Solutions TP3 - Systèmes hyperstatiques

David Trif

2 juillet 2010

Exercice 1

La formule générale pour établir le degré d'hyperstaticité :

$$h = l + m - n \tag{1}$$

- h - indice d'hyperstaticité (difficulté de réalisation, nombre de tolérances géométriques)
- l - la somme des liaisons
- m - mobilités restantes
- n - degrés de liberté hors liaisons
- $n = 6 \cdot c$, c étant le nombre de corps

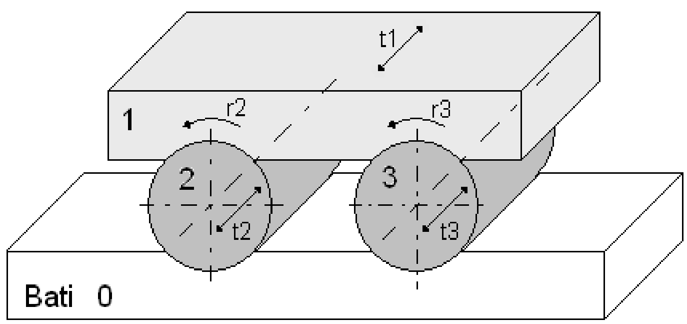

FIGURE 1 – Système 1

Le système est formé par le bâti (numéro 0), 2 cylindres (2 et 3) et la pièce numéro 1.

On peut donc calculer le nombre de degrés de liberté :

$$n = 3 \cdot 6 = 18 \ (6 \leftrightarrow 3 \text{ translations et } 3 \text{ rotations}) \tag{2}$$

La figure 1 montre les mobilités restantes $\rightarrow t_1, t_2, t_3$ (translations) et r_1, r_2 (rotations) :

$$m = 3 + 2 = 5 \tag{3}$$

Les lisisons entre les différentes pièces :

$$0 \leftrightarrow 2 \cdots 4 \quad \text{(équivalent à un pivot glissant)} \tag{4}$$

$$0 \leftrightarrow 3 \cdots 4 \tag{5}$$

$$1 \leftrightarrow 2 \cdots 4 \tag{6}$$

$$1 \leftrightarrow 3 \cdots 4 \tag{7}$$

$$\Rightarrow l = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \tag{8}$$

L'indice d'hyperstaticité est donc :

$$h = l + m - n = 16 + 5 - 18 = 3 \tag{9}$$

Exercice 2

Le degré d'hyperstaticité :

$$h = l + m - n \tag{10}$$

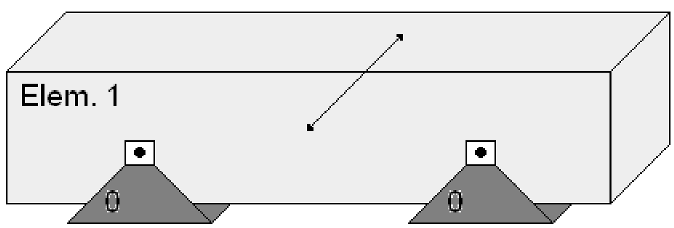

Figure 2 – Guidage en translation

La figure 2 présente la translation de l'élément numéro 1. Les pièces 0 font partie du bâti.

Le nombre de *ddl* (degrés de liberté) hors liaison est donc :

$$n = 6 \cdot 1 = 6 \tag{11}$$

La seule mobilité du système est la translation de la pièce 1 :

$$m = 1 \tag{12}$$

On peut observer le contact plan (4 liaisons) entre les V et la pièce 1.

Les liaisons entre les éléments :

$$l = 4 \cdot 3 = 12 \tag{13}$$

L'indice d'hyperstaticité est donc :

$$h = l + m - n = 12 + 1 - 6 = 7 \tag{14}$$

Le système est 7 fois hyperstatique. Cet indice d'hyperstaticité est représenté par 7 conditions géométriques (difficulté de réalisation) :

1. la précision de l'angle des 2 V (2 conditions)
2. les 2 axes des V doivent être perpendiculaires à l'horizontale (2 conditions)
3. la bonne distance entre les V (1 condition)
4. les 2 axes dans le sens de la translation de la pièce 1 doivent être parallèles (2 conditions)

