} = 0$

- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste



$$\begin{cases} x = \bar{x} + V\bar{t} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \bar{t} \end{cases} \qquad (3.1)$$

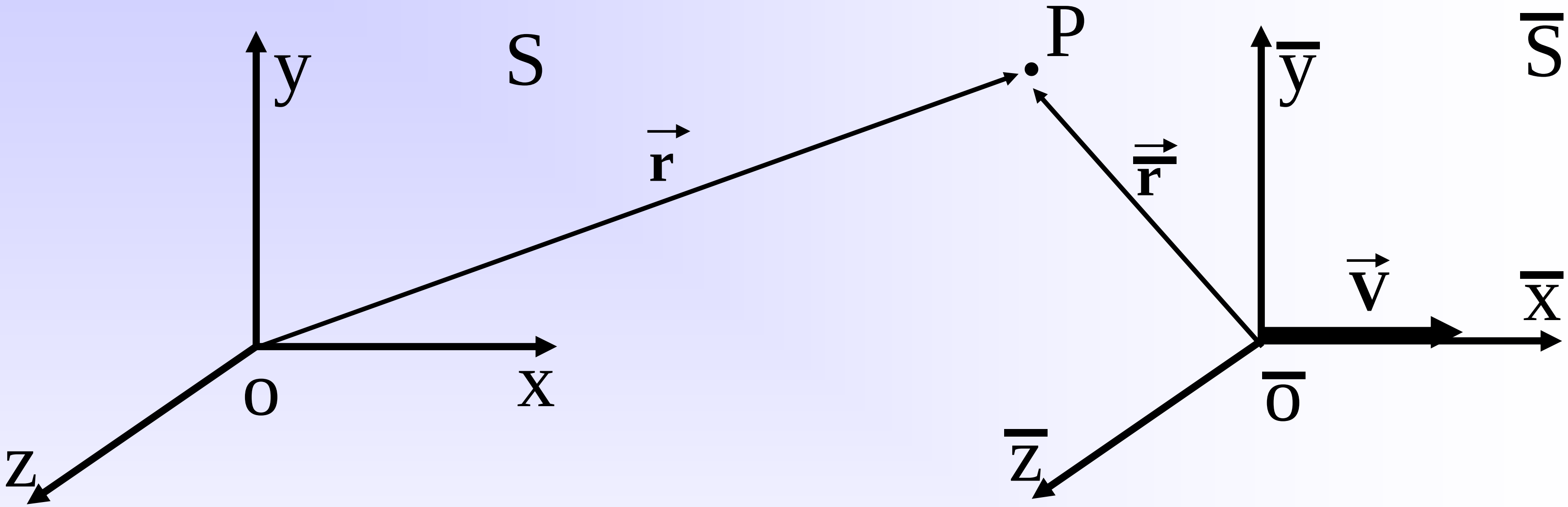
- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{\bar{r}} + \vec{V}\bar{t} + \vec{a} \\ t = \bar{t} + b \end{cases} \qquad (3.2)$$

$$\vec{e}_i = A_{ij}\vec{\bar{e}}_j$$

$$\begin{cases} x_i = A_{ij}(\bar{x}_j + V_j\bar{t} + a_j) \\ t = \bar{t} + b \end{cases} \qquad (3.3)$$

- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste



$$\begin{cases} x = \bar{x} + V\bar{t} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \bar{t} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{\bar{r}} + \vec{V}\bar{t} + \vec{a} \\ t = \bar{t} + b \end{cases} \quad (3.2)$$

- 3.1 La transformation de Galilée et les difficultés de la physique prérelativiste

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{d\bar{t}} = \frac{d\vec{\bar{r}}}{d\bar{t}} + \vec{V} = \vec{\bar{v}} + \vec{V} \qquad (3.4)$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{d\bar{t}} = \frac{d\vec{\bar{v}}}{d\bar{t}} = \vec{\bar{\gamma}} \qquad (3.5)$$

• 3.2 Expérience de Michelson-Morley et détermination intuitive de la transformation de Lorentz

- Equations de Maxwell (1865) : il existe une antipathie profonde entre ces équations et la transformation de Galilée (Poincaré)

- ➔ Ether (propriétés cinématiques ?)

- Phénomène d'aberration de la lumière de Bradley (1725), OK !

- Effet Doppler-Fizeau (1842), OK !

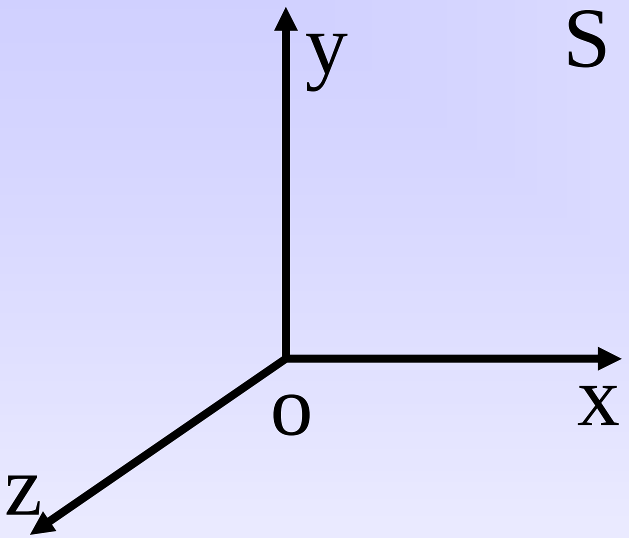
- Expérience de Fizeau (1851) => entraînement partiel de l'éther

- Michelson et Morley (1887) : mesure de la vitesse de l'éther par rapport à la Terre: PROBLEME !!!

