Université de Liège
Faculté des Sciences

Analyse des profils de raies formés au sein d'atmosphères en expansion. Applications aux étoiles chaudes et aux quasars.

par

Damien Hutsemékers

Dissertation présentée en vue de l'obtention
du grade de Docteur en Sciences

1988

AVANT-PROPOS

Il est difficile de remercier tous ceux qui, parents, amis ou collègues, ont, d'une façon ou d'une autre, rendu possible la réalisation de cet ouvrage. J'aimerais néanmoins qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Je tiens tout particulièrement à exprimer ma profonde reconnaissance à Jean Surdej, pour la très grande part qu'il a prise dans toutes les étapes de ce travail et pour les nombreux conseils et encouragements qu'il m'a prodigués, avec sa gentillesse coutumière.

Je désirerais aussi remercier Monsieur Houziaux, qui m'a accueilli dans son service et fait goûter le premier à la théorie des atmosphères stellaires.

Tous mes remerciements vont également à Jean-Pierre Swings pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour son dévouement dans la tâche, difficile s'il en est, qui consiste à obtenir les crédits et les emplois permettant de travailler avec une relative sérénité.

Je souhaiterais encore remercier Françoise Nemry pour son aide efficace dans les dernières étapes de ce travail et Armand Kransvelt pour les nombreux dessins qu'il a réalisés.

Qu'il me soit aussi permis de remercier Véronique, mon épouse, qui n'a pas ménagé ses efforts pour rendre cet ouvrage plus que présentable.

Enfin, mes remerciements vont au Fonds National de la Recherche Scientifique pour les mandats qui m'ont été accordés durant ces quatre dernières années.

Table des matières

Introduction générale 1

I Etude théorique des profils de raies de type P Cygni 5

1 Transfert de la radiation au sein d'une atmosphère en expansion rapide 7
- 1.1 Le processus de diffusion radiative 7
- 1.2 L'approximation de Sobolev. 10
- 1.3 Probabilité de fuite d'un photon et fonction source 11
  - 1.3.1 La probabilité de fuite moyenne 12
  - 1.3.2 L'expression de la fonction source 13
- 1.4 Formation du profil de raie 14
  - 1.4.1 Les surfaces d'égale fréquence 14
  - 1.4.2 L'expression du profil de raie 16
  - 1.4.3 Quelle information tirer du profil de raie ? 19

2 Analyse des profils de raies de type P Cygni: la méthode des moments 23
- 2.1 Les moments d'un profil de raie 23
- 2.2 Le moment d'ordre 1 25
  - 2.2.1 Le moment W_1^0 d'une raie non saturée 26
  - 2.2.2 La détermination du taux de perte de masse 27
  - 2.2.3 Le cas des raies saturées 28
- 2.3 Inversion des profils de raies de type P Cygni par la méthode des moments 30

3 Analyse des profils de raies issues de niveaux excités: la méthode du moment d'ordre 1 35
- 3.1 Le moment d'ordre 1 des raies issues de niveaux excités 36
- 3.2 La détermination du taux de perte de masse 37
- 3.3 Les diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$" 40

4 Analyse des profils de raies de type P Cygni: les moments d'un doublet de résonance 44

4.1 Approximation d'un doublet de résonance 45
4.1.1 Le cas optiquement mince 46
4.1.2 Le cas optiquement épais 47
4.2 L'expression générale du moment W_n^D 48
4.2.1 Le profil d'un doublet de résonance 48
4.2.2 Le moment W_n^D 50
4.2.3 Le cas optiquement mince 51
4.2.4 Le cas optiquement épais 52
4.3 Applications numériques 52
4.4 Quelques diagrammes d'intérêt astrophysique 56
4.5 Signification physique des paramètres $W_n^{D,0}$ et W_n^0 57
Appendice 4.A 64
Appendice 4.B 65
Appendice 4.C 66

5 Transfert de la radiation au sein d'une atmosphère en expansion relativiste 69
5.1 Transformation des grandeurs spécifiques au transfert radiatif 70
5.1.1 Rappels et notations 70
5.1.2 Transformation de l'intensité spécifique 71
5.2 Probabilité de fuite et fonction source 73
5.2.1 La probabilité de fuite d'un photon 73
5.2.2 Que devient l'approximation de Sobolev ? 75
5.2.3 L'expression de la fonction source 77
5.3 Les surfaces d'égale fréquence 78
5.4 Le profil de raie 82
5.5 Les moments d'un profil de raie 83
5.5.1 Le cas d'une étoile ponctuelle 84
5.5.2 Le cas d'une étoile de dimensions finies 85
5.6 Résultats numériques 86
Appendice 5.A 94

6 Formation des profils de raies dans une atmosphère turbulente 96
6.1 Le formalisme 97
6.1.1 Expression de l'épaisseur optique 98
6.1.2 Expression de l'intensité émergente et du profil de raie 98
6.1.3 Expression de l'intensité moyenne et de la fonction source . . . 99
6.2 Le cas optiquement mince 100
6.3 Description de la méthode numérique 101
6.4 Résultats préliminaires 102

II Applications aux étoiles chaudes et aux quasars 105

7 Evaluation du taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires **107**

8 Géométrie de l'éjection de matière entourant les quasars de type BAL et formation du profil de raie Lyα + N V **111**

Conclusions **113**

Références **117**

Annexe **121**

Introduction générale

L'éjection quasi-continue de matière apparaît de plus en plus comme une caractéristique commune à bon nombre d'objets astrophysiques, qu'il s'agisse du soleil, des autres étoiles – chaudes ou froides –, des galaxies – actives ou non –, des quasars, etc. La diversité des méthodes de détection – mesure directe, imagerie, analyse spectroscopique dans tous les domaines de longueur d'onde, ... – rivalise avec la variété des propriétés observées et des mécanismes invoqués pour les expliquer. Ne citons que la différence extrême entre le vent solaire, optiquement mince, emportant $10^{-14} M_{\odot}/an$ et les vents intenses, optiquement épais, détectés autour des étoiles très chaudes de type Wolf-Rayet dont le taux de perte de masse atteint $10^{-5} M_{\odot}/an$.

On peut néanmoins se demander si malgré les différences d'environnement, de morphologie et de dimensions, ces éjections de matière possèdent un mécanisme physique commun, au moins en partie. Ferrari et Rosner (1988), par exemple, remarquent que dans plusieurs cas la description de ces flux de matière fait intervenir quelques éléments communs: un plasma "coronal" présent à la "surface" de l'objet en question et un processus d'accélération qui amène le gaz à des vitesses supersoniques où il finit par se libérer de l'attraction gravitationnelle. Cette question, qui reste entièrement ouverte, souligne l'intérêt de la détermination pour des objets aussi divers que possible, des paramètres fondamentaux caractérisant la matière en expansion.

De telles éjections de matière sont également susceptibles d'agir sur l'évolution finale de l'objet central et sur le milieu ambiant qu'elles peuvent modeler ou enrichir en éléments lourds. Ainsi, la présence d'un vent stellaire continu permet à certaines étoiles d'échapper à une mort violente (supernova) pour terminer leur vie comme naine blanche.

Nous nous intéressons ici aux flux de matière dont la signature spectroscopique est caractérisée par des profils de raies de type P Cygni. Ces profils possèdent une composante en émission accompagnée d'une raie en absorption plus ou moins large, décalée vers les courtes longueurs d'onde. Beals (1929, 1931) fut le premier à interpréter ces profils en termes d'une expansion rapide et continue de matière à partir de la surface de l'objet central.

On peut expliquer aisément les caractéristiques essentielles des profils de raies de type P Cygni en imaginant que le noyau central est entouré d'une enveloppe en expansion radiale possédant la symétrie sphérique et en supposant que les processus d'absorption et d'émission ont lieu au centre de la raie. Ainsi, les photons

émis dans le continuum stellaire peuvent être absorbés par les atomes situés entre l'observateur et la surface de l'objet central. Ces atomes, se déplaçant globalement vers l'observateur, produisent une raie en absorption qui, suite à l'effet Doppler, est décalée vers les courtes longueurs d'onde. De même, les photons émis par des atomes dont la vitesse macroscopique projetée sur la ligne de visée prend des valeurs positives et négatives, sont à l'origine d'une raie en émission symétrique, le décalage Doppler étant identique du côté rouge et du côté violet. En réalité, cette raie en émission n'est pas tout à fait symétrique, une partie de l'enveloppe en expansion étant occultée par le noyau central. On retrouve l'allure générale d'un profil de raie de type P Cygni en additionnant ces deux contributions, absorption et émission.

Bien que de nombreux travaux se soient attachés à résoudre de façon quantitative le problème du transfert de la radiation dans une enveloppe en expansion (cfr. Surdej (1979) pour un historique), il faut attendre Sobolev (1947, 1958) pour avoir une théorie suffisamment réaliste de la formation des raies de type P Cygni. Cet auteur remarque en effet que la présence d'un gradient de vitesse élevé dans un milieu en expansion simplifie considérablement le transfert de la radiation au point de le rendre inexistant, les quantités caractéristiques du transfert (intensité moyenne, fonction source,...) prenant une valeur purement locale, même lorsque le milieu est optiquement épais.

Cette théorie, améliorée par Castor (1970), Lucy (1971) et Surdej (1977) a été utilisée de manière intensive pour calculer des profils de raies de type P Cygni formés au sein d'atmosphères en expansion accélérée (voir par exemple Castor et Lamers, 1979). En principe, pour obtenir de tels profils il faut connaître avec suffisamment de précision les caractéristiques physiques de l'enveloppe, la comparaison entre profils observés et profils calculés permettant de raffiner le modèle. Mais, en réalité, notre compréhension de la structure de ces atmosphères en expansion – variation de la vitesse avec la distance radiale, température, équilibre d'ionisation – est encore très incomplète. Aussi, il est préférable d'adopter des modèles simplifiés et d'utiliser des paramètres dont l'effet sur les profils de raies est relativement bien défini. En comparant les profils calculés aux observations, on peut ainsi espérer cerner un peu mieux quelques caractéristiques globales des enveloppes en expansion comme leur géométrie, la vitesse terminale du flux de matière, le taux de perte de masse ou encore la distribution approximative de l'opacité. C'est dans cet esprit que la plupart des analyses de profils de raies de type P Cygni sont effectuées pour les étoiles chaudes et lumineuses (voir par exemple Gathier et al., 1981; Garmany et al., 1981).

Une méthode d'analyse qui s'inscrit particulièrement bien dans cette perspective est la méthode des moments. Cette méthode intégrale, qui consiste à prendre les moments en longueur d'onde d'un profil de raie – le moment d'ordre 0 n'étant rien d'autre que la largeur équivalente de la raie – a été initialement développée par Castor, Lutz et Seaton (1981) pour traiter les raies non résolues. Ces auteurs établissent que le moment d'ordre 1 d'une raie non saturée est directement proportionnel au taux de perte de masse. Surdej (1982, 1983a,b) montre que cette relation entre le moment d'ordre 1 d'une raie non saturée et le taux de perte de masse est en fait complètement indépendante des distributions de vitesse et d'opacité dans l'enveloppe, des collisions,

de la rotation et même de l'approximation de Sobolev. Lorsque la raie est saturée, on peut construire pour ce moment des "courbes de croissance" (Surdej, 1983b) qui permettent de déterminer le taux de perte de masse tout en renseignant sur la non-unicité des modèles. Surdej (1985) suggère d'utiliser aussi les moments d'ordre plus élevés afin d'estimer d'autres paramètres comme la loi d'opacité. La méthode des moments, indispensable pour analyser les raies non résolues, est donc particulièrement intéressante vu

1. son indépendance vis-à-vis de bon nombre de situations physiques et géométriques (contrairement aux profils de raies qui subissent des modifications),

2. les informations quantitatives qu'elle fournit sur l'incertitude affectant les paramètres évalués,

3. sa facilité d'utilisation qui en fait un instrument idéal pour traiter un grand nombre de données issues de différentes raies ou de différents objets.

Utilisée conjointement avec la méthode d'ajustement de profils, la méthode des moments permet certainement d'acquérir une meilleure connaissance des paramètres fondamentaux caractérisant les enveloppes en expansion.

La plupart des raies de type P Cygni observées dans le spectre des étoiles chaudes et des quasars étant soit des raies issues de niveaux excités soit des doublets de résonance, et de plus rarement non saturées, il nous a paru important de développer la méthode des moments en tenant compte rigoureusement des transitions mises en jeu et des couplages radiatifs apparaissant dans le milieu en expansion.

Ces développements théoriques nous permettront d'évaluer le taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires qui sont des objets intéressants à plus d'un titre. Malgré leur faible luminosité intrinsèque, la majorité de ces étoiles révèlent la présence d'un vent stellaire dont la vitesse terminale est comparable à celle mesurée pour les étoiles OB jeunes. De plus, le taux de perte de masse relativement élevé s'explique difficilement si on suppose que l'enveloppe est accélérée par la pression de radiation (Castor et al., 1981, Cerruti-Sola et Perinotto, 1985). Une estimation suffisamment fiable des paramètres caractérisant ces vents stellaires est donc indispensable, et ce d'autant plus qu'ils sont susceptibles de modeler la nébuleuse elle-même, dont la vitesse d'expansion est beaucoup plus faible (cfr. Kwok et al., 1978; Kwok, 1988).

Nous nous sommes également intéressés aux quasars de type BAL [1], dont les spectres montrent de larges raies en absorption décalées vers le bleu et qui, flanquées d'une composante en émission, ont souvent l'aspect de profils de type P Cygni. Si l'origine intrinsèque de ces raies est relativement bien établie (voir par exemple l'article de synthèse de Weymann et Foltz, 1983), on connaît très peu de choses sur le mécanisme de leur formation et même sur la géométrie de l'enveloppe en expansion. L'étude des flux de matière entourant ces quasars dont la différence de morphologie avec les

[1] BAL ≡ Broad Absorption Line

étoiles est bien sûr considérable, apparaît d'autant plus intéressante que les vitesses d'éjection mesurées peuvent atteindre facilement 20% de la vitesse de la lumière.

Afin de mieux comprendre la formation des profils de raies de type P Cygni observés dans le spectre de ces objets, nous avons entrepris l'étude du transfert de la radiation en tenant compte (i) des corrections relativistes susceptibles d'être importantes pour de telles vitesses d'éjection et (ii) de la microturbulence dont la présence dans l'atmosphère en expansion expliquerait facilement les anomalies systématiques que montrent les profils de raies de type P Cygni (à savoir un rapport de largeurs équivalentes W_λ(émission) $/W_\lambda$(absorption) inférieur à l'unité). Nous nous sommes également attachés à l'étude détaillée de la raie Lyα + N V dont le profil devient complexe lorsque la vitesse maximale des ions N^{4+} est supérieure à la séparation en vitesse des deux raies.

Traçons maintenant le plan général de la présente dissertation. Le chapitre 1 reprend l'essentiel du formalisme nécessaire pour traiter le transfert des raies spectrales formées au sein d'une atmosphère en expansion rapide. Nous consacrons le chapitre 2 à la description de la méthode des moments qui permet d'analyser facilement les profils de raies de type P Cygni. Nous y incluons quelques développements montrant comment estimer, à partir de raies non saturées, les distributions de vitesses et d'opacité caractérisant un milieu en expansion. Aux chapitres 3 et 4, nous adaptons la méthode des moments à l'étude des raies issues de niveaux excités et des doublets de résonance, couramment observés dans le spectre des étoiles chaudes et des quasars. Nous étudions ensuite le transfert de la radiation au sein d'atmosphères en expansion relativiste (chapitre 5) et turbulente (chapitre 6). Ces deux chapitres clôturent la première partie de notre thèse consacrée aux développements théoriques.

La seconde partie, réservée aux applications, est présentée différemment: afin d'éviter toute redite inutile, nous résumons l'essentiel de nos résultats et renvoyons, pour plus de détails, à nos publications données en annexe. Le chapitre 7 est consacré à l'évaluation du taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires. Dans le but de vérifier si tous les quasars sont affectés par le phénomène BAL, nous investiguons au chapitre 8 la possibilité que les profils de raies de type P Cygni observés dans le spectre des quasars de type BAL sont formés au sein d'atmosphères en expansion possédant la symétrie sphérique.

I

Etude théorique des profils de raies de type P Cygni

Chapitre 1

Transfert de la radiation au sein d'une atmosphère en expansion rapide

Dans ce chapitre, nous décrivons essentiellement *la théorie de Sobolev pour un atome à deux niveaux*, théorie à la base de nos développements [1]. Nous nous efforcerons de dégager le point de vue probabiliste qui s'avère être le plus simple. Nous supposons que le milieu en expansion possède la symétrie sphérique et reste stationnaire. Comme dans la suite de ce travail, nous nous intéressons uniquement au transfert des raies spectrales.

La section 1 reprend les conventions utilisées pour traiter la diffusion radiative. Dans la section 2, nous explicitons l'approximation de Sobolev. Celle-ci nous permet d'obtenir facilement (section 3) l'expression de la probabilité de fuite d'un photon dont nous nous servons à la section 4 pour calculer le profil de raie.

1.1 Le processus de diffusion radiative

Pour la plupart des raies de type P Cygni observées dans l'ultraviolet, Castor et Lamers (1979) ont montré que les effets de l'excitation collisionnelle et de la photoionisation sont négligeables. Par conséquent, nous ne considérerons ici que les processus radiatifs. Pour un atome à deux niveaux, un photon absorbé ne peut être réémis que par la transition inverse. On parle alors de *diffusion radiative*, l'énergie du photon étant en moyenne conservée.

Soit $f_\nu(\vec{r},\vec{n})\,d\nu\,dV\,d\omega$ *le nombre de photons* dont la fréquence est comprise entre ν et $\nu + d\nu$, contenus dans le volume dV centré en $\vec{r}$ et se propageant dans l'angle solide $d\omega$ autour de la direction $\vec{n}$. On peut définir *l'intensité spécifique* par la relation

$$I_\nu(\vec{r},\vec{n}) = c\,h\,\nu\,f_\nu(\vec{r},\vec{n}) \tag{1.1}$$

[1] Pour plus de détails, le lecteur se référera aux ouvrages de Sobolev (1960), Mihalas (1978) et surtout Surdej (1979) dont nous reprenons le formalisme. Mentionnons aussi l'atlas de profils de raies de type P Cygni dû à Castor et Lamers (1979).

où c et h sont respectivement la vitesse de la lumière et la constante de Planck.

Imaginons un photon de fréquence ν se propageant le long d'une direction $\vec{n}$ quelconque, d'abscisses s, au sein d'un fluide homogène en mouvement. Ce fluide est peuplé d'atomes possédant deux niveaux liés (notés 1 et 2). L'expérience nous dit que sur un petit trajet ds, la quantité de radiation dI_ν absorbée au point $\vec{r}$ est proportionnelle à I_ν et à ds. On peut donc écrire

$$dI_\nu = \alpha_\nu(\vec{r})\, I_\nu\, ds\,, \tag{1.2}$$

α_ν étant le *coefficient d'absorption*, isotrope dans un repère lié au fluide. La probabilité qu'un photon soit absorbé sur le trajet ds est égale au rapport du nombre de photons absorbés sur le nombre de photons incidents [2], soit

$$d\tau_\nu = \frac{dI_\nu}{I_\nu} = \alpha_\nu\, ds\,. \tag{1.3}$$

Le coefficient d'absorption α_ν se décompose habituellement de la façon suivante:

$$\alpha_\nu = \alpha_{12}\, \Phi(\nu_L - \nu_{12})\,, \tag{1.4}$$

où α_{12} est le *coefficient d'absorption total* de la transition $1 \rightarrow 2$ (indépendant de ν) et $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$ *le profil d'absorption* qui tient compte des élargissements naturel et collisionnel des niveaux atomiques, des mouvements d'agitation thermique, de la microturbulence, etc... Pour les plasmas de faible densité que nous considérons ici, l'élargissement Doppler dû à la vitesse d'agitation de l'atome est prépondérant. Nous adoptons donc un profil d'absorption d'allure gaussienne, symétrique, que nous supposons, en bonne approximation, nul en dehors d'un intervalle $\Delta\nu$ centré autour de ν_{12}, la fréquence de la transition (voir la figure 1.1). Nous le normalisons en posant

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\nu_L - \nu_{12})\, d\nu_L = 1. \tag{1.5}$$

L'élargissement maximal $\Delta\nu/2$ étant dû à l'agitation (thermique ou non) de l'atome, la vitesse maximale d'agitation u_{max} correspondante vaut:

$$u_{max} = c\,\frac{\Delta\nu}{2\,\nu_{12}}. \tag{1.6}$$

Il est clair que $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$ caractérise le profil d'absorption défini dans un repère localement au repos par rapport au fluide. Alors que ν est la fréquence vue par un observateur au repos, la *fréquence locale* ν_L correspond à la fréquence qui serait vue par un observateur se déplaçant avec le fluide. Ces fréquences sont reliées au premier ordre par

$$\nu_L = \nu - \nu_{12}\,\frac{v_s}{c}\,, \tag{1.7}$$

[2] Hormis le cas où les effets relativistes deviennent non négligeables (voir le chapitre 5), nous utiliserons indifféremment f_ν et I_ν pour désigner un nombre de photons. Afin de ne pas alourdir le texte, nous omettrons aussi le facteur $d\nu\, dV\, d\omega$.