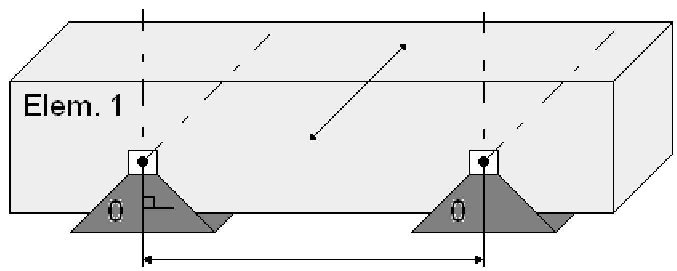

FIGURE 3 – Conditions géométriques

Exercice 3

La seule pièce qui présente un mouvement est le cylindre sur lequel on applique la force F (figure 4).

$$n = 6 \cdot c = 6 \cdot 1 = 6 \tag{15}$$

La rotation du cylindre représente la mobilité du système.

$$m = 1 \tag{16}$$

Les liaisons :

1. cylindre $\cdots$ 4 (équivalent à un pivot glissant ; A dans la figure 4)
2. contact plan $\cdots$ 3 (B dans la figure 4)

$$l = 4 + 3 = 7 \tag{17}$$

Lindice d'hyperstaticité :

$$h = l + m - n = 7 + 1 - 6 = 2 \tag{18}$$

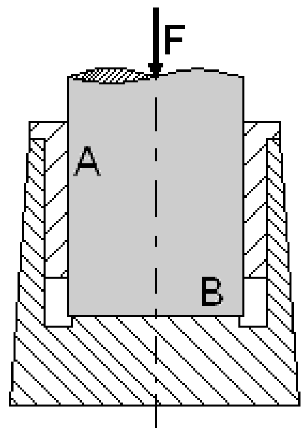

FIGURE 4 – Les liaisons - crapaudine

On trouve dans la figure 5 une possible solution pour rendre le système isostatique ou presque isostatique.

Le calcul de l'indice d'hyperstaticité :

$$n = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (cylindre et demi-sphère)} \tag{19}$$

$$m = 1 \text{ (rotation cylindre)} \tag{20}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1/2 : \text{contact plan} & \cdots\cdots 3 \\ 1/3 : \text{cylindre} & \cdots\cdots 4 \\ 2/3 : \text{contact ponctuel} & \cdots\cdots 1 \\ \text{goupille} & \cdots\cdots 1 \text{ (empêche la rotation)} \\ 3 \text{ doigts} & \cdots\cdots 3 \text{ (empêche la translation dans la direction des doigts)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow l = 3 + 4 + 1 + 1 + 3 = 12 \tag{21}$$

$$\Rightarrow h = l + m - n = 12 + 1 - 12 = 1 \tag{22}$$

Le système est donc presque isostatique. La fixation précise des 3 doigts est responsable de cette hyperstaticité restante. Dans la pratique, les systèmes isostatiques sont soit difficile à réaliser, soit dans certains cas ils ne conviennent pas. Une presque-hyperstaticité est donc satisfaisante.

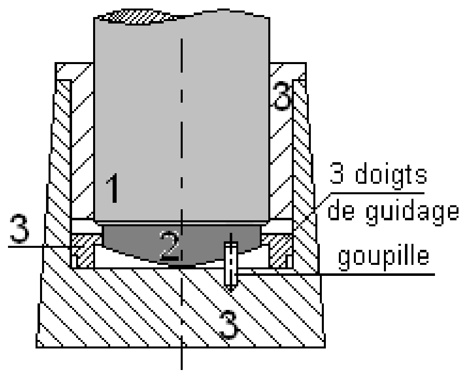

FIGURE 5 – Solution système presque isostatique

Exercice 4

Le compresseur transforme un mouvement de rotation en une translation alternative (système bielle - manivelle).

Les noms des pièces :

- 4 - arbre (soumis à une rotation)
- 13 - roulement rigide à billes (permet la fixation et la rotation de l'arbre)
- 18 - tête de bielle (en rotation)
- 19 - circlips (l'arrêt en translation pour les pièces 17 et 18)
- 6 - bielle (transforme une rotation en un mouvement de translation)
- 21 - coussinet (fixation pied de bielle - piston)
- 7 - piston (translation dans le cylindre)
- 2 - bloc - cylindre en Al ; ailettes pour le refroidissement
- 9 - culasse