- Fitzgerald et Lorentz (1893)

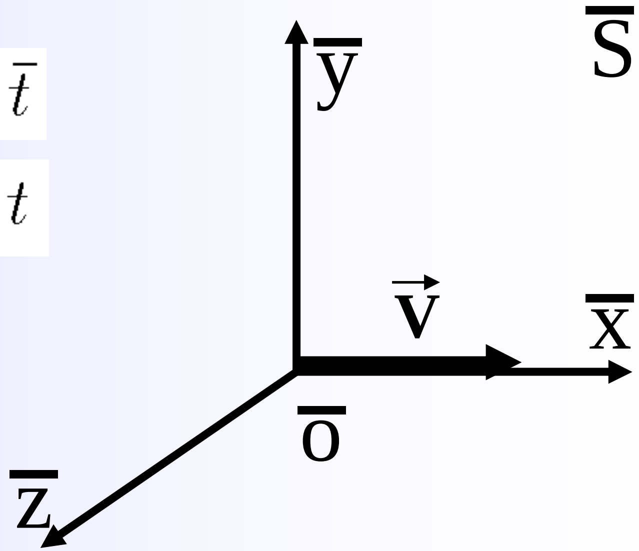
- Einstein (1879-1955) … 1905 … principe d'invariance de la vitesse de la lumière + principe de relativité restreinte

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard



• $\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \bar{t}$

$x,\ y,\ z,\ t$



$\bar{y} = y$ $\quad$ $\bar{z} = z$

$$x = a\bar{x} + b\bar{t}$$

$$t = f\bar{x} + g\bar{t}$$

$$\bar{x} = \bar{y} = \bar{z} = 0$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$x = a\bar{x} + b\bar{t}$$

$$t = f\bar{x} + g\bar{t}$$

$$\bar{x} = \bar{y} = \bar{z} = 0$$

$$x = b\,\bar{t} \qquad t = g\,\bar{t} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{b}{g}\,t \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{g} = V$$

$$\begin{array}{lllll} E & : & x,\ y,\ z,\ t & ; & \bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \bar{t} \\ E' & : & x + \Delta x, \text{etc.} & ; & \bar{x} + \Delta \bar{x}, \text{etc.} \end{array}$$

$$\vec{v} = \lim \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \qquad \vec{\bar{v}} = \lim \left(\frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{t}}, \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{t}}, \frac{\Delta \bar{z}}{\Delta \bar{t}} \right)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\begin{aligned} x &= a\bar{x} + b\bar{t} \\ y &= \bar{y} \\ z &= \bar{z} \\ t &= f\bar{x} + g\bar{t} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \Delta x &= a\Delta\bar{x} + b\Delta\bar{t} \\ \Delta y &= \Delta\bar{y} \\ \Delta z &= \Delta\bar{z} \\ \Delta t &= f\Delta\bar{x} + g\Delta\bar{t} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{a\dfrac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{t}} + b}{f\dfrac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{t}} + g} \qquad \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\dfrac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{t}}}{f\dfrac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{t}} + g} \qquad \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\dfrac{\Delta\bar{z}}{\Delta\bar{t}}}{f\dfrac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{t}} + g}$$

$$v_x = \frac{a\bar{v}_x + b}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_y = \frac{\bar{v}_y}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_z = \frac{\bar{v}_z}{f\bar{v}_z + g}$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$v_x = \frac{a\bar{v}_x + b}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_y = \frac{\bar{v}_y}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_z = \frac{\bar{v}_z}{f\bar{v}_z + g}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{\bar{v}} + [(a-1)\frac{\vec{\bar{v}}.\vec{V}}{V} + b]\frac{\vec{V}}{V}}{f\frac{\vec{\bar{v}}.\vec{V}}{V} + g}$$

$$v^2 = \frac{\bar{v}^2 + (a^2-1)\bar{v}_x^2 + 2ab\bar{v}_x + b^2}{(f\bar{v}_x + g)^2}$$

$$c^2 = \frac{c^2 + (a^2-1)\bar{v}_x^2 + 2ab\bar{v}_x + b^2}{(f\bar{v}_x + g)^2}$$

$$(a^2-1)\bar{v}_x^2 + 2ab\bar{v}_x + b^2 + c^2 = c^2(f^2\bar{v}_x^2 + 2fg\bar{v}_x + g^2)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$(a^2-1)\bar{v}_x^2 + 2ab\bar{v}_x + b^2 + c^2 = c^2(f^2\bar{v}_x^2 + 2fg\bar{v}_x + g^2)$$

$$-c \leq \bar{v}_x \leq c \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} a^2 - 1 &= c^2 f^2 \\ ab &= c^2 fg \\ b^2 + c^2 &= c^2 g^2. \end{aligned}$$

$$\bar{v} = c \qquad \Leftrightarrow \qquad v = c$$

$$\begin{aligned} x &= a\bar{x} + b\bar{t} \\ y &= \bar{y} \\ z &= \bar{z} \\ t &= f\bar{x} + g\bar{t} \end{aligned} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} a^2 - 1 &= c^2 f^2 \\ ab &= c^2 fg \\ b^2 + c^2 &= c^2 g^2. \end{aligned}$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\begin{aligned} a^2 - 1 &= c^2 f^2 \\ ab &= c^2 f g \\ b^2 + c^2 &= c^2 g^2. \end{aligned}$$

$$\frac{b}{g} = V$$

$$\lim_{V \to 0} \begin{pmatrix} a & b \\ f & g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad b = \frac{V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \\ f &= \frac{\frac{V}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad g = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \end{aligned}$$

