

## CHAPITRE 16. RÉSERVOIRS EN ZONE SISMIQUE.

### 16.1 Introduction.

Lorsqu'un réservoir **couvert** est **entièrement plein**, il n'y a pas de mouvement relatif du fluide par rapport au réservoir à la suite d'une excitation sismique en base. Du point de vue dynamique, tout se passe comme si l'ensemble fluide réservoir constituait une masse unique. Ceci correspond à une situation "eau gelée" intéressante à considérer comme valeur de référence, mais qui ignore la mise en mouvement du fluide.

Lorsque la surface du fluide est libre, la mise en mouvement du réservoir entraîne des oscillations, avec des implications diverses : distribution de pressions dynamiques dissymétriques, formations de vagues, moment de flexion et cisaillement en base différents du cas "eau gelée". Comme un faible défaut de remplissage d'un réservoir de l'ordre de 2 % du volume total laisse apparaître la formation de vagues, on considère la surface du fluide comme libre dans l'étude des réservoirs en zone sismique.

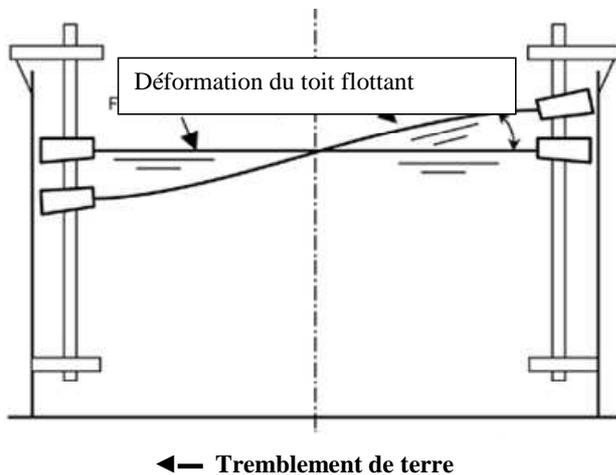


Figure 16.1. Effet du balancement du fluide sur un toit flottant sur le fluide contenu.

Les dégâts aux réservoirs en zone sismique sont de natures diverses.

Les châteaux d'eau constituent des « pendules inversés », structures peu ductiles et fortement sollicitées. Figure 16.3.

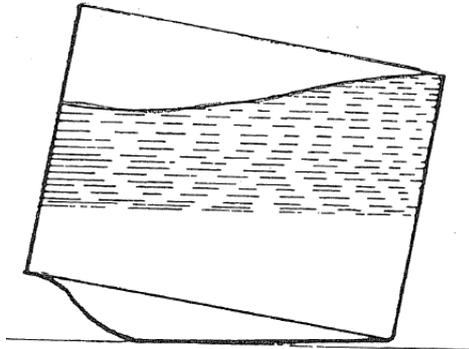
Les réservoirs en coque mince posés au sol subissent des sollicitations dissymétriques qui peuvent entraîner des voilements des parois latérales ou du toit, car les contraintes appliquées sont défavorables. Ainsi, un réservoir cylindrique, dans lequel les contraintes dans les parois sont habituellement membranaires circonférentielles (horizontales), va subir en plus:

- des contraintes membranaires verticales dues à la flexion globale sous l'action horizontale, qui peuvent entraîner des ruines par traction des ancrage et des soulèvements du réservoir
- l'ovalisation du réservoir et des contraintes de flexion sous l'action horizontale

- des contraintes membranaires additionnelles horizontales dues à l'accélération verticale.

Figure 16.2 bas.

- des contraintes flexionnelles au pied des parois, car, l'expansion transversale du réservoir n'y est pas libre en raison de la liaison des parois avec le fond du réservoir.



← Direction du mouvement du sol

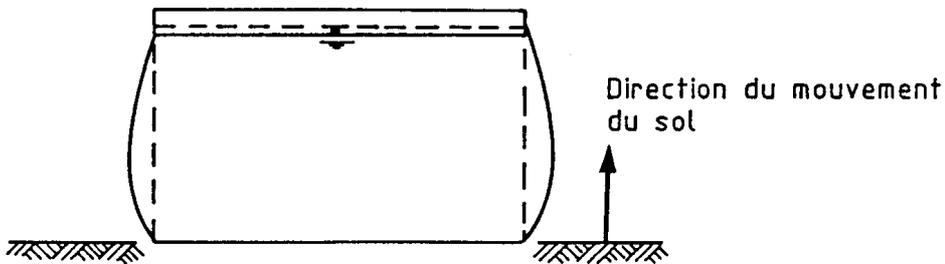


Figure 16.2. Haut : La composante horizontale du séisme peut entraîner des soulèvements.

Bas : La composante verticale du séisme « augmente la gravité », donc les pressions du fluide.

Tous ces phénomènes peuvent engendrer des troubles divers, dont le « elephant foot buckling » ou voilement en forme de pied d'éléphant en pied de paroi. Figure 16.3.

Le balancement du fluide engendre aussi des problèmes spécifiques, si la hauteur des vagues dépasse le franc bord :

- dégâts au toit du réservoir, couplé à des dégâts aux parois
- débordement du fluide.

Le débordement du fluide n'est pas toujours un problème anodin :

- écoulement de liquide radioactif vers l'extérieur d'une installation nucléaire, suite au débordement de la cuve du réacteur (Japon, 2007 et 2008).
- rupture d'alimentation électrique de moteurs d'ascenseur par débordement de la piscine située en toiture d'un bâtiment.



*Figure 16.3. Quelques effets des séismes sur les réservoirs : « elephant foot », chutes, fuites et incendies.*

### **16.2. Modèles mécaniques.**

L'analyse complète de l'interaction fluide –structure et la détermination exacte des sollicitations dans un réservoir soumis à une action dynamique doivent tenir compte :

- des oscillations de la surface du fluide ;
- de la déformabilité du réservoir ;
- de la fixation partielle ou complète de sa base et du soulèvement du fond du réservoir ;
- de la flexibilité de la fondation.

Le développement des méthodes d'analyse correspondantes dépasse le cadre de ce cours. Des informations à ce sujet peuvent être obtenues en consultant des documents de référence, notamment ceux cités en fin du chapitre. On s'en tient ici à présenter les éléments de résultats nécessaires à l'ingénieur responsable du calcul des structures pour des situations de conception spécifiques. On précise chaque fois les limites des éléments fournis : hypothèses posées et relations de base utilisées.

Des modèles mécaniques simplifiés « équivalents » aux méthodes complexes par les résultats qu'ils fournissent ont été développés dans des études analytiques rendues possibles par des hypothèses simplificatrices sur le réservoir ou en exploitant des résultats de calcul numériques.

Les solutions analytiques considèrent généralement le réservoir comme rigide et le modèle mécanique équivalent au fluide comporte deux termes physiquement perceptibles. Figure 16.4.

Le **premier terme** du modèle mécanique équivalent correspond à la partie du fluide mise en mouvement d'oscillation, appelée **masse oscillante ou convective** (sloshing or convective mass). Cette oscillation de fluide est, comme les vibrations de solides, caractérisée par des fréquences propres liées à la géométrie du réservoir et par un amortissement. On limite généralement la prise en compte des modes d'oscillation du fluide au 1<sup>er</sup> mode. L'amortissement du fluide est beaucoup plus faible que l'amortissement des structures. Pour le 1<sup>er</sup> mode fluide de l'eau (ou essence, gasoil),  $\xi = 0,5 \%$  de l'amortissement critique, environ. Cette valeur très faible de l'amortissement doit être considérée lorsqu'on effectue les calculs de l'équivalent mécanique au départ d'un spectre de réponse. On sait que dans l'Eurocode 8 le spectre de réponse élastique en accélération  $S_e(T)$  de référence pour les problèmes sismiques correspond à  $\xi = 5 \%$  de l'amortissement critique (voir Chapitre 2). Le spectre de réponse correspondant à l'oscillation d'un liquide est obtenu en multipliant la courbe de  $S_e(T)$  par  $\eta$ , coefficient de correction de l'amortissement :

$$\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \quad (\eta = 1,35 \text{ pour } \xi = 0,5 \%)$$

Le **deuxième terme** du modèle mécanique équivalent correspond à la partie inférieure du fluide, dont on peut considérer qu'elle n'a pas de déplacement relatif par rapport au réservoir :

c'est la **masse "impulsive rigide"**.

Les oscillations de la surface d'un fluide ont lieu à des fréquences très basses par comparaison aux fréquences de la structure de sorte que le terme d'oscillation peut être étudié avec une bonne précision en considérant le réservoir comme rigide : les équations de fluide et de structure sont découplées.

Les modes de structures sont par contre liés au terme de masse impulsive: si la structure du réservoir se déforme, la masse impulsive suit cette déformation et c'est une approximation de découpler les équations de fluide et de structure pour l'étude de ce terme.

Cette approximation a été utilisée pour mener à bien les approches analytiques dont résulte la majorité des résultats disponibles.

Des analyses numériques ont permis de résoudre le problème en considérant l'entière des variables.

L'Annexe A de l'Eurocode 8 Partie 3 rapporte de façon très détaillée et en toute généralité des méthodes de calcul des sollicitations dans les réservoirs.

On reprend en 16.4 à 16.10 des relations directes utilisables en projet extraites de cette Annexe.

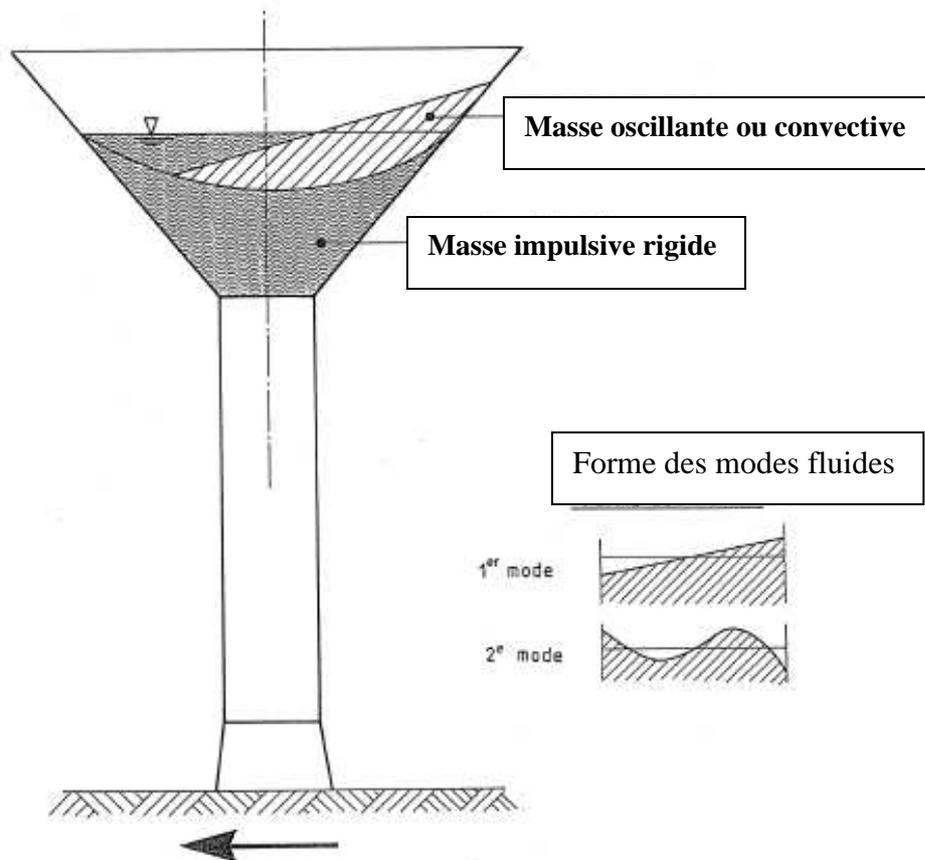


Figure 16.4. Masse convective et masse impulsive.

De façon générale, l'étude de la réponse des réservoirs est établie par analyse modale spectrale. Ceci pose le problème de l'étude d'une structure comprenant des éléments auxquels on veut attribuer des coefficients d'amortissement différents : 5% pour la structure, 0,5% pour le fluide.

On peut résoudre ce problème en définissant un spectre de réponse en accélération de calcul qui correspond à un amortissement égal à 0,5 % de l'amortissement critique pour la période d'oscillation de l'eau et à 5 % pour les modes correspondant à la structure elle-même. Figure 16.5.b.

Ceci est réalisé que de façon particulière dans chaque cas, en effectuant d'abord un calcul des fréquences propres, puis en définissant ensuite une borne  $T_x$  des périodes des modes structures. On détermine le spectre de calcul en donnant à  $q$  la valeur adéquate pour ces modes structures et  $q=1$  pour les modes fluides convectifs –voir 16.4 à 16.9.

Cette méthode est possible parce qu'on peut considérer que les modes fluides et les modes structures ne sont pas couplés.

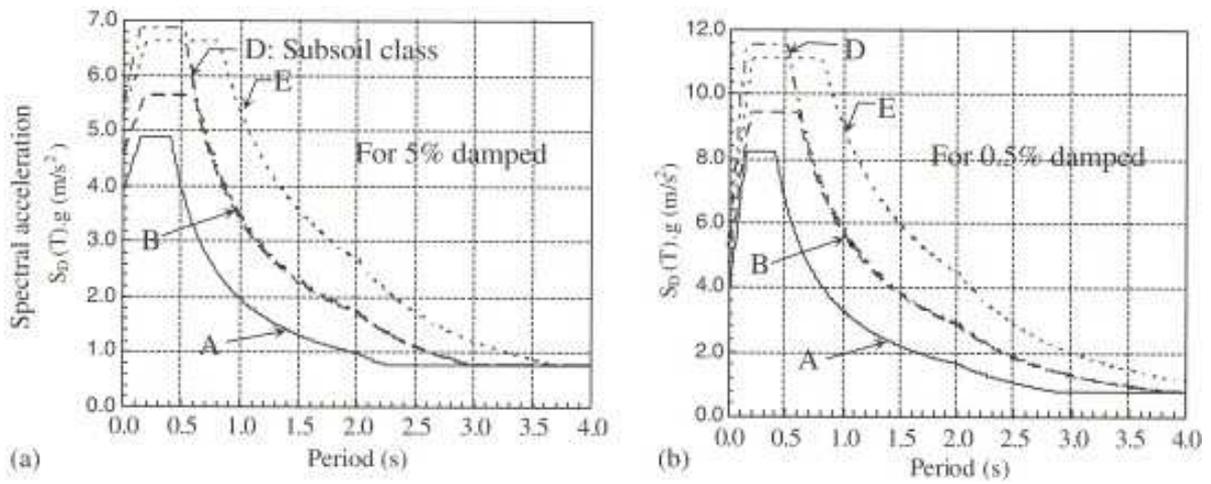


Figure 16.5 a . Influence du coefficient d'amortissement sur les spectres de réponse en accélération de l'Eurocode 8. Exemple considéré :  $a_g = 4 \text{ m/s}^2$ ,  $q=2$  et des amortissement  $\zeta = 5\%$  et  $0,5\%$ .