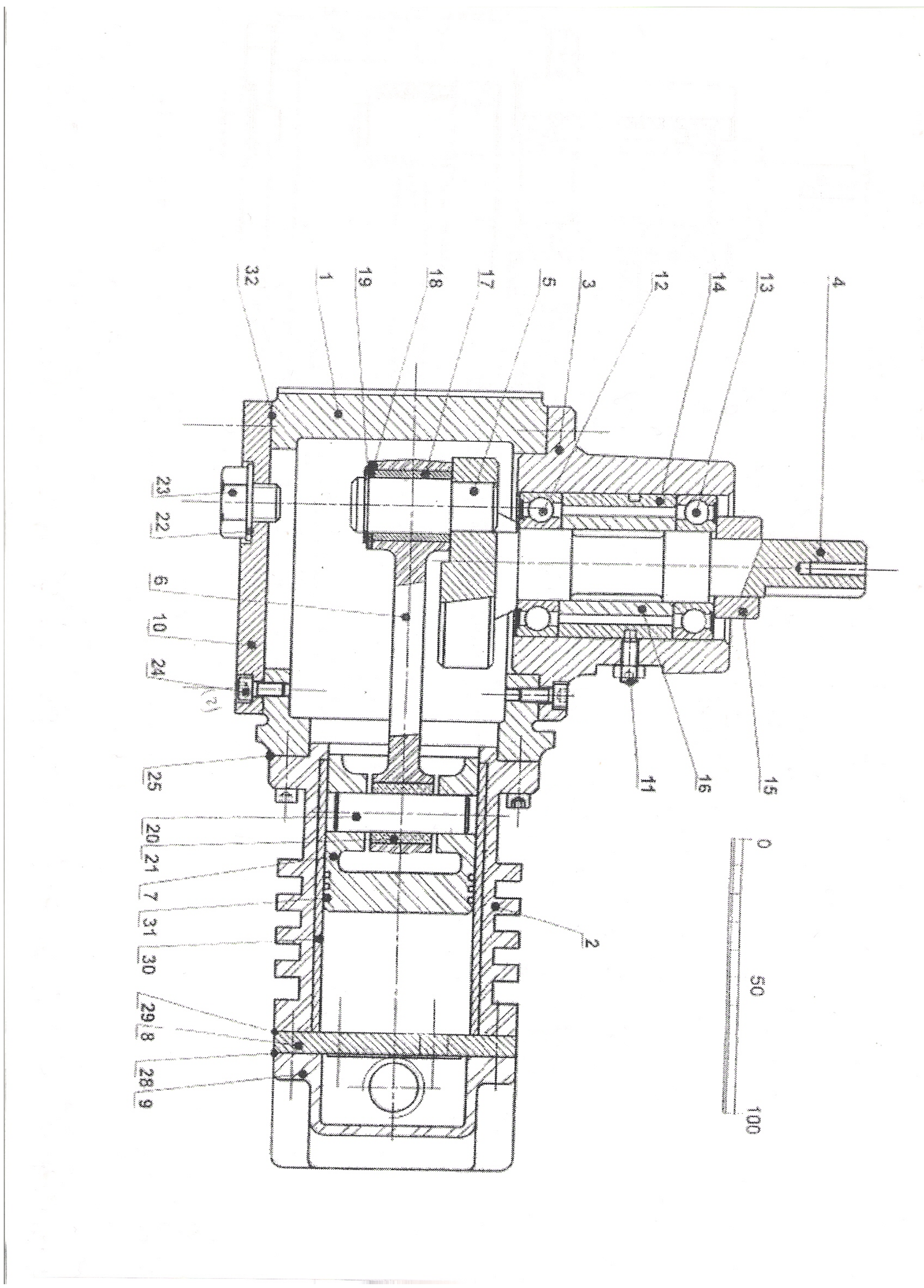

Figure 6 – Compresseur - système bielle - manivelle

Le graphe des liaisons :

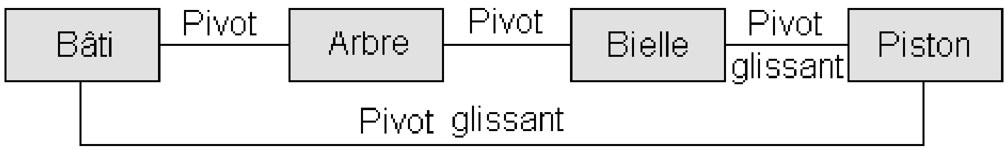

Figure 7 – Liaisons éléments

Le mécanisme bielle - manivelle du compresseur :