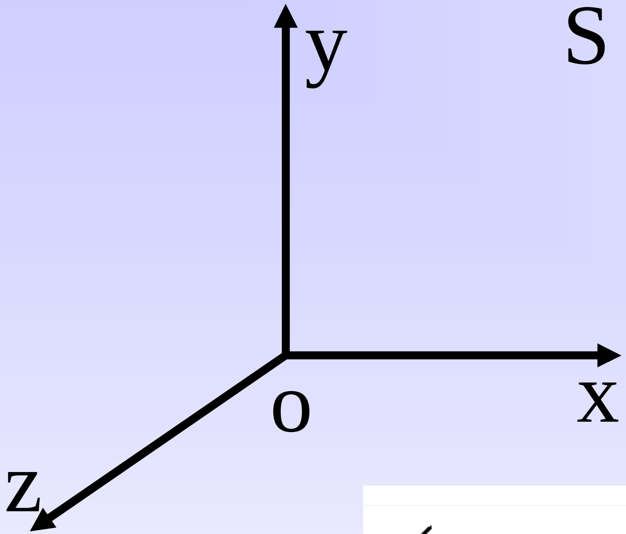
• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$a = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad b = \frac{V}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},$$
$$f = \frac{\frac{V}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad g = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}.$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

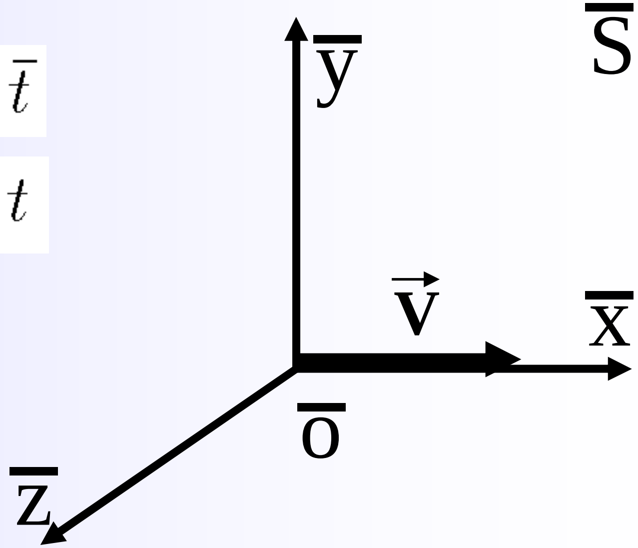
$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \frac{\bar{x}+V\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \\ y & = & \bar{y} \\ z & = & \bar{z} \\ t & = & \frac{\frac{V}{c^2}\bar{x}+\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \end{array}\right. \quad (3.6)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard



• $\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \bar{t}$

$x,\ y,\ z,\ t$



$$\begin{cases} x = \dfrac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad (3.6)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\begin{cases} x = \dfrac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (3.6)$$

$\vec{r} = \vec{OP}$ et $\vec{\bar{r}} = \vec{\bar{O}P}$

$$\vec{r} = \vec{\bar{r}} + \frac{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\right)\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{V^2} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\vec{V}$$

$$t = \frac{\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{c^2} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\begin{cases} x &= \dfrac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y &= \bar{y} \\ z &= \bar{z} \\ t &= \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} \bar{x} &= \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ \bar{y} &= y \\ \bar{z} &= z \\ \bar{t} &= \dfrac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (3.7)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \dfrac{\bar{x}+V\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \\ y & = & \bar{y} \\ z & = & \bar{z} \\ t & = & \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x}+\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \end{array}\right. \qquad (3.6)$$

$$\begin{array}{lcl} \vec{r} & = & \vec{\bar{r}} + \dfrac{\left(1-\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right)\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{V^2}+\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\;\vec{V} \\ t & = & \dfrac{\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{c^2}+\bar{t}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \end{array}$$

$$\vec{r} = \vec{\bar{r}} + \left[(\gamma-1)\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{V^2}+\gamma\bar{t}\right]\vec{V}+\vec{a}$$

$$t = \gamma\left(\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{r}}}{c^2}+\bar{t}\right)+b \qquad (3.8)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\vec{r} = \vec{\bar{r}} + \left[(\gamma - 1)\frac{\vec{V} \cdot \vec{\bar{r}}}{V^2} + \gamma \bar{t} \right] \vec{V} + \vec{a}$$

$$t = \gamma \left(\frac{\vec{V} \cdot \vec{\bar{r}}}{c^2} + \bar{t} \right) + b \qquad (3.8)$$

$$x_i = A_{ij} \left[\bar{x}_j + \left[(\gamma - 1)\frac{V_k \bar{x}_k}{V^2} + \gamma \bar{t} \right] V_j + a_j \right]$$

$$t = \gamma \left[\frac{V_k \bar{x}_k}{c^2} + \bar{t} \right] + b \qquad (3.9)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \qquad (3.10)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$v_x = \frac{a\bar{v}_x + b}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_y = \frac{\bar{v}_y}{f\bar{v}_x + g} \qquad v_z = \frac{\bar{v}_z}{f\bar{v}_z + g}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{\bar{v}} + \left[(a-1)\frac{\vec{\bar{v}}.\vec{V}}{V} + b\right]\frac{\vec{V}}{V}}{f\frac{\vec{\bar{v}}.\vec{V}}{V} + g}$$

$$\vec{v} = \frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\,\vec{\bar{v}} + \left[1 + \left(1 - \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right)\frac{\vec{V}.\vec{\bar{v}}}{V^2}\right]\vec{V}}{1 + \frac{\vec{V}.\vec{\bar{v}}}{c^2}} \qquad (3.11)$$

Aberration de la lumière (relativité classique et restreinte)?