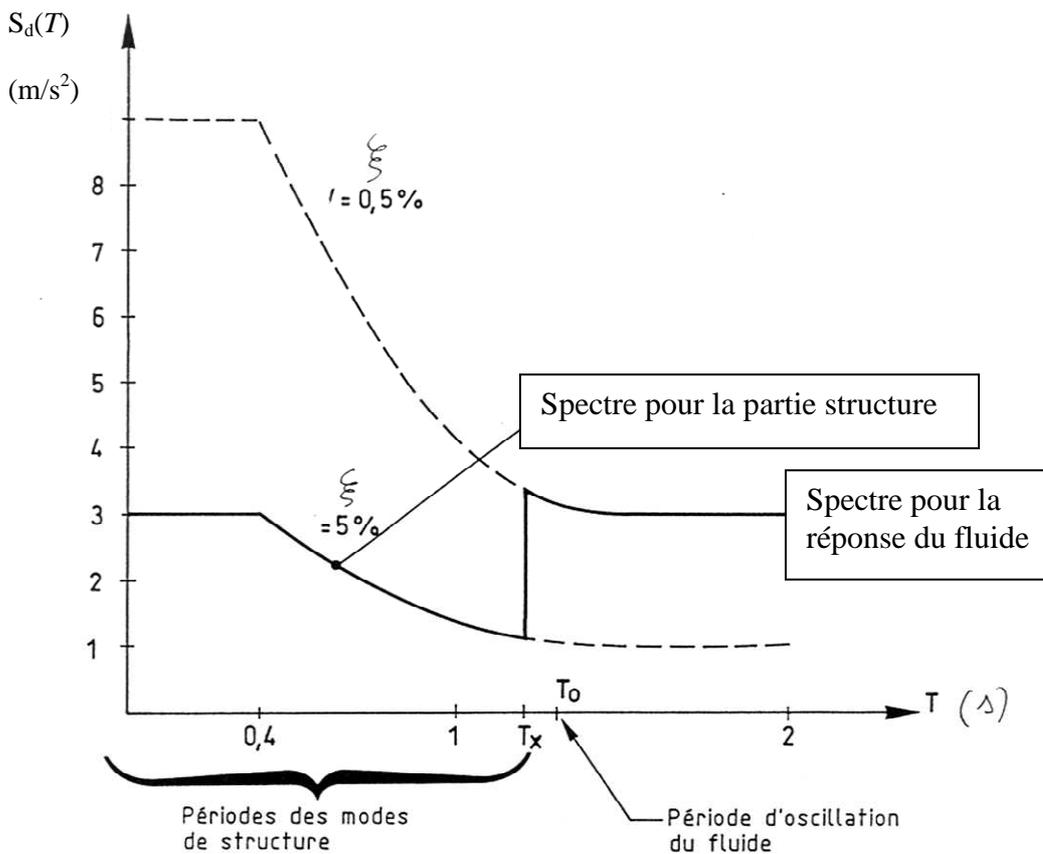


Figure 16.5 b . Spectre pour l'analyse de réponse d'ensemble fluide-structure.

### 16.4 Réservoirs verticaux circulaires rigides posés au sol, fixés aux fondations

#### Modèle mécanique.

Le système réservoir-liquide est modélisé par un système à un seul degré de liberté correspondant à la composante convective. Il correspond au schéma de la Figure 16.6. La composante impulsive est reprise par un ensemble rigide fondation-réservoir et subit les accélérations  $a_g$  du sol.

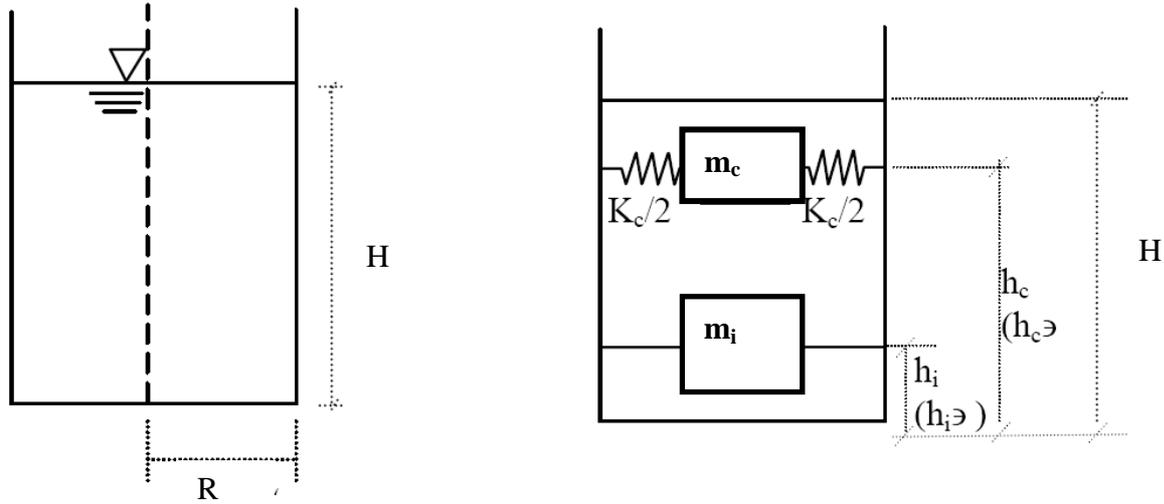


Figure 16.6. Modèle mécanique à 1 DDL pour un réservoir cylindrique rigide fixé au sol.

#### Action sismique horizontale

On utilise un système de coordonnées cylindriques  $r, z, \theta$ . L'origine est au centre du fond du réservoir et  $z$  est l'axe vertical. La hauteur du réservoir jusqu'à la surface libre initiale du liquide et le rayon du réservoir sont notés par  $H$  et  $R$ .  $\rho$  est la masse volumique du liquide.

On utilise les paramètres :  $\xi = r/R$  et  $\zeta = z/H$

#### Sollicitations dues à la masse impulsive rigide.

On montre à la Figure 16.7 la distribution des pressions appliquées au réservoir par la masse impulsive rigide  $m_i$ , masse du liquide contenu qui bouge simultanément avec les parois.

$m_i$  est une fraction de  $m$ , masse totale du liquide contenu :  $m = \pi R^2 H$

On voit que la pression  $p_i$  est fonction de la profondeur  $z/H$  et de l'élancement  $\gamma = H/R$  du réservoir - fonction  $f(z/H)$  de la Figure 16.7 a. La pression  $p_i$  est aussi fonction de  $\theta$  : du côté où la paroi accélère vers le liquide,  $p_i$  est positive ;  $p_i$  est négative du côté opposé. La fonction de pression  $p_i$  est de la forme :  $p_i = f(z/H) \rho R a_g S \cos\theta$

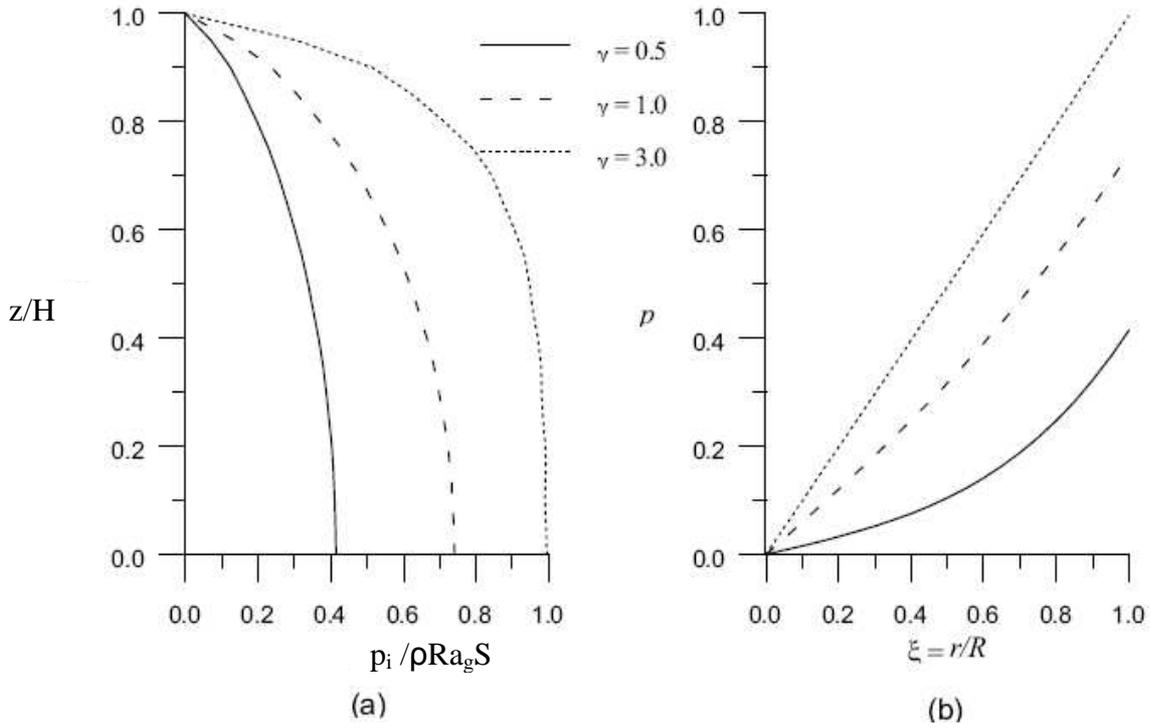


Figure 16.7.

Distribution de la pression impulsive  $p_i$  normalisée à  $\rho R a_g S$  pour trois valeurs de  $\gamma = H/R$ .

a) distribution sur la hauteur du réservoir au niveau de la paroi ( $\xi = 1$ ) et pour  $\cos \theta = 1$  (c'est à dire dans le plan de l'action sismique horizontale considérée) ;

b) distribution radiale sur le fond du réservoir comme une fonction de  $\xi = r/R$

c) distribution sur la section du réservoir

La figure 16.8 et le Tableau 16.1 donnent, en fonction de l'élanement  $H/R$  du réservoir:

- le rapport  $m_i/m$  de la masse impulsive rigide  $m_i$  à la masse totale  $m$  du fluide
- la position  $h_i$  du centre de gravité de  $m_i$  à utiliser pour le calcul du moment de flexion sollicitant  $M_i$  juste au dessus de la base
- la position  $h_i'$  du centre de gravité à utiliser pour le calcul du moment de flexion  $M_i'$  sollicitant juste sous la base ;  $h_i'$  est établi pour tenir compte du fait que la pression verticale appliquée par le fluide sur le fond du réservoir réduit le moment de flexion sollicitant  $M_i$  ( $M_i' < M_i$ ).

La résultante horizontale  $Q_i$  de la pression « impulsive rigide » à la base de la paroi est calculée comme:

$$Q_i = m_i a_g S$$

Le moment total  $M_i$  juste au-dessus du fond du réservoir n'inclut que les contributions des pressions qui s'exercent sur les parois et vaut :  $M_i = m_i h_i a_g S$

Le moment total  $M_i'$  par rapport à un axe orthogonal à la direction du mouvement de l'action sismique juste sous le fond du réservoir inclut les contributions des pressions qui s'exercent sur les parois verticales et celles qui s'exercent sur le fond du réservoir. Il vaut :  $M_i' = m_i h_i' a_g S$

Sur la Figure 16.8, on constate :

- que  $m_i$  croît avec  $H/R$ , en s'approchant asymptotiquement de la masse totale  $m$
- que  $h_i$  et  $h_i'$  tendent à se stabiliser à  $h_i \approx h_i' \approx H/2$  pour  $H/R$  croissant
- que, pour les réservoirs non élancés ( $H < R$ ), la valeur de  $h_i$  est légèrement inférieure à  $H/2$ , alors que  $h_i' \gg H$  en raison de la contribution apportée à  $M_i'$  par les pressions exercées sur le fond du réservoir.

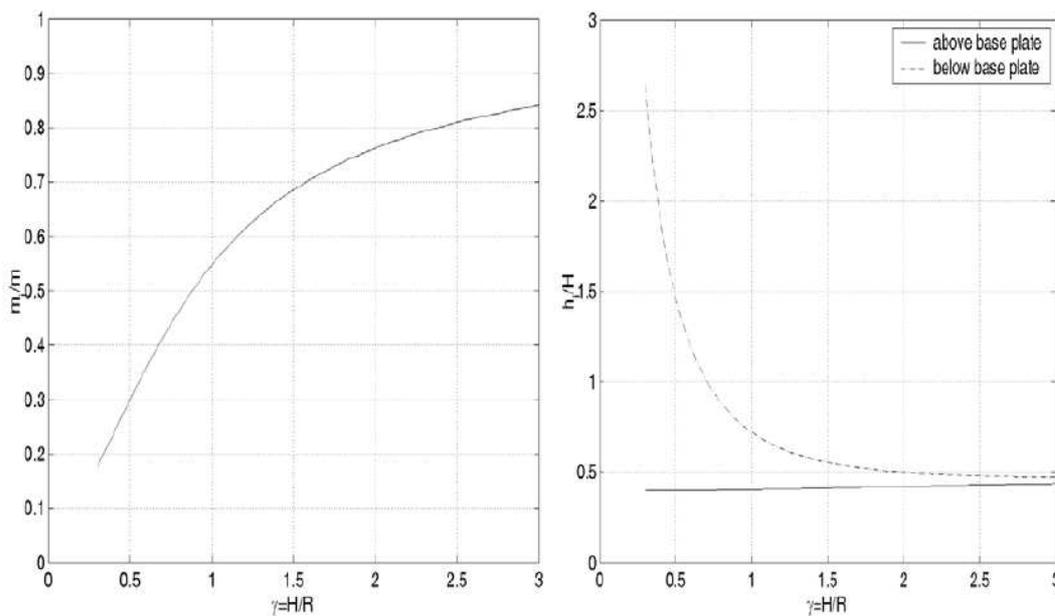


Figure 16.8. Diagrammes pour le calcul des effets de la masse impulsive rigide : rapports  $m_i/m$ ,  $h_i/H$  (= « above base plate ») et  $h_i'/H$  (= « below base plate ») en fonction de l'élanement  $H/R$  du réservoir.

**Sollicitation dues à la masse en balancement ou masse convective.**

La figure 16.9 a) représente la distribution verticale des pressions convectives pour les modes 1 et 2 de balancement du fluide. La figure 16.9 b) donne les valeurs des fréquences 1 et 2 en fonction du rapport  $H/R$ . On constate qu'on peut, pour la conception, se contenter de considérer le seul premier mode d'oscillation.

Dans les réservoirs peu élancés, les pressions de ballottement conservent des valeurs relativement élevées en partie basse près du fond.

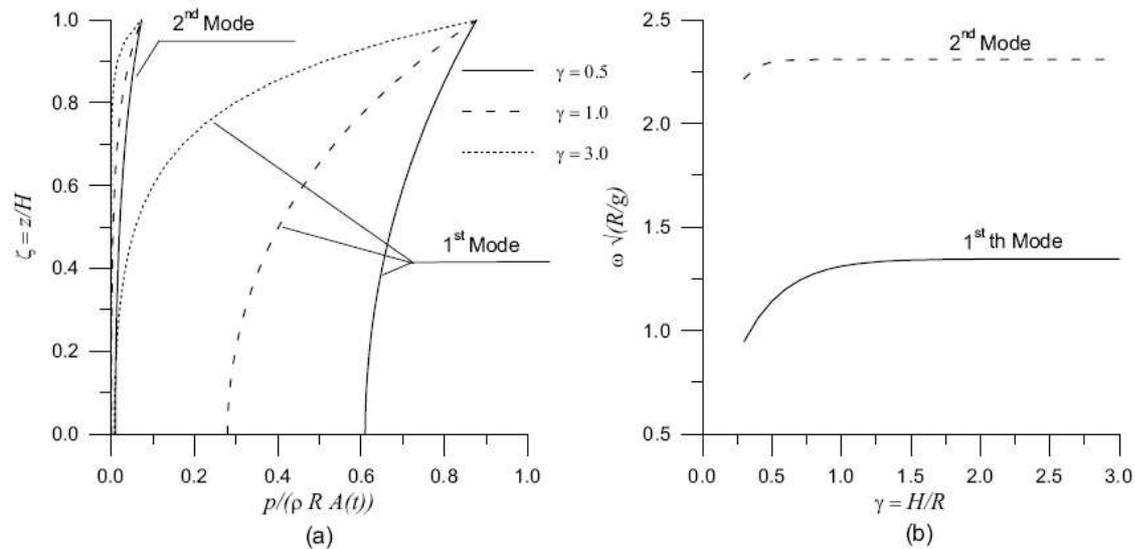


Figure 16.9. Diagrammes pour le calcul des effets de balancement (masse convective) :

- a) Variation des deux premiers modes de pression de ballottement sur la hauteur ;  
 b) valeurs des deux premières fréquences de ballottement en fonction de  $H/R$  .