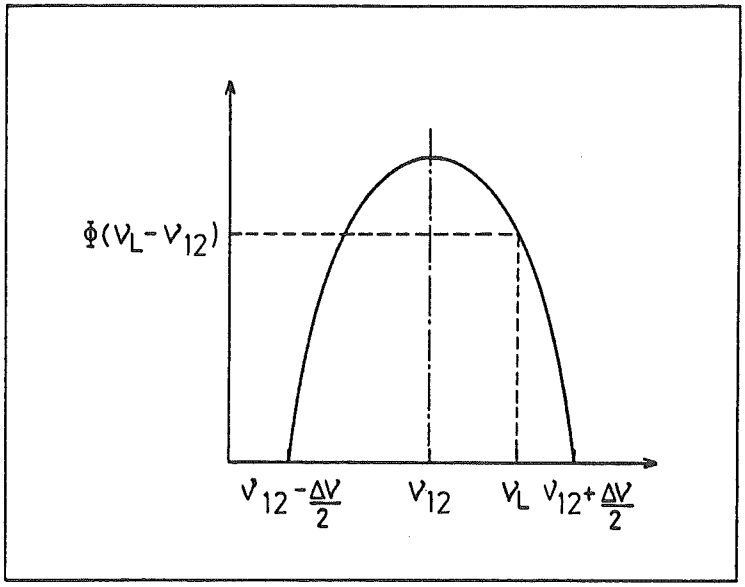


Figure 1.1: *Le profil d'absorption défini dans un repère se déplaçant localement avec le fluide.*

si v_s est la vitesse macroscopique du fluide au point d'abscisse s ($v_s = \vec{v}(\vec{r}).\vec{n}$). On se rend immédiatement compte qu'un élément de fluide n'absorbera que les photons dont la fréquence ν est comprise entre $(\nu_{12} - \Delta\nu/2)(1 + v_s/c)$ et $(\nu_{12} + \Delta\nu/2)(1 + v_s/c)$.

Calculons aussi la probabilité qu'a un photon d'être absorbé entre deux points P et Q. En intégrant l'équation (1.3), on retrouve la loi bien connue de l'extinction:

$$I_\nu(Q) = I_\nu(P)\, e^{-\tau_\nu(P,Q)} \tag{1.8}$$

où

$$\tau_\nu(P,Q) = \int_P^Q \alpha_\nu\, ds \tag{1.9}$$

est la *profondeur optique*. La probabilité qu'un photon soit absorbé sur le trajet PQ vaut dès lors

$$\frac{I_\nu(P) - I_\nu(Q)}{I_\nu(P)} = 1 - e^{-\tau_\nu}. \tag{1.10}$$

Considérons maintenant l'émission radiative due à la transition $2 \rightarrow 1$. Le nombre de photons dI_ν émis le long d'un élément ds est proportionnel à ds et vaut

$$dI_\nu = \varepsilon_\nu\, ds\,, \tag{1.11}$$

ε_ν représentant le *coefficient d'émission*. On peut aussi écrire

$$\varepsilon_\nu = \varepsilon_{12}\, \Psi(\nu_L - \nu_{12})\,, \tag{1.12}$$

où ε_{12} est le *coefficient d'émission total* et $\Psi(\nu_L - \nu_{12})$ le *profil d'émission*. Le problème de la détermination du profil d'émission à partir de la redistribution des

photons absorbés est particulièrement complexe et n'a pu être résolu que dans quelques cas simples. Nous supposerons donc que, dans un repère lié au fluide, la fréquence et la direction du photon réémis ne sont pas corrélées avec leur valeur initiale. Dans ce cas, une seule fonction suffit pour décrire la distribution des photons dans les différents états d'énergie $h\,\nu_L$ et

$$\Psi(\nu_L - \nu_{12}) = \Phi(\nu_L - \nu_{12})\,. \tag{1.13}$$

C'est l'approximation de *redistribution complète en fréquences et en directions* qui est essentiellement bonne pour les atmosphères en mouvement où l'élargissement Doppler domine (cfr. Hummer, 1976).

En adoptant cette approximation, la *fonction source*

$$S_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} \tag{1.14}$$

se réduit à

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_{12}}{\alpha_{12}}\,. \tag{1.15}$$

Celle-ci est isotrope et indépendante de la fréquence. Définissons encore l'*intensité moyenne* de la radiation telle qu'elle intervient dans les équations d'équilibre statistique:

$$J_{12}(\vec{r}) = \int_{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} I_\nu(\vec{r},\vec{n})\;\Phi(\nu_L - \nu_{12})\,d\nu_L\,d\omega. \tag{1.16}$$

Ces deux quantités S_{12} et J_{12} possèdent une interprétation physique très simple qui découle immédiatement de leur définition. Si $d\tau$ est une épaisseur optique moyenne, $S_{12}(\tau)\,d\tau$ représente le nombre de photons émis sur l'intervalle $[\tau, \tau + d\tau]$ tandis que $J_{12}(\tau)\,d\tau$ représente le nombre de photons absorbés. Comme le processus de diffusion radiative conserve le nombre de photons, nous comprenons aisément que l'on ait

$$J_{12} = S_{12}\,. \tag{1.17}$$

1.2 L'approximation de Sobolev.

Imaginons à nouveau un photon se propageant le long d'une direction d'abscisses s au sein d'un milieu possédant un gradient de vitesse $\partial v_s/\partial s$. Dans le repère d'un observateur au repos, le photon possède une fréquence ν. Il est clair que suite à l'effet Doppler, ce photon pourra être absorbé dans la transition $1 \rightarrow 2$ en tout point du fluide dont la vitesse v_s vérifie l'équation

$$\nu_{12} = \nu + \nu_{12}\frac{v_s}{c}\,. \tag{1.18}$$

En réalité, comme le profil d'absorption n'est pas infiniment étroit, le photon ne sera pas absorbé en un seul point mais dans une région PQ, liée à la largeur du profil $\Delta\nu$ par les relations:

$$\nu_{12} - \frac{\Delta\nu}{2} = \nu + \nu_{12}\frac{v_s(P)}{c} \tag{1.19}$$

et

$$\nu_{12} + \frac{\Delta\nu}{2} = \nu + \nu_{12}\frac{v_s(Q)}{c} \,. \tag{1.20}$$

En dehors de cette zone PQ qui peut être très étroite, le milieu sera complètement transparent aux photons de fréquence ν.

L'approximation introduite par Sobolev (1947) consiste à supposer constantes les propriétés physiques et cinématiques du fluide le long de telles distances spatiales $\Delta S = PQ$. On peut aisément exprimer cette distance à partir des relations (1.19)-(1.20) et (1.6):

$$\Delta S = \frac{c\,\Delta\nu}{\nu_{12}\frac{\partial v_s}{\partial s}} = 2\,\frac{u_{max}}{\frac{\partial v_s}{\partial s}} \,, \tag{1.21}$$

c'est-à-dire la distance sur laquelle la vitesse macroscopique v_s varie d'une quantité égale à la vitesse d'agitation maximale u_{max}. L'hypothèse simplificatrice de Sobolev sera d'autant plus justifiée que la distance ΔS sera petite comparée aux dimensions de l'enveloppe, c'est-à-dire lorsque le gradient de vitesse $\partial v_s/\partial s$ sera élevé et le profil d'absorption étroit ($u_{max} \to 0$).

L'utilisation de l'approximation de Sobolev permet d'associer avantageusement les propriétés moyennes d'une étroite région ΔS à un "point" où un photon pourra soit subir "localement" un nombre quelconque de diffusions élémentaires, soit s'échapper directement. En fait, dans cette approche, le problème du transfert de la radiation d'un "point" à un autre devient inexistant même si le milieu est optiquement épais. Bien entendu, si le transfert est déjà absent comme c'est le cas dans un milieu optiquement mince, l'approximation de Sobolev n'est pas du tout indispensable. Nous discuterons ce point plus en détail au chapitre 6.

Notons encore que cette localisation du transfert de la radiation n'est rigoureusement valable que pour une atmosphère en *expansion accélérée*. En effet, si nous nous plaçons sur un élément de fluide accéléré, tous les autres éléments s'éloignent, quelle que soit la direction où nous regardons. Jamais deux éléments n'auront la même vitesse. Si par contre le milieu est *décéléré*, un élément situé dans la direction de l'étoile se rapproche tandis qu'un autre observé dans une direction perpendiculaire s'éloigne. On conçoit donc aisément qu'entre les deux il existe des "points" distants de vitesse relative nulle où des atomes peuvent réabsorber les photons émis. Dans la suite de ce travail, nous ne considérons que des enveloppes en expansion accélérée.

1.3 Probabilité de fuite d'un photon et fonction source

Le concept de probabilité de fuite, déjà ancien, est particulièrement utile pour étudier le transfert de la radiation dans bon nombre de situations astrophysiques [3]. Il a été introduit par Sobolev (1947, 1957) pour traiter la diffusion radiative dans les atmosphères en expansion.

[3] Voir par exemple l'article de synthèse de Rybicki (1982). Il est intéressant de noter que ce formalisme est même utilisé dans la théorie des masers astronomiques (Elitzur,1982).

1.3.1 La probabilité de fuite moyenne

Puisque nous allons attribuer à chaque "point" de l'enveloppe les propriétés moyennes d'une petite région ΔS, commençons par calculer le long d'une même direction l'épaisseur optique moyenne de la région ΔS pour un photon de fréquence quelconque. En utilisant le fait que les propriétés physiques et cinématiques de la matière restent inchangées sur ΔS (approximation de Sobolev), on peut écrire

$$\tau_{12} = < \alpha_\nu > \Delta S \tag{1.22}$$

où

$$< \alpha_\nu > = \frac{\int \alpha_\nu \, d\nu}{\int d\nu} = \frac{\alpha_{12}}{\Delta\nu} \ , \tag{1.23}$$

soit

$$\tau_{12} = \alpha_{12} \frac{\Delta S}{\Delta\nu} \ , \tag{1.24}$$

ou encore en utilisant (1.21)

$$\tau_{12} = \alpha_{12} \frac{c}{\nu_{12}} (\frac{\partial v_s}{\partial s})^{-1}. \tag{1.25}$$

Supposons maintenant qu'un photon soit émis en un point s à l'intérieur de la région ΔS (voir la figure 1.2A). Il possède une probabilité $e^{-\tau_{12}\, s/\Delta S}$ de s'échapper sans être absorbé, probabilité qui dépend de l'endroit où il a été créé. La *probabilité moyenne de s'échapper* de la région ΔS vaut dès lors

$$< e^{-\tau_{12}\, s/\Delta S} > = \int_0^{\Delta S} e^{-\tau_{12}\, s/\Delta S} \frac{ds}{\Delta S} \ , \tag{1.26}$$

ou encore

$$\frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \ . \tag{1.27}$$

Réciproquement, un photon issu de l'extérieur possède une probabilité $e^{-\tau_{12}(\Delta S - s)/\Delta S}$ de pénétrer jusqu'au point s sans être absorbé (voir figure 1.2B). On obtient alors la *probabilité moyenne de pénétrer* dans la région ΔS qui vaut aussi $(1 - e^{-\tau_{12}})/\tau_{12}$.

En moyennant sur les angles et en adoptant l'approximation de redistribution complète, on calcule *la probabilité de fuite* β_{12}^1 qu'un photon s'échappe directement, dans n'importe quelle direction, du "point" où il a été créé:

$$\beta_{12}^1 = \int_{\Omega=4\pi} \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\omega}{4\pi} \ . \tag{1.28}$$

En outre, si nous supposons que l'étoile émet un continuum sans effet d'assombrissement centre-bord [4] avec une intensité I_c constante sur la largeur de la raie, le nombre moyen de photons issus de l'étoile qui pénètrent en ce "point" vaut

$$\beta_{12}^3 I_c = \int_{4\pi W} I_c \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\omega}{4\pi} \ , \tag{1.29}$$

[4] Nous ne tiendrons jamais compte d'un effet d'assombrissement centre-bord car il a vraiment peu d'influence sur les profils de raies (Castor et Lamers, 1979; Surdej, 1981).

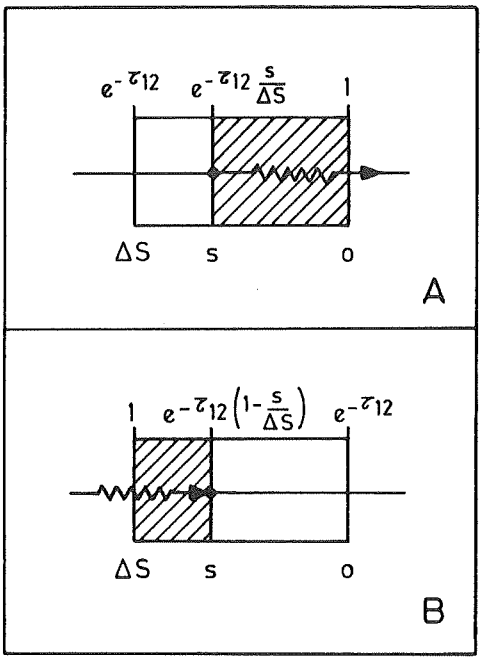


Figure 1.2: *En A, un photon émis au point d'abscisse s s'échappe de la région ΔS le long d'une direction donnée. En B, un photon issu de l'extérieur pénètre jusqu'au point s le long d'une même direction. La probabilité de ces événements, qui dépend de la position du point d'abscisse s, est indiquée sur chaque figure en trois endroits caractéristiques.*

$4\pi W$ étant l'angle solide sous lequel le disque stellaire est vu. W est le facteur de dilution géométrique et si $R_\star$ est le rayon stellaire, on a

$$W = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - (\frac{R_\star}{r})^2}\ ) \ . \tag{1.30}$$

β^3_{12} représente la probabilité qu'un photon stellaire quelconque pénètre au "point" considéré. C'est aussi la probabilité qu'un photon émis en ce "point" s'échappe directement et intercepte le disque stellaire.

1.3.2 L'expression de la fonction source

Il est tout à fait remarquable de constater que la détermination des quantités moyennes et locales τ_{12}, β^1_{12} et β^3_{12} suffit amplement pour décrire la radiation et calculer le profil de raie observé. Ainsi, on écrit immédiatement l'expression de l'intensité moyenne

$$J_{12} = S_{12}\,(1 - \beta^1_{12}) + \beta^3_{12}\, I_c \,, \tag{1.31}$$

en notant qu'en tout "point", le nombre de photons susceptibles d'être absorbés est égal au nombre de photons émis qui n'ont pas pu s'échapper directement (contribution locale) augmenté des photons stellaires qui ont réussi à pénétrer (contribution

distante). En fait, si nous admettons que l'étoile est la seule source importante de radiation, le nombre moyen de photons présents en un "point" et susceptibles d'être absorbés est constitué des photons stellaires qui ont pénétré en ce "point" sans avoir subi de diffusion et des photons stellaires qui ont déjà diffusé 1,2,3, ... ,n fois sans avoir pu s'échapper. On a donc

$$J_{12} = \beta_{12}^3 I_c + \beta_{12}^3 I_c (1 - \beta_{12}^1) + \beta_{12}^3 I_c (1 - \beta_{12}^1)^2 + \cdots , \tag{1.32}$$

soit

$$J_{12} = \frac{\beta_{12}^3}{\beta_{12}^1} I_c \ . \tag{1.33}$$

Rappelons que c'est aussi l'expression de la fonction source puisque $S_{12} = J_{12}$. Si le milieu est optiquement mince ($\tau_{12} \ll 1$), les probabilités β_{12}^1 et β_{12}^3 se réduisent respectivement à 1 et W tandis que l'intensité moyenne J_{12} est égale à WI_c.

Terminons en notant que ces résultats restent très simples si on les généralise en tenant compte des collisions. Si on appelle ϵ la probabilité qu'un photon soit détruit et transformé en énergie cinétique suite aux collisions, on aura successivement

$$S_{12} = (1 - \epsilon)\, J_{12} \ + \ \epsilon\, B_{\nu_{12}}\,(T_e) \tag{1.34}$$

et

$$S_{12} = \frac{(1 - \epsilon)\, I_c\, \beta_{12}^3 \ + \ \epsilon\, B_{\nu_{12}}\,(T_e)}{\epsilon + \beta_{12}^1\,(1 - \epsilon)} \ , \tag{1.35}$$

$B_{\nu_{12}}(T_e)$, la fonction de Planck, représentant la contribution thermique au champ de radiation.

1.4 Formation du profil de raie

Pour établir l'expression d'un profil de raie formé au sein d'une atmosphère en expansion radiale possédant la symétrie sphérique, nous adoptons l'approximation de Sobolev et nous admettons que la vitesse $v(r)$ croît de façon monotone de la surface de l'étoile, où $v(r) = v_0$, jusqu'à de très grandes distances radiales pour lesquelles $v(r) \simeq v_\infty$. Nous supposons que cette loi de vitesse $v(r)$ est connue a priori ainsi que la loi d'opacité.

1.4.1 Les surfaces d'égale fréquence

Dans le cadre de l'approximation de Sobolev, un photon émis par l'étoile ne pourra être absorbé qu'en un seul point [5] de l'enveloppe en expansion, fixé par sa fréquence. S'il est absorbé, ce photon sera peut-être réémis dans la direction de l'observateur (voir la figure 1.3), qui le verra avec une fréquence ν déterminée par la relation Doppler

$$\frac{\nu - \nu_{12}}{\nu_{12}} = \frac{v(r)}{c} \cos\theta \ . \tag{1.36}$$

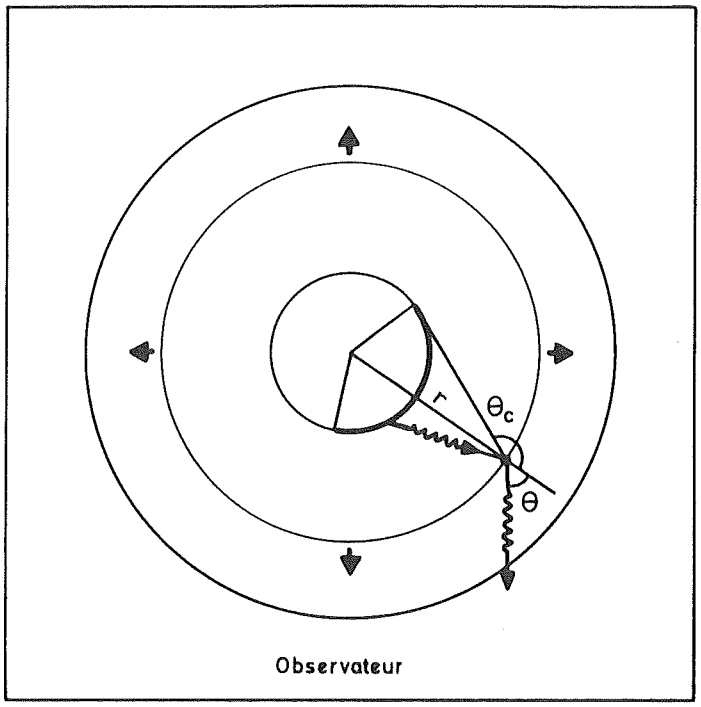


Figure 1.3: *Schéma d'une enveloppe en expansion radiale entourant un objet central. Cette figure définit les coordonnées (r, θ) suffisantes pour décrire les grandeurs spécifiques au transfert radiatif. Vu la symétrie sphérique, ces grandeurs sont en effet indépendantes de l'angle azimutal ϕ.*

On définit habituellement la fréquence sans dimension

$$X = -\frac{\nu - \nu_{12}}{\nu_{max} - \nu_{12}} \ , \tag{1.37}$$

de telle sorte que la fréquence observée soit toujours comprise entre -1 et 1. La fréquence maximale ν_{max} correspond à la vitesse maximale de l'enveloppe, v_∞, et

$$\frac{\nu_{max} - \nu_{12}}{\nu_{12}} = \frac{v_\infty}{c} \ . \tag{1.38}$$

On en tire immédiatement

$$X = -\frac{v(r)}{v_\infty} \cos\theta \ . \tag{1.39}$$

Définissons encore la vitesse réduite

$$X' = -\frac{v(r)}{v_\infty} \tag{1.40}$$

[5]A partir d'ici, nous omettrons les guillemets.

qui est aussi la fréquence sans dimension d'un photon émis radialement ($\theta = 0$) à la distance r. On a toujours

$$X = X' \cos\theta \tag{1.41}$$

et

$$X' \leq X \leq -X' \,. \tag{1.42}$$

Comme la fréquence X' est univoquement déterminée en tout point r par la loi de vitesse $v(r)$, nous pouvons l'utiliser pour caractériser la position radiale d'un point de l'enveloppe.