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\vec{v} = \frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\,\vec{\bar{v}} + \left[1 + \left(1 - \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right)\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{v}}}{V^2}\right]\vec{V}}{1+\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{v}}}{c^2}} \quad (3.11)$$

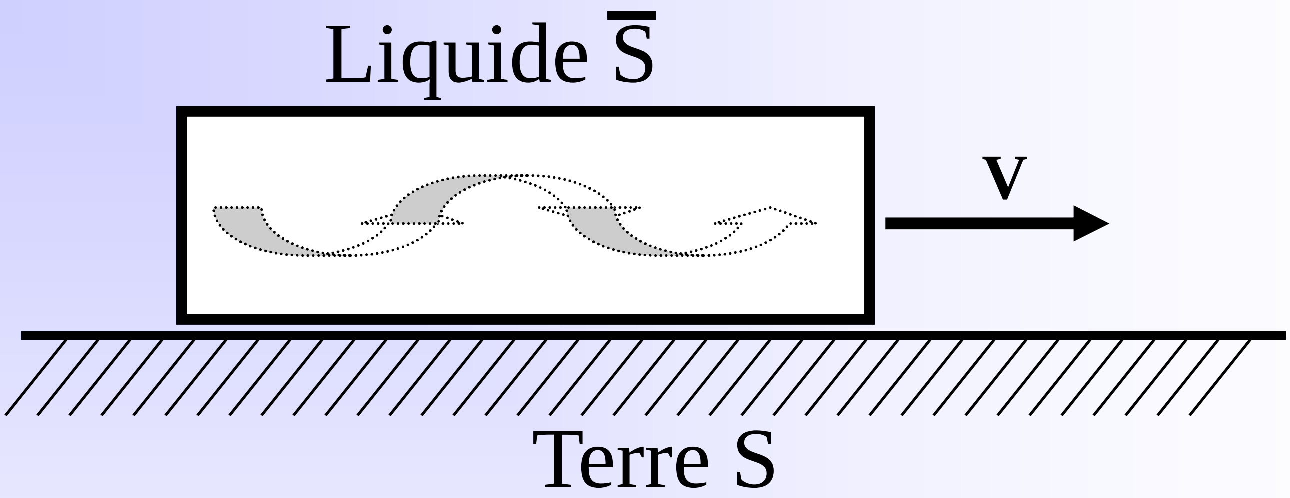
$$v^2 - c^2 = \frac{1-\frac{V^2}{c^2}}{\left(1+\frac{\vec{V}\cdot\vec{\bar{v}}}{c^2}\right)^2}(\bar{v}^2 - c^2)$$

$\bar{v} = c \quad \Leftrightarrow$

$v = c$, et $\bar{v} < c$, $v < c$.

$$v = \frac{\bar{v} + V}{1+\frac{\bar{v}V}{c^2}} \quad (3.12)$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard



$$v = \frac{c}{n}(1+\frac{nV}{c})(1+\frac{V}{nc})^{-1}$$

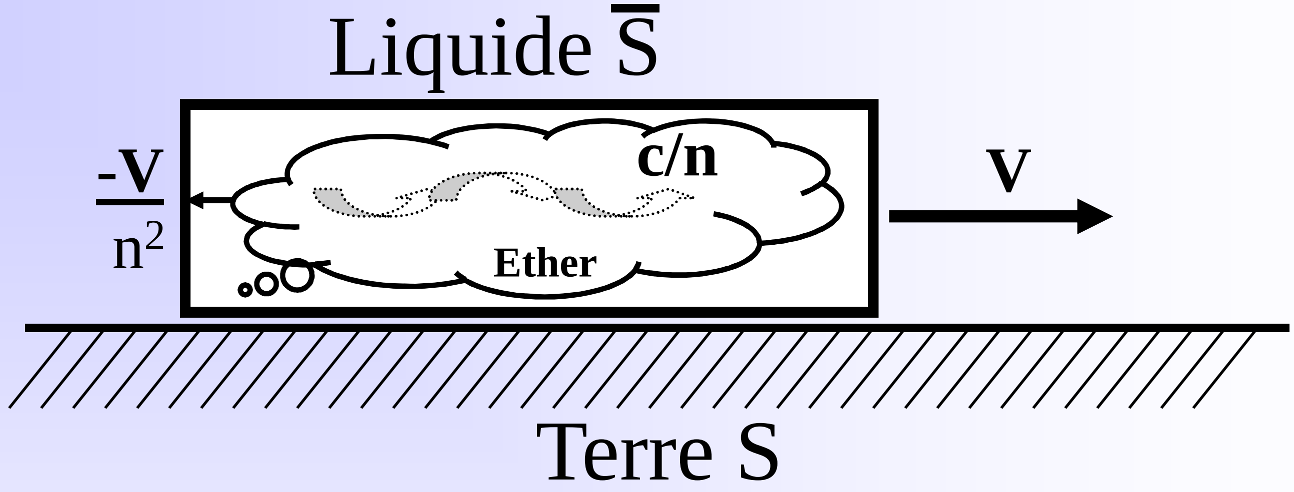
$$\bar{v} = \frac{c}{n}$$

$$v = \frac{c}{n} + (1-\frac{1}{n^2})V$$

$$(1-\frac{1}{n^2})V$$

$$-\frac{V}{n^2}$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard



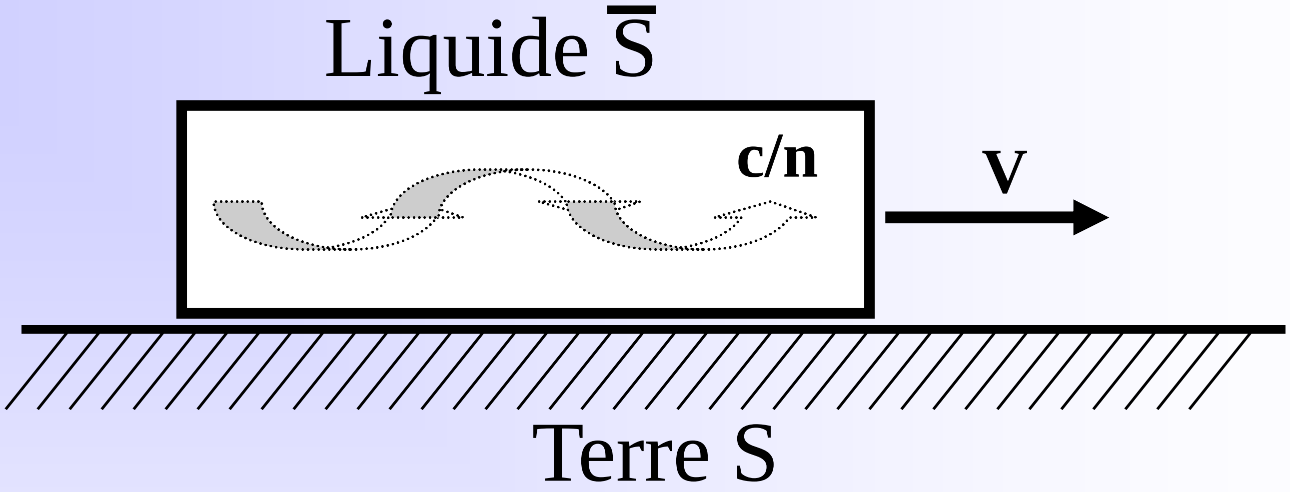
Vitesse de la lumière par rappport à l’éther : c/n

Vitesse de l’éther par rapport au liquide: $-V/n^2$

Vitesse du liquide par rapport à la Terre: V

Vitesse de la lumière par rappport à la Terre (cinématique classique) : $c/n - V/n^2 + V$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard



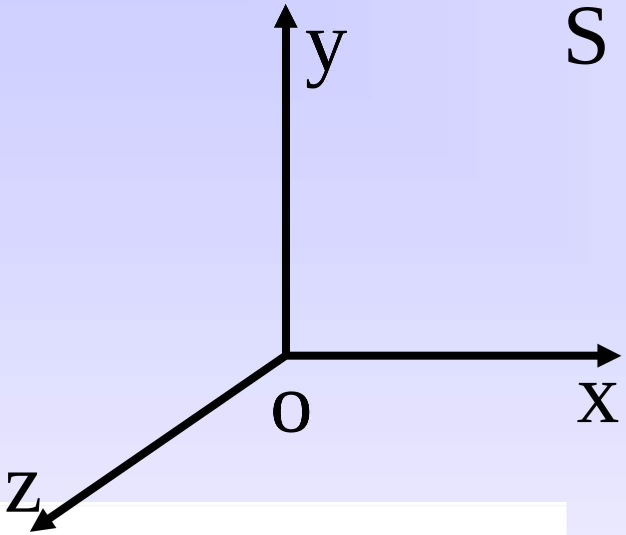
Vitesse de la lumière par rappport au liquide : c/n

Vitesse du liquide par rapport à la Terre: V

Vitesse de la lumière par rappport à la Terre (cinématique relativiste) :

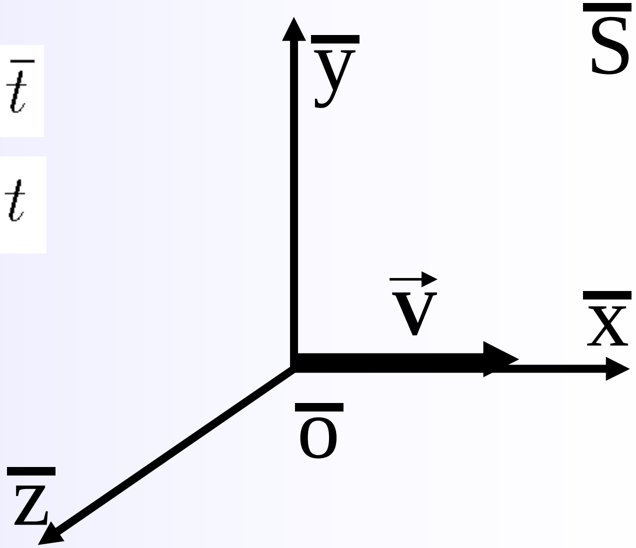
$$\frac{\frac{c}{n}+V}{1+\frac{V}{nc}} \simeq \frac{c}{n} + \left(1-\frac{1}{n^2}\right)V$$

• 3.3 La transformation de Lorentz



• $\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \bar{t}$

$x,\ y,\ z,\ t$



$$\begin{cases} x = \dfrac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad (3.6)$$

$$v = \frac{\bar{v} + V}{1 + \frac{\bar{v}V}{c^2}} \qquad (3.12)$$

- 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

$$\vec{\gamma} \neq \vec{\bar{\gamma}}$$

$$\gamma = \frac{dv}{dt}\,, \qquad \bar{\gamma} = \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} = \frac{d\bar{v}/dt}{d\bar{t}/dt}$$