Dans les réservoirs élancés, l'effet de ballottement se limite au voisinage de la surface du liquide; pour  $H/R > 1$  , les fréquences de ballottement sont presque indépendantes de  $H/R$ ; pour ces valeurs de  $H/R$ ,  $\omega = 2\pi/T_{con}$  est approximativement égal à :  $\omega = 4,2/\sqrt{R}$  (R en m)

$$\text{ou } T_{con} = 1,5 \sqrt{R} \quad (\text{T en s})$$

Pour des valeurs usuelles de R, les périodes d'oscillation  $T_{con}$  sont de l'ordre de quelques secondes. Pour les valeurs de  $H/R < 1$ , on se reportera au Tableau 16.1 pour établir  $T_{con}$  suivant la relation indiquée en 16.5.

La figure 16.10 et le Tableau 16.1 donnent en fonction de l'élancement  $H/R$  du réservoir:

- $m_{c1} / m$  ;  $m_{c1}$  est la première masse modale de ballottement
- la position  $h_{c1}$  du centre de gravité de  $m_i$  à utiliser pour le calcul du moment de flexion sollicitant  $M_{c1}$  juste au dessus de la base

- la position  $h_{c1}'$  du centre de gravité  $m_i'$  à utiliser pour le calcul du moment de flexion  $M_{c1}'$  sollicitant juste sous la base ;  $h_{c1}'$  est établi pour tenir compte que la pression verticale appliquée par le fluide sur le fond du réservoir réduit le moment de flexion sollicitant  $M_i$  ( $M_i' < M_i$ ).

La résultante horizontale  $Q_{c1}$  de la pression convective à la base de la paroi correspondant au 1<sup>er</sup> mode d'oscillation est calculée comme:  $Q_{c1} = m_{c1} S_e(T_{con})$

$S_e(T_{con})$  = accélération spectrale convective, obtenue à partir d'un spectre de réponse élastique amorti à 0,5 % (et non 5% comme dans les modes de structure).

Le moment sollicitant juste au-dessus de la plaque du fond vaut :  $M_{c1} = Q_{c1} h_{c1}$

Le moment sollicitant juste sous la plaque de fond du réservoir vaut:  $M_{c1}' = Q_{c1} h_{c1}'$

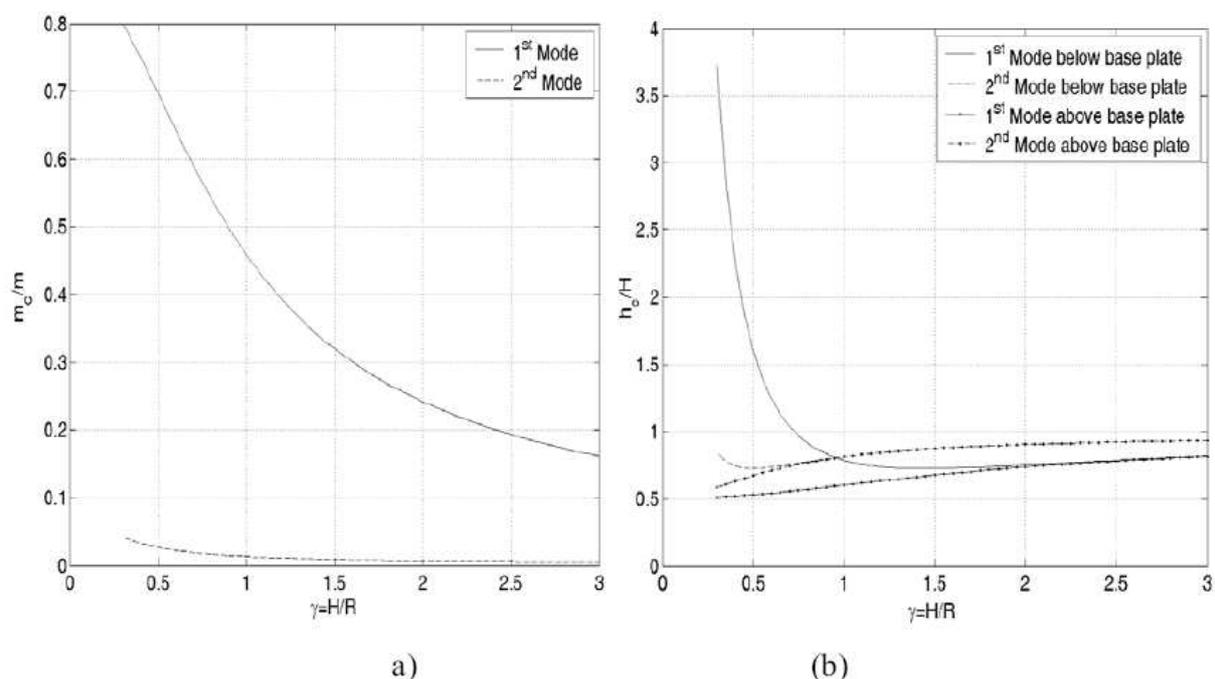


Figure 16.10 a) Masses modales convectives, modes 1 et 2 ; b) Hauteurs correspondantes  $h_{c1}$ ,  $h_{c2}$ ,  $h_{c1}'$  et  $h_{c2}'$  en fonction de  $H/R$ . (voir également Tableau 16.1, colonnes 5, 7 et 9)

La composante convective de la réponse peut être obtenue à partir de celle d'un oscillateur de masse  $m_{c1}$  attaché au réservoir rigide au moyen de 2 ressorts de raideur  $K_c/2$  –Figure 16.6- avec:  $K_c = \omega^2 m_{c1}$ . Le réservoir est soumis à l'accélération du sol  $a_g$  S. La masse  $m_{c1}$  répond avec l'accélération  $a_{c1}$ .  $h_{c1}'$  représente le niveau où l'oscillateur doit être appliqué afin de fournir respectivement la valeur correcte de  $M_{c1}'$  ou de  $M_{c1}$ .

### Hauteur de vague convective

La contribution dominante dans la hauteur de ballotement est assurée par le premier mode. L'expression du pic de hauteur de vague d-Figure 16.11 au bord est:

$$d_{\max} = 0,84 R S_e(T_{c1}) / g$$

$S_e(T_{c1})$  est le spectre de réponse élastique en accélération du 1<sup>er</sup> mode convectif du fluide, calculé pour l'amortissement du fluide ( $g$  est l'accélération de la pesanteur ;  $S_e(T_{c1})$  et  $g$  en  $m/s^2$ ).

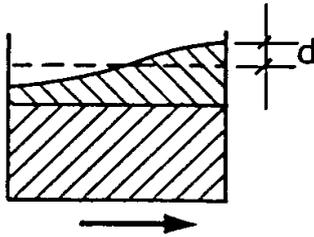


Figure 16.11. Hauteur de vague  $d$ .

### **Effet de l'inertie des parois.**

Dans les réservoirs en acier, la masse de la coque est faible en comparaison de la masse du fluide ; pour cette raison, les forces d'inertie correspondant à la masse de la coque sont faibles en comparaison des forces hydrodynamiques et peuvent être négligées.

Par contre, il convient de ne pas négliger les forces d'inertie correspondant à la masse du réservoir dans le cas de réservoirs en béton. Ces forces sont parallèles à l'action sismique horizontale et induisent une force normale à la surface de la coque qui vaut par unité de surface :

$$p_w = \rho_{\text{coque}} s \cos\theta a_g S$$

$$\rho_{\text{coque}} = \text{masse volumique du matériau de la paroi} \quad s = \text{épaisseur de la paroi}$$

Les sollicitations dues à cette force par unité de surface, qui suit la variation d'épaisseur de paroi sur la hauteur, doivent être ajoutées à celles de la composante impulsive.

L'effort tranchant à la base dû aux forces d'inertie de la paroi latérale et du toit du réservoir peut être pris égal au produit de la masse totale des parois et du toit par l'accélération  $a_g S$  du sol.

De même, la contribution au moment de renversement en base est égale au produit de la masse de la paroi multipliée par la demi-hauteur de la paroi (pour une épaisseur de paroi constante), augmenté du produit de la masse du toit par sa distance moyenne à la base, le tout multiplié par l'accélération  $a_g S$  du sol.

### **Combinaison des sollicitations des pressions impulsives et des pressions convectives.**

La pression totale due au séisme est la somme de 2 termes:

- pression impulsive (y compris l'inertie des parois)
- pression convective

La réponse dynamique associée à ces deux composantes de pression est caractérisée par des coefficients d'amortissement différents.

Elle peut être également associée à des mécanismes différents de dissipation d'énergie hystérétique.

Aucune dissipation d'énergie ne peut être associée à la réponse convective du liquide, alors qu'une certaine dissipation d'énergie hystérétique peut accompagner la réponse due aux pressions impulsives et à l'inertie des parois du réservoir, provenant du réservoir, du sol ou des ancrages.

Si la dissipation d'énergie est prise en compte par un coefficient de comportement  $q$ , des valeurs différentes de  $q$  doivent être utilisées pour calculer les sollicitations impulsives et convectives:

- $q = 1,0$  pour les sollicitations dues aux pressions convectives ;
- $q \geq 1,5$  pour les sollicitations dues aux pressions impulsives et aux forces d'inertie correspondant à la masse des parois du réservoir.

C'est possible ici parce qu'on considère que ces 2 termes sont découplés.

Si on utilise l'approche spectrale pour le calcul du maximum de la réponse dynamique, le problème de la combinaison correcte des valeurs maximales des deux effets de l'action sismique se pose.

Du fait de l'écart entre la fréquence centrale du mouvement du sol et la fréquence de ballonnement, la "racine carrée de la somme des carrés" (SRSS) peut ne pas être conservative. Il est préférable d'appliquer l'addition des valeurs absolues des deux maxima. Chacun des maxima est obtenu à partir de la valeur de  $q$  et du coefficient d'amortissement appropriés à la composante correspondante.

Pour le calcul des contraintes dans les parois du réservoir et à sa connexion à la base, on utilise la valeur du moment et de l'effort tranchant juste au-dessus du fond du réservoir.

On utilise la valeur du moment juste sous le fond du réservoir pour vérifier la structure support, ses ancrages et ses fondations, ainsi que l'équilibre statique du réservoir (renversement). En raison de leur fréquence élevée, on peut considérer que les pressions impulsives et l'inertie des parois du réservoir ne contribuent pas au moment de basculement.

#### **Composante verticale de l'action sismique.**

La pression hydrodynamique sur les parois d'un réservoir rigide due à une accélération verticale du sol  $a_{vg}$  est donnée par :  $p = \rho H (1-z/H) a_{vg}$

Cette pression est axisymétrique. Elle ne produit pas d'effort tranchant ou de moment dans les sections horizontales courantes du réservoir, mais elle augmente la contrainte circonférentielle.

#### **Combinaison des sollicitations sismiques horizontale et verticale avec les autres sollicitations.**

Le pic de pression sur les parois du réservoir dû à l'action sismique horizontale et verticale est obtenu en sommant :

- la pression hydrostatique
- la pression due à l'action sismique horizontale sur la paroi du côté du réservoir où la paroi accélère vers le liquide
- la pression due à l'accélération verticale du sol  $a_{vg}$

Dans les réservoirs enterrés, on considère que les pressions dynamiques exercées par les terres et la nappe agissent sur toute la partie enterrée du réservoir du côté où la pression sismique est considérée négative (dépression). Il convient d'évaluer les pressions exercées par la terre en se basant sur le coefficient de poussée des terres au repos.

## **16.5 Réservoirs verticaux circulaires déformables posés au sol, fixés aux fondations.**

### **Généralités.**

Il n'est normalement pas conservatif de considérer qu'un réservoir est rigide, en particulier s'il est en acier.

Dans les réservoirs flexibles, la pression du liquide est la somme de trois contributions :

« rigide impulsive », « convective » et « flexible ».

La contribution « flexible » exprime que la vitesse radiale du liquide près d'une paroi est égale à la vitesse de déformation de la paroi, que la vitesse verticale est nulle au fond du réservoir et que la pression est nulle à la surface libre du liquide.

Le couplage dynamique entre la composante convective et la composante flexible est faible, à cause de la différence entre la fréquence de balancement du fluide et la fréquence propre de la structure (paroi). Ceci permet de déterminer la composante « flexible » indépendamment des composantes rigide impulsive et convective.

La distribution de la pression « flexible » dépend des modes de vibration du système réservoir-liquide.

On ne reprend ici que la méthode d'analyse simplifiée retenue dans l'Annexe à EN1998-4.

### **Analyse simplifiée des réservoirs cylindriques à base fixe.**

#### **Modèle**

Le système réservoir-liquide est modélisé par deux systèmes à un seul degré de liberté, l'un correspondant à la composante impulsive, en phase avec la paroi flexible, et l'autre à la composante convective. Il correspond au schéma de la Figure 16.12.

Les réponses impulsive et convective sont combinées en prenant leur somme.

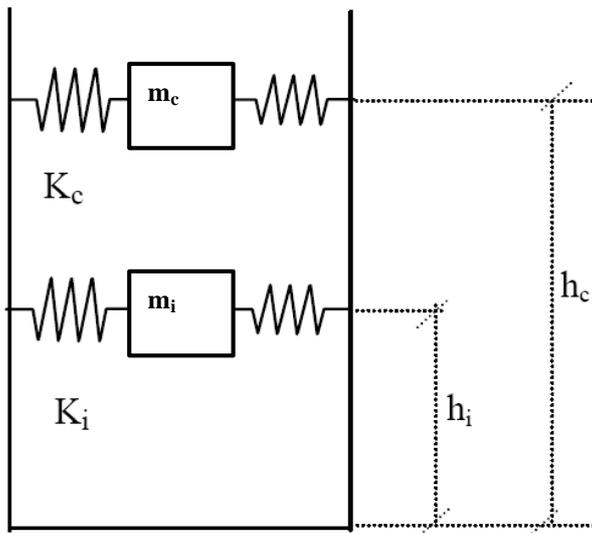


Figure 16.12. Modèle mécanique pour un réservoir cylindrique flexible.

Les périodes naturelles des réponses impulsive et convective (en s ) sont :

$$T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{\rho \times H}}{\sqrt{E_s / R}}$$

$$T_{con} = C_c \sqrt{R}$$

$H$  = hauteur jusqu'à la surface libre du liquide ;

$R$  = rayon du réservoir ;

$s$  = épaisseur uniforme équivalente de la paroi du réservoir (moyenne pondérée suivant la hauteur en contact avec le liquide de la paroi du réservoir, le coefficient de pondération peut être pris proportionnel à la contrainte dans la paroi du réservoir, qui est maximale à la base du réservoir) ;

$\rho$  = masse volumique du liquide

$E$  = module d'élasticité du matériau du réservoir.

Les coefficients  $C_i$  et  $C_c$  sont donnés au Tableau 16.1.  $C_i$  est sans dimension.  $R$  est exprimé en mètres,  $C_c$  est exprimé en  $s/m^{1/2}$ . Les masses impulsive et convective  $m_i$  et  $m_c$  sont données sous la forme de fractions de la masse totale du liquide  $m$ . De même, les hauteurs mesurées à partir de la base du point d'application de la résultante des pressions de paroi hydrodynamiques impulsive et de convection,  $h_i$ ,  $h_c$ ,  $h_i'$ ,  $h_c'$  sont données en fonction de la hauteur totale  $H$  de fluide.

Tableau 16.1.