Si on représente l'enveloppe en expansion dans un espace de vitesses (ou de fréquences) X', on voit immédiatement (figure 1.4) que tous les photons observés à la fréquence X proviennent d'un même plan, en accord avec la relation (1.41). A chaque fréquence X observée on peut associer une telle surface appelée *surface d'égale fréquence*. Représentées dans un espace normal (figure 1.5), ces surfaces s'étendent jusqu'à l'infini et ont une forme qui dépend de la loi de vitesse $v(r)$.

Pour obtenir l'expression du profil de raie observé dans un intervalle de fréquences $[X\,,\, X + dX\,]$, il suffit de calculer le nombre de photons émis vers l'observateur (ou absorbés) par la surface de fréquence X correspondante.

1.4.2 L'expression du profil de raie

Commençons par estimer la contribution des photons diffusés en un point X' d'une surface de fréquence X (voir les figures 1.4 - 1.5). Le nombre total de photons stellaires diffusant entre X' et $X' + dX'$ vaut

$$S_{12}(X')\, \tau_{12}^{r}\,(X')\, dX' \,, \tag{1.43}$$

$\tau_{12}^{r}\,(X')$ étant l'épaisseur optique évaluée le long d'une direction radiale [6]. La probabilité qu'un de ces photons s'échappe vers l'observateur avec une fréquence entre X et $X + dX$ est égale à

$$\frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{dX}{-2\,X'} \,, \tag{1.44}$$

τ_{12} étant calculée dans la direction de l'observateur. Le facteur $dX/(-2\,X') = -d(\cos\theta)/2$ exprime simplement le fait que les photons sont réémis de façon uniforme dans l'intervalle $[X', -X']$ (voir (1.42)). C'est une conséquence directe de l'isotropie de l'émission dans le repère du fluide.

En sommant sur tous les points X' contribuant à la fréquence X et en rapportant au flux net de photons émis par le continuum stellaire, on obtient immédiatement

[6] Rappelons que la fonction source S_{12} contient non seulement une contribution due aux photons stellaires qui pénètrent au point considéré mais encore une contribution due aux photons qui diffusent localement plusieurs fois.

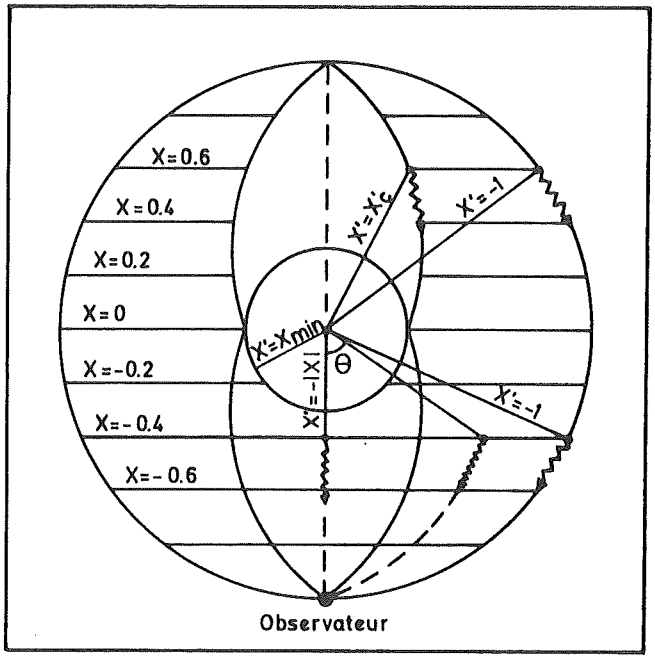


Figure 1.4: *Représentées dans un espace de vitesses $-1 < X' < X_{min}$, les surfaces d'égale fréquence X sont planes, en accord avec la relation (1.41). Notons qu'ici l'observateur se réduit à un point et que les photons suivent des trajectoires courbes. La partie des surfaces d'égale fréquence occultées par le disque stellaire n'est pas représentée. X'_c est calculé via l'équation (1.48) en choisissant une loi de vitesse représentative. Pour la clarté du dessin, nous avons exagéré la valeur de $|X_{min}|$ généralement voisine de 0.01.*

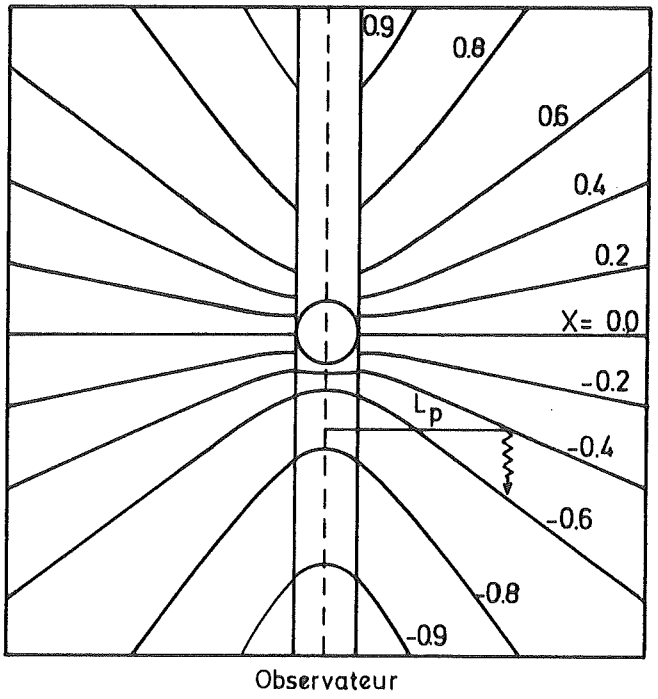


Figure 1.5: *Les surfaces d'égale fréquence X de la figure 1.4 sont représentées ici dans un espace normal pour une loi de vitesse représentative. Ces surfaces s'étendant en principe jusqu'à l'infini, nous les avons arrêtées à $L = 10$. L'observateur se trouve à l'infini et la trajectoire des photons est rectiligne. L_p représente un paramètre d'impact exprimé en rayons stellaires.*

la fraction $E^D(X)/E_c$ *des photons stellaires diffusés vers l'observateur* avec une fréquence comprise entre X et $X + dX$:

$$\frac{E^D(X)}{E_c}\,dX \;=\; \int_{X'_{inf}}^{X'_{sup}} \frac{S_{12}(X')\,\tau_{12}^r\,(X')\,dX'}{F_c(X')}\;\frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\;\frac{dX}{-2\,X'} \tag{1.45}$$

où

$$F_c(X') \;=\; I_c\,\frac{R_\star^2}{4\,r^2}\,. \tag{1.46}$$

En utilisant (1.33) et $L = r/R_\star$, cette relation se réduit à

$$\frac{E^D(X)}{E_c} = \int_{X'_{sup}}^{X'_{inf}} \frac{\beta_{12}^3}{\beta_{12}^1}\;\frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\;\frac{2\,L^2\tau_{12}^r}{X'}\;dX'\,. \tag{1.47}$$

On détermine directement les bornes d'intégration à partir de la figure 1.4. On trouve $X'_{inf} = -1$ et $X'_{sup} = min(-\,|X|, X_{min})$ si X_{min} est la vitesse réduite à la surface de l'étoile. Pour $X > 0$, il faut tenir compte de l'occultation des surfaces d'égale fréquence par le disque stellaire. Dans ce cas, $X'_{sup} = min\,(X'_c, X_{min})$ où, d'après les figures 1.3 - 1.4 et la relation (1.41), X'_c est solution de

$$X'_c \cos\theta_c \;=\; X\,, \tag{1.48}$$

avec

$$\cos\theta_c \;=\; -1 + 2\,W\,(L(X'_c))\,. \tag{1.49}$$

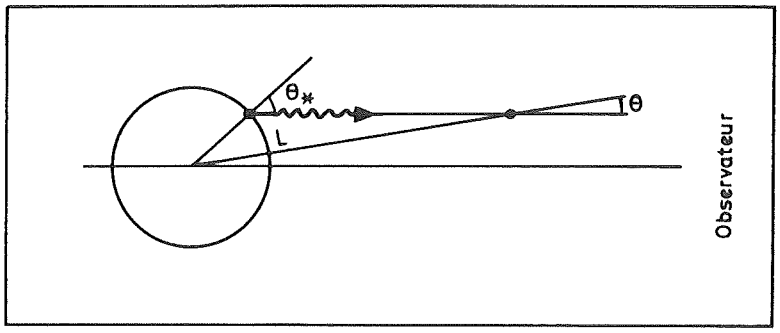


Figure 1.6: *Définition des quantités intervenant dans le calcul de la composante en absorption du profil de raie,* $E^A(X)/E_c$.

Evaluons maintenant *la fraction* $E^A(X)/E_c$ *des photons stellaires atteignant directement l'observateur sans subir de diffusion.* Comme $e^{-\tau_{12}}$ représente la probabilité qu'a un photon de ne pas être absorbé, on obtient immédiatement d'après la figure 1.6

$$\frac{E^A(X)}{E_c} \;=\; 2\int_0^1 e^{-\tau_{12}\,(X',\mu)}\mu_\star\,d\mu_\star \qquad \text{si } X < 0\,, \tag{1.50}$$

où X' est solution de

$$\mu = \cos\theta = X/X' \tag{1.51}$$

$$\text{et } \mu_\star = \cos\theta_\star = \sqrt{1-(1-\mu^2)L^2}\,. \tag{1.52}$$

Lorsque ces équations ne donnent pas de solution (X', μ) acceptable, nous convenons de prendre $\tau_{12} = 0$. Pour $X > 0$, on a toujours

$$\frac{E^A(X)}{E_c} = 1\,. \tag{1.53}$$

On obtient finalement le profil de raie $E(X)/E_c$ en additionnant ces deux contributions:

$$\frac{E(X)}{E_c} = \frac{E^D(X)}{E_c} + \frac{E^A(X)}{E_c}\,. \tag{1.54}$$

1.4.3 Quelle information tirer du profil de raie ?

Afin de mieux cerner ce qu'il faut supposer pour calculer le profil de raie et ce qu'on peut en tirer, développons un peu plus l'expression de l'épaisseur optique τ_{12} définie par les relations (1.22) - (1.25).

Dans une enveloppe de symétrie sphérique, le gradient de vitesse $\partial v_s/\partial s$ s'écrit

$$\frac{\partial v_s}{\partial s} = \mu^2 \frac{dv(r)}{dr} + (1-\mu^2)\frac{v}{r}\,, \tag{1.55}$$

si on pose $\mu = \cos\theta$. Il est important de remarquer que ce gradient, qui régit l'applicabilité de l'approximation de Sobolev, ne se réduit ni à la vitesse $v(r)$ ni au gradient radial $dv(r)/dr$. Le second terme, dû à la divergence des rayons, est caractéristique de la symétrie sphérique.

L'épaisseur optique radiale est définie par

$$\tau^r_{12} = \tau_{12}(\mu = 1) = \frac{\alpha_{12}\, c}{\nu_{12}}\frac{dr}{dv}\,. \tag{1.56}$$

En utilisant X', X et L , on obtient

$$\tau_{12}(X', X) = \frac{\tau^r_{12}(X')}{\mu^2 + (1-\mu^2)(\frac{dlnL}{dln|X'|})}\,, \tag{1.57}$$

avec μ donné par l'équation (1.51).

En supposant que le nombre d'atomes peuplant le niveau supérieur est négligeable $(N_2 \ll N_1)$, le coefficient d'absorption total α_{12} s'écrit

$$\alpha_{12} = N_1 \frac{\pi\, e^2}{mc} f_{12}\,, \tag{1.58}$$

où N_1 est le nombre d'atomes (par unité de volume) dans l'état inférieur 1 et f_{12} la force d'oscillateur. Si $N(element)$ représente le nombre d'atomes (par unité de

volume) de l'élément considéré et si n_1 représente la fraction des atomes de l'élément considéré qui se trouve dans l'état 1 [7], on a

$$n_1 = \frac{N_1}{N\,(element)}. \tag{1.59}$$

L'abondance $A(el)$ de l'élément considéré peut être exprimée par

$$A(el) = \frac{N\,(element)}{N_{tot}}\ , \tag{1.60}$$

N_{tot} représentant le nombre total de noyaux par unité de volume. En utilisant les relations (1.58)-(1.60) et (1.56) on obtient pour τ_{12}^r

$$\tau_{12}^r = \frac{\pi\, e^2}{mc}\, f_{12}\, \lambda_{12}\, A(el)\, N_{tot}\, n_1\, \frac{dr}{dv}\ . \tag{1.61}$$

En admettant que la masse se conserve dans l'enveloppe, N_{tot} est relié au taux de perte de masse $\dot{M}$ par l'équation de continuité:

$$\dot{M} = -\frac{dm}{dt} = 4\,\pi\, r^2\, v(r)\, (N_{tot}\, \bar{\mu}\, M_{amu})\ , \tag{1.62}$$

$\bar{\mu}$ étant le poids atomique moyen et M_{amu} l'unité de masse atomique. Nous trouvons finalement

$$\tau_{12}^r = \frac{\pi\, e^2}{mc}\, f_{12}\, \lambda_{12}\, \frac{A(el)\, \dot{M}}{4\,\pi\, \bar{\mu}\, M_{amu}}\, \frac{n_1(r)}{r^2\, v(r)}\, \frac{dr}{dv}\ , \tag{1.63}$$

ou encore

$$\tau_{12}^r = K_{12}\, \frac{\dot{M}}{v_\infty^2}\, n_1\, \frac{dL}{L^2\, X'\, dX'}\ , \tag{1.64}$$

avec

$$K_{12} = \frac{\pi\, e^2}{mc}\, f_{12}\, \lambda_{12}\, \frac{A(el)}{4\,\pi\, \bar{\mu}\, M_{amu}\, R_\star}\ . \tag{1.65}$$

On voit clairement que la connaissance de $\tau_{12}^r(X')$ passe par la résolution préalable du problème de l'ionisation dans l'enveloppe. C'est un réel problème car les profils de raies de type P Cygni observés dans l'ultraviolet (C IV λ 1549, N V λ 1240, O VI λ 1031 par exemple) appartiennent à des atomes qui ne devraient pas être aussi ionisés eu égard à la température de l'étoile. On a coutume d'appeler ce phénomène la *superionisation*. Pour l'expliquer, il faut invoquer de nouveaux mécanismes (voir par exemple Pauldrach, 1987) qui rendent toute théorie peu fiable a priori. On préfère généralement adopter des lois de vitesse et d'opacité paramétrisées qui seront modifiées empiriquement jusqu'à obtenir un bon accord entre les profils calculés et les profils observés. On peut ainsi, en principe, déterminer la loi d'opacité $\tau_{12}^r(X')$ et la loi de vitesse $X'(L)$. Si en plus on parvient à estimer, au moins en moyenne, la fraction d'ionisation n_1, on obtient sans peine le taux de perte de masse $\dot{M}$.

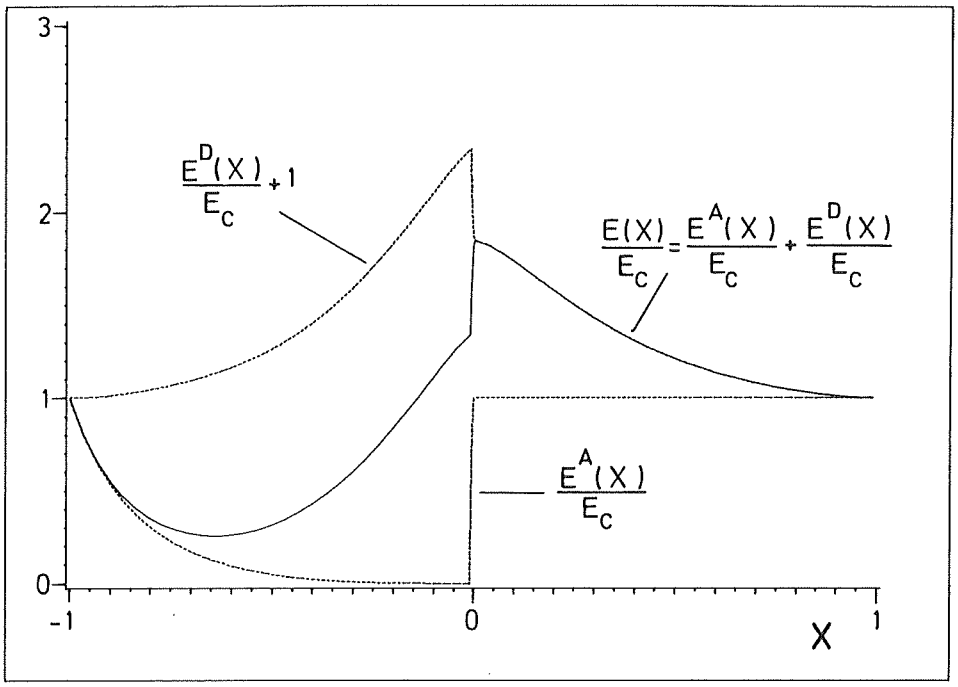


Figure 1.7: *Un profil de raie typique formé au sein d'une atmosphère en expansion accélérée. Comme le montre la composante en absorption $E^A(X)/E_c$, un tel profil est déjà saturé.*

Considérons maintenant un profil typique tel celui illustré à la figure 1.7. On en comprend facilement l'allure générale à partir des figures 1.4 - 1.5. La partie en émission due aux photons diffusés est d'autant plus intense que l'aire de la surface émettrice est élevée. En fait, la raie apparaît en émission essentiellement pour cette raison géométrique. La dissymétrie que l'on observe provient du fait que pour $X > 0$, une partie des surfaces est occultée.

Il est important de remarquer la différence profonde entre la formation des profils en émission et en absorption. Pour une fréquence X fixée, les régions contribuant à l'émission ont des valeurs de X' très diverses. Ainsi pour $X = 0$, des couches de toutes les profondeurs participent à l'émission. A l'opposé, chaque fréquence X du profil en absorption est issue d'une région située plus ou moins à la même profondeur géométrique. (N'oublions pas que $|X_{min}|$ est très petit). Ce profil sera donc beaucoup plus utile pour sonder l'enveloppe que la partie en émission.

Notons encore que l'expression (1.50) du profil en absorption dépend essentiellement de la loi d'opacité τ^r_{12} pourvu qu'elle soit exprimée en fonction de X'. En fait, hormis très près de la surface de l'étoile où l'inclinaison des rayons est non négligeable, le profil en absorption ne dépend que de la loi d'opacité $\tau^r_{12}(X')$. Ce n'est pas du tout le cas du profil en émission (voir la relation (1.47)) qui combine l'influence des propriétés de la matière vue par les photons (opacité) avec celle des effets géométriques

[7]Pour un atome à deux niveaux tel que $N_2 \ll N_1$, n_1 représente la fraction d'ionisation.