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{\frac{dv}{dt}(1-\frac{vV}{c^2}) + (v-V)\frac{dv}{dt}\frac{V}{c^2}}{(1-\frac{vV}{c^2})^2}$$

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \gamma\frac{1-\frac{V^2}{c^2}}{(1-\frac{vV}{c^2})^2}$$

$$\frac{d\bar{t}}{dt} = \frac{1-\frac{vV}{c^2}}{\sqrt{(1-\frac{V^2}{c^2})}}$$

$$\bar{\gamma} = \gamma\left(\frac{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{vV}{c^2}}\right)^3$$

• 3.3 La transformation de Lorentz : approche standard

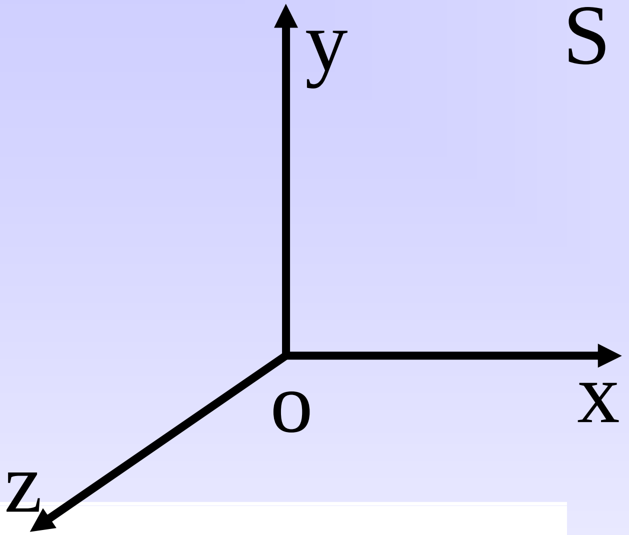
$$\bar{\gamma} = \gamma\left(\frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{vV}{c^2}}\right)^3$$

$$\bar{\gamma} \neq \gamma$$

$$\bar{\gamma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \gamma = 0$$

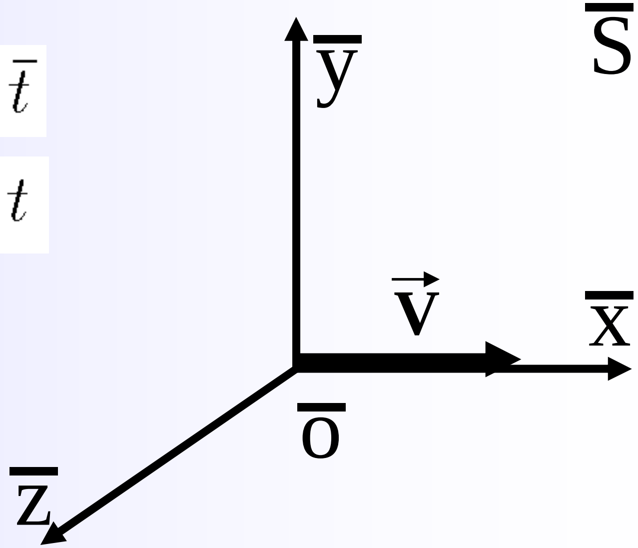
$$\vec{\bar{\gamma}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\gamma} = 0$$

• 3.3 La transformation de Lorentz



$\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \bar{t}$

• $x,\ y,\ z,\ t$



$$\begin{cases} x = \dfrac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \\ t = \dfrac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (3.6)$$

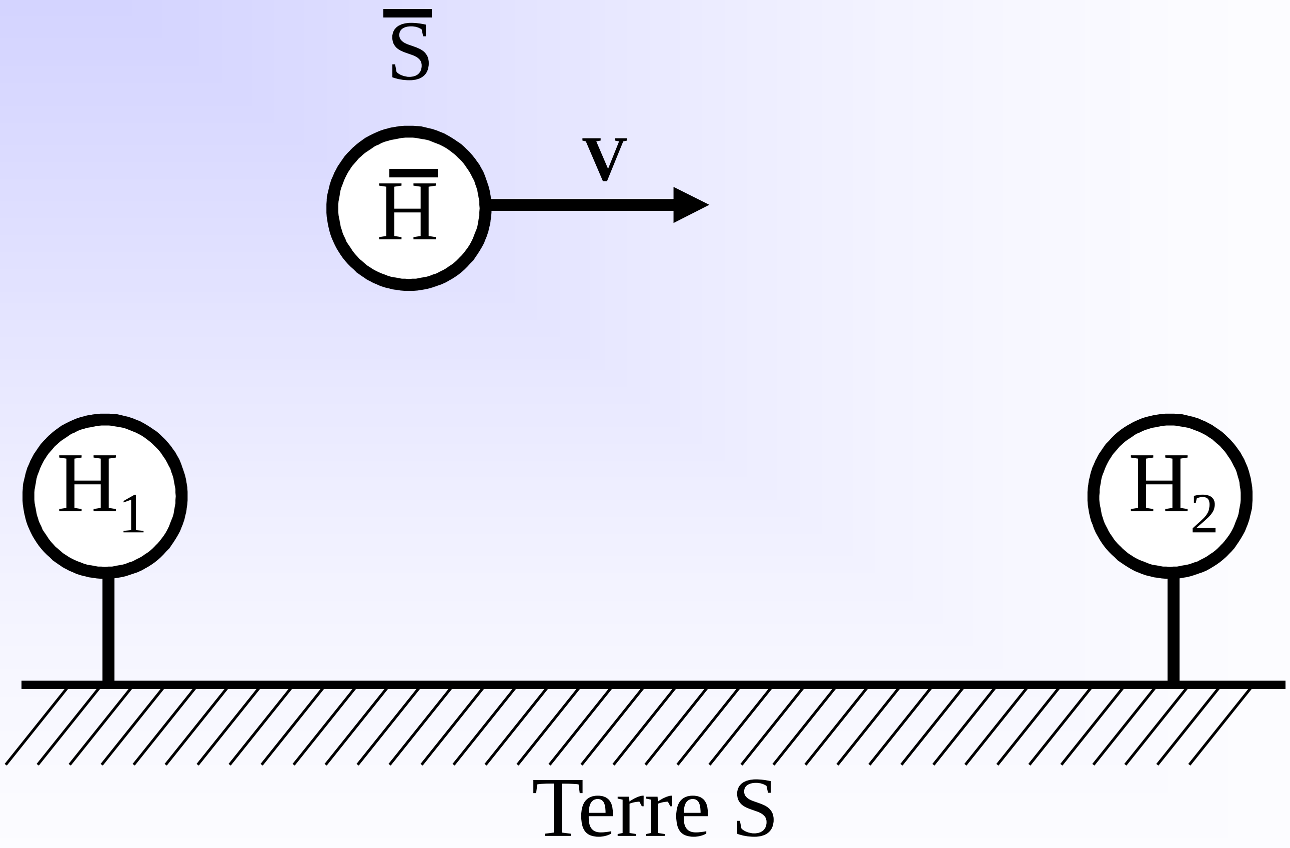
$$v = \frac{\bar{v} + V}{1 + \frac{\bar{v}V}{c^2}} \quad (3.12)$$