$H/R$	$C_i$	$C_c$ $s/m^{1/2}$	$m_i/m$	$m_c/m$	$h_i/H$	$h_c/H$	$h_i'/H$	$h_c'/H$
0.3	9.28	2.09	0.176	0.824	0.400	0.521	2.640	3.414
0.5	7.74	1.74	0.300	0.700	0.400	0.543	1.460	1.517
0.7	6.97	1.60	0.414	0.586	0.401	0.571	1.009	1.011
1.0	6.36	1.52	0.548	0.452	0.419	0.616	0.721	0.785
1.5	6.06	1.48	0.686	0.314	0.439	0.690	0.555	0.734
2.0	6.21	1.48	0.763	0.237	0.448	0.751	0.500	0.764
2.5	6.56	1.48	0.810	0.190	0.452	0.794	0.480	0.796
3.0	7.03	1.48	0.842	0.158	0.453	0.825	0.472	0.825

**Sollicitations sous l'action sismique horizontale.**

L'effort tranchant total à la base est égal à :

$$Q = (m_i + m_w + m_r) S_e(T_{imp}) + m_c S_e(T_{con})$$

où  $m_w$  = masse de la paroi (wall= w) du réservoir ;

$m_r$  = masse du toit (roof= r) du réservoir ;

$S_e(T_{imp})$  = accélération spectrale impulsive, obtenue à partir d'un spectre de réponse élastique amorti à une valeur d'amortissement compatible avec l'état limite considéré (5% en général).

$S_e(T_{con})$  = accélération spectrale convective, obtenue à partir d'un spectre de réponse élastique amorti à 0,5 %.

Les spectres  $S_e(T)$  sont définis au Chapitre 1.

Le moment de renversement juste au-dessus de la base est donné par :

$$M = (m_i h_i + m_w h_w + m_r h_r) S_e(T_{imp}) + m_c h_c S_e(T_{con})$$

$h_w$  et  $h_r$  représentent respectivement les hauteurs des centres de gravité respectifs de la paroi et du toit du réservoir.

Le moment de renversement juste sous la base est donné par :

$$M = (m_i h_i' + m_w h_w + m_r h_r) S_e(T_{imp}) + m_c h_c' S_e(T_{con})$$

### **Ovalisation du réservoir.**

Les sollicitations définies ci-dessus permettent d'établir les contraintes longitudinales (verticales) et le cisaillement dans le cylindre réservoir et d'effectuer les vérifications nécessaires.

Mais, comme la distribution des pressions dues à la masse impulsive et à la masse convective n'est pas axisymétrique, il y a tendance à l'ovalisation du réservoir. On note que l'ovalisation est empêchée à hauteur des diaphragmes que constituent le fond et le toit du réservoir et que ce phénomène n'intervient pas dans les vérifications effectuées à ces niveaux.

Une analyse complète peut tenir compte de l'ovalisation, en explicitant l'action sous forme des pressions appliquées  $p_i$  et  $p_{con}$ . On a vu en 16.4 que les fonctions de pression  $p_i$  impulsive et  $p_{con}$  convective sont de la forme :  $p = f(z/H) \rho R a_g S \cos\theta$  dans les réservoirs rigides.

On utilise  $p = f(z/H) \rho R S_e(T) \cos\theta$  dans les réservoirs flexibles, avec  $f(z/H)$  défini à la Figure 16.7a) pour la pression impulsive et à la Figure 16.9a) pour la pression convective.

L'analyse implique un modèle 3D, pour tenir compte de l'effet stabilisant des diaphragmes du fond du réservoir et du toit.

On vérifiera lors du calcul que les résultantes  $Q$  et  $M$  trouvées sont bien égales à celles calculées selon le paragraphe précédent.

L'utilité pratique de se préoccuper de l'ovalisation est fonction de l'importance relative des pressions dynamiques impulsive et convective devant la pression hydrostatique, soit :

$$(p_i + p_{con})/p_{hydro} = [f(z/H)_i + f(z/H)_{con}] \rho R S_e(T) / \rho g H$$

**Hauteur de vague convective**

Comme dans le réservoir rigide, le déplacement vertical de la surface du liquide dû au ballonnement est donné par :

$$d_{\max} = 0,84RS_e(T_{c1})/g$$

**Composante verticale de l'action sismique.**

La pression hydrodynamique sur les parois d'un réservoir rigide due à l'accélération verticale du sol  $a_{vg}$  est donnée par :  $p_{vr} = p = \rho H (1-z/H) a_{vg}$

Dans les coques flexibles, une contribution de pression additionnelle résulte de la déformabilité ou «respiration élastique» radiale de la coque. Ce terme additionnel est calculé par :

$$p_{vf}(\zeta) = 0,815 f(H/R) \rho H \cos(\pi\zeta/2) a_{vf}$$

$$\text{où : } f(H/R) = 1,078 + 0,274 \ln(H/R) \quad \text{pour } 0,8 < H/R < 4$$

$$f(H/R) = 1,0 \quad \text{pour } H/R < 0,8$$

$\zeta = z/H$  en fonction de la hauteur de liquide  $z$ ; au fond du réservoir,  $z = 0$ .

$a_{vf}$  est la valeur max de la réponse en accélération d'un oscillateur simple de période égale à la période fondamentale du mode de vibration axisymétrique du réservoir couplé avec le liquide. Celle-ci peut être estimée simplement à l'aide de l'expression suivante:

$$T_v = \left( \frac{2}{\sqrt{\frac{s}{R}}} \right) \left( \pi H \sqrt{\frac{\rho}{E}} \right) \quad [\text{d'après ACI 350.3}]$$

où  $s$  est l'épaisseur de la paroi.

La valeur maximale de  $p_{vf}(\zeta)$  est obtenue à partir du spectre de réponse en accélération verticale pour les valeurs appropriées de la période et de l'amortissement.

Si la flexibilité du sol est négligée, la valeur d'amortissement applicable est celle du matériau de la coque. La valeur du coefficient de comportement  $q$  adoptée pour la réponse due à la composante impulsive de la pression et à l'inertie de la paroi du réservoir peut être utilisée pour la réponse à la composante verticale de l'action sismique. La valeur maximale de la pression due à l'effet combiné de  $p_{vr}(\zeta)$  et de  $p_{vf}(\zeta)$  peut être obtenue en calculant la racine carrée de la somme des carrés.

**Combinaison des sollicitations sismiques horizontale et verticale avec les autres sollicitations.**

Voir le paragraphe de 16.4 sur ce sujet.

**16.6. Réservoirs rectangulaires rigides posés au sol et fixés aux fondations.**

Dans les réservoirs dont les parois peuvent être supposées rigides, la pression totale est donnée par la somme d'une contribution impulsive et d'une contribution convective.

### Pression impulsive rigide

La composante impulsive  $p_i(z)$  s'exprime: 
$$p_i(z) = q_0(z) \rho L a_g S$$

$a_g S$  est l'accélération du sol sur lequel le réservoir est posé.

$L$  est la **demi** largeur du côté du réservoir perpendiculaire au mouvement sismique.

On montre à la Figure 16.13 a) la distribution des pressions  $q_0(z)$  appliquées au réservoir par la masse impulsive rigide  $m_i$ , masse du liquide contenu qui suit le mouvement des parois, normalisée à  $q_0(0)$ , valeur de  $q_0$  au niveau du fond du réservoir.

On montre à la Figure 16.13 b) comment  $q_0(0)$  est fonction du rapport  $H/L$  caractérisant un réservoir donné : si  $H \geq 3L$  (hauteur de fluide  $> 1,5$  x (largeur  $2L$  du réservoir),  $q_0(0)=1$

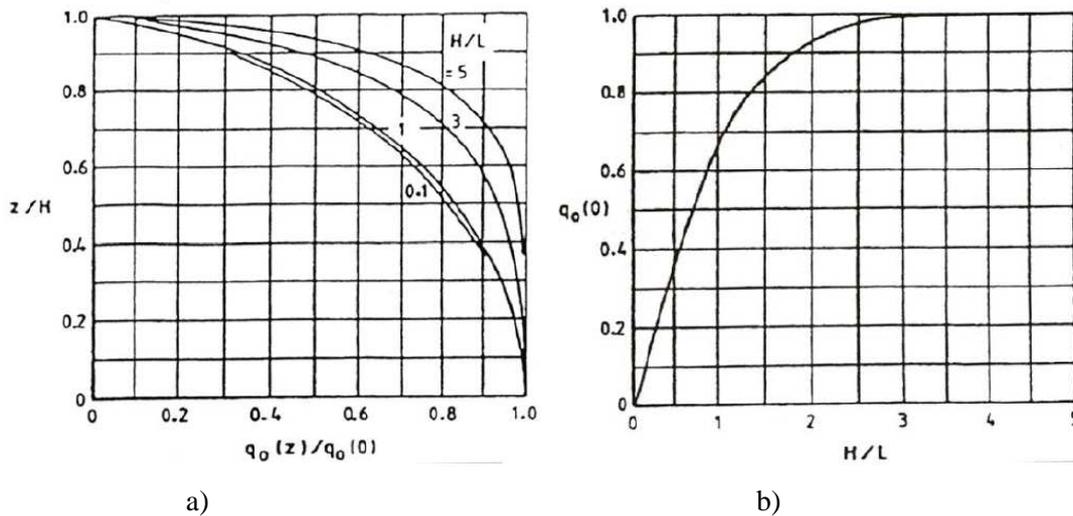


Figure 16.13 .

- a) Distribution de la pression impulsive  $q_0(z)$ , normalisée à  $q_0(0)$  pour 4 valeurs de  $H/L$ .  
 b) Valeur de pic des pressions impulsives  $q_0(0)$  en fonction du rapport  $H/L$

### Pression convective.

La composante de pression convective  $p_{c1}(z)$  comporte une contribution dominante du mode fondamental. Elle s'exprime :

$$p_{c1}(z) = q_{c1}(z) \rho L S_c(T_1)$$

$q_{c1}(z)$  est la fonction présentée à la Figure 16.14.

$S_c(T_1)$  est la réponse en accélération d'un oscillateur simple ayant la fréquence et la valeur d'amortissement appropriée pour un mode fluide, soit généralement  $\xi = 0,5\%$ .

La période  $T_1$  d'oscillation du premier mode convectif se calcule par :

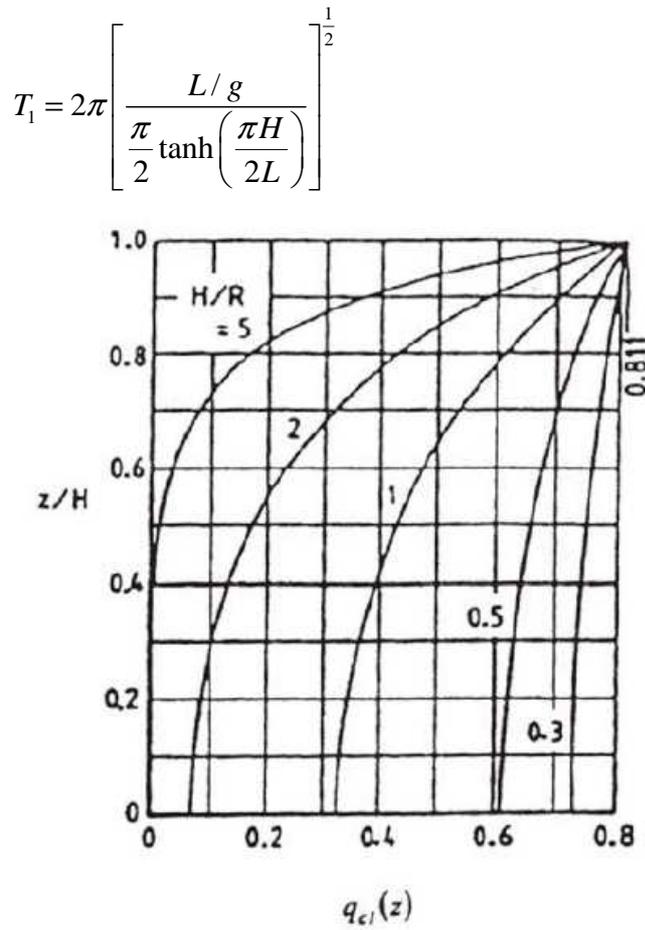


Figure 16.14. Pressions convectives sur la paroi du réservoir perpendiculaire à l'action sismique horizontale considérée.

L'effort tranchant à la base et le moment agissant sur les fondations peuvent être évalués sur la base des pressions définies plus haut.

On note que les valeurs des masses  $m_i$  et  $m_{c1}$ , ainsi que les hauteurs correspondantes au-dessus de la base  $h_i'$  et  $h_{c1}$  calculées pour des réservoirs cylindriques et données en 16.4 peuvent être aussi adoptées pour le calcul des réservoirs rectangulaires, en remplaçant le rayon  $R$  par  $L$ , **demi** largeur du réservoir; l'erreur ne dépasse pas 15 %.

### **16.7. Réservoirs rectangulaires flexibles posés au sol et fixés aux fondations.**

Le modèle mécanique est le même qu'en 16.5. Comme dans les réservoirs cylindriques à section circulaire, la flexibilité des parois produit en général un accroissement significatif des pressions impulsives, tout en laissant pratiquement inchangées les pressions convectives. Les études sur la réponse sismique des réservoirs rectangulaires flexibles ne sont pas nombreuses et les solutions ne peuvent pas être données sous une forme appropriée à une utilisation directe.

Pour le calcul, on suggère l'approximation qui utilise la même distribution de pression verticale que pour les parois rigides (voir 16.6), mais où on remplace l'accélération du sol  $a_g S$  par la pseudo

accélération  $S_d(T_{imp})$  d'un oscillateur simple ayant la période  $T_{imp}$  et le coefficient d'amortissement du premier mode impulsif réservoir-liquide.

La période de vibration  $T_{imp}$  est donnée approximativement par :  $T_{imp} = 2\pi \sqrt{\frac{d_f}{g}}$

$d_f$  est la flèche de la paroi au niveau de la masse impulsive, lorsque la paroi est sollicitée par une charge uniforme d'intensité  $m_i g / 4LH$  dans la direction du mouvement du sol ;

$2L$  est la largeur du réservoir perpendiculaire à la direction de l'action sismique.

La composante impulsive de pression  $p_i(z)$  s'exprime:  $p_i(z) = q_0(z) \rho L S_d(T)$

La partie fluide de la masse impulsive  $m_i$  est estimée par le graphe de la Figure 16.8 ou par la colonne 4 du Tableau 16.1. On lui ajoute la masse de la paroi.

### Combinaison des sollicitations dues aux différentes composantes.

On applique les éléments donnés à ce sujet en 16.4.

### 16.8. Réservoirs cylindriques horizontaux posés au sol.

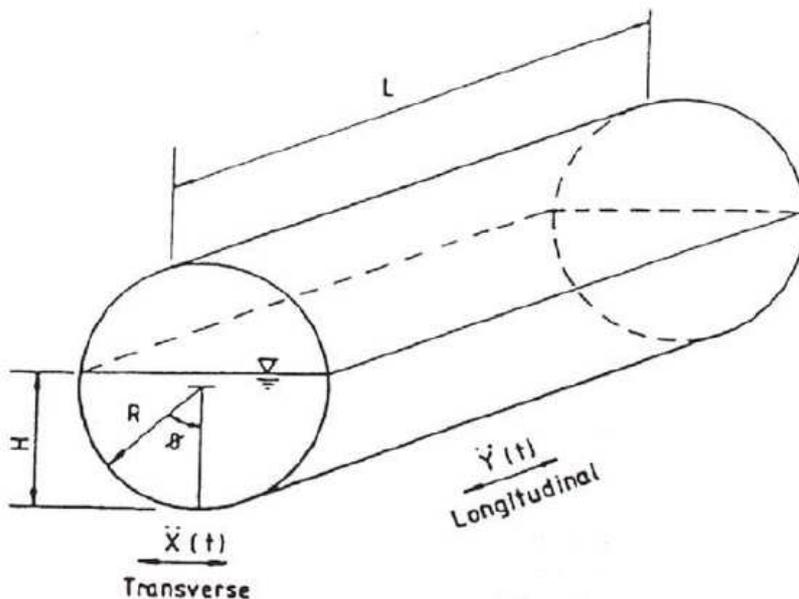


Figure 16.15. Réservoir cylindrique à axe horizontal.