(dilution de la radiation). Ce profil dépend de façon inextricable des lois de vitesse et d'opacité.

Nous pouvons donc conclure que la partie en absorption du profil de raie est la plus susceptible de fournir des informations fiables sur la distribution de matière dans l'enveloppe. Remarquons que si nous parvenons à n'utiliser que cette partie du profil de raie, l'applicabilité de l'approximation de Sobolev est surtout fixée par le gradient radial dv/dr.

Chapitre 2

Analyse des profils de raies de type P Cygni: la méthode des moments

La méthode des moments pour l'analyse des profils de raies de type P Cygni a été introduite par Castor, Lutz et Seaton (1981) puis développée par Surdej (1982, 1983a,b, 1985).

Dans ce chapitre, nous en décrivons les grandes lignes en nous intéressant particulièrement aux raies non saturées. Nous consacrons la section 1 à la définition et aux propriétés des moments d'un profil de raie. Nous voyons, dans la section 2, comment – et pourquoi – utiliser le moment d'ordre 1 pour estimer le taux de perte de masse. Enfin nous présentons à la section 3 quelques développements permettant de déterminer les autres paramètres caractérisant le profil d'une raie non saturée.

2.1 Les moments d'un profil de raie

Définissons le *moment d'ordre n d'un profil de raie* $E(\lambda)/E_c$ par la relation suivante:

$$W_n = (\frac{c}{\lambda_{12}\, v_\infty})^{n+1} \int_{raie} \frac{E(\lambda) - E_c}{E_c} (\lambda - \lambda_{12})^n \, d\lambda \, . \tag{2.1}$$

Ainsi défini, c'est une quantité que nous pouvons mesurer directement sur tout profil observé, pour autant que la vitesse terminale, v_∞, soit connue. Celle-ci est généralement estimée par la largeur extrême des profils saturés. Si, pour une même étoile, ces profils conduisent à différentes valeurs de v_∞, il faut bien sûr choisir la plus élevée. Remarquons aussi qu'au facteur $c/\lambda_{12} v_\infty$ près, W_0 n'est rien d'autre que la largeur équivalente de la raie.

Si nous transformons cette relation en utilisant la fréquence sans dimension X, l'expression du moment W_n se réduit à

$$W_n = \int_{-1}^{+1} (\frac{E(X)}{E_c} - 1)\, X^n \, dX \, . \tag{2.2}$$

C'est d'ailleurs pour arriver à cette relation simple que le facteur $(c/\lambda_{12}\, v_\infty)^{n+1}$ a été introduit dans la définition.

Initialement, la méthode des moments a été développée pour permettre l'analyse des profils non résolus: W_0, la largeur équivalente, est pratiquement insensible à la dégradation de la résolution. C'est également le cas du moment d'ordre 1, W_1, à condition que le profil instrumental soit symétrique. En réalité, cette propriété est beaucoup plus générale: les moments W_0 et W_1 sont indépendants de toute convolution du profil de raie. Pour illustrer ceci, imaginons par exemple que les photons émis vers l'observateur et contribuant au profil de raie traversent une région où la diffusion par les électrons libres est importante. Ces électrons vont étaler le profil de raie de façon symétrique et ce d'autant plus que leur vitesse d'agitation sera élevée (Castor, Smith et van Blerkom, 1970). Pourtant, les moments W_0 et W_1 ne seront pas modifiés.

Malheureusement, les autres moments ($n \geq 2$) ne bénéficient pas de cet avantage. Considérons par exemple le moment d'ordre 3. Si nous convoluons le profil de raie par une gaussienne du type

$$T(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\sigma}\, e^{-z^2/\sigma^2}\,, \tag{2.3}$$

nous trouvons facilement que

$$W_3^{conv} = W_3 + w^2\, W_1\,, \tag{2.4}$$

$w = 1.02\,\sigma/\sqrt{ln2}$ représentant à peu de chose près (2%) la demi largeur à mi-hauteur de la gaussienne. Cette formule permet malgré tout de retrouver facilement le "vrai" moment W_3.

La plupart des autres propriétés des moments sont liées au facteur X^n qui, lorsque n est impair, annule tout simplement les composantes symétriques du profil. On peut donc s'attendre à de fortes différences entre les moments pairs et impairs. Ce comportement est illustré à la figure 2.1. Comme nous le constatons, le moment W_0 mesure la différence entre l'émission et l'absorption. En principe il devrait être nul puisque la diffusion radiative conserve le nombre et l'énergie des photons. Mais, l'étoile n'étant pas ponctuelle, une partie de l'émission est occultée par le disque stellaire (figures 1.4 - 1.5) et ne parvient pas à l'observateur. C'est cette contribution que le moment W_0 mesure. A l'instar du profil en émission, il dépend de la loi de vitesse.

Le comportement des moments impairs est tout autre. La composante en émission du profil est quasiment éliminée et seule la partie en absorption contribue de façon significative. L'intérêt des moments d'ordre impair apparaît clairement: ils permettent d'isoler le profil en absorption et, comme lui, ils dépendent surtout de la loi d'opacité. Nous pourrons les utiliser pour sonder efficacement l'atmosphère en expansion. De plus, ces moments impairs restent indépendants de tous les phénomènes physiques qui modifient uniquement le profil en émission sans en changer la symétrie. De nombreux phénomènes de ce type sont susceptibles d'agir dans les atmosphères en expansion. Ainsi, les moments d'ordre impair sont indépendants de la rotation de l'enveloppe, de la destruction d'une partie des photons par les collisions ou bien simplement de la contamination du profil observé par une raie nébulaire. Il est important de remarquer que ces mécanismes peuvent avoir un effet dramatique sur le

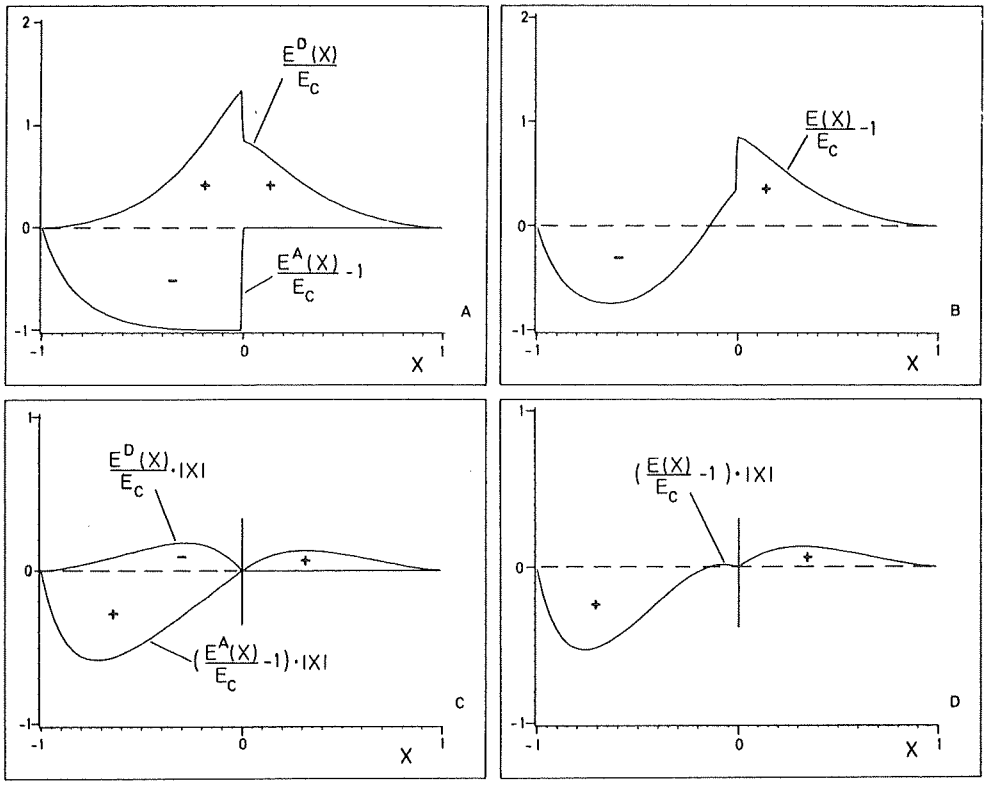


Figure 2.1: *Cette figure montre comment les différentes parties d'un profil de raie de type P Cygni contribuent aux moments* $W_0\,(A-B)$ *et* $W_1\,(C-D)$. *Le signe de chaque contribution est indiqué.*

profil lui-même et rendre difficile toute comparaison entre profils observés et calculés. (Voir par exemple les profils calculés par Magnan (1970) dans une atmosphère en expansion et rotation; voir aussi les profils obtenus en ajoutant des collisions et illustrés dans l'article de Castor et Lamers (1979)).

Notons pour terminer que plus l'ordre n croît et plus le facteur X^n devient petit de sorte que seuls les bords du profil (où $X \simeq \pm 1$) contribuent de façon significative au moment considéré. Pour cette raison, les moments d'ordre élevé sont plus difficiles à mesurer.

2.2 Le moment d'ordre 1

Nous nous intéressons plus particulièrement au moment d'ordre 1 car c'est le seul qui cumule les deux propriétés importantes des moments: il ne dépend ni de la composante en émission (ou très peu), ni d'une éventuelle convolution du profil. Nous allons voir qu'il possède d'autres avantages qui en font un paramètre privilégié pour l'étude des atmosphères en expansion.

2.2.1 Le moment W_1^0 d'une raie non saturée

Afin de mieux cerner ce que représente le moment d'ordre 1, supposons l'étoile ponctuelle. Pour le calcul des moments impairs, c'est essentiellement une bonne approximation. Dans ce cas, le profil en émission est parfaitement symétrique et ne contribue pas du tout au moment, tandis que la composante en absorption se réduit à

$$\frac{E^A(X)}{E_c} = e^{-\tau_{12}^r(X')}, \tag{2.5}$$

avec

$$-1 \leq X = X' \leq X_{min}\,. \tag{2.6}$$

En remplaçant celle-ci dans l'expression (2.2) du moment (voir aussi l'appendice (5.A)), on trouve immédiatement

$$W_1 = \int_{-1}^{X_{min}} (e^{-\tau_{12}^r} - 1)\, X' dX', \tag{2.7}$$

qui se réduit encore à

$$W_1^0 = \int_{X_{min}}^{-1} \tau_{12}^r(X')\, X' dX' \tag{2.8}$$

dans la limite où le milieu est optiquement mince ($\tau_{12} \ll 1$).

Si maintenant nous utilisons la valeur de τ_{12}^r obtenue précédemment (équation 1.61), l'intégration en vitesse devient une intégration en r et W_1^0 s'écrit

$$W_1^0 = \frac{\pi\, e^2}{m\, c} f_{12}\, \lambda_{12} \frac{A(el)}{v_\infty} \int_\infty^{R_*} N_{tot}\, n_1\, X' dr\,. \tag{2.9}$$

Nous constatons que cette expression est fort semblable à celle que l'on obtient habituellement pour la largeur équivalente d'une raie formée dans une atmosphère statique et plan-parallèle (voir par exemple Gray, 1976, p.325). A une constante multiplicative près, elles ne diffèrent que par le facteur $X' = -v(r)/v_\infty$ qui caractérise le moment d'ordre 1. (N'oublions pas que W_0, la vraie largeur équivalente d'un profil de type P Cygni, est quasiment nulle). Si nous nous rappelons que dans une atmosphère en expansion, la conservation de la masse impose à la densité N_{tot} d'être inversément proportionnelle à la vitesse $v(r)$ (équation 1.62), nous constatons que ce facteur X', loin d'être gênant, supprime tout simplement la dépendance en vitesse. Le moment d'ordre 1 apparaît donc clairement comme le paramètre qui, dans la théorie des atmosphères en expansion, remplace le plus naturellement l'habituelle largeur équivalente.

Remarquons aussi que de nombreux auteurs paramétrisent leurs profils de raies en utilisant une quantité proportionnelle à $\int N_{tot}\, n_1\, dr$, plus proche de l'habituelle densité de colonne. Malheureusement, dans plusieurs cas intéressants cette intégrale diverge (voir Castor et al., 1981). Pour ces raisons notamment, nous utiliserons W_1^0 comme paramètre dans la plupart de nos applications.

Signalons deux propriétés importantes du moment W_1^0 d'une raie non saturée (voir Surdej, 1982, 1983b). Tout d'abord, il faut noter que pour la plupart des profils de raies de type P Cygni observés dans l'ultraviolet, on détecte une raie photosphérique sous-jacente. Comme Castor et Lamers (1979) l'ont montré, considérer la raie résultante comme une simple superposition des raies dues à l'enveloppe et à la photosphère conduit à des résultats franchement incorrects: il faut absolument tenir compte du fait que la présence d'une raie photosphérique modifie la dépendance radiale de l'intensité stellaire I_c suite à l'effet Doppler. Si la présence d'une telle raie apporte de profondes modifications aux profils, il est tout à fait remarquable de constater que le moment W_1^0 en dépend peu.

D'autre part, si le gradient de vitesse est faible ou si l'agitation est importante (turbulence), il n'est plus possible d'utiliser l'approximation de Sobolev: il faut tenir pleinement compte de la largeur finie du profil d'absorption $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$. Le calcul du profil de raie devient alors beaucoup plus difficile sauf si le milieu est optiquement mince, puisque dans ce cas les effets du transfert peuvent être ignorés. Néanmoins, même non saturé, le profil de raie sera très différent d'un profil calculé avec l'approximation de Sobolev: l'émission sera décalée vers le rouge et l'absorption s'étendra jusqu'à des longueurs d'ondes correspondant à $v_\infty + u_{max}$. Le moment d'ordre 1, W_1^0, ne subira par contre aucune modification. Ceci peut se comprendre très facilement si nous remarquons, comme nous le ferons au chapitre 6, que dans un milieu optiquement mince, un profil calculé sans approximation de Sobolev, n'est rien d'autre que le profil calculé avec cette approximation puis convolué par le profil d'absorption $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$.

Nous pouvons donc conclure que le moment d'ordre 1 d'une raie non saturée, W_1^0, est une quantité qui reste assez stable – et par conséquent rassurante – vis-à-vis de toute modification apportée aux modèles. Cette propriété sera largement confirmée au cours des prochains chapitres. Il faut encore noter que W_1^0 reste assez insensible à des erreurs de mesure comme une mauvaise estimation de la position du continuum stellaire ou une calibration incertaine de l'échelle de longueur d'onde.

2.2.2 La détermination du taux de perte de masse

Revenons maintenant à l'expression (2.8) du moment W_1^0 d'une raie non saturée. En ne supposant plus l'étoile ponctuelle, cette relation se réécrit

$$W_1^0 = \int_{X_{min}}^{-1} \tau_{12}^r(X')\,(1 - W)\,X'dX', \tag{2.10}$$

W étant le facteur de dilution géométrique défini par l'équation (1.30). Le terme correctif $(S_{12}/I_c)\tau_{12}^r = W\,\tau_{12}^r$ tient compte des photons émis à des fréquences $X < 0$ qui, à cause de l'occultation par le disque stellaire, ne sont pas compensés par des photons émis avec des fréquences $X > 0$. Ces photons sont issus de la même région que le profil en absorption (figure 1.4). On voit que cette correction reste faible car le facteur de dilution décroît rapidement.

En utilisant l'expression (1.64) de l'épaisseur optique τ_{12}^r, nous obtenons immédiatement

$$W_1^0 = K_{12} \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} \int_1^\infty n_1 \frac{(1-W)}{L^2} dL \,. \tag{2.11}$$

Si on définit

$$< n_1 > = \frac{\int_1^\infty n_1 \frac{(1-W)}{L^2} dL}{\int_1^\infty \frac{(1-W)}{L^2} dL} \tag{2.12}$$

et

$$q^c = \int_1^\infty \frac{(1-W)}{L^2} dL = 0.89\,, \tag{2.13}$$

nous trouvons finalement

$$\dot{M} < n_1 > = W_1^0 \frac{v_\infty^2}{q^c K_{12}}. \tag{2.14}$$

Cette relation nous donne directement le taux de perte de masse à partir du moment W_1^0, pour autant que nous connaissions la fraction d'ionisation moyenne $< n_1 >$. Comme nous le constatons, cette relation est complètement indépendante du choix des lois de vitesse et d'opacité. De plus, en se rappelant la définition (2.1) du moment, on voit que la connaissance de v_∞ n'est même pas nécessaire pour estimer le taux de perte de masse $\dot{M}$.

2.2.3 Le cas des raies saturées

Si nous ne supposons plus que le milieu est optiquement mince, il faut tenir compte de l'expression complète du profil de raie donnée par les équations (1.47)-(1.54). En l'utilisant dans la définition (2.2) du moment, nous obtenons l'expression générale du moment d'ordre 1 qui se simplifie facilement à

$$W_1 = \int_{X_{min}}^{-1} 4\,L^2\,\tau_{12}^r\,\gamma_{12}\,(1 - \frac{\beta_{12}^3}{\beta_{12}^1})\,X' dX'\,, \tag{2.15}$$

où

$$\beta_{12}^1(X') = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} d\mu\,, \tag{2.16}$$

$$\beta_{12}^3(X') = \frac{1}{2}\int_{1-2W}^{1} \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} d\mu \tag{2.17}$$

$$\text{et} \quad \gamma_{12}(X') = \frac{1}{2}\int_{1-2W}^{1} \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\,\mu\, d\mu\,. \tag{2.18}$$

Nous retrouvons à nouveau la contribution du profil en absorption corrigée de celle des photons émis dans la même région et qui, à cause de l'occultation par le disque stellaire, n'a pu être compensée.

Cette expression générale du moment W_1 dépend de façon complexe des lois de vitesse et d'opacité, de telle sorte que pour une raie saturée, il n'est plus possible de trouver une relation qui donne directement le taux de perte de masse. On peut cependant construire une sorte de courbe de croissance qui montre l'évolution de W_1 en fonction de W_1^0. Celui-ci est utilisé comme paramètre de la façon suivante: si, dans la relation (1.64), nous remplaçons $\dot{M}$ par son expression (2.14), nous obtenons facilement τ_{12}^r en fonction de W_1^0, soit

$$\tau_{12}^r = W_1^0 \frac{n_1}{q^c < n_1 >} \frac{dL}{L^2 X' dX'} . \tag{2.19}$$

Cette équation et la relation (1.57) sont utilisées dans l'expression générale (2.15) pour calculer W_1 en fonction de W_1^0. Il faut bien sûr se donner une loi de vitesse et une loi d'opacité.

Une telle courbe de croissance est illustrée à la figure 2.2. Si W_1^0 est petit, la

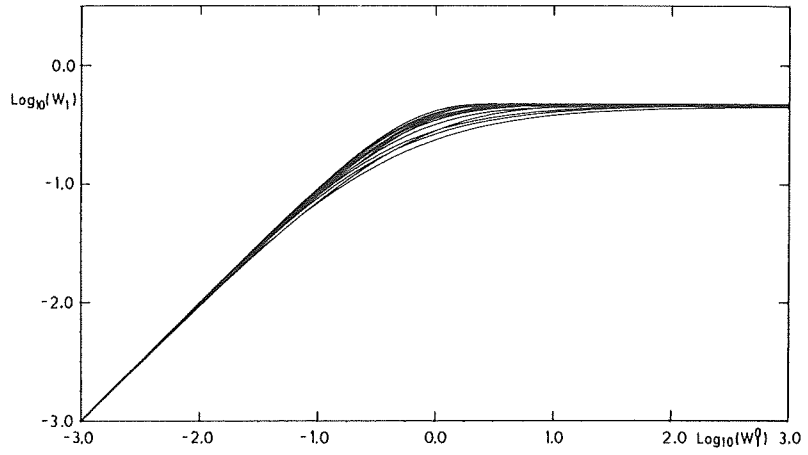


Figure 2.2: *Un diagramme typique représentant* $\log W_1$ *en fonction de* $\log W_1^0$ *(Surdej, 1983a). Les différentes courbes correspondent à différents choix des lois de vitesse et d'opacité (voir les chapitres suivants).*

raie est non saturée et $W_1 = W_1^0$. Si par contre W_1^0 est élevé, W_1 atteint une valeur asymptotique: la raie devient complètement saturée et nous ne pouvons plus rien en tirer. Pour déterminer le taux de perte de masse, il suffit de mesurer W_1 et de le reporter dans un tel diagramme pour obtenir $W_1^0 (\propto \dot{M}$ via la relation (2.14)). N'oublions pas que l'un des intérêts des courbes de croissance est de pouvoir reporter plusieurs raies sur un même diagramme. Notons encore que l'allure tout à fait plate de ces courbes lorsque le milieu est optiquement épais est simplement due au fait que nous avons choisi un profil d'absorption $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$ sans ailes, nul au delà de $\nu_{12} \pm \Delta\nu/2$ (voir figure 1.1). C'est donc une caractéristique liée à l'approximation de Sobolev. Comme ces courbes dépendent du modèle choisi pour la transition (raie

issue de niveaux excités, doublet de résonance,...), nous en reparlerons aux chapitres suivants.