$$\vec{\gamma} \neq \vec{\bar{\gamma}}$$

$$\bar{\gamma} = \gamma\left(\frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{vV}{c^2}}\right)^3$$

• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

a. La dilatation du temps



- 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

$$x = \frac{\bar{x} + V\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \qquad t = \frac{\frac{V}{c^2}\bar{x} + \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta\bar{x} + V\Delta\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \qquad \Delta t = \frac{\frac{V}{c^2}\Delta\bar{x} + \Delta\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta\bar{x} = 0$$

$$\Delta x = \frac{V\Delta\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \qquad \Delta t = \frac{\Delta\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

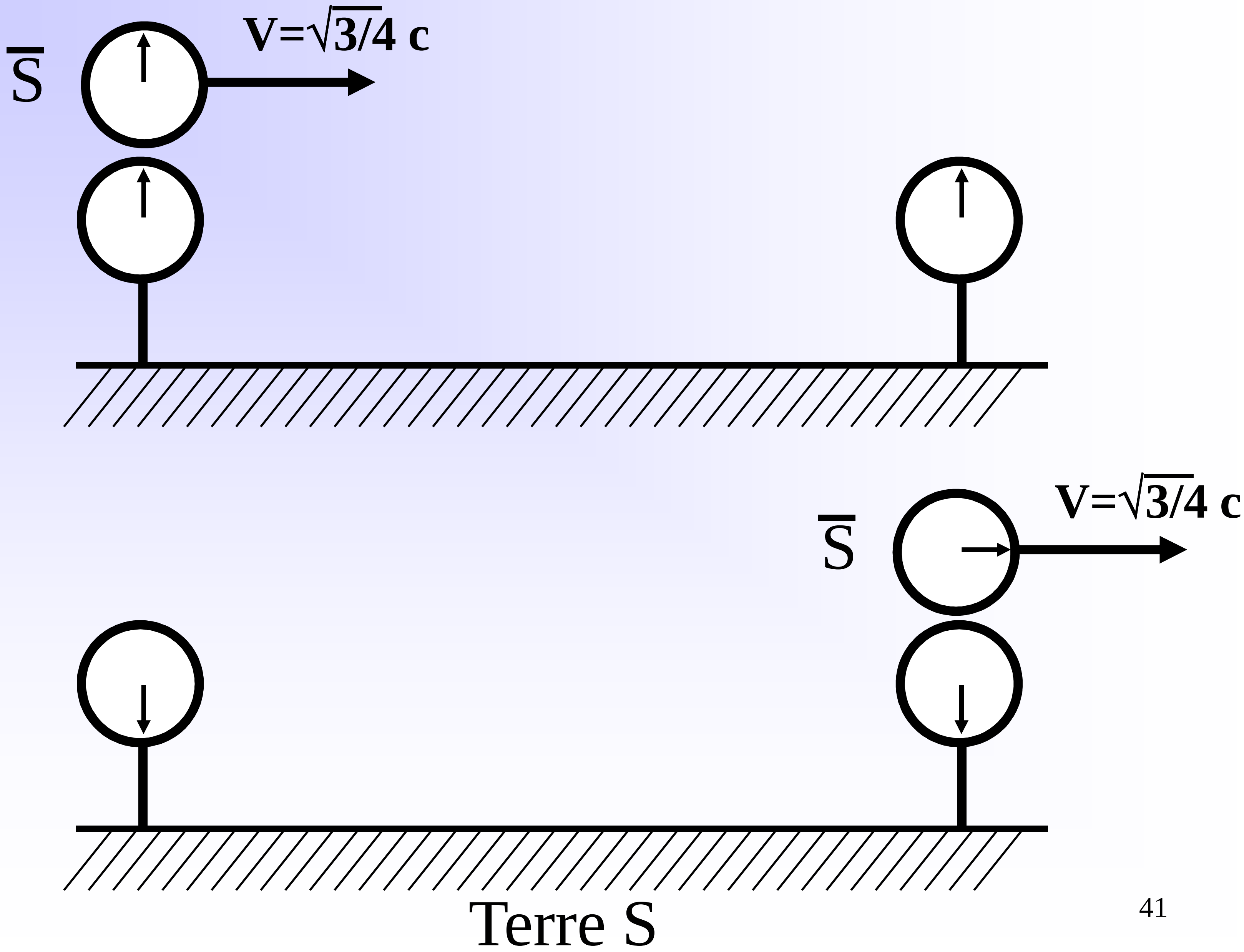
• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