Des valeurs approximatives des pressions hydrodynamiques induites par l'action sismique dans les directions longitudinale et transversale peuvent être obtenues à partir des solutions des réservoirs rectangulaires, en définissant pour chaque direction un réservoir rectangulaire « équivalent » au réservoir cylindrique, selon les règles suivantes :

- même profondeur  $H$  de liquide
- même dimension dans la direction de l'action sismique

- dimension dans la direction perpendiculaire à l'action sismique (largeur) définie pour que le volume de liquide dans le réservoir rectangulaire équivalent soit égal à celui du réservoir cylindrique. Cette approximation est assez précise pour  $1,6 \geq H/R \geq 0,5$ . Pour  $H/R > 1,6$ , on suppose que le réservoir se comporte comme s'il était plein, c'est-à-dire avec la masse totale du liquide solidaire du réservoir.

Une solution plus précise pour les réservoirs remplis partiellement et soumis à une action sismique dans la direction transversale est décrite en Annexe à EN1998-4.

### **16.9. Réservoir tronconique.**

L'Eurocode 8 mentionne qu'un réservoir surélevé en forme de tronc de cône peut être représenté par un cylindre équivalent de même volume de liquide que le réservoir réel et de diamètre égal à celui du cône au niveau du liquide.

Alternativement, on peut utiliser les résultats de la Figure 16.16 qui donnent les courbes permettant le calcul des éléments du modèle mécanique équivalent dans le cas d'un réservoir en tronc de cône.

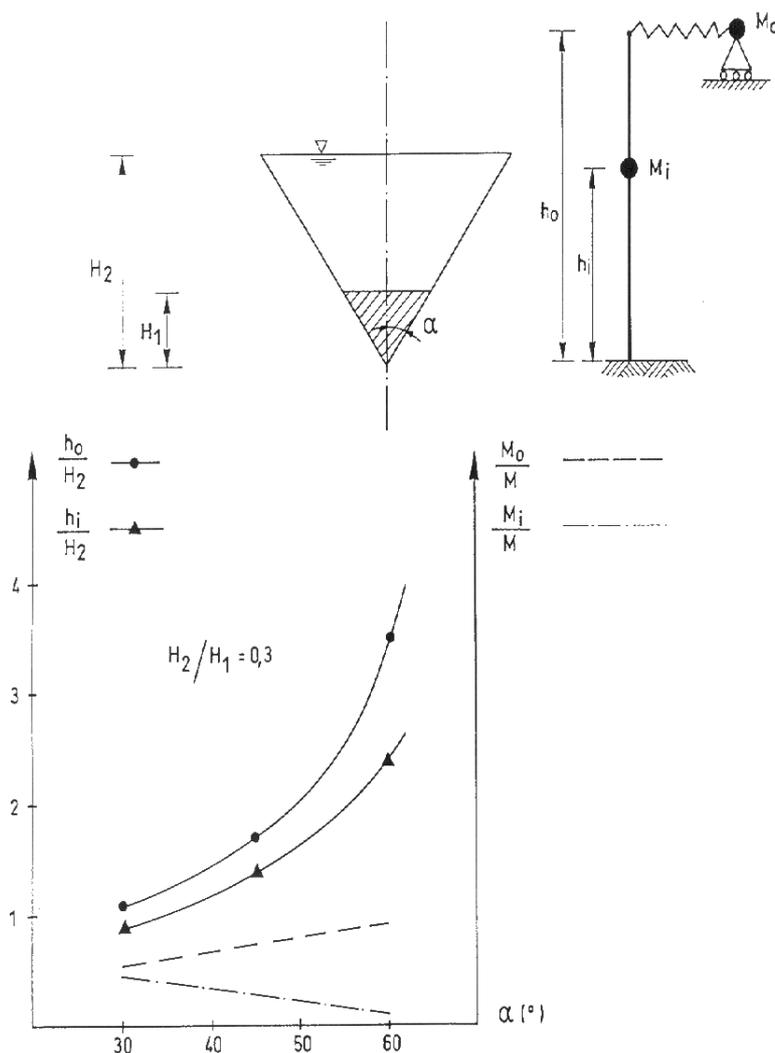


Figure 16.16. Données pour le calcul de réservoir tronconique.

### 16.9. Réservoirs surélevés.

Quand un réservoir est placé sur une structure élevée, la flexibilité de celle-ci intervient.

Le modèle mécanique devient alors un système à plusieurs degrés de liberté.

Si le réservoir est rigide, le liquide peut être pris en compte en considérant deux masses :

- une masse impulsive  $m_i$  liée de manière rigide aux parois du réservoir et située à la hauteur  $h_i'$  ou  $h_i$  au-dessus du fond du réservoir

- une masse convective  $m_{c1}$ , liée aux parois par un ressort de raideur  $K_{c1} = \omega_{c1}^2 m_{c1}$  et située à la hauteur  $h_{c1}'$  ou  $h_{c1}$

$m_i$ ,  $m_c$ ,  $h_{c1}'$ ,  $h_{c1}$ ,  $h_i'$  et  $h_i$  sont définis au Tableau 16.1, qui permet de calculer les périodes  $T_{imp}$  et  $T_{conv}$  comme indiqué en 16.5. On calcule  $\omega_{c1} = 2\pi/T_{conv}$ .

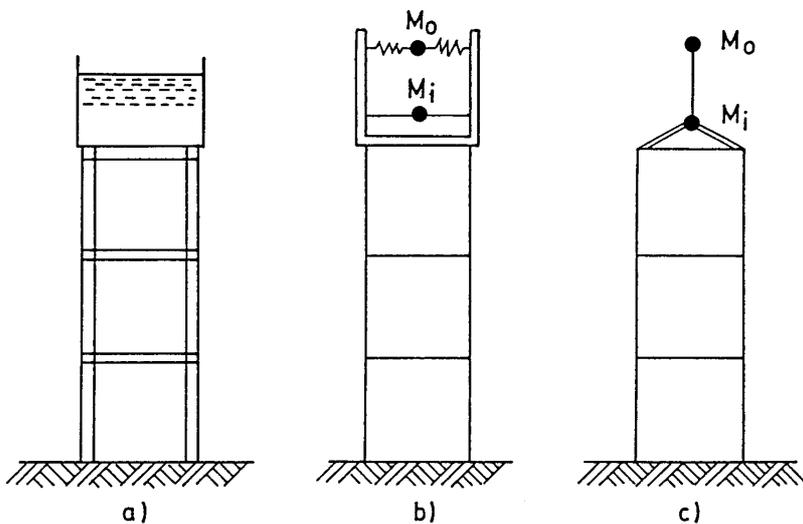


Figure 16.17. Réservoir placé sur une structure et modèle mécanique correspondant.

L'effet de la masse convective peut s'avérer dangereux par comparaison à une situation "eau gelée" parce que le niveau de la masse d'oscillation est haut et que la pseudo accélération pour ce terme est importante. Cela peut expliquer les effondrements de château d'eau lors de tremblements de terre.

### 16.10. Effets de l'interaction sol-structure pour les réservoirs posés au sol.

#### Généralités

Pour les réservoirs fondés sur des sols déformables, le mouvement de la base peut être sensiblement différent du mouvement en champ libre. En général, la composante de translation est modifiée et une composante de balancement apparaît. Comme on l'a vu au Chapitre 11, pour le même mouvement d'entrée, l'augmentation de la flexibilité du sol allonge la période fondamentale du système réservoir-

fluide et augmente l'amortissement total, ce qui réduit le pic de la réponse. L'augmentation de la période est plus prononcée dans le cas des réservoirs élancés, car la contribution de la composante de balancement est plus grande. Néanmoins, la réduction du pic de réponse est en général moindre pour les réservoirs hauts, car l'amortissement associé au balancement est plus faible que celui associé à une translation horizontale.

Le procédé simple, présenté pour les bâtiments au Chapitre 11 et consistant à augmenter la période fondamentale et l'amortissement de la structure, qui est considérée comme reposant sur un sol rigide et comme étant soumise au mouvement de champ libre, a été étendu aux composantes impulsives rigides et flexibles de la réponse des réservoirs. On admet que les périodes et les pressions du mode convectif ne sont pas affectées par l'interaction sol-structure.

### **Procédure simple. Périodes naturelles modifiées.**

On modifie séparément la fréquence et le coefficient d'amortissement des contributions impulsive rigide et impulsive flexible considérées.

« Réservoir rigide » : effet impulsif horizontal

$$T_i^* = 2\pi \left( \frac{m_i + m_0}{k_x \alpha_x} + \frac{m_i h_i^2}{k_\theta \alpha_\theta} \right)^{0,5}$$

« Réservoir déformable » : effet impulsif horizontal

$$T_f^* = T_f \left( 1 + \frac{k_f}{k_x \alpha_x} + \left[ 1 + \frac{k_x h_f^2}{k_\theta \alpha_\theta} \right] \right)^{0,5}$$

« Réservoir rigide », vertical

$$T_{vi}^* = 2\pi \left( \frac{m_{tot}}{k_v \alpha_v} \right)^{0,5}$$

« Réservoir déformable », vertical

$$T_{vd}^* = T_{vd} \left( 1 + \frac{k_l}{k_v \alpha_v} \right)^{0,5}$$

$m_i, h_i$  sont la masse et la hauteur de la composante impulsive ;  $m_0$  est la masse de la fondation ;

$k_f$  est la rigidité du « réservoir déformable » =  $4\pi^2 \frac{m_f}{T_f^2}$

$m_{tot}$  est la masse totale du réservoir rempli, y compris celle de la fondation;

$k_1 = 4\pi^2 \frac{m_l}{T_{vd}^2}$   $m_l$  = masse du liquide;

$k_x, k_\theta, k_v$  sont les raideurs horizontale, en balancement et verticale de la fondation ;

$\alpha_x, \alpha_\theta, \alpha_v$  sont des coefficients dépendant de la fréquence qui convertissent les raideurs

statiques en raideurs dynamiques.

### **Procédure simple. Valeurs d'amortissement modifiées.**

L'expression générale du coefficient d'amortissement effectif  $\xi$  du système réservoir-fondation est :

$$\xi = \xi_s + \frac{\xi_m}{(T^*/T)^3}$$

$\xi_s$  est l'amortissement radiatif dans le sol ;  $\xi_m$  est l'amortissement du matériau dans le réservoir.

$\xi_s$  et  $\xi_m$  dépendent du mode de vibration spécifique.

En particulier pour  $\xi_s$ , on a:

- pour le mode horizontal impulsif du « réservoir rigide » :

$$\xi_s = \frac{2\pi^2 a}{T_i^*} \left( \frac{\beta_x}{\alpha_x} + \frac{k_x h_i^2 \beta_\theta}{k_\theta \alpha_\theta} \right)$$

- pour le mode horizontal impulsif du « réservoir déformable » :

$$\xi_s = \frac{2\pi^2 a m_f}{k_x T_f^{*2}} \left( \frac{\beta_x}{\alpha_x} + \frac{k_x h_f^2 \beta_\theta}{k_\theta \alpha_\theta} \right)$$

- pour le mode vertical du « réservoir rigide » :

$$\xi_s = 2\pi^2 \frac{a \beta_v}{T_{vr}^* \alpha_v}$$

a est la fréquence adimensionnelle =  $\frac{2\pi R}{V_s T}$

$V_s$  : vitesse des ondes de cisaillement du sol ;  $\beta_x, \beta_\theta, \beta_v$  sont des coefficients dépendant de la fréquence, fournissant des valeurs d'amortissement radiatif pour les mouvements horizontaux, verticaux et de balancement.

### **16.11. Réservoirs non ancrés posés au sol**

*Note : les éléments repris ci-dessous sont basés sur EN1998-4 : 2006, Annexe A.*

#### **Généralités.**

Dans les réservoirs posés au sol qui ne sont pas ancrés aux fondations, le fond du réservoir peut se soulever du sol en raison du moment de renversement sismique et ce soulèvement est plus fort en l'absence de toit. Le soulèvement peut conduire à des déformations du réservoir, notamment dans la plaque de fond. Il convient de prévenir les fissurations et les fuites du liquide par un calcul approprié.

En général, on néglige les effets du soulèvement et du balancement du fluide qui l'accompagne sur l'amplitude et la distribution des pressions parce que le balancement déplace la période dans un domaine de moindre amplification dynamique.

L'effet principal du soulèvement est d'augmenter la contrainte de compression verticale dans la coque du côté opposé au soulèvement, ce qui donne un risque de voilement. Des contraintes de compression circonférentielles se produisent aussi dans la coque, résultant de la mise en traction membranaire de la plaque de fond. On accepte la plastification par flexion dans cette plaque, tout en vérifiant que la contrainte de traction membranaire y reste limitée.

### Evaluation des effets du soulèvement.

Les diagrammes suivants permettent d'estimer les effets d'un soulèvement.

La Figure 16.18 permet d'évaluer l'augmentation de la contrainte de membrane verticale due au soulèvement ( $N_u$ ) par rapport à la contrainte dans le cas ancré ( $N_a$ ) pour les réservoirs cylindriques en acier à toit fixe posés au sol. Pour les réservoirs élancés, l'augmentation est très significative. Pour les toits fixes, les valeurs indiquées sont du côté de la sécurité car elles ont été calculées en supposant le sol porteur tout à fait rigide (ressorts de Winkler avec un module de réaction du sol  $k = 4\,000\text{ MN/m}^3$ ).

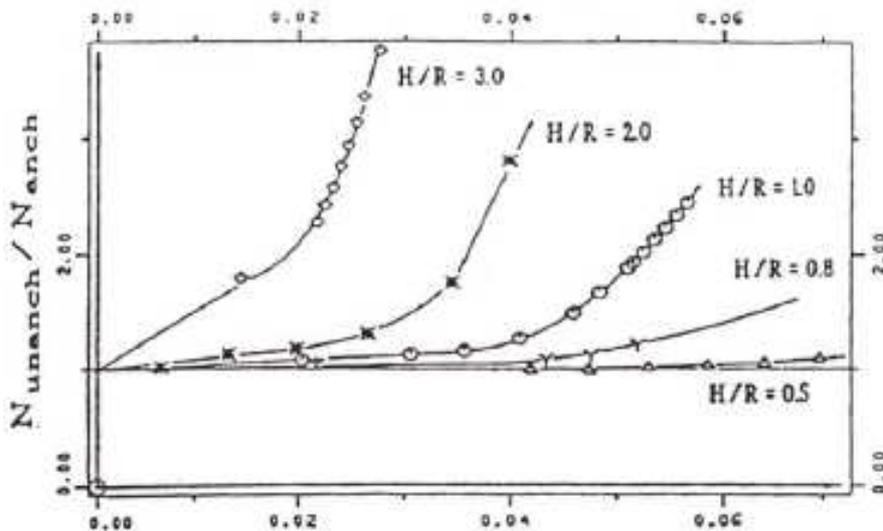


Figure 16.18. Augmentation de la contrainte de membrane verticale due au soulèvement  $N_{unanchored}$  par rapport à la contrainte dans le cas ancré  $N_{anchored}$ , en fonction du moment de renversement sans dimension  $M/WH$ .  $W$  = poids total du liquide.

La valeur du soulèvement vertical  $w$  de la base a été obtenue par une étude paramétrique effectuée sur des réservoirs cylindriques non ancrés à toit fixe assez lourdement chargé. Les résultats présentés à la Figure 16.19 sous-estiment le soulèvement des réservoirs munis d'un toit ouvert ou d'un toit flottant.