2.3 Inversion des profils de raies de type P Cygni par la méthode des moments

Pour calculer un profil de raie de type P Cygni, il faut choisir une loi d'opacité, une loi de vitesse et un paramètre supplémentaire caractérisant l'épaisseur optique du milieu (W_1^0 par exemple). Autant en essayant de reproduire les profils observés que pour des raisons théoriques, certaines lois d'opacité et de vitesse se sont imposées (voir par exemple Castor et Lamers, 1979). Les plus utilisées ont la forme suivante [1]

$$\tau_{12}^r = \tau\,(1+X')^\gamma \tag{2.20}$$

et

$$X' = -(1-\frac{1}{L})^\beta. \tag{2.21}$$

En comparant les profils observés aux profils théoriques, on peut en principe inverser le profil de raie, c'est-à-dire déterminer les trois quantités τ, γ et β.

Comme nous venons de le faire pour le taux de perte de masse ($\dot{M} \propto \tau \propto W_1^0$), nous pouvons aussi espérer déterminer les paramètres γ et β en utilisant les moments du profil de raie. Si les profils sont saturés, on peut bien sûr construire pour chaque moment des diagrammes $W_n - W_n^0$ mais, pour les mêmes raisons que précédemment – à savoir qu'ils dépendent assez bien du modèle choisi pour la transition – nous les présenterons plus loin (chapitre 4) tandis que nous nous limitons ici au cas du milieu optiquement mince. Il faut noter que nous ne considérons que les moments d'ordre 0, 1 et 3 de telle sorte que tout ceci reste valable pour un doublet de résonance (voir chapitre 4).

Commençons par supposer l'étoile ponctuelle. Dans ce cas, on a (voir section 2.2.1)

$$W_0^0 = 0\,, \tag{2.22}$$

$$W_1^0 = \int_0^{-1} \tau_{12}^r\, X' dX' \tag{2.23}$$

et

$$W_3^0 = \int_0^{-1} \tau_{12}^r\, X'^3 dX'. \tag{2.24}$$

[1] Ici, nous négligeons complètement la vitesse à la surface de l'étoile qui est très faible ($\simeq 0.01 v_\infty$) et de peu d'importance pour nos résultats.

Les moments W_1^0 et W_3^0, qui ne dépendent que de la loi d'opacité, sont tout indiqués pour obtenir le paramètre γ. En utilisant l'expression (2.20) pour τ_{12}^r, nous trouvons immédiatement la relation

$$\frac{W_1^0}{W_3^0} = \frac{(\gamma+3)(\gamma+4)}{6}, \tag{2.25}$$

dont on peut tirer γ sans peine. On voit que la simple mesure de W_1^0 et W_3^0 nous permet d'estimer le type de loi d'opacité. Par contre, il est impossible de déterminer la loi de vitesse en gardant l'hypothèse de l'étoile ponctuelle.

Si maintenant nous prenons en considération les dimensions finies de l'étoile, l'expression des moments devient

$$W_0^0 = -\int_0^{-1} \tau_{12}^r \frac{W}{W-1} dX', \tag{2.26}$$

$$W_1^0 = \int_0^{-1} \tau_{12}^r (1-W) X' dX' \tag{2.27}$$

et

$$W_3^0 = \int_0^{-1} \tau_{12}^r (1 - 3W + 4W^2 - 2W^3) X'^3 dX', \tag{2.28}$$

où W est le facteur de dilution géométrique [2]. C'est ce facteur qui rend les moments dépendants de la loi de vitesse. On voit aussi que W_0^0 est beaucoup plus affecté que W_1^0 et W_3^0.

Vu l'expression compliquée du facteur $W(X')$ (voir les relations (1.30) et (2.21)), nous ne pouvons plus obtenir une expression analytique simple qui nous donne γ ou β en fonction des moments. On recherche plutôt une quantité observable (c'est-à-dire une combinaison des moments) qui dépend soit de γ, soit de β. Il est clair que W_1^0/W_3^0 reste surtout dépendant de γ. Ceci est illustré à la table 2.1 où ce rapport est calculé via les relations (2.26)-(2.28) pour différentes combinaisons des paramètres γ et β. L'intervalle de variation de ces paramètres est choisi de façon à couvrir les valeurs habituellement déduites pour les étoiles chaudes (voir Castor et Lamers, 1979; Gathier et al., 1981; Garmany et al., 1981). On voit que la formule approchée (2.25) est essentiellement bonne: dans le pire des cas ($\gamma = 4$, $\beta = 0.5$), elle donne γ avec une erreur de 20 %. C'est d'ailleurs tout à fait normal puisque pour ces valeurs de γ et β la matière qui interagit se trouve confinée très près de l'étoile et l'approximation de l'étoile ponctuelle devient forcément moins bonne.

Pour essayer d'isoler l'influence de la loi de vitesse nous pouvons utiliser le rapport $|W_0^0/W_1^0|$, qui en dépend beaucoup, corrigé des effets de l'opacité. Ainsi une quantité comme $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0)$ ou mieux encore $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0 - 1)$ varie surtout avec le paramètre β (voir la table 2.2). Il est alors facile de trouver une relation

[2] Le moment W_2^0, dont nous nous servirons au chapitre 4, s'exprime de façon similaire: $W_2^0 = -\frac{2}{3}\int_0^{-1} \tau_{12}^r [\frac{W}{W-1}(\frac{1}{2} + W - 2W^2) - 1] X'^2 dX'$.

empirique qui nous donne β. Par exemple, à partir des données de la table 2.2, on trouve que

$$\beta \simeq 0.38\, R^{-0.75} \tag{2.29}$$

si

$$R = |\frac{W_0^0}{W_1^0}|/(\frac{W_1^0}{W_3^0} - 1). \tag{2.30}$$

Cette relation donne directement β à 10 % près à partir des moments mesurés W_0^0, W_1^0 et W_3^0.

Si maintenant nous désirons déterminer γ et β avec plus de précision, nous pouvons utiliser les tables 2.3 et 2.4: les valeurs exactes de ces paramètres y sont reportées pour différentes combinaisons des quantités observables $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0 - 1)$ et (W_1^0/W_3^0).

De tout ceci, il ressort que l'on peut facilement inverser un profil de raie de type P Cygni *non saturé* à l'aide des trois moments W_0^0, W_1^0 et W_3^0. On estime ainsi le taux de perte de masse, la loi d'opacité et la loi de vitesse. D'autres moments peuvent éventuellement être calculés pour vérifier la cohérence des résultats.

Il est évident que cette méthode ne peut fournir plus d'informations que la comparaison des profils, surtout quand il s'agit de déterminer la loi de vitesse. Elle apporte simplement une approche différente qui la rend complémentaire, voire indispensable si les raies ne sont pas résolues. Cette méthode permet de traiter à moindre frais un grand nombre de données, d'autant plus lorsque des effets physiques comme la rotation, les collisions, etc., modifient les profils sans en changer les moments. En outre, comme nous le constaterons plus loin, elle donne des indications plus claires que l'ajustement de profils sur la non-unicité éventuelle des résultats.

Table 2.1: *Le rapport W_1^0/W_3^0 calculé en fonction des paramètres γ et β*

γ	β			
	0.5	1.0	2.0	4.0
0.0	2.0	2.0	2.0	2.0
0.5	2.7	2.6	2.6	2.6
1.0	3.5	3.4	3.3	3.3
2.0	5.6	5.2	5.0	5.0
4.0	11.7	10.2	9.6	9.4

Table 2.2: *Le rapport $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0 - 1)$ calculé en fonction des paramètres γ et β*

γ	β			
	0.5	1.0	2.0	4.0
0.0	0.64	0.30	0.11	0.04
0.5	0.65	0.31	0.12	0.04
1.0	0.65	0.31	0.12	0.04
2.0	0.62	0.31	0.12	0.04
4.0	0.53	0.29	0.12	0.04

Table 2.3: *La valeur exacte du paramètre γ obtenue en fonction des quantités observables (W_1^0/W_3^0) et $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0 - 1)$*

W_1^0/W_3^0	$\lvert W_0^0/W_1^0\rvert/(W_1^0/W_3^0 - 1)$				
	0.03	0.06	0.12	0.30	0.60
2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3.0	0.8	0.8	0.8	0.7	0.7
5.0	2.0	2.0	2.0	1.9	1.7
7.0	3.0	3.0	2.9	2.8	2.5
9.0	3.9	3.8	3.8	3.6	3.2
12.0	5.0	4.9	4.8	4.5	3.9

Table 2.4: *La valeur exacte du paramètre β obtenue en fonction des quantités observables (W_1^0/W_3^0) et $|W_0^0/W_1^0|/(W_1^0/W_3^0 - 1)$*

W_1^0/W_3^0	$\lvert W_0^0/W_1^0\rvert/(W_1^0/W_3^0 - 1)$				
	0.03	0.06	0.12	0.30	0.60
2.0	4.6	3.0	1.9	1.0	0.5
3.0	4.8	3.2	2.0	1.0	0.5
5.0	5.0	3.2	2.0	1.0	0.5
7.0	5.0	3.2	2.0	1.0	0.5
9.0	4.9	3.2	2.0	1.0	0.5
12.0	4.9	3.1	2.0	0.9	0.4

Chapitre 3

Analyse des profils de raies issues de niveaux excités: la méthode du moment d'ordre 1

De nombreuses étoiles chaudes montrent dans leur spectre ultraviolet des raies issues de niveaux excités présentant des profils de type P Cygni. Les plus intéressantes sont les raies d'oxygène O IV λ 1341 et O V λ 1371, souvent utilisées pour déterminer les taux de perte de masse. En effet, lorsque ces deux raies sont détectées, on peut raisonnablement supposer que la plus grande partie de l'oxygène présent dans l'enveloppe se trouve dans les deux états d'ionisation O^{3+} et O^{4+} afin d'estimer facilement les fractions d'ionisation. Ces raies sont d'autant plus intéressantes qu'elles ne sont habituellement pas trop saturées.

Nous avons vu précédemment comment estimer le taux de perte de masse à partir du moment d'ordre 1 d'une raie de résonance de type P Cygni. Cette détermination nécessite l'évaluation de la quantité $< n_1 >$ qui représente la fraction, moyennée le long de la ligne de visée, des atomes se trouvant dans l'état inférieur 1 de la transition. Si le niveau inférieur de la transition possède un potentiel d'excitation suffisamment élevé, il sera essentiellement peuplé par photoexcitations à partir du niveau fondamental de telle sorte que la fraction d'atomes excités dans cet état diminuera très rapidement avec la distance radiale. Il n'est donc plus possible d'utiliser la quantité moyenne $< n_1 >$ telle que nous l'avons définie auparavant sans commettre une erreur significative sur le taux de perte de masse. La méthode du moment d'ordre 1 – tout comme la méthode d'ajustement des profils – doit donc être modifiée si nous désirons l'appliquer aux raies issues de niveaux excités. Cette adaptation est l'objet du présent chapitre.

Nous obtenons dans la section 1 l'expression du moment d'ordre 1 des profils de raies issues de transitions entre états excités. Nous montrons (section 2) que le moment W_1^0 d'un profil de raie non saturé reste proportionnel au taux de perte de masse, indépendamment du choix des lois de vitesse et d'opacité. Enfin, nous consacrons la section 3 à l'étude des diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$". Notons que ces résultats seront directement appliqués au chapitre 7 pour estimer le taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires.

3.1 Le moment d'ordre 1 des raies issues de niveaux excités

Pour analyser les raies O IV λ 1341, O V λ 1371 et N IV λ 1718 dans le spectre ultraviolet d'étoiles chaudes, Castor, Lutz et Seaton (1981) ont montré que l'approximation de l'atome à deux niveaux reste essentiellement bonne. Le moment d'ordre 1 d'une telle raie s'exprime dès lors (voir (2.15))

$$W_1 = \int_{X_{min}}^{-1} 4\,L^2\,\tau_{lu}^r\,\gamma_{lu}\,(1-\frac{\beta_{lu}^3}{\beta_{lu}^1})\,X'\,dX'\,, \tag{3.1}$$

où nous avons simplement remplacé les indices 1 et 2 par l et u afin de caractériser les niveaux inférieur et supérieur de la transition $l \rightleftharpoons u$ entre états excités. Les probabilités de fuite $\gamma_{lu}, \beta_{lu}^3$ et β_{lu}^1 sont données par les relations (2.16)-(2.18). Rappelons que l'épaisseur optique radiale prend la forme

$$\tau_{lu}^r = K_{lu}\,\frac{\dot{M}}{v_\infty^2}\,n_l\,\frac{dL}{L^2\,X'\,dX'}\,, \tag{3.2}$$

les quantités intervenant dans cette formule étant définies comme auparavant (relations (1.59)-(1.65)). Rappelons que ces résultats ont été obtenus dans le cadre de l'approximation de Sobolev et en supposant la symétrie sphérique. Lorsque le milieu est optiquement mince pour la transition $l \rightleftharpoons u$ considérée, le moment d'ordre 1 se réduit à (voir(2.11))

$$W_1^0 = K_{lu}\,\frac{\dot{M}}{v_\infty^2}\int_1^\infty n_l\,\frac{(1-W)}{L^2}\,dL\,. \tag{3.3}$$

Si le potentiel d'excitation du niveau inférieur l de la transition $l \rightleftharpoons u$ est suffisamment élevé pour que ce niveau soit essentiellement peuplé par photoexcitations à partir du niveau fondamental g plutôt que par excitations collisionnelles, on obtient facilement l'équation d'équilibre

$$\frac{n_l}{n_g} = \frac{g_l}{g_g}\,\frac{\lambda_{gl}^3}{2hc}\,I_{\nu_{gl}}^c\,\frac{\beta_{gl}^3}{\beta_{gl}^1}\,, \tag{3.4}$$

en considérant l'expression (1.33) de l'intensité moyenne et en négligeant l'émission stimulée. n_l représente la fraction des atomes de l'élément considéré qui se trouvent dans l'état excité l et n_g, la fraction des atomes dans l'état fondamental g. β_{gl}^3 et β_{gl}^1 sont les probabilités de fuite associées à la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l, g_l$ et g_g les poids statistiques des niveaux correspondants et $I_{\nu_{gl}}^c$ l'intensité du continuum stellaire à la fréquence ν_{gl} de la transition. En utilisant cette relation, nous pouvons réécrire le moment d'ordre 1 sous la forme

$$W_1^0 = K_{lu}\,\frac{\dot{M}}{v_\infty^2}\,\frac{g_l}{g_g}\,\frac{\lambda_{gl}^3}{2hc}\,I_{\nu_{gl}}^c\,<n_g>_s<\beta_{gl}^3/\beta_{gl}^1>\,q^c\,, \tag{3.5}$$

avec

$$< n_g >_s = \frac{\int_1^\infty n_g \frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} \frac{1-W}{L^2}\, dL}{\int_1^\infty \frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} \frac{1-W}{L^2}\, dL}\,, \tag{3.6}$$

$$< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} > = \frac{\int_1^\infty \frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} \frac{1-W}{L^2}\, dL}{\int_1^\infty \frac{1-W}{L^2}\, dL} \tag{3.7}$$

et

$$q^c = \int_1^\infty \frac{1-W}{L^2}\, dL = 0.8927\,. \tag{3.8}$$

La quantité $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ représente le facteur de dilution physique moyen et $< n_g >_s$ la fraction des atomes dans l'état fondamental g moyennée sur la région où la raie issue de la transition excitée $l \rightleftharpoons u$ est formée, c'est-à-dire sur une région qui s'étend de la surface de l'étoile à quelques ($\sim$ 3) rayons stellaires. En effet, à une telle distance, la radiation photoexcitatrice est tellement diluée qu'elle ne contribue plus à la formation de la raie; si $L > 3$, sa contribution à la quantité moyenne $< n_g >_s$ est déjà voisine du pour cent.

3.2 La détermination du taux de perte de masse

L'équation (3.5) nous montre qu'il existe une relation linéaire simple entre W^0_1, le moment d'ordre 1 d'une raie non saturée, et la quantité $\dot{M} < n_g >_s$. Pour les raies de résonance, cette relation est indépendante du choix des lois de vitesse et d'opacité (Surdej, 1982); ce n'est malheureusement pas le cas pour des raies issues de niveaux excités, la quantité $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ variant avec l'une et l'autre loi. Afin d'estimer l'importance de cette variation, nous avons calculé le facteur $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ pour les différentes lois de vitesse de la table 3.1 en supposant que le milieu est soit optiquement mince, soit optiquement épais pour la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$.