$$\Delta t = \frac{\Delta \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3.13)$$

$$\Delta t > \Delta \bar{t}$$

$$\boxed{\text{durée relative} > \text{durée propre}}$$

• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs



- 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

$$\Delta\bar{t} = 2 \times 10^{-6} s$$

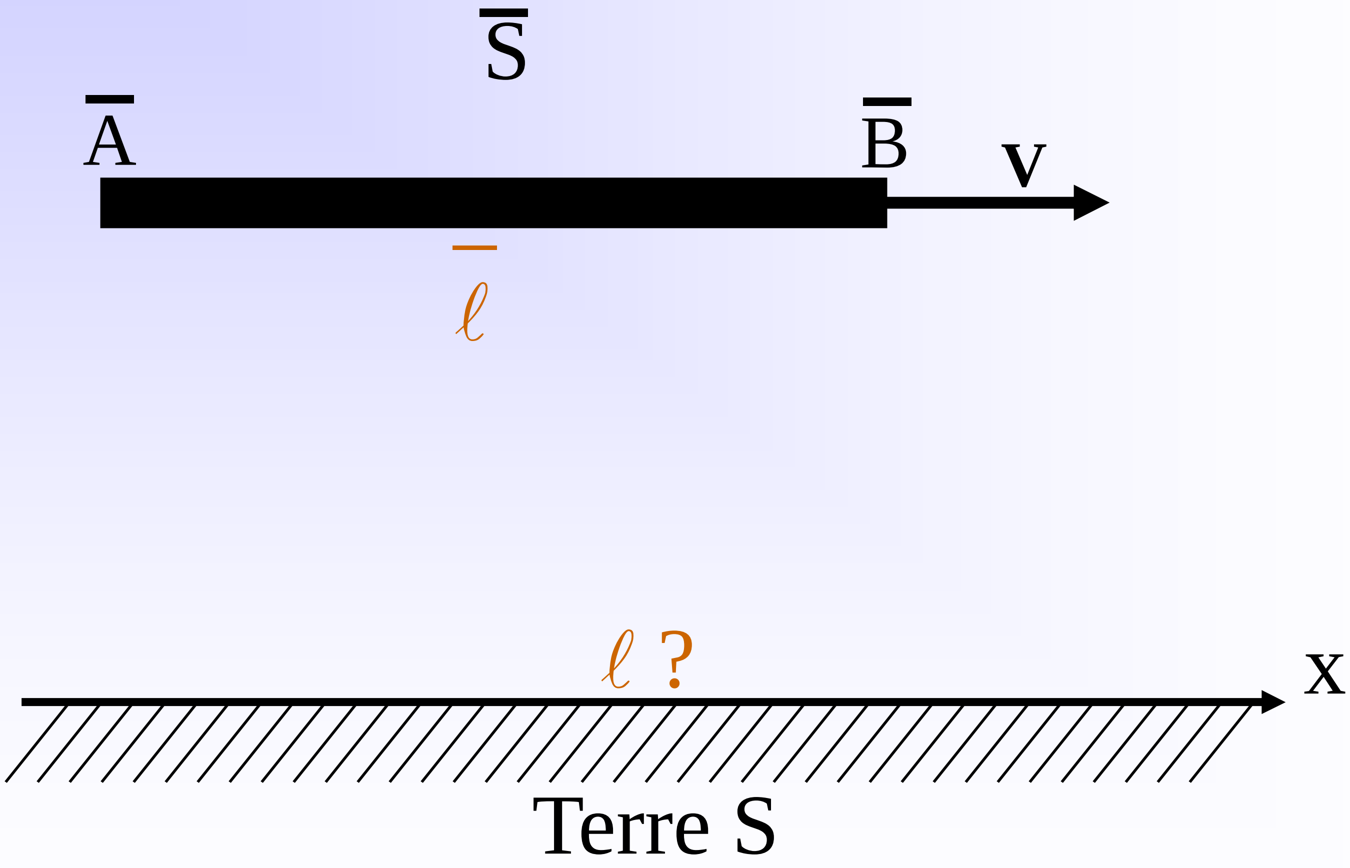
$$\frac{V}{c} = 0,99995 \;, \qquad \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = 10^{-2}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 2 \times 10^{-4} s$$

$$\Delta x = V\Delta t = 60 \text{ km}$$

• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

b. La contraction des longueurs



• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

$$\Delta x = \frac{\Delta \bar{x} + V \Delta \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \qquad \Delta t = \frac{\frac{V}{c^2}\Delta \bar{x} + \Delta \bar{t}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = 0$$

$$\Delta x = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\Delta \bar{x} \qquad (3.14)$$

$$l = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\bar{l}. \qquad (3.15)$$

longueur relative < longueur propre

• 3.4 Dilatation du temps et contraction des longueurs

$$\Delta\bar{t} = 2 \times 10^{-6} s.$$

$$l = 60 km$$

$$\bar{l} = \sqrt{(1-(v/c)^2} l \simeq 600 m$$

$$c\Delta\bar{t} = 600 m$$