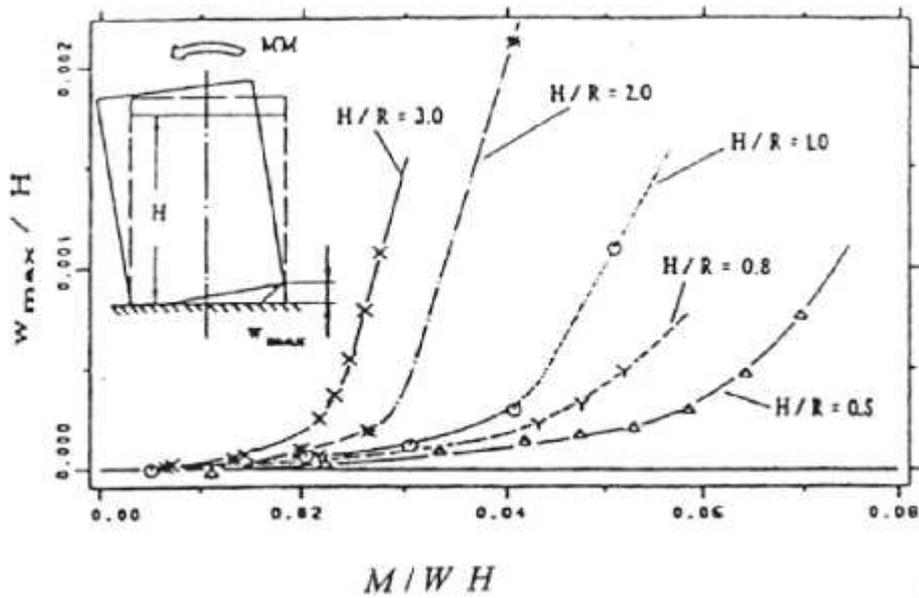


Figure 16.19. Valeur maximale de soulèvement des réservoirs cylindriques non ancrés à toit fixe posés au sol en fonction du moment de renversement  $M/WH$ .

Pour évaluer les contraintes radiales de membrane dans la plaque de fond, il est nécessaire de connaître la longueur  $L$  de la partie soulevée du fond du réservoir. Figure 16.20. On voit que quand le soulèvement se produit, la dépendance entre  $L$  et le soulèvement vertical  $w$  est presque linéaire.

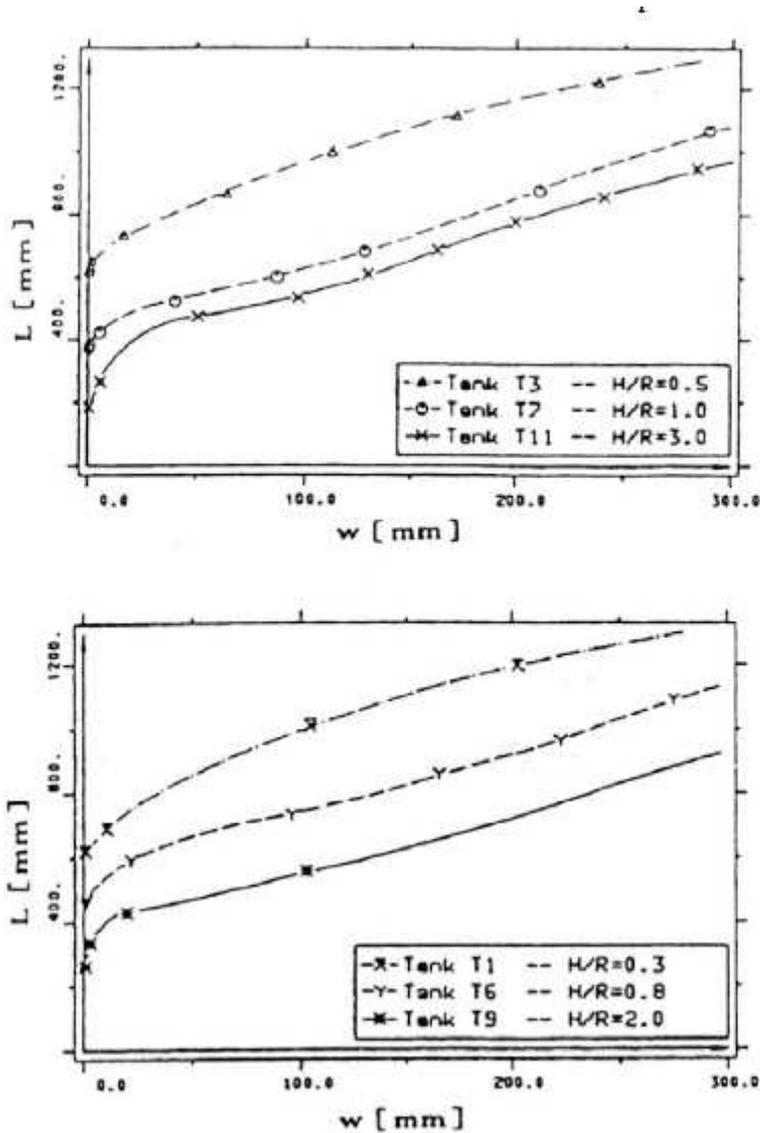


Figure 16.20. Longueur de la partie soulevée du fond dans les réservoirs cylindriques non ancrés à toit fixe posés sur le sol en fonction du soulèvement vertical au bord.

On peut estimer la contrainte de membrane  $\sigma_{rb}$  dans la plaque de fond, due au soulèvement, par:

$$\sigma_{rb} = \frac{1}{s} \left[ \frac{2}{3} \frac{E}{1-\nu} s p^2 R^2 (1-\mu)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$$

s est l'épaisseur de la plaque de fond; p est la pression sur le fond;  $\mu = 1-L/(2R)$ , avec L = partie soulevée du fond.

Lorsqu'un soulèvement significatif se produit dans un réservoir de grand diamètre, l'état des contraintes dans la partie soulevée de la plaque de fond à l'état limite ultime est dominé par la flexion de la plaque (y compris l'effet de la pression exercée sur la base du réservoir) et non par les contraintes de membrane. Dans ces cas, il convient d'utiliser la méthode des éléments finis pour calculer l'état des contraintes.

Il est recommandé de concevoir l'anneau circulaire du fond avec une épaisseur moindre que l'épaisseur de la paroi, afin d'éviter la plastification par flexion à la base de la paroi. Il convient que la rotation de la ligne de flexion plastique à la base du réservoir soit compatible avec la ductilité disponible. En supposant une déformation maximale admissible de l'acier  $\varepsilon = 5\%$  et une longueur de la rotule plastique égale à  $2s$ , la rotation maximale admissible est de 0,20 radians. Avec les symboles de la Figure 16.21, la rotation  $\theta$  associée à un soulèvement au bord  $w$  et à une séparation du fond  $L$  vaut:

$$\theta = \left( \frac{2w}{l} - \frac{w}{2R} \right) \text{ et il faut vérifier : } \theta \leq 0,20 \text{ rad}$$

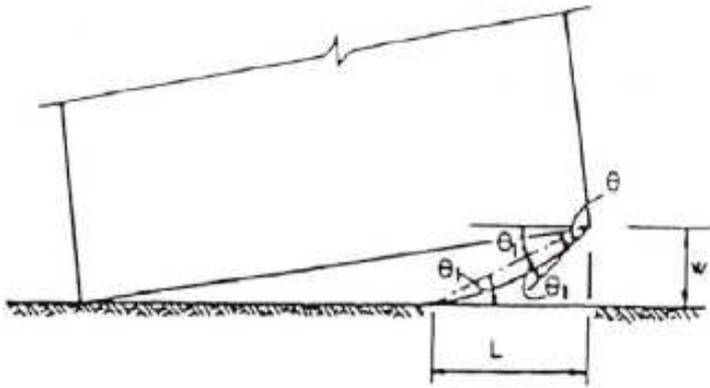


Figure 16.21. Rotation plastique  $\theta$  de la plaque du fond d'un réservoir soulevé.

### **16.12. Vérifications pour les réservoirs en acier.**

Il faut vérifier :

- l'intégrité de la zone d'angle entre la plaque de fond et la paroi des réservoirs, ancrés ou non, sous les contraintes et déformations calculées ;
- la stabilité de la paroi du réservoir au voilement;
- la stabilité de la paroi du réservoir proche du fond vis à vis d'un effondrement plastique;

#### **Vérification du voilement élastique.**

Ce voilement se produit dans les parties de la coque où l'épaisseur est réduite par rapport à l'épaisseur du fond et où la pression interne, qui a un effet stabilisateur, est également réduite par rapport à la valeur maximale qu'elle atteint à la base.

Il convient d'effectuer des vérifications au voilement à la base du réservoir et plus haut, en considérant la valeur maximale possible de la pression au niveau considéré dans la situation sismique de calcul.

La vérification peut être effectuée conformément à l'EN 1993-1-6 ou, en variante, en vérifiant:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{c1}} \leq 0,19 + 0,81 \frac{\sigma_p}{\sigma_{c1}} \quad \sigma_m \text{ est la contrainte verticale maximale de membrane ;}$$

$\sigma_{c1} = 0,6E \frac{s}{R}$  est la contrainte critique de flambement de cylindres sollicités en compression axiale

$$\sigma_p = \sigma_{c1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\bar{p}}{5} \right)^2 \left( 1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_{c1}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \sigma_{c1}$$

$$\bar{p} = \frac{pR}{s\sigma_{c1}} < 5$$

p désigne la valeur minimale possible de la pression intérieure dans la situation sismique de calcul

$$\sigma_0 = f_y \left( 1 - \frac{\lambda^2}{4} \right) \quad \text{si} \quad \lambda^2 = \frac{f_y}{\bar{\sigma}\sigma_{c1}} \leq 2$$

$$\sigma_0 = \bar{\sigma}\sigma_{c1} \quad \text{si} \quad \lambda^2 \geq 2$$

$$\text{avec } \bar{\sigma} = 1 - 1,24 \left( \frac{\delta}{s} \right) \left[ \left( 1 + \frac{2}{1,24 \left( \frac{\delta}{s} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

$\delta/s$  désigne le rapport entre l'amplitude maximale des imperfections et l'épaisseur de la paroi, qui peut

$$\text{être pris égal à: } \frac{\delta}{s} = \frac{0,06}{a} \sqrt{\frac{R}{s}}$$

a = 1 pour les constructions normales; a = 1,5 pour les constructions de bonne qualité; a = 2,5 pour les constructions de très haute qualité.

### **Effondrement élasto-plastique.**

Cette forme de flambement en « pied d'éléphant » survient en général près de la base du réservoir ; elle est due à la combinaison de contraintes de compression verticales et de contraintes de traction circonférentielles induisant un état de contrainte biaxial. Dans les réservoirs à épaisseur de paroi variable, le problème peut exister dans toutes les parties de la paroi qui ont une épaisseur constante.

L'équation empirique développée pour vérifier cette forme d'instabilité est :

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{c1}} \leq \left[ 1 - \left( \frac{pR}{sf_y} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{1,12 + r^{1,15}} \right) \left[ \frac{r + f_y / 250}{r + 1} \right]$$

avec  $r = \frac{R/s}{400}$  ;  $f_y$  est la limite élastique du matériau de la paroi du réservoir, en MPa ; p est la valeur

minimale possible de la pression interne dans la situation sismique de calcul, en MPa.

**16.13. Exemples de calcul.****Définition du site.**

Zone sismique  $a_{gR}=1,5 \text{ m/s}^2$

Coefficient d'importance  $\gamma_I = 1,3 \Rightarrow a_g=1,95 \text{ m/s}^2$

Sol C :  $S=1,5$

Spectre Type 2 :  $T_B = 0,10 \text{ s} \quad T_C = 0,25 \text{ s} \quad T_D = 1,20 \text{ s}$

**Donnée relative au réservoir.**

Réservoir cylindrique en acier.

Diamètre  $D = 10 \text{ m} \quad H_{\text{structure}} = 10,5 \text{ m} \quad H_{\text{fluide}} = 10,0 \text{ m}$

Fluide : eau  $\gamma_{\text{eau}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$

Pression hydrostatique au fond :  $p = \rho g H = 1000 \text{ Kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 10 \text{ m} = 10^5 \text{ N/m}^2$

$p = 10^{-1} \text{ N/mm}^2$

Epaisseur min de la coque : formule « des chaudières »  $2F = pD$

$\gamma_Q F = 1,5 \times 10^{-1} \times 10 \cdot 10^3 / 2 = 7,5 \cdot 10^2 \text{ N/mm}$

Acier S355 :  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$

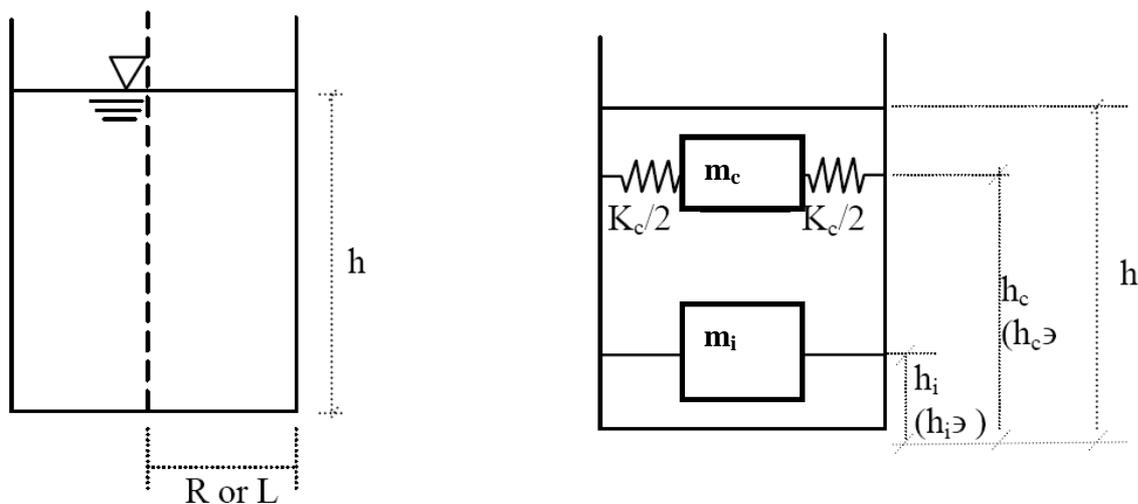
$\Rightarrow t_{\text{min}} = 7,5 \cdot 10^2 / 355 = 2,11 \text{ mm}$

$\Rightarrow$  avec surépaisseur pour corrosion:  $t = 6 \text{ mm}$

**Exemple 1. Hypothèse d'un réservoir cylindrique indéformable ou "rigide" ancré au sol.**

Masse totale fluide  $m$ :  $m = \gamma \pi H D^2 / 4 = 1000 \text{ Kg/m}^3 \times 3,14 \times 10^2 / 4 \times 10 = 785 \cdot 10^3 \text{ Kg}$

$H/R = 2$



**Masse impulsive  $m_i$** 

Figure 16.8 ou Tableau 16.1.

$$H/R=2 \Rightarrow m_i/m_w = 0,76$$

$$m_i = 0,76 \times 785 \cdot 10^3 = 596,6 \cdot 10^3 \text{ Kg}$$

De même:  $h_i = 0,5H = 5\text{m}$

$$h'_i = 0,5H = 4,5\text{m}$$

Cisaillement en base :

$$Q_i = m_i a_g S = 596,6 \cdot 10^3 \times 1,95 \times 1,5 = 1745 \cdot 10^3 \text{ N} = 1745 \text{ kN}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir au dessus du fond :

$$M_i = m_i h_i a_g S = 1745 \text{ kN} \times 5 = 8720 \text{ kNm}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir sous le fond :

$$M_i = m_i h_i a_g S = 1745 \text{ kN} \times 4,5 = 8720 \text{ kNm}$$

**Masse convective  $m_{c1}$** 

Figure 16.10 ou Tableau 16.1.

$$H/R=2 \Rightarrow m_{c1}/m_w = 0,24$$

$$m_{c1} = 0,24 \times 785 \cdot 10^3 = 188.400 \text{ Kg}$$

$$h'_{c1}/H = 0,75 \quad h_{c1}/H \approx 0,75 \quad \Rightarrow h'_{c1} = h_{c1} = 7,5 \text{ m}$$

Cisaillement en base :  $Q_{c1} = m_{c1} S_e(T_{con})$

$$T_{con} = C_c \sqrt{R} = 1,48 \sqrt{5} = 3,31 \text{ s}$$

Dans un sol de classe C, spectre Type 2 :  $T_{con} > T_D = 1,20 \text{ s}$

$$\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \quad \xi_{fluide} = 0,5\% \quad \Rightarrow \eta = \sqrt{10/(5 + 0,5)} = 1,34$$

$$S_e(T_{con}) = a_g S \eta \times 2,5 \times T_C T_D / T_{con}^2 = 1,95 \times 1,5 \times 1,34 \times 2,5 \times 0,25 \times 1,2 / 3,31^2 = 0,268 \text{ m/s}^2$$

Mais il existe un minimum absolu pour  $S_d(T)$  :  $S_d(T) = \beta a_g$

Compte tenu qu'il s'agit d'un mode fluide, on applique :

$$S_e(T_{con}) = S_d(T_{con}) = \beta a_g \eta = 0,2 \times 1,95 \times 1,34 = 0,52 \text{ m/s}^2 \quad \Rightarrow S_d(T_{con}) = 0,40 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Cisaillement en base : } Q_{c1} = m_{c1} S_e(T_{con}) = 188.400 \text{ kg} \times 0,52 \text{ m/s}^2 = 97968 \text{ N} = 98 \text{ kN}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir au dessus du fond :

$$M_i = Q_{c1} h_{c1} = 98 \times 7,5 = 735 \text{ kNm}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir sous le fond :

$$M_i = Q_{c1} h_{c1}' = 98 \times 7,5 = 735 \text{ kNm}$$

**Combinaison impulsif et convectif.**

Addition plutôt que moyenne quadratique ou SRSS.

$$\text{Résultante de cisaillement horizontal : } Q_i + Q_{c1} = 1745 + 98 = 1843 \text{ kN}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir au dessus du fond :

$$M_i + M_{c1} = 8720 + 735 = 9455 \text{ kNm}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir sous le fond :

$$M_i' + M_{c1}' = 7850 + 735 = 8585 \text{ kNm}$$

### Commentaires.

1)  $m_i + m_{c1} = 785.000 \text{ kg} = m$

2) Un calcul « eau gelée » aurait donné :

$M = m \times H/2 \times a_g \times S = 785.10^3 \times 5 \times 1,95 \times 1,5 = 11480 \text{ kNm}$  ce qui est 21% de plus que  $(M_i + M_{c1})$  et place en sécurité.