Si le milieu est optiquement épais pour cette transition ($\tau_{gl} \gg 1$), le rapport des probabilités de fuite se réduit à

$$\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} = W\, \frac{\alpha + (1-\alpha)(1+z+z^2)/3}{\alpha + (1-\alpha)/3} \tag{3.9}$$

où

$$\alpha = \frac{dlnL}{dln|X'|} \tag{3.10}$$

et

$$z = \sqrt{1 - \frac{1}{L^2}}\,. \tag{3.11}$$

Table 3.1: *Cette table donne une compilation (Surdej,1983a) d'une part des lois de vitesse généralement adoptées pour caractériser les vents stellaires entourant les étoiles chaudes et d'autre part des lois d'opacité déterminées empiriquement à partir des profils de type P Cygni observés pour des raies de résonance dans le spectre ultraviolet de ces mêmes étoiles. Notons que la loi d'opacité (α) revient à supposer que la fraction n_g est constante dans toute l'enveloppe. En combinant ces lois, on obtient dix-huit modèles. Précisons que le modèle ($C.\alpha$) se rapporte à la théorie de Castor, Abbott et Klein (1975). v_0 représente la vitesse à la surface de l'étoile que nous choisirons toujours égale à 0.01 v_∞ (voir Castor et Lamers, 1979). Ces lois de vitesse et d'opacité sont illustrées aux figures 3.1 et 3.2.*

(A)	$v(L)$	$=$	$v_0 + (v_\infty - v_0)(1 - 1/\sqrt{L})$
(B)	$v(L)$	$=$	$v_0 + (v_\infty - v_0)(1 - 1/L)$
(C)	$v(L)$	$=$	$v_\infty\sqrt{1 - (1 - v_0^2/v_\infty^2)/L}$
(α)	$\tau^r(v)$	$=$	$(L^2\, v\, dv/dL)^{-1}$
(β)	$\tau^r(v)$	$=$	$1 - v/v_\infty$
(γ)	$\tau^r(v)$	$=$	1
(δ)	$\tau^r(v)$	$=$	$(1 - v/v_\infty)^{1/2}$
(ε)	$\tau^r(v)$	$=$	$(1 - v/v_\infty)^2$
(η)	$\tau^r(v)$	$=$	$1/v$

Table 3.2: *La valeur de la quantité moyenne $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ est calculée ici pour les trois lois de vitesse de la table 3.1 en supposant que la raie photoexcitatrice est soit optiquement mince ($\tau_{gl} \ll 1$) soit optiquement épaisse ($\tau_{gl} \gg 1$).*

	loi de vitesse	$< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$
Cas optiquement épais	A	0.121
	B	0.118
	C	0.100
Cas optiquement mince	A,B,C	0.093

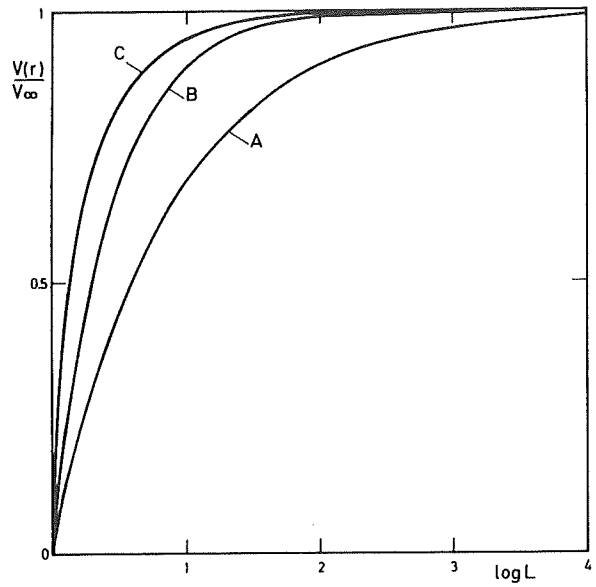


Figure 3.1: *La vitesse réduite $v(r)/v_\infty$ représentée en fonction du logarithme de la distance radiale $L = r/R_\star$ pour les trois lois (A, B et C) de la table 3.1.*

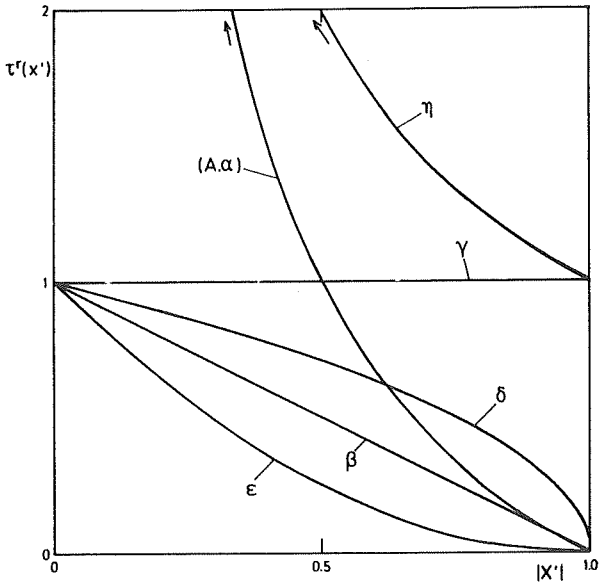


Figure 3.2: *La distribution de l'opacité dans l'enveloppe représentée en fonction de la vitesse réduite $v(r)/v_\infty = |X'|$ pour les différents modèles de la table 3.1. Il faut noter que les modèles $(C.\alpha)$ et $(B.\alpha)$ sont équivalents aux modèles $(C.\gamma)$ et $(B.\eta)$, respectivement.*

Si par contre le milieu est optiquement mince ($\tau_{gl} \ll 1$), ce rapport est indépendant de la loi de vitesse et vaut simplement

$$\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} = W \,. \tag{3.12}$$

Les valeurs de $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ sont données dans la table 3.2. On voit que cette quantité est finalement très peu sensible à l'opacité de la raie photoexcitatrice ($\tau_{gl} \ll 1$ ou $\tau_{gl} \gg 1$) ainsi qu'au choix de la loi de vitesse. Si nous adoptons pour $< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >$ la valeur moyenne 0.103 ± 0.013 , nous pouvons réécrire l'équation (3.5) sous la forme

$$\dot{M} < n_g >_s = 4.71\ 10^{-21} \frac{g_g}{g_l} \frac{v^2_\infty R_\star}{\lambda^3_{gl} I^c_{\nu_{gl}} f_{lu} \lambda_{lu} A(el)} W^0_1 \,, \tag{3.13}$$

qui nous donne directement le taux de perte de masse partiel $\dot{M} < n_g >_s$ à partir du moment W^0_1 d'une raie non saturée issue de niveaux excités. Cette relation est en bonne approximation ($\pm 13\%$) indépendante des lois de vitesse et d'opacité. Dans cette formule, $\dot{M}$ est exprimé en $M_\odot/an, v_\infty$ en $km\,s^{-1}, \lambda_{gl}$ et λ_{lu} en 10^3Å, $R_\star$ en $R_\odot$ et $I^c_{\nu_{gl}}$ en $erg\ cm^{-2}s^{-1}hz^{-1}sr^{-1}$. Comme dans le cas des raies de résonance (Surdej, 1985), la quantité $\dot{M} < n_g >_s$ est indépendante de la détermination précise de la vitesse terminale v_∞. Cette propriété est particulièrement intéressante pour l'analyse des raies issues de niveaux excités qui, formées près de la surface de l'étoile ($L \leq 3$), ne peuvent fournir une détermination correcte de v_∞.

3.3 Les diagrammes "$\log W_1 - \log W^0_1$ "

En combinant les équations (3.2),(3.4) et (3.5) nous pouvons écrire l'expression de l'épaisseur optique τ^r_{lu} sous la forme

$$\tau^r_{lu} = W^0_1 \frac{n_g}{< n_g >_s} \frac{\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}}{< \beta^3_{gl}/\beta^1_{gl} >} \frac{dL}{q^c L^2 X' dX'} \tag{3.14}$$

ou encore

$$\tau^r_{lu} = W^0_1 \frac{\tau^r_{gl}(X')\,(\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl})}{\int^{-1}_{X_{min}} \tau^r_{gl}(X')\,(\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl})\,(1-W)\,X'\,dX'} \,, \tag{3.15}$$

en notant que l'épaisseur optique radiale τ^r_{gl} de la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$ est proportionnelle à $n_g dL/L^2 X' dX'$. τ^r_{lu} dépend du rapport des probabilités de fuite $\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}$ et de l'opacité de la transition $g \rightleftharpoons l$. Afin d'éviter l'introduction d'un paramètre supplémentaire, nous considérons plutôt deux cas extrêmes en supposant que le milieu est soit optiquement épais, soit optiquement mince pour la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$, de telle sorte que le rapport $\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}$ se réduit respectivement aux équations (3.9) et (3.12). Ainsi, l'épaisseur optique τ^r_{lu} ne dépend que du moment W^0_1, de la distribution de l'opacité de la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$ et de la loi de vitesse. En choisissant les lois de vitesse et d'opacité données dans la table 3.1,

nous pouvons calculer le moment W_1 en fonction du paramètre W_1^0 (cfr. les équations (3.1) et (3.15)). Nos résultats sont illustrés aux figures 3.3 et 3.4 où nous reportons les différentes courbes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " obtenues pour les dix-huit modèles de la table 3.1 en supposant alternativement que la raie photoexcitatrice est – ou n'est pas – saturée.

Comme on pouvait s'y attendre, les figures 3.3 et 3.4 montrent clairement que toutes les courbes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " possèdent pour les faibles valeurs du paramètre W_1^0 une branche linéaire commune telle que $W_1 = W_1^0$. Par contre, lorsque W_1^0 tend vers l'infini, $\log W_1$ atteint une valeur asymptotique égale à -0.32, indépendante du modèle choisi et identique à la valeur asymptotique de $\log W_1$ calculée dans le cas d'une raie de résonance (voir Surdej,1983). Pour les opacités intermédiaires, une valeur mesurée du moment W_1 ne donne une valeur précise du paramètre W_1^0 – et par conséquent du taux de perte de masse partiel $\dot{M} < n_g >_s$ – que si les lois de vitesse et d'opacité caractérisant l'enveloppe sont bien connues. Si nous ignorons ces lois, nous pouvons encore estimer W_1^0 mais avec une incertitude donnée par la dispersion des courbes des figures 3.3 et 3.4. En agissant ainsi, nous admettons implicitement que les modèles repris dans la table 3.1 représentent bien la plupart des situations physiques qui apparaissent dans les enveloppes en expansion.

Comparons maintenant deux courbes tirées des figures 3.3 et 3.4, calculées pour un même modèle. On constate qu'elles ne diffèrent pas trop, même lorsque W_1^0 prend une valeur intermédiaire. Pour des raies raisonnablement saturées ($W_1 \leq 0.2$) l'incertitude affectant le taux de perte de masse $\dot{M}$ due au fait que l'opacité de la raie photoexcitatrice est inconnue, ne dépasse jamais 50%. Remarquons que si nous utilisons, pour un modèle donné, la courbe "$\log W_1 - \log W_1^0$ " calculée en supposant que le milieu est optiquement mince pour la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$, nous obtenons toujours une limite inférieure du taux de perte de masse.

Il est intéressant de noter que les courbes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " calculées pour les raies issues de niveaux excités sont plus dispersées que celles calculées pour les raies de résonance (voir Surdej, 1983 ou la figure 2.2). C'est essentiellement dû au fait que l'épaisseur optique radiale τ_{lu}^r d'une raie issue d'une transition entre états excités dépend de la loi de vitesse alors que l'épaisseur optique τ_{gl}^r d'une raie de résonance n'en dépend pas – sauf si la loi d'opacité (α) est considérée. Les diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " présentés ici dépendent donc du choix du modèle pour une gamme de valeurs de $\log W_1^0$ plus étendue que dans le cas des raies de résonance. Il faut par conséquent mesurer une valeur du moment W_1 plus petite si on veut qu'elle se trouve sur la partie linéaire des courbes. Heureusement, lorsque les raies de résonance sont saturées, les raies issues de niveaux excités le sont généralement beaucoup moins de telle sorte qu'elles offrent encore la possibilité d'estimer un taux de perte de masse relativement fiable.

Terminons ce chapitre en remarquant que la comparaison pour un même ion de la quantité moyenne $< n_g >_s$ définie pour les raies issues de niveaux excités avec la quantité $< n_g >$ ($\equiv < n_1 >$) définie pour les raies de résonance (cfr.(2.12)), peut apporter des informations sur la distribution de la fraction d'ionisation dans l'enveloppe. Le rapport $< n_g > / < n_g >_s$ est reporté à la table 3.3 pour les dix-huit modèles considérés. On voit que ce rapport ne dépend pas trop de l'approximation

faite sur l'opacité de la raie photoexcitatrice ($\tau_{gl} \ll 1$ ou $\tau_{gl} \gg 1$) alors qu'on peut noter d'importantes différences entre les rapports obtenus pour différents modèles. Un rapport $< n_g > / < n_g >_s$ supérieur à l'unité suggère que la distribution de la fraction d'ionisation croît vers l'extérieur tandis qu'un rapport inférieur à 1 suggère le contraire.

Table 3.3: *Le rapport* $< n_g > / < n_g >_s$ *calculé pour les dix-huit modèles de la table 3.1 en supposant que le milieu est soit optiquement mince* ($\tau_{gl} \ll 1$) *soit optiquement épais* ($\tau_{gl} \gg 1$) *pour la transition photoexcitatrice* $g \rightleftharpoons l$.

modèle	Cas optiquement mince	Cas optiquement épais
A.α	1.0000	1.0000
B.α	1.0000	1.0000
C.α	1.0000	1.0000
A.β	2.4031	2.6670
B.β	1.1105	1.1443
C.β	0.5615	0.5179
A.γ	4.9557	5.8583
B.γ	2.0870	2.3528
C.γ	1.0000	1.0000
A.δ	3.2754	3.7414
B.δ	1.4297	1.5309
C.δ	0.7046	0.6716
A.ε	1.5695	1.6647
B.ε	0.8020	0.7847
C.ε	0.4240	0.3764
A.η	1.6922	1.7391
B.η	1.0000	1.0000
C.η	0.5707	0.5328

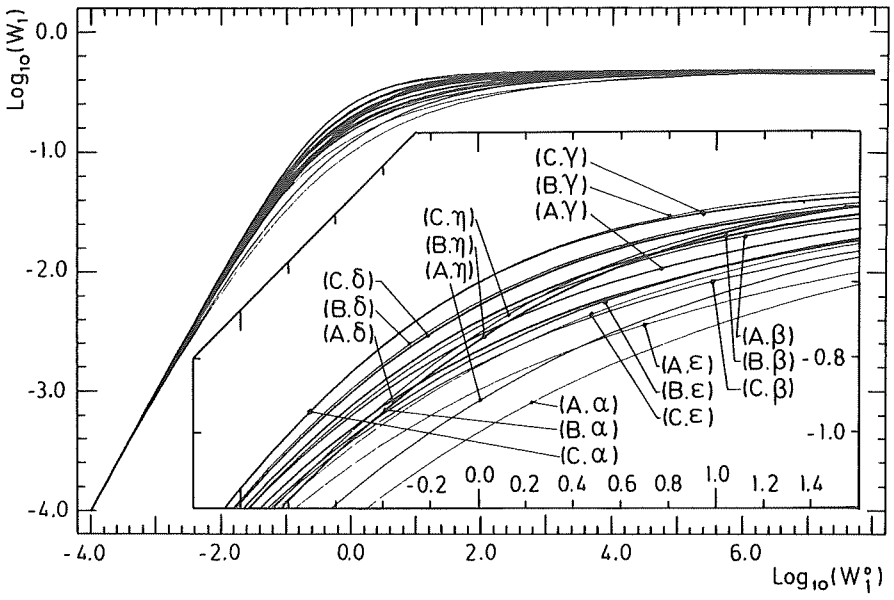


Figure 3.3: *Les courbes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 en supposant que le milieu est optiquement mince pour la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$.*

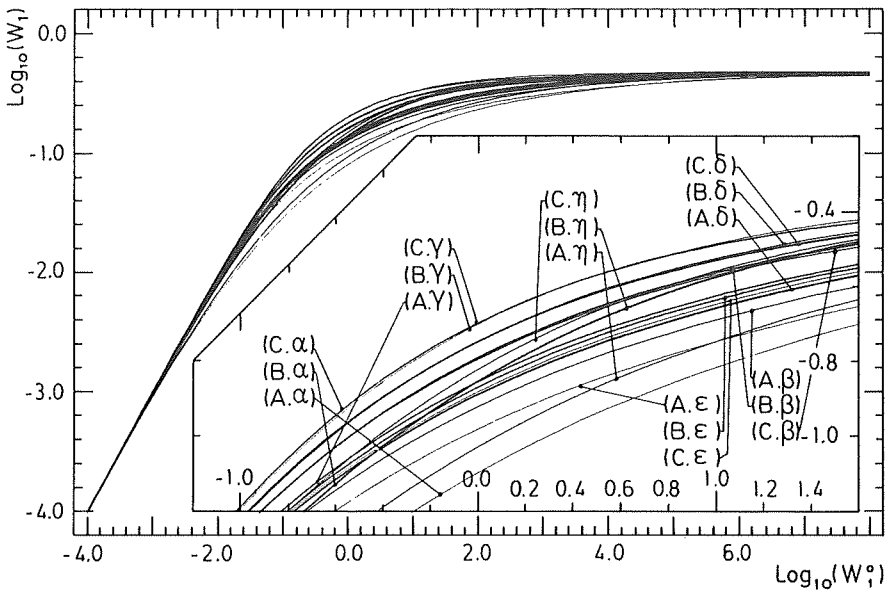


Figure 3.4: *Les courbes "$\log W_1 - \log W_1^0$ " calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 en supposant que le milieu est optiquement épais pour la transition photoexcitatrice $g \rightleftharpoons l$.*

Chapitre 4

Analyse des profils de raies de type P Cygni: les moments d'un doublet de résonance

La plupart des profils de raies de type P Cygni observés dans le spectre des étoiles chaudes et des quasars sont en réalité des doublets de résonance. Citons par exemple les raies N V $\lambda\lambda$ 1238.8, 1242.8, Si IV $\lambda\lambda$ 1393.8, 1402.8 et C IV $\lambda\lambda$ 1548.2, 1550.8, qui sont très souvent utilisées pour déterminer les caractéristiques des enveloppes en expansion (taux de perte de masse, loi d'opacité, etc.).

Lorsque le milieu n'est pas optiquement mince, un doublet de résonance ne peut être réduit à la superposition de deux raies simples: les photons émis dans la composante la plus bleue sont en effet susceptibles d'être réabsorbés dans la composante rouge en des points de l'enveloppe assez éloignés. La présence de ce couplage radiatif entre points distants rend l'expression du profil de raie sensiblement plus compliquée de telle sorte que la méthode des moments ne peut être extrapolée à partir de celle développée pour traiter les raies simples (Surdej, 1985). L'adaptation de la méthode des moments aux doublets de résonance constitue l'essentiel du présent chapitre.

Dans la section 1, nous obtenons une expression approchée du moment d'ordre n d'un doublet de résonance en supposant chaque raie qui le constitue formée indépendamment de l'autre. L'expression générale, tenant compte des interactions distantes dans l'enveloppe, est établie à la section 2, ainsi que les valeurs asymptotiques estimées lorsque le milieu est soit optiquement mince soit optiquement épais. Dans la section 3, nous présentons les calculs numériques effectués pour les moments d'ordre 0, 1, 2 et 3. Les résultats sont illustrés à la section 4 où nous construisons plusieurs diagrammes utiles pour interpréter les profils de raies de type P Cygni. Enfin, nous discutons à la section 5 la signification physique des moments d'un profil de raie non saturé.

4.1 Approximation d'un doublet de résonance par deux raies indépendantes

Adoptons pour le moment d'ordre n d'un doublet de résonance la définition:

$$W_n^D = (\frac{c}{\lambda_D v_\infty})^{n+1} \int (\frac{E(\lambda)}{E_c} - 1)\,(\lambda - \lambda_D)^n\, d\lambda \tag{4.1}$$

où la longueur d'onde effective du doublet vaut

$$\lambda_D = (1-\varepsilon)\,\lambda_{12} + \varepsilon\,\lambda_{13}\,, \tag{4.2}$$

si

$$\varepsilon = f_{13}\,/\,(f_{12} + f_{13}). \tag{4.3}$$

Dans cette expression, λ_{12} et f_{12} (respectivement λ_{13} et f_{13}) représentent la longueur d'onde centrale et la force d'oscillateur de la transition $1 \rightleftharpoons 2$ (resp. $1 \rightleftharpoons 3$). On a toujours $\lambda_{13} < \lambda_{12}$. Comme auparavant, v_∞ est la vitesse maximale d'expansion de l'atmosphère. En utilisant la fréquence sans dimension X_D définie par

$$X_D = (\frac{\lambda - \lambda_D}{\lambda_D})\,\frac{c}{v_\infty}\,, \tag{4.4}$$

l'équation (4.1) se réduit immédiatement à

$$W_n^D = \int_{-1-(1-\varepsilon)\Delta}^{1+\varepsilon\Delta} (\frac{E(X_D)}{E_c} - 1)\, X_D^n\, dX_D\,. \tag{4.5}$$

Lorsqu'il est possible de considérer le profil de raie total $E(X_D)/E_c$ comme la simple superposition des profils $E_{12}(X)/E_c$ et $E_{13}(Y)/E_c$, calculés en supposant chaque raie formée indépendamment de l'autre, nous obtenons la relation intéressante

$$\begin{aligned} W_n^D \;=\; & \int_{-1}^{+1} (\frac{E_{12}(X)}{E_c} - 1)\,(X + \varepsilon\Delta)^n\, dX \\ & + \int_{-1}^{+1} (\frac{E_{13}(Y)}{E_c} - 1)\,(Y - (1-\varepsilon)\,\Delta)^n\, dY\,, \end{aligned} \tag{4.6}$$

les fréquences sans dimension X et Y associées aux longueurs d'onde λ_{12} et λ_{13} (voir figure 4.1), étant définies par les relations

$$X = X_D - \varepsilon\Delta \tag{4.7}$$

et

$$Y = X_D + (1-\varepsilon)\Delta\,, \tag{4.8}$$

où

$$\Delta = \Delta\, v_{23}/v_\infty\,. \tag{4.9}$$

Δv_{23} représente la séparation en vitesse des deux raies du doublet de résonance [1]. Ce résultat est rigoureusement exact dans deux cas: lorsque le milieu en expansion est optiquement mince pour les transitions considérées et lorsque Δ prend des valeurs ≥ 2. En définissant les moments d'une raie simple W_n^{12} et W_n^{13} au moyen de la relation (4.1) où nous remplaçons λ_D par λ_{12} et λ_{13}, $E(X_D)$ par E_{12} et E_{13} (cfr. (2.1)), nous pouvons particulariser l'équation (4.6) comme suit:

$$\begin{aligned}
W_0^D &= W_0^{12} + W_0^{13}, \\
W_1^D &= W_1^{12} + W_1^{13} + \varepsilon\,\Delta\,W_0^{12} - (1-\varepsilon)\,\Delta\,W_0^{13}, \\
W_2^D &= W_2^{12} + W_2^{13} + 2\varepsilon\,\Delta\,W_1^{12} - 2(1-\varepsilon)\,\Delta\,W_1^{13} \\
&\quad + \varepsilon^2\,\Delta^2\,W_0^{12} + (1-\varepsilon)^2\Delta^2 W_0^{13}, \\
W_3^D &= W_3^{12} + W_3^{13} + 3\varepsilon\,\Delta\,W_2^{12} - 3(1-\varepsilon)\,\Delta\,W_2^{13} + 3\varepsilon^2\,\Delta^2\,W_1^{12} \\
&\quad + 3(1-\varepsilon)^2\,\Delta^2\,W_1^{13} + \varepsilon^3\,\Delta^3\,W_0^{12} - (1-\varepsilon)^3\,\Delta^3\,W_0^{13}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

On constate immédiatement que même en adoptant un modèle très simple (pas de couplage radiatif entre points distants) le moment W_n^D apparaît comme une combinaison assez complexe des moments d'une raie simple. C'est une conséquence directe du fait que W_n^D est calculé en utilisant la longueur d'onde effective λ_D décentrée par rapport aux longueurs d'onde λ_{12} et λ_{13} (voir figure 4.1). Considérons maintenant les deux cas asymptotiques habituels en supposant que le milieu est soit optiquement mince soit optiquement épais.