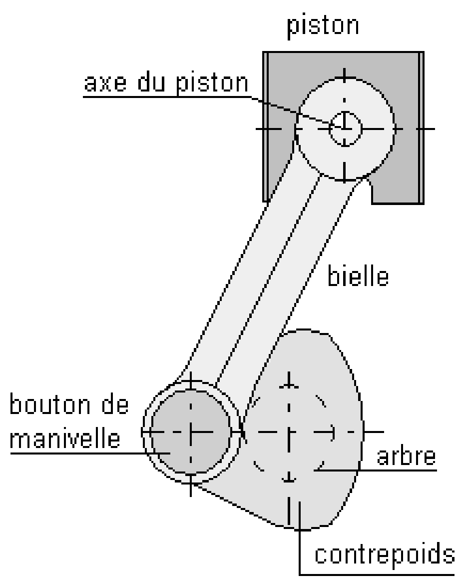

Figure 8 – Système bielle - manivelle

Le schéma cinématique :

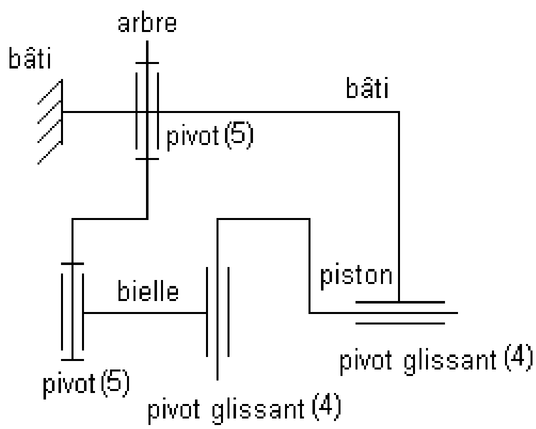

FIGURE 9 – Les liaisons dans le mécanisme

Le degré d'hyperstaticité :

$$n = 6 \cdot 3 = 18 \tag{23}$$

$$m = 1 \text{ (translation piston ou rotation manivelle)} \tag{24}$$

$$l = 5 + 5 + 4 + 4 = 18 \tag{25}$$

$$\Rightarrow h = l + m - n = 18 + 1 - 18 = 1 \text{ (presque isostatique)} \tag{26}$$

Exercice 5

Le graphe des liaisons du mécanisme :

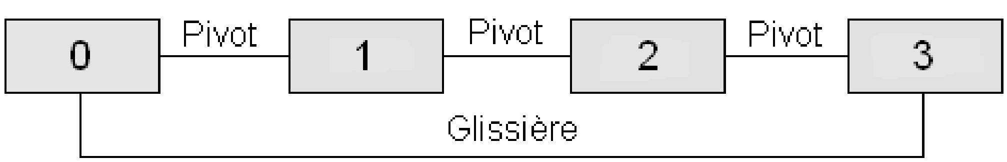

FIGURE 10 – Schéma mécanisme

L'indice d'hyperstaticité :

$$n = 6 \cdot 3 = 18 \tag{27}$$

$$m = 1 \text{ (translation élément 3)} \tag{28}$$

$$l = 5 + 5 + 5 + 5 = 20 \tag{29}$$

$$\Rightarrow h = l + m - n = 20 + 1 - 18 = 3 \text{ (3 x hyperstatique)} \tag{30}$$

Une possible solution pour rendre le système isostatique est présentée dans la figure 10.

$$n = 6 \cdot 3 = 18 \tag{31}$$

$$m = 1 \tag{32}$$

$$l = 4 + 5 + 4 + 5 = 18 \tag{33}$$

Le degré d'hyperstaticité du système :

$$h = l + m - n = 18 + 1 - 18 = 1 \tag{34}$$

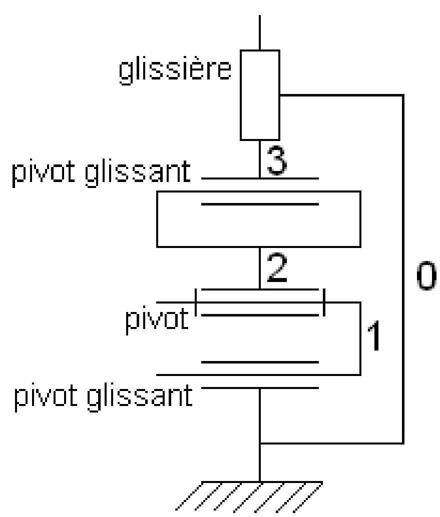

FIGURE 11 – Quasi - isostatique