### Composante verticale.

$p = \rho H a_{vg}$  dû au séisme s'ajoute à  $p = \rho g H$

$$a_{vg} = 0,45 a_g = 0,45 \times 1,95 = 0,88 \text{ m/s}^2$$

$$p = 1000 \times 0,88 \times 10 = 8800 \text{ N/m}^2 = 8,8.10^{-3} \text{ N/mm}^2$$

$$F_{av} = pR = 8,8.10^{-3} \times 5.10^3 = 44 \text{ N/mm}$$

$$\text{Contrainte circonférentielle : } \sigma_{av} = 44/6 = 7 \text{ N/mm}^2$$

### Effet de l'inertie des parois.

En cas de réservoir acier, cet effet est négligeable.

Masse eau : 785.000 kg

Masse acier :  $\pi D H e \gamma = 3,14 \times 100 \times 100 \times 0,06 \times 7,85 \text{ kg/dm}^3 = 14789 \text{ kg}$ , soit 1,8% de la masse d'eau.

Les sollicitations calculées ci-dessus sont modifiées de moins de 2%.

### Calcul des sollicitations dans le réservoir.

$$\text{Juste au dessus du fond : } I/v \approx \pi e R^2 = 3,14 \times 6.10^{-3} \times 5^2 = 0,47 \text{ m}^3$$

$$M = 9455 \text{ kNm}$$

$$\sigma = M/I/v = 9455.10^6 / 0,47.10^9 = 20 \text{ N/mm}^2$$

Cette contrainte est à comparer à la contrainte critique de voilement pour la vérification d'instabilité.

Cette contrainte est à combiner aux contraintes circonférentielles pour les vérifications de limite élastique :

$$\sigma \text{ due à } g : \sigma = F/A = 5.10^2 / (6 \times 1) = 83 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma \text{ due à } a_{vg} : \sigma = 7 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Soit au total: } \sigma_{\text{principal}} = \sqrt{90^2 + 20^2} = 92 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Contrainte de cisaillement : } \tau = 0 \text{ là où } \sigma \text{ est max } \Rightarrow 92 < 355 \text{ N/mm}^2$$

**Effet de l'inertie des parois en cas de réservoir lourd.**

Dans un réservoir en béton de 20 cm d'épaisseur de paroi, la masse de la partie cylindrique du réservoir est égale à  $\pi D H \rho = 157.000 \text{ kg}$

Le centre de gravité est à 5 m au dessus du sol.

$$Q_G = a_g S m_g = 1,95 \times 1,5 \times 157000 = 459000 \text{ N} = 459 \text{ kN}$$

$Q_G$  s'ajoute à  $G_i + G_{c1}$  établi plus haut :

$$Q_G + G_i + G_{c1} = 459 + 1745 + 98 = 2302 \text{ kN}$$

Moment de flexion sollicitant le réservoir au dessus du fond :

$$M_G = 459 \times 5 = 2296 \text{ kNm}$$

Ce moment s'ajoute à  $M_i + M_{c1}$  établi plus haut :

$$M_i + M_{c1} + M_G = 9455 + 2296 = 11751 \text{ kNm}$$

**Hauteur de vague convective.**

$$\text{On a vu que } T_{\text{con}} = C_c \sqrt{R} = 1,48 \sqrt{5} = 3,31 \text{ s}$$

$$d_{\text{max}} = 0,84 R S_e(T_{c1}) / g = 0,84 \times 5 \times 0,40 / 10 = 0,168 \text{ m} = 16,8 \text{ cm}$$

Note: le toit situé à  $H_r = 10,5 \text{ m}$  échappe aux vagues.

**Effet de l'inertie de la toiture.**

Soit une toiture acier à  $80 \text{ kg/m}^2$

$$m_{\text{roof}} = m_r = \pi \times 5^2 \times 80 = 6280 \text{ kg}$$

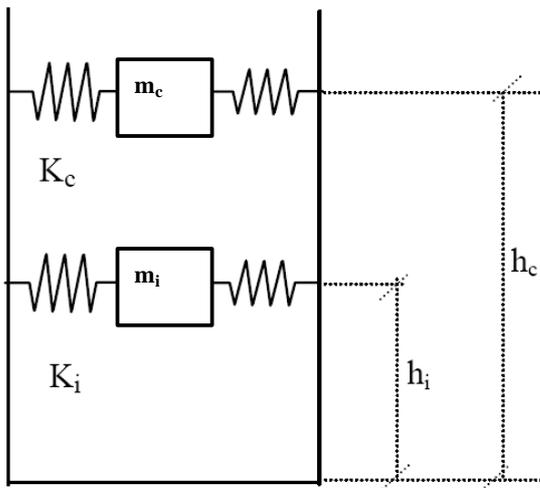
$$Q_r = 6280 \times 1,95 \times 1,5 = 18369 \text{ N} = 18,4 \text{ kN}$$

$$Q_G \text{ s'ajoute à } Q_G + G_i + G_{c1} : Q_{\text{total}} = 2302 + 18 = 2320 \text{ kN}$$

$$M_r = 18,4 \times 10,5 = 193 \text{ kNm}$$

Ce moment s'ajoute à  $M_i + M_{c1} + M_G$ , d'où  $M_{\text{total}} = 11751 + 193 = 11944 \text{ kNm}$

**Exemple 2. Hypothèse d'un réservoir cylindrique déformable ancré au sol.**



Période  $T_{imp}$  de la réponse impulsive.

Pour  $H/R = 2$ ,  $C_i = 6,21$  (Tableau 16.1)

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$H = 10 \text{ m}$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2 = 210 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 210 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ ou Pa}$$

$$s = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$R = 5 \text{ m}$$

$$T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{\rho \times H}}{\sqrt{Es/R}} = 6,21 \frac{\sqrt{1000 \times 10}}{\sqrt{210 \cdot 10^9 \times 6 \cdot 10^{-3} / 5}} = 0,123 \text{ s}$$

Période  $T_{con}$  de la réponse convective : voir plus haut,  $T_{con} = C_c \sqrt{R} = 1,48 \sqrt{5} = 3,31 \text{ s}$

Les paramètres de masse impulsive  $m_i$ ,  $h_i$ ,  $h_i'$ , ainsi que ceux de masse convective  $m_c$ ,  $h_c$ ,  $h_c'$  ont les mêmes valeurs que dans le cas du réservoir indéformable. De même pour  $m_w$  (réservoir acier) et  $m_r$ .

$S_e(T_{imp})$ .

$$T_{imp} = 0,123 \text{ s}$$

Dans un sol de classe C, spectre Type 2 :  $T_B = 0,10 \text{ s} < T_{imp} < T_C = 0,25 \text{ s}$

$$S_e(T_{imp}) = a_g S \eta \times 2,5 = 1,5 \times 1,95 \times 1 \times 2,5 = 7,31 \text{ m/s}^2$$

$S_e(T_{con})$ .

$$S_e(T_{con}) \text{ a été calculé plus haut et vaut } S_d(T_{con}) = 0,52 \text{ m/s}^2$$

**Sollicitations à la base.**

L'effort tranchant total à la base est égal à :

$$Q = (m_i + m_w + m_r) S_e(T_{imp}) + m_c S_e(T_{con})$$

$$Q = (596600 + 14789 + 6280) \times 7,31 + 188400 \times 0,52 = 4515160 + 97968 = 4613128 \text{ N} = 4613 \text{ kN}$$

Note : en comparaison, Q dans le réservoir indéformable vaut seulement  $Q = 1843 \text{ kN}$ .

La différence provient essentiellement de l'amplification spectrale par 2,5 en passant de  $T_{\text{imp}} = 0$  (structure indéformable) à  $T_{\text{imp}} = 0,123 \text{ s}$  (structure déformable).

Le moment de renversement juste au-dessus de la base est donné par :

$$M = (m_i h_i + m_w h_w + m_r h_r) S_e(T_{\text{imp}}) + m_c h_c S_e(T_{\text{con}})$$

$$M = (596000 \times 5 + 14789 \times 5 + 6280 \times 10,5) 7,31 + 188400 \times 7,5 \times 0,52 = 22828289 + 734760 \\ = 23563049 \text{ Nm} = 23563 \text{ kNm}$$

Note.

- En comparaison, M au fond du réservoir vaut seulement, dans l'hypothèse d'un réservoir indéformable :  $M = 9455 \text{ kNm}$

-Le calcul en « eau gelée » ignorant le balancement du fluide donnerait :  $m_w = 785000 \text{ kg}$

$Q = (785000 + 14789 + 6280) \times 7,31 = 5892 \text{ kn}$  et placerait en sécurité par rapport à  $4613 \text{ kN}$ . De même pour M.

### **Effet de la composante verticale de l'action sismique.**

La composante verticale du séisme  $a_{vg}$  vaut :  $a_{vg} = 0,45 a_g = 0,45 \times 1,95 = 0,88 \text{ m/s}^2$

La pression hydrodynamique vaut  $p = \rho H(1 - z/H) a_{vg} = 1000 \times 10 \times 0,88 = 8800 \text{ N/m}^2$

Pression additionnelle due à la respiration de la coque.

$$\text{Période } T_v \text{ de la respiration : } T_v = \left( \frac{2}{\sqrt{\frac{s}{R}}} \right) \left( \pi H \sqrt{\frac{\rho}{E}} \right) = \left( \frac{2}{\sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-3}}{5}}} \right) \left( \pi 10 \sqrt{\frac{1000}{210 \cdot 10^9}} \right) = 0,125 \text{ s}$$

$$p_{vf}(\zeta) = 0,815 f(H/R) \rho H \cos(\pi\zeta/2) a_{vf}$$

$$f(H/R) = 1,078 + 0,274 \ln(H/R) \quad \text{pour } 0,8 < H/R < 4 \quad \text{Comme } H/R = 2 \Rightarrow f(H/R) = 1,27$$

$$a_{vf} = S_e(T_v) \quad T_B < T_v = 0,125 \text{ s} < T_C \quad \Rightarrow S_e(T_v) = a_{vg} \times \eta \times 3$$

La respiration élastique du réservoir est un mode structure, avec  $\xi = 5\%$  et donc  $\eta = 1$

$$a_{vf} = S_e(T_v) = 0,88 \times 3 = 2,64 \text{ m/s}^2$$

Au fond du réservoir ( $\zeta = z/H = 0$ ) :

$$p_{vf}(\zeta) = 0,815 \times 1,27 \times \rho H \times \cos 0 \times a_{vf} = 0,815 \times 1,27 \times 1000 \times 10 \times 1 \times 2,64 = 27325 \text{ N/mm}^2$$

La pression hydrostatique vaut  $p = \rho g H = 1000 \times 10 \times 10 = 100000 \text{ N/m}^2$

La pression totale vaut  $100000 + 8800 + 27325 = 136125 \text{ N/mm}^2$

### **Commentaire.**

Dans l'hypothèse d'un réservoir déformable, l'accroissement de pression uniforme axisymétrique engendré par la composante verticale du séisme est ici égal à 36% de la pression hydrostatique, contre seulement 9% dans l'hypothèse d'un réservoir indéformable .

**Vérifications du réservoir.****Vérification du voilement élastique.**

$$\sigma_{cl} = 0,6E \frac{s}{R} = 0,6 \times 200.10^3 \times 3/5000 = 72 \text{ N/mm}^2$$

a= 1 réservoir de qualité normale

$$\frac{\delta}{s} = \frac{0,06}{a} \sqrt{\frac{R}{s}} = \frac{0,06}{1} \sqrt{\frac{5000}{6}} = 1,73$$

$$\bar{\sigma} = 1 - 1,24 \left( \frac{\delta}{s} \right) \left[ \left( 1 + \frac{2}{1,24 \left( \frac{\delta}{s} \right)} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] = 1 - 1,24(1,73) \left[ \left( 1 + \frac{2}{1,24(1,73)} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] = 0,163$$

$$\lambda^2 = \frac{f_y}{\bar{\sigma} \sigma_{cl}} = \frac{355}{0,163 \times 72} = 30 \geq 2 \quad \Rightarrow \sigma_0 = \bar{\sigma} \sigma_{cl} = 0,163 \times 72 = 11,73$$

$$\bar{p} = \frac{pR}{s \sigma_{cl}} = \frac{136125 \times 10^{-6} \times 5000}{6 \times 72} = 1,75 < 5$$

$$\sigma_p = \sigma_{cl} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\bar{p}}{5} \right)^2 \left( 1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_{cl}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 72 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1,75}{5} \right)^2 \left( 1 - \frac{11,73}{72} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 58 \leq 72$$

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{cl}} = \frac{50}{72} = 0,69 \leq 0,19 + 0,81 \frac{\sigma_p}{\sigma_{cl}} = 0,19 + 0,81 \times \frac{58}{72} = 0,84 \Rightarrow \text{OK}$$

**Vérification à l'effondrement élasto-plastique.**

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{cl}} = 0,69 \leq \left[ 1 - \left( \frac{pR}{s f_y} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{1,12 + r^{1,15}} \right) \left[ \frac{r + f_y / 250}{r + 1} \right]$$

$$0,69 < \left[ 1 - \left( \frac{0,136 \times 5000}{6 \times 355} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{1,12 + 2,8^{1,15}} \right) \left[ \frac{2,08 + 355 / 250}{2,08 + 1} \right] = 0,72 \Rightarrow \text{OK}$$

**Commentaire.**

Le réservoir est acceptable avec les dimensions décrites.

On peut toutefois discuter le fait de valider le réservoir avec une paroi de 6 mm, alors que cette épaisseur est définie en considérant qu'elle inclut une réserve pour la corrosion.