4.1.1 Le cas optiquement mince

Lorsque le milieu est optiquement mince, le moment W_n^{ij}, associé à la transition de résonance simple $i \rightleftharpoons j$, est directement proportionnel à la force d'oscillateur f_{ij} (voir les relations (2.26)-(2.28) et (1.64)). On peut dès lors écrire en bonne approximation l'égalité

$$\varepsilon\,W_n^{12} = (1-\varepsilon)\,W_n^{13}, \tag{4.11}$$

qui nous permet de réduire l'équation (4.10) à

$$\begin{aligned}
W_0^{D,0} &= (W_0^{12} + W_0^{13}), \\
W_1^{D,0} &= (W_1^{12} + W_1^{13}), \\
W_2^{D,0} &= (W_2^{12} + W_2^{13}) + \Delta^2\varepsilon(1-\varepsilon)(W_0^{12} + W_0^{13}) \\
W_3^{D,0} &= (W_3^{12} + W_3^{13}) + 3\,\Delta^2\varepsilon(1-\varepsilon)(W_1^{12} + W_1^{13}) \\
&\quad + \Delta^3\varepsilon(1-\varepsilon)(2\varepsilon-1)(W_0^{12} + W_0^{13}).
\end{aligned} \tag{4.12}$$

[1] Par exemple Δv_{23} vaut 498 km/s pour C IV λ 1549, 965 km/s pour N V λ 1240 et 1939 km/s pour Si IV 1398. Notons que ces doublets de résonance sont tous caractérisés par $f_{13} = 2f_{12}$ soit $\varepsilon = 2/3$.

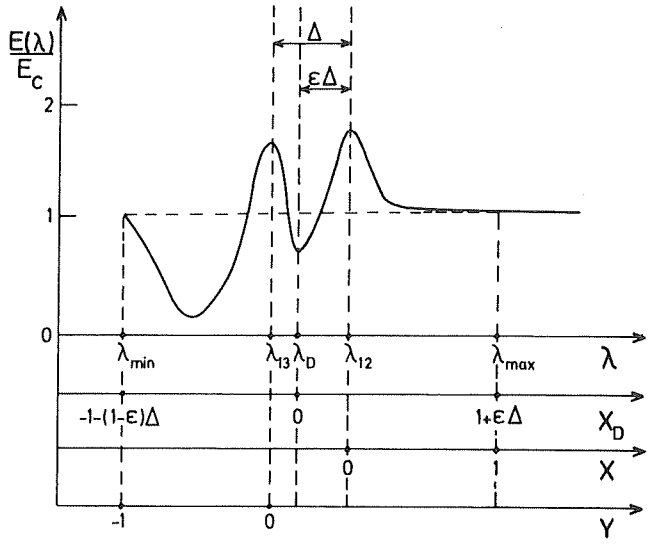


Figure 4.1: *Schéma du profil d'un doublet de résonance de type P Cygni représenté en fonction de la longueur d'onde observée λ et des fréquences sans dimension X_D, X et Y (cfr. relations (4.4),(4.7) et (4.8)). Nous avons choisi $\Delta = 1/2$ et $\varepsilon = 2/3$.*

En remplaçant dans ces relations les moments W_n^{ij} d'une raie de résonance simple et non saturée par leurs expressions (2.26)-(2.28), on obtient facilement les moments W_n^D d'un doublet de résonance non saturé.

4.1.2 Le cas optiquement épais

Nous pouvons aussi utiliser la relation (4.10) pour calculer les limites asymptotiques des moments W_n^D lorsque le milieu devient optiquement épais et que $\Delta \to 2$. Comme le moment d'ordre n d'une raie de résonance simple formée dans un milieu optiquement épais est indépendant de l'opacité de la raie (voir la section 2.2.3 et Surdej, 1985), on peut écrire

$$W_n^{12} = W_n^{13} = W_n^t, \tag{4.13}$$

de telle sorte que l'équation (4.10) se réduit cette fois à

$$\begin{aligned}
W_0^{D,t} &= 2\,W_0^t, \\
W_1^{D,t} &= 2\,W_1^t + (2\varepsilon - 1)\,\Delta\,W_0^t, \\
W_2^{D,t} &= 2\,W_2^t + 2(2\varepsilon - 1)\,\Delta\,W_1^t + \Delta^2(2\varepsilon^2 - 2\varepsilon + 1)\,W_0^t, \\
W_3^{D,t} &= 2\,W_3^t + 3(2\varepsilon - 1)\Delta\,W_2^t + 3\,\Delta^2(2\varepsilon^2 - 2\varepsilon + 1)\,W_1^t \\
&\quad + (\varepsilon^3 - (1 - \varepsilon)^3)\,\Delta^3\,W_0^t.
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Les valeurs des moments W_n^t peuvent être déduites de l'expression générale du moment d'ordre n d'une raie simple (Surdej, 1982) en prenant $\tau_{ij} \gg 1$. Comme ces

moments W_n^t dépendent essentiellement de la loi de vitesse choisie pour caractériser le vent stellaire, nous les avons reportés dans la table 4.1, ainsi que les moments $W_n^{D,t}$ calculés avec $\varepsilon = 2/3$ et $\Delta = 1.8$, en considérant successivement les trois lois de vitesse de la table 3.1. Ces résultats seront comparés plus loin avec les valeurs numériques précises des moments W_n^D.

Table 4.1: *Les valeurs asymptotiques des moments W_n^t et $W_n^{D,t}$ obtenues pour $\varepsilon = 2/3$ et $\Delta = 1.8$ en considérant successivement les trois lois de vitesse de la table 3.1.*

loi de vitesse	$\log(-W_0^t)$	$\log(W_1^t)$	$\log(-W_2^t)$	$\log(W_3^t)$
A	-1.143	-0.338	-0.636	-0.660
B	-0.914	-0.323	-0.607	-0.609
C	-0.724	-0.344	-0.609	-0.616
	$\log(-W_0^{D,t})$	$\log(W_1^{D,t})$	$\log(-W_2^{D,t})$	$\log(W_3^{D,t})$
A	-0.842	-0.058	-1.387	0.411
B	-0.613	-0.057	-0.842	0.419
C	-0.424	-0.101	-0.539	0.380

4.2 L'expression générale du moment W_n^D

La formation d'un profil de raie au sein d'une atmosphère en expansion rapide devient sensiblement plus compliquée lorsqu'il s'agit de doublets de résonance car les photons émis en un point R de l'enveloppe dans la transition $3 \rightarrow 1$ peuvent interagir en des points distants R', via la transition $1 \rightleftharpoons 2$. Nous renvoyons le lecteur à l'article de Surdej (1980) pour une étude exhaustive de ces interactions distantes entre atomes et photons.

Etablissons maintenant, dans le cadre de l'approximation de Sobolev, l'expression générale du profil d'un doublet de résonance formé au sein d'une atmosphère en expansion rapide autour d'une étoile de dimensions finies. Comme auparavant, nous adoptons la symétrie sphérique.

4.2.1 Le profil d'un doublet de résonance

L'expression générale du profil d'un doublet de résonance s'écrit

$$\frac{E(X_D)}{E_c} = \frac{E_{12}(X = X_D - \varepsilon\Delta)}{E_c} + \frac{E_{13}(Y = X_D + (1-\varepsilon)\Delta)}{E_c} + \frac{E_{abs}(X_D)}{E_c}, \quad (4.15)$$

E_{12}/E_c (resp. E_{13}/E_c) représentant la fraction des photons diffusés dans la transition $1 \rightleftharpoons 2$ (resp. $1 \rightleftharpoons 3$) et E_{abs}/E_c la fraction des photons stellaires qui ne subissent

aucune diffusion. En procédant comme pour une raie simple (cfr. section 1.4.2) et en nous référant à Surdej (1979, 1980) on obtient facilement ces différentes contributions.

Ainsi, la fraction $E_{12}(X)/E_c$ vaut (cfr.(1.47))

$$\frac{E_{12}(X)}{E_c} = \int_{X'_{sup}}^{X'_{inf}} \frac{S_{12}}{I_c} \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{2\,L^2\,\tau_{12}^r}{X'}\,dX'\,, \tag{4.16}$$

la fonction source étant égale à (cfr. Surdej, 1980)

$$S_{12}(X') = J_{12}(X') = \beta_{12}^5(X')\,I_c + J_{12}^2(X') \tag{4.17}$$

si

$$\beta_{12}^5(X') = \int_{\Omega=4\pi W} \frac{1-e^{-\tau_{12}(X',\omega)}}{\tau_{12}(X',\omega)}\, e^{-\tau_{13}(X'',\omega'')} \frac{d\omega}{4\pi}\,, \tag{4.18}$$

$$\frac{J_{12}^2(X')}{I_c} = \int_{\Omega(R,R'')} S_{13}(X'')\,\tau_{13}(X'',\omega'')\,\frac{1-e^{-\tau_{13}(X'',\omega'')}}{\tau_{13}(X'',\omega'')}\,\frac{1-e^{-\tau_{12}(X',\omega)}}{\tau_{12}(X',\omega)}\,\frac{d\omega}{4\pi} \tag{4.19}$$

et

$$S_{13} = \frac{\beta_{13}^3}{\beta_{13}^1}\,I_c\,. \tag{4.20}$$

$I_c\,\beta_{12}^5$ représente la contribution des photons stellaires à $J_{12}(X')$, l'intensité moyenne de la radiation susceptible d'interagir au point R (où $X' = -v(r)/v_\infty$) via la transition $1 \rightleftharpoons 2$. Le facteur $e^{-\tau_{13}}$ apparaissant dans l'expression de β_{12}^5 est la probabilité qu'un photon émis à la surface de l'étoile vers le point R ne soit pas absorbé dans la transition $1 \rightleftharpoons 3$ en un point distant R'' situé sur son trajet. De même, J_{12}^2/I_c représente la contribution à l'intensité moyenne J_{12} des photons émis dans la transition $1 \rightleftharpoons 3$ aux points distants R'', s'en échappant et pénétrant au point R avec une fréquence locale voisine de ν_{12}. Toutes les autres quantités intervenant dans ces relations sont définies comme auparavant (cfr. chapitre 1).

On obtient de façon similaire la fraction $E_{13}(Y)/E_c$:

$$\frac{E_{13}(Y)}{E_c} = \int_{X'_{sup}}^{X'_{inf}} \frac{S_{13}}{I_c} \frac{1-e^{-\tau_{13}}}{\tau_{13}}\, e^{-\tau'_{12}} \frac{2L^2\,\tau_{13}^r}{X'}\,dX'\,, \tag{4.21}$$

la fonction source S_{13} étant donnée par la relation (4.20). Le facteur supplémentaire $e^{-\tau'_{12}}$ tient compte du fait qu'un photon émis dans la transition $1 \rightleftharpoons 3$ peut être rediffusé dans la transition $1 \rightleftharpoons 2$ par des atomes situés à de larges distances du point d'émission.

Enfin, la contribution $E_{abs}(X_D)/E_c$, définie dans l'intervalle de fréquences $[-1-(1-\varepsilon)\Delta, \varepsilon\Delta]$ et due aux photons stellaires quittant l'enveloppe sans subir de diffusion dans les transitions $1 \rightleftharpoons 2$ et $1 \rightleftharpoons 3$, s'écrit

$$\frac{E_{abs}(X_D)}{E_c} = 2\int_0^1 e^{-\tau_{12}(X',\mu_{12})}\, e^{-\tau_{13}(Y',\mu_{13})}\,\mu_\star\,d\mu_\star\,, \tag{4.22}$$

X' étant solution de

$$X' = (X_D - \varepsilon\Delta)/\mu_{12} \tag{4.23}$$

et

$$\mu_{12} = \sqrt{1-(1-\mu_\star^2)/L^2(X')}\,, \tag{4.24}$$

pour $-1+\varepsilon\Delta \leq X_D \leq \varepsilon\Delta$. Lorsque ces relations ne donnent pas de solution (X', μ_{12}) acceptable, nous convenons de prendre $\tau_{12} = 0$. De façon similaire, Y' est solution de

$$Y' = (X_D + (1-\varepsilon)\Delta)/\mu_{13} \tag{4.25}$$

et

$$\mu_{13} = \sqrt{1-(1-\mu_\star^2)/L^2(Y')}\,, \tag{4.26}$$

pour $-1-(1-\varepsilon)\Delta \leq X_D \leq -(1-\varepsilon)\Delta$. A nouveau, lorsqu'il n'y a pas de solution (Y', μ_{13}) acceptable, on prend $\tau_{13} = 0$.

4.2.2 Le moment W_n^D

En remplaçant dans l'expression (4.5) du moment W_n^D le profil de raie $E(X_D)/E_c$ par les relations (4.15)-(4.22) et en inversant l'ordre des intégrations (voir Appendice 4.A), on trouve facilement l'expression générale du moment d'ordre n d'un doublet de résonance:

$$\begin{aligned} W_n^D \;=\; & \int_{-1}^{X_{min}} \frac{\tau_{12}^r(\beta_{12}^5 + J_{12}^2/I_c)\,4\,L^2}{\beta_{12}^1}\,\frac{1}{2}\int_{-(1-2W)}^{1}(X'\mu+\varepsilon\Delta)^n\,\frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\,d\mu\,dX' \\ & + \int_{-1}^{X_{min}} \frac{\tau_{13}^r\beta_{13}^3\,4\,L^2}{\beta_{13}^1}\,\frac{1}{2}\int_{-(1-2W)}^{1}(X'\mu-(1-\varepsilon)\Delta)^n\,\frac{1-e^{-\tau_{13}}}{\tau_{13}}\,e^{-\tau'_{12}}\,d\mu\,dX' \\ & + 2\int_0^1 \mu_\star\,d\mu_\star \int_{-1-(1-\varepsilon)\Delta}^{X_{min}\mu_\star+\varepsilon\Delta} X_D^n\,(e^{-(\tau_{12}(X',\mu_{12})+\tau_{13}(Y',\mu_{13}))}-1)\,dX_D\,. \end{aligned} \tag{4.27}$$

Pour le cas d'une étoile ponctuelle, on peut montrer de façon semblable que l'expression du moment W_n^D se réduit à

$$\begin{aligned} W_n^{D\star} \;=\; & \int_{-1}^{X_{min}} \frac{(1-e^{-\tau_{12}^r})\,e^{-\tau_{13}^{r\prime}} + \tau_{12}^r(J_{12}^2/I_c)\,4\,L^2}{\beta_{12}^1} \\ & \qquad \cdot\frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}(X'\mu+\varepsilon\Delta)^n\frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\,d\mu\,dX' \\ & + \int_{-1}^{X_{min}} \frac{1-e^{-\tau_{13}^r}}{\beta_{13}^1}\,\frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}(X'\mu-(1-\varepsilon)\Delta)^n\,\frac{1-e^{-\tau_{13}}}{\tau_{13}}\,e^{-\tau'_{12}}\,d\mu\,dX' \\ & + \int_{-1-(1-\varepsilon)\Delta}^{X_{min}+\varepsilon\Delta} X_D^n\,(e^{-(\tau_{12}^r+\tau_{13}^r)}-1)\,dX_D\,. \end{aligned} \tag{4.28}$$

Cette approximation essentiellement bonne permet de mieux comprendre les comportements asymptotiques des moments.

4.2.3 Le cas optiquement mince

Si nous supposons le milieu optiquement mince pour le doublet de résonance considéré ($\tau_{12}, \tau_{13} \ll 1$), l'expression générale (4.27) du moment W_n^D se réduit facilement à (voir Appendice 4.B)

$$\begin{aligned} W_n^{D,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{12}^r \, 4\,L^2\,W \, \frac{1}{2} \int_{-(1-2W)}^{1} (X'\mu + \varepsilon\Delta)^n \, d\mu \, dX' \\ &+ \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{13}^r \, 4\,L^2\,W \, \frac{1}{2} \int_{-(1-2W)}^{1} (X'\mu - (1-\varepsilon)\,\Delta)^n \, d\mu \, dX' \\ &- \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{12}^r \, 4\,L^2 \, \frac{1}{2} \int_{1-2W}^{1} (X'\mu + \varepsilon\Delta)^n \, d\mu \, dX' \\ &- \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{13}^r \, 4\,L^2 \, \frac{1}{2} \int_{1-2W}^{1} (X'\mu - (1-\varepsilon)\,\Delta)^n \, d\mu \, dX' . \end{aligned} \tag{4.29}$$

En particularisant cette équation à $n = 0$, 1, 2 et 3, nous trouvons

$$\begin{aligned} W_0^{D,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(1 - 4\,L^2\,W)\,dX', \\ W_1^{D,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} X'\,(\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(W - 1)\,dX', \\ W_2^{D,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} X'^2\,(\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,\frac{2}{3}\,(W\,(1 + (1-2W)^3) - 1 + (1-2W)^3)\,L^2\,dX' \\ &\quad + \varepsilon\,(1-\varepsilon)\,\Delta^2 \int_{-1}^{X_{min}} (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(1 - 4L^2W)\,dX', \\ W_3^{D,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} X'^3\,(\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(1 - \frac{1}{2L^2})\,(W-1)\,dX' \\ &\quad + 3\,\varepsilon\,(1-\varepsilon)\,\Delta^2 \int_{-1}^{X_{min}} X'\,(\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(W-1)\,dX' \\ &\quad + \varepsilon\,(2\varepsilon - 1)\,(1-\varepsilon)\,\Delta^3 \int_{-1}^{X_{min}} (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r)\,(1 - 4L^2W)\,dX'. \end{aligned} \tag{4.30}$$

Remarquons qu'on obtient un résultat tout à fait équivalent en remplaçant dans l'équation (4.12) les moments W_n^{ij} d'une raie simple par leurs valeurs données en (2.26)-(2.28).