**Exemple 3. Hypothèse d'un réservoir cylindrique surélevé.**

On étudie le réservoir des exemples précédents en version château d'eau : il est porté par une colonne cylindrique en béton armé de 10 m de haut – Figure.

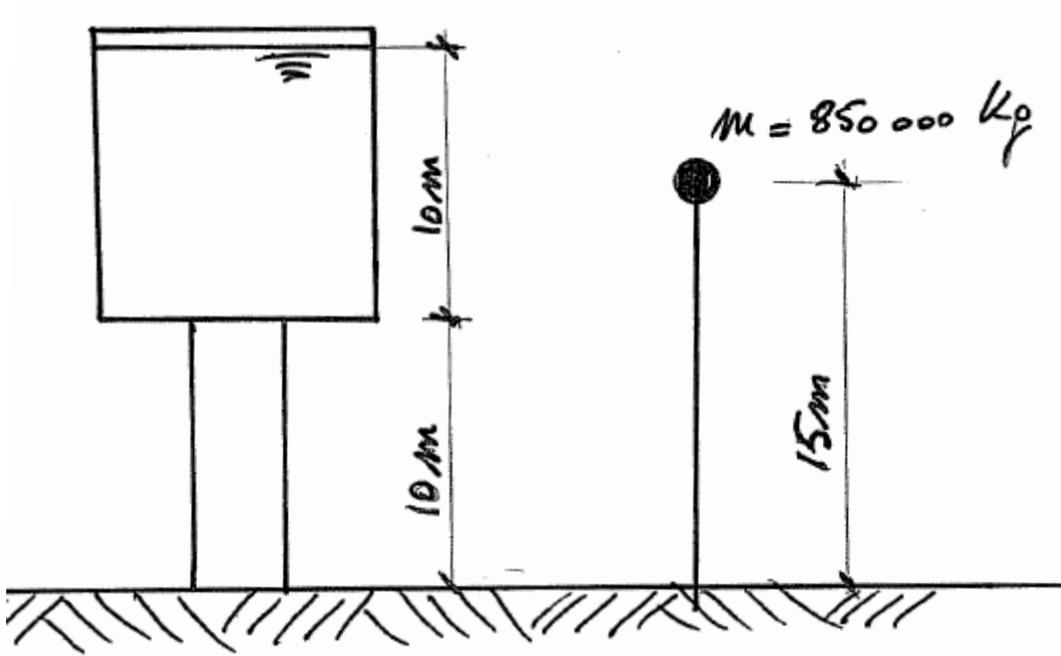


Figure. Réservoir projeté et modèle pour le prédimensionnement du fût.

On prédimensionne cette colonne de la façon suivante.

On sait que la période propre du château d'eau ne devrait pas être trop élevée, pour éviter des effets  $P-\Delta$  excessifs. Elle ne devrait non plus être trop faible, pour éviter des amplifications spectrales importantes. On se fixe une période de l'ordre de 1,0 s comme objectif pour définir la raideur  $EI$  de la colonne.

La masse totale, réservoir plein, est de l'ordre de  $785000 + 14789 + 6280 \approx 850000\text{ kg}$ .

La période d'un oscillateur simple pouvant représenter le château d'eau est donnée par :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{MH^3}{3EI}} \approx 1\text{ s} \quad E = E/2 = 30.000/2 = 15000\text{ N/mm}^2 = 15.10^9\text{ N/m}^2$$

$$H = 15\text{ m} \quad \Rightarrow I = \frac{4\pi^2 MH^3}{3E} = 2,5\text{ m}^4$$

On choisit un fût de diamètre 3,5 m et d'épaisseur de paroi égale à 0,15 m. On trouve :

$$I = \pi\left(\frac{1,75^4 - 1,60^4}{4}\right) = 2,22\text{ m}^4 \quad \text{Section } A = 1,58\text{ m}^2$$

On effectue l'analyse modale du modèle suivant, représentatif de la réponse dynamique – Figure.

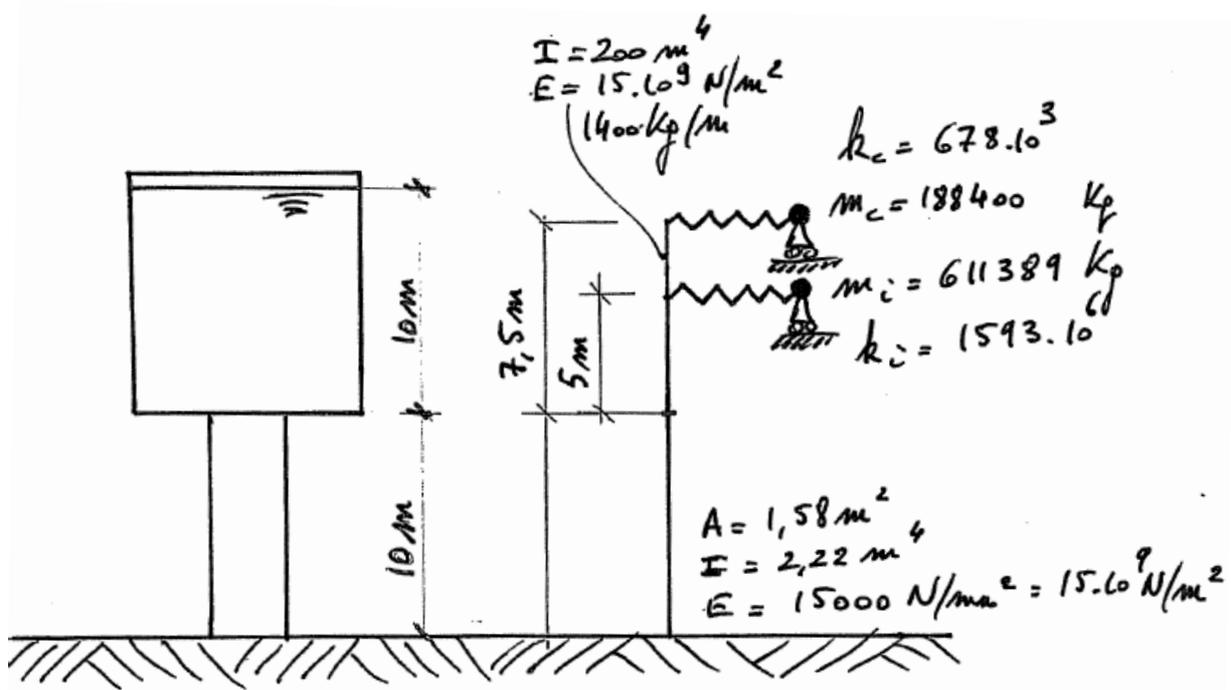


Figure. Modèle pour l'analyse dynamique tenant compte du mouvement convectif, et du caractère déformable du réservoir et du fût.

On établit les raideurs  $K$  des ressorts représentant le mode impulsif et le mode convectif en utilisant la

$$\text{relation } T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2 M}{T^2}$$

Pour le mode impulsif, on a :  $T_{\text{imp}} = 0,123 \text{ s}$      $M_{\text{imp}} = 611389 \text{ kg}$      $\Rightarrow k_i = 1593 \cdot 10^6$

Pour le mode convectif, on a :  $T_{\text{conv}} = 3,31 \text{ s}$      $M_{\text{conv}} = 188400 \text{ kg}$      $\Rightarrow k_c = 678 \cdot 10^3$

Le spectre de calcul est le spectre élastique de l'Eurocode 8 pour la zone, modifié pour correspondre à un amortissement réduit pour le mouvement convectif du fluide. Le coefficient de modification  $\eta$  est

$$\text{égal à : } \eta = \sqrt{10/(5+\xi)} \quad \xi_{\text{fluide}}=0,5\% \quad \Rightarrow \eta = \sqrt{10/(5+0,5)} = 1,34$$

Les oscillations convectives ont une période de 3,3 s ; les modes « structures » ont des périodes bien inférieures, de l'ordre de 1 s. On définit un spectre « hybride » avec l'amortissement « structure » pour  $T \leq 2,5\text{s}$  et l'amortissement « fluide » pour  $T \geq 2,5\text{s}$  (2,5 s est choisi au hasard) – Figure.

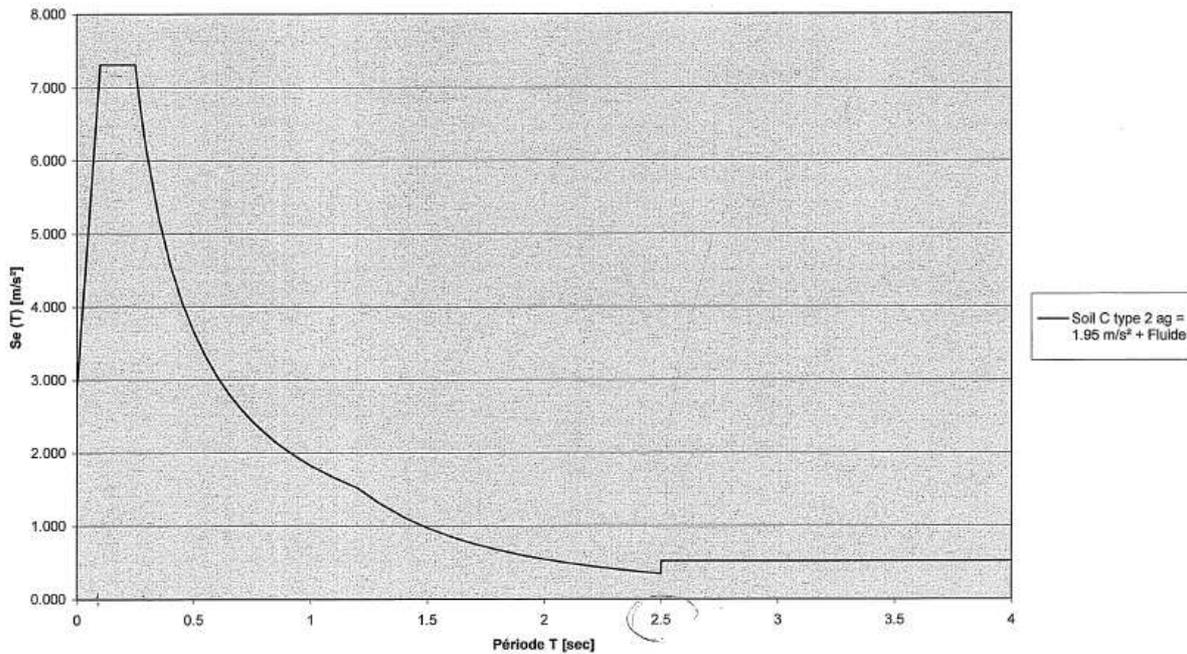
Les résultats obtenus sont : mode 1    période  $T_1 = 3,38 \text{ s}$     masse modale : 27 % m totale

mode 2    période  $T_2 = 0,96 \text{ s}$     masse modale : 69,5% m totale

Plusieurs modes supérieurs (les poutres « fut » et « réservoir » sont modélisés en plusieurs tronçons) mais avec des masses modales insignifiantes pour un total égal à 3,5% m totale.

Cisaillement en base : 1137,4 kN

Moment en base : 16880 kNm.

**Spectres de réponse élastique horizontal type 2****Références bibliographiques.**

- [1] Habenberger, J. and Schwarz, J. Damping effects of the fluid in cylindrical liquid storage tanks, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2005, 33.
- [2] Fischer, F.D.; Rammerstorfer, F.G. and Scharf, K. Earthquake Resistant Design of Anchored and Unanchored Liquid Storage Tanks under Three-dimensional Earthquake Excitation. *Structural Dynamics Recent Advances*, Schueller, G.L. (Ed.). Springer Verlag. 1991
- [3] Rammesstorfer, F.G., Scharf, K., Fischer, F.D. and Seeber, R. Collapse of Earthquake Excited Tanks, *Res Mechanica*. 1988, 25, 129-143.
- [4] Scharf, K. Beiträge zur Erfassung des Verhaltens von erdbebeneregten, oberirdischen Tankbauwerken, *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4. Bauingenieurwesen, Nr. 97*, VDI Verlag, Düsseldorf, 1990.
- [5] Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems. ASCE Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering. 1987.
- [6] Malhotra, P.K. Seismic Response of Soil-Supported Unanchored Liquid-Storage Tanks, *ASCE, Journal of Structural Engineering*, 1997, 123, 440-449.
- [7] Fischer, F.D., Seeber, R. Dynamic Response of Vertically Excited Liquid Storage Tanks considering Liquid-Soil-Interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1988, 16, 329-342.
- [8] Priestley, M.J.N. (Ed.) *Seismic Design of Storage Tanks. Recommendations of a Study Group of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*. December 1986.
- [9] Kim, J.K., Koh, H.M. and Kwack, I.J. Dynamic Response of Rectangular Flexible Fluid Containers. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 122(9), 807-817.

- [10] Veletsos, B.S. Dynamics of Structure - Foundation Systems - Structural and Geotechnical Mechanics. Ed. W.J. Hall, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1977, 333-361.
- [11] Veletsos, A.S. and Yu Tang. Soil-Structure Interaction Effects for Laterally Excited Liquid Storage Tanks. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990, 19, 473-496.
- [12] Veletsos A.S., Yu Tang, and H.T. Tang. Dynamic Response of Flexibly Supported Liquid Storage Tanks. *ASCE, Journal of Structural Engineering*, 1992, 118(1), 264-283.
- [13] Habenberger, J. and Schwarz, J. Seismic Response of Flexibly Supported Anchored Liquid Storage Tanks, Proc. 13th European Conference on Earthquake Engineering, London, 2002.
- [14] Gazetas, G. Analysis of Machine Foundation Vibrations: State-of-the-Art. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 1983, 2(1), 2-43.
- [15] Malhotra, P.K. Practical Nonlinear Seismic Analysis of Tanks. *Earthquake Spectra*. 2000, 16(2), 473-492.
- [16] Peek, R. and Jennings, P.C. Simplified Analysis of Unanchored Tanks. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988, 16, 1073-1085.
- [17] Cambra F.J. Earthquake Response Considerations of Broad Liquid Storage Tanks, Report EERC 82/25, 1982
- [18] Fischer, F.D.; Rammerstorfer, F.G. and Schreiner. The Extensible Uplifted Strip. *Acta Mechanica*. 1989, 80, 227-257.
- [19] Rotter, J.M. Buckling of Ground-Supported Cylindrical Steel Bins under Vertical Compressive Wall Loads, Proc., Metal Structures Conference, Institution of Engineers of Australia, Melbourne, 1985, 112-127.
- [20] Rotter, J.M. Buckling of cylindrical shells under axial compression, in *Buckling of Thin Metal Shells*, eds J.G. Teng & J.M. Rotter, Spon, London, 2004, 42-87.
- [21] Rotter, J.M. and Hull, T.S., Wall Loads in Squat Steel Silos during Earthquakes, *Engineering Structures*, 1989, 11(3), 139-147.
- [22] Gaylord, E.H. and Gaylord, C.N. Design of Steel Bins for Storage of Bulk Solids, 1984, Prentice Hall.
- [23] Trahair, N.S., Abel, A., Ansourian, P., Irvine, H.M. and Rotter, J.M. Structural Design of Steel Bins for Bulk Solids, Australian Institute of Steel Construction, 1983, Sydney.
- [24] Rotter, J.M. Local Inelastic Collapse of Pressurised Thin Cylindrical Steel Shells under Axial Compression, *ASCE, Journal of Structural Engineering*, 1990, 116(7), 1955-1970.
- [25] Rotter, J.M., Seide, P. On the Design of Unstiffened Shells Subjected to an Axial Load and Internal Pressure. Proc of ECCS Colloquium on Stability of Plate and Shell Structures. Ghent University, 1987, 539-548.
- [25] Fischer, F.D. and Rammerstorfer, F.G. Coupling of Sloshing with the Wall Motion in Seismically Excited Tanks. *Intl Journal of Pressure Vessel and Piping*, 1999, 76, 693709.
-