De façon similaire, l'expression (4.28) du moment $W_n^{D\star}$, établie en supposant l'étoile ponctuelle, se réduit à

$$\begin{aligned} W_n^{D\star,0} &= \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{12}^r \, \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (X'\mu + \varepsilon\Delta)^n \, d\mu \, dX' \\ &+ \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{13}^r \, \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (X'\mu - (1-\varepsilon)\,\Delta)^n \, d\mu \, dX' \; + \end{aligned}$$

$$- \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{12}^r (X' + \varepsilon\Delta)^n dX'$$

$$- \int_{-1}^{X_{min}} \tau_{13}^r (X' - (1-\varepsilon)\Delta)^n \, dX' , \tag{4.31}$$

dans le cas où le milieu est optiquement mince. En prenant successivement $n = 0$, 1, 2 et 3, nous obtenons encore les relations

$$\begin{aligned} W_0^{D\star,0} &= 0 , \\ W_1^{D\star,0} &= -\int_{-1}^{X_{min}} X' (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r) \, dX' , \\ W_2^{D\star,0} &= -\frac{2}{3} \int_{-1}^{X_{min}} X'^2 (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r) \, dX' , \\ W_3^{D\star,0} &= -\int_{-1}^{X_{min}} X'^3 (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r) \, dX' - 3\,\varepsilon\,(1-\varepsilon)\,\Delta^2 \int_{-1}^{X_{min}} X' (\tau_{12}^r + \tau_{13}^r) \, dX' . \end{aligned} \tag{4.32}$$

4.2.4 Le cas optiquement épais

Lorsque le milieu en expansion est optiquement épais pour les transitions considérées, nous pouvons poser $e^{-\tau_{ij}} \simeq 0$ dans l'équation (4.27), uniquement bien sûr le long des directions où les photons sont susceptibles d'interagir. Malgré quelques simplifications, il n'est pas possible de réduire l'expression du moment W_n^D à une formule analytique simple. On constate néanmoins que seul le rapport τ_{12}^r/τ_{12} intervient dans cette expression, de telle sorte que si le milieu est optiquement épais, $W_n^{D,t}$ ne dépend plus de l'opacité mais uniquement de la loi de vitesse. En tenant compte de la forme exacte des lieux géométriques des points distants (voir Appendice 4.C), nous avons calculé numériquement les valeurs asymptotiques du moment $W_n^{D,t}$ ($n = 0$, 1, 2 et 3) pour différentes valeurs de Δ, la séparation en vitesse réduite du doublet. Ces résultats sont illustrés aux figures 4.2 et 4.3. Remarquons le très bon accord entre les valeurs obtenues pour $\Delta = 1.8$ et celles de la table 4.1.

4.3 Applications numériques

Pour un doublet de résonance, l'épaisseur optique radiale évaluée au point $L(X')$, $\tau_D^r(X') = \tau_{12}^r(X') + \tau_{13}^r(X')$, s'écrit encore (cfr. relations (1.64), (1.65) et (4.2))

$$\tau_D^r(X') = K_D \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} n_1 \frac{dL}{L^2 X' dX'} , \tag{4.33}$$

où

$$K_D = K_{12} + K_{13} = \frac{\pi e^2}{m c} f_D \lambda_D \frac{A(el)}{4\pi \bar{\mu} M_{amu} R_\star} \tag{4.34}$$

et

$$f_D = f_{12} + f_{13} . \tag{4.35}$$

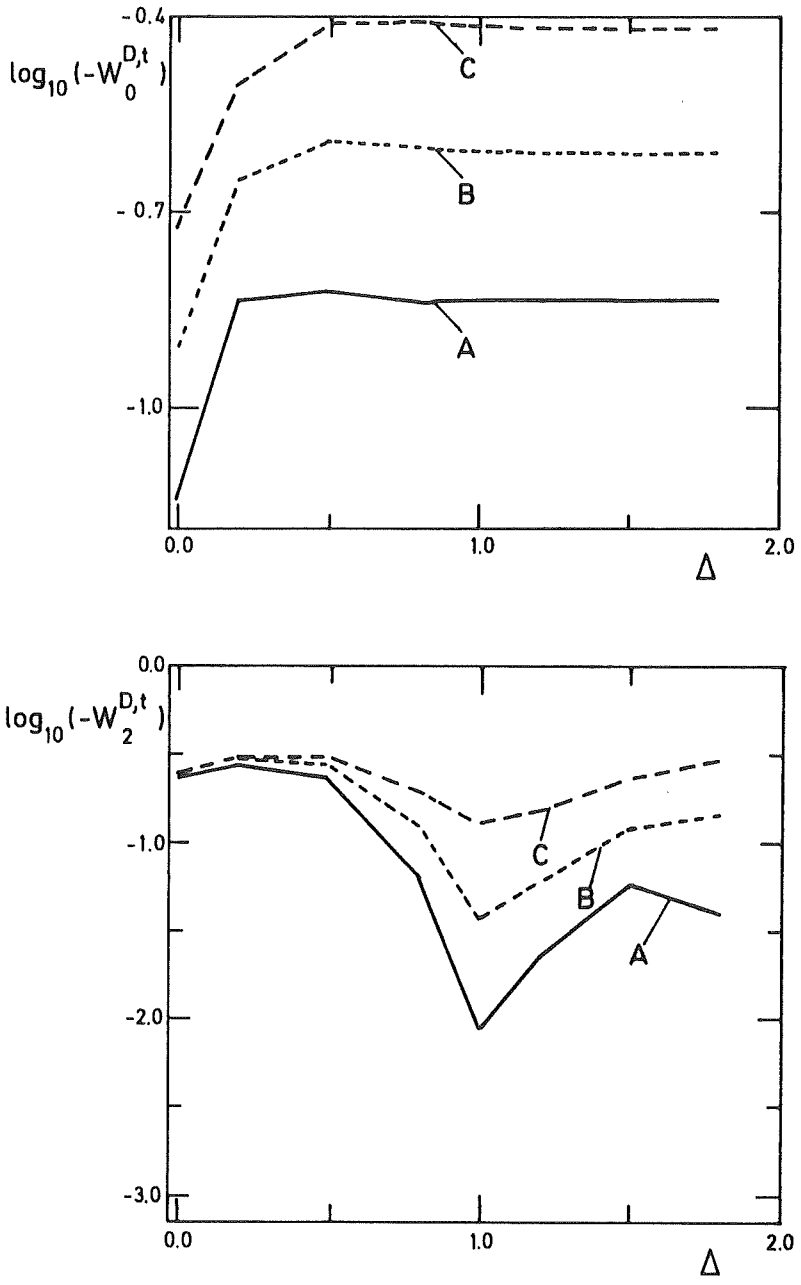


Figure 4.2: *Pour $n = 0$ et 2, les valeurs de $\log(-W_n^{D,t})$ sont reportées ici en fonction de Δ, la séparation relative du doublet. Ces valeurs ont été calculées à partir de l'équation (4.27) en supposant le milieu optiquement épais ($\tau_{12}, \tau_{13} \gg 1$) et en considérant les trois lois de vitesse de la table 3.1.*

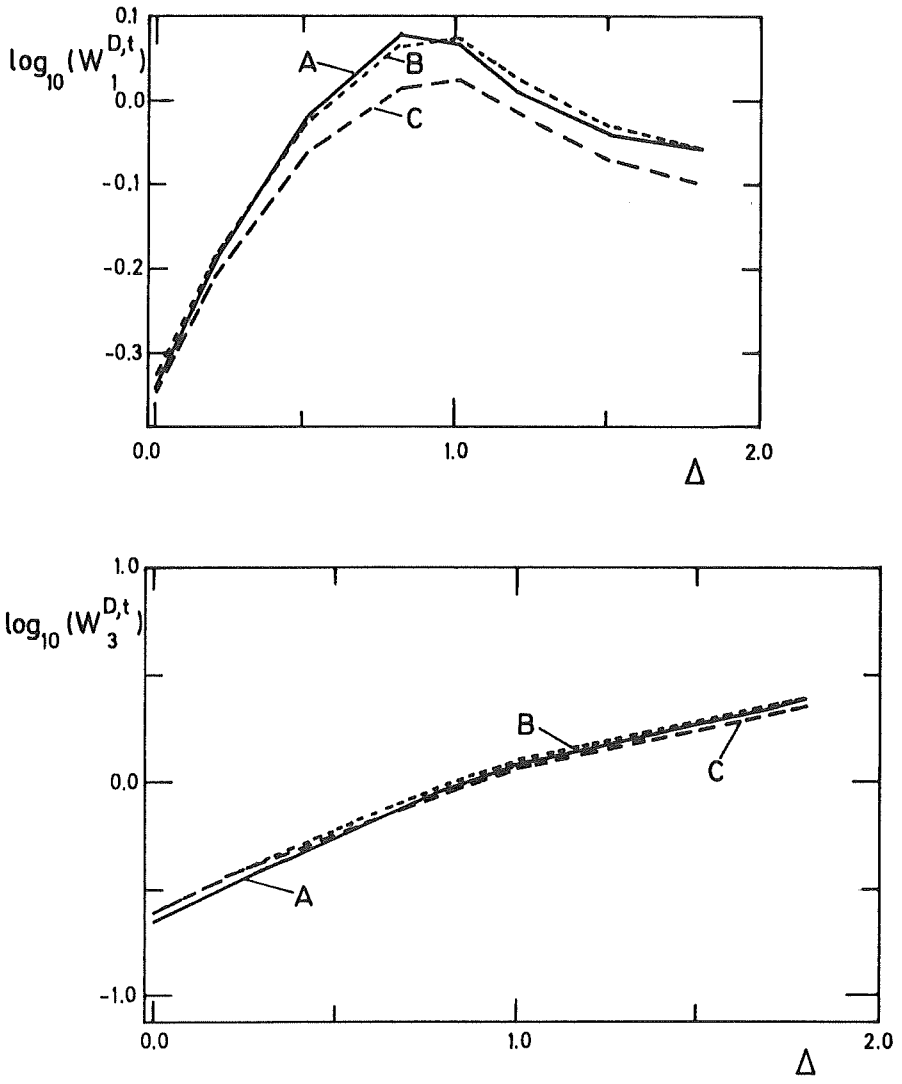


Figure 4.3: *Pour $n = 1$ et 3, les valeurs de $\log(W_n^{D,t})$ sont reportées ici en fonction de Δ, la séparation relative du doublet. Ces valeurs ont été calculées à partir de l'équation (4.27) en supposant le milieu optiquement épais ($\tau_{12}, \tau_{13} \gg 1$) et en considérant les trois lois de vitesse de la table 3.1.*

En insérant cette relation dans l'expression (4.30) du moment $W_1^{D,0}$, nous retrouvons la relation linéaire existant entre le moment d'ordre 1 d'un doublet de résonance non saturé et le taux de perte de masse $\dot{M}$ (cfr. Surdej, 1982):

$$W_1^{D,0} = K_D \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} < n_1 > q^c \,, \tag{4.36}$$

les quantités $< n_1 >$ et q^c étant données par les relations (2.12) et (2.13).

Nous pouvons maintenant paramétriser l'épaisseur optique $\tau_D^r(X')$ en utilisant le moment $W_1^{D,0}$. Adoptant les lois d'opacité $\tau^r(X')$ données à la table 3.1, nous écrivons la relation

$$\tau_D^r(X') = C^{ste}\, \tau^r(X') \,, \tag{4.37}$$

qui, introduite dans l'équation (4.30), nous donne

$$\tau_D^r(X') = \frac{W_1^{D,0}}{\int_{-1}^{X_{min}} \tau^r(X')\, X'\, (W-1)\, dX'}\, \tau^r(X') \,. \tag{4.38}$$

Cette expression nous permet de calculer les moments W_n^D (cfr. équation (4.27)) et $W_n^{D,0}$ (cfr. équation (4.30)) en fonction du paramètre $W_1^{D,0}$ et pour différentes valeurs de la séparation relative du doublet de résonance (Δ).

Comme les moments $W_2^{D,0}$ et $W_3^{D,0}$ qui apparaissent dans l'équation (4.30) sont des combinaisons linéaires – dépendantes de Δ – de moments plus élémentaires (cfr. relation (4.12)), il est utile de définir et d'utiliser les moments suivants:

$$W_2 = W_2^D - \varepsilon\,(1-\varepsilon)\,\Delta^2\, W_0^D \tag{4.39}$$

et

$$W_3 = W_3^D - 3\varepsilon\,(1-\varepsilon)\,\Delta^2\, W_1^D - \varepsilon\,(2\varepsilon-1)\,(1-\varepsilon)\,\Delta^3\, W_0^D \,, \tag{4.40}$$

qui, dans le cas optiquement mince, se réduisent à

$$W_2^0 = \int_{-1}^{X_{min}} X'^2\, \tau_D^r(X')\, \frac{2}{3}\, (W\,(1+(1-2W)^3) - 1 + (1-2W)^3)\, L^2\, dX' \tag{4.41}$$

et

$$W_3^0 = \int_{-1}^{X_{min}} X'^3\, \tau_D^r(X')\, (1 - \frac{1}{2L^2})\, (W-1)\, dX' \,. \tag{4.42}$$

Ces moments, comme $W_0^{D,0}$ et $W_1^{D,0}$ (cfr. équation (4.30)), sont indépendants de Δ, la séparation du doublet. Nous verrons plus loin (section 4.5), que ces moments sont directement reliés à des quantités physiques très simples.

En considérant les dix-huit modèles de la table 3.1, nous avons calculé pour sept valeurs de la séparation relative du doublet ($\Delta = 0.2$, 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5 et 1.8), les paires de moments $(W_0^0, W_0^{D,0})$, $(W_1^D, W_1^{D,0})$, $(W_2^D, W_2^{D,0})$, (W_2, W_2^0), $(W_3^D, W_3^{D,0})$ et (W_3, W_3^0) en fonction de vingt valeurs de $\log W_1^0$ comprises dans l'intervalle [−3.5, 3.5]. Il est clair que ces données (15120 paires de moments) peuvent être représentées de façons très diverses. Nous présentons ici les diagrammes qui nous ont paru les plus représentatifs et les plus susceptibles d'être utiles pour estimer facilement les paramètres caractérisant les enveloppes en expansion.

4.4 Quelques diagrammes d'intérêt astrophysique

Nous avons illustré à la figure 4.4 deux diagrammes typiques "$\log W_n^D - \log W_n^{D,0}$" ($n$ =0 et 3). Les courbes représentées ont été calculées pour deux valeurs de la séparation relative du doublet (Δ =0.2 et 1.0). On constate immédiatement qu'en dehors d'une translation globale (indiquée par la flèche), il y a de fortes ressemblances entre les courbes caractérisant un même modèle et obtenues avec différentes valeurs de Δ. Hormis quelques cas précis [2], cette tendance est générale et il est utile de construire des diagrammes normalisés "$\log(W_n^D/W_n^{D,t}) - \log(W_n^{D,0}/W_n^{D,t})$ " (figures 4.5 - 4.6) qui sont, en très bonne approximation, indépendants de Δ. Dès lors, sur base d'un seul diagramme "$\log(W_n^D/W_n^{D,t}) - \log(W_n^{D,0}/W_n^{D,t})$ ", nous pouvons déterminer la valeur du paramètre $W_n^{D,0}$ à partir de la mesure de W_n^D et de la connaissance de $W_n^{D,t}$ en fonction de Δ (figures 4.2 et 4.3).

Lorsque le profil de raie est non saturé, les moments mesurés se placent dans la partie linéaire des courbes et nous retrouvons $W_n^{D,0} = W_n^D$, indépendamment du choix des lois de vitesse et d'opacité. Par contre, plus la raie est saturée et plus la valeur de $W_n^{D,0}$ devient sensible au choix du modèle. Notons qu'on a toujours $|W_n^{D,0}| \geq |W_n^D|$. Enfin, lorsque $|W_n^{D,0}|$ est très élevé, le moment W_n^D tend vers la valeur asymptotique $W_n^{D,t}$ (cfr. section 4.2.4).

Comme pour le cas des raies simples (Surdej, 1985), il peut être très intéressant de reporter les moments mesurés dans des diagrammes "$\log W_n^D - \log W_{n'}^D$ " afin d'estimer les lois de vitesse et d'opacité caractérisant l'enveloppe en expansion. Remarquons tout d'abord que les moments impairs (n =1, 3) sont surtout sensibles au choix de la loi d'opacité tandis que les moments pairs (n =0, 2) dépendent en plus de la loi de vitesse. Ainsi, en utilisant simultanément les diagrammes "$\log W_1^D - \log(-W_0^D)$ " et "$\log W_3 - \log W_1^D$ ", on peut obtenir les lois de vitesse et d'opacité à partir des moments mesurés. Ces diagrammes sont illustrés à la figure 4.7 pour Δ =0.5. Il est important de noter que la partie linéaire des courbes, concernant les raies non saturées, est indépendante de Δ.

Les diagrammes "$\log W_3 - \log W_1^D$ " constituent une généralisation directe des relations développées à la section 2.3. Celles-ci restent tout à fait valables pour analyser un doublet de résonance non saturé, à condition d'utiliser les moments $W_0^{D,0}, W_1^{D,0}$ et W_3^0. On peut aussi construire les diagrammes "$\log(W_1^D/W_3 - 1) - \log(-W_0^D/W_1^D)$ " (figure 4.8) où chaque courbe est entièrement comprise entre deux valeurs limites correspondant aux cas optiquement mince et optiquement épais. Les courbes calculées pour un même type de loi de vitesse occupent une zone relativement bien définie de ces diagrammes. Notons que dans le cas optiquement mince, la limite des courbes dépend du type de loi d'opacité mais pas de Δ. Pour les lois d'opacité de même forme [3] (cfr. section 2.3), ces limites sont alignées. Par contre, lorsque le milieu est optiquement épais, la limite des courbes ne dépend plus de l'opacité mais bien de Δ.

Nous pouvons donc conclure que les diagrammes de moments constituent un

[2] Par exemple $n = 2$ et $\Delta > 0.5$ ou encore $n = 3$ et $\Delta \geq 1.2$ pour les lois d'opacité (A.α) et η (cfr. figure 3.2)

[3] $\tau^r(X') \div (1 + X')^\gamma$ par exemple.

moyen simple et efficace d'interprétation des profils de raies de type P Cygni. Il est bien sûr possible de construire de nombreuses variantes qui peuvent s'avérer utiles.

Essayons maintenant de voir quelles informations nous donne le paramètre $W_n^{D,0}$ (ou W_n^0), une fois déterminé à partir d'un – ou de plusieurs – diagrammes "$\log W_n^D - \log W_n^{D,0}$ ".

4.5 Signification physique des paramètres $W_n^{D,0}$ et W_n^0

En procédant comme pour le cas d'une raie simple (Surdej, 1985) et en définissant

$$V_n^0 = W_n^{D,0} \qquad si \;\; n = 0,\, 1 \tag{4.43}$$

et

$$V_n^0 = W_n^0 \qquad si \;\; n = 2,\, 3\;, \tag{4.44}$$

nous pouvons combiner les équations (4.30), (4.33), (4.34) et (4.42) pour obtenir la relation intéressante

$$V_n^0 = K_D \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} < X'^{n-1} >< n_1 >_n \; q^{cn}\,, \tag{4.45}$$

où les quantités moyennes s'écrivent

$$< X'^{n-1} > \;=\; \frac{\int_1^\infty X'^{n-1} n_1 F_n(L)\, dL}{\int_1^\infty n_1 F_n(L)\, dL}\,, \tag{4.46}$$

$$< n_1 >_n \;=\; \frac{\int_1^\infty n_1 F_n(L)\, dL}{\int_1^\infty F_n(L)\, dL}\,, \tag{4.47}$$

et

$$q^{cn} = \int_1^\infty F_n(L)\, dL\,. \tag{4.48}$$

Pour n =0, 1, 2 et 3, la fonction $F_n(L)$ vaut

$$\begin{aligned} F_0(L) &= \frac{4L^2W - 1}{L^2}\,, \\ F_1(L) &= \frac{(1-W)}{L^2}\,, \\ F_2(L) &= \frac{2}{3}(1 - W(1 + (1-2W)^3) - (1-2W)^3)\,, \\ F_3(L) &= (1 - \frac{1}{2L^2})\frac{(1-W)}{L^2}\,, \end{aligned} \tag{4.49}$$

d'où on obtient $q^{c0} = 0.14159$, $q^{c1} = 0.89271$, $q^{c2} = 0.60971$ et $q^{c3} = 0.76029$. Définissons encore la quantité

$$Q_n = \frac{V_n^0 \, v_\infty^{n+1} \, A(el)}{K_D \, q^{cn}} \, , \tag{4.50}$$

qui, à partir des relations (4.34) et (4.41) - (4.42), se réduit à

$$Q_n = \dot{M} \, < v^{n-1} > < n_1 >_n \, A(el) \, . \tag{4.51}$$

Comme dans le cas d'une raie simple, les résultats ci-dessus nous permettent de conclure que Q_n représente, pour l'élément considéré, le taux de perte de masse ($n = 1$), un taux moyen d'impulsion ($n = 2$) et (deux fois) un taux moyen d'énergie cinétique ($n = 3$). Le moment d'ordre 0, quasiment nul (cfr. relations (4.30) et (4.32)) ne possède plus d'interprétation physique simple. Notons encore que la quantité moyenne $< n_1 >_n$ dépend assez peu de n ($n \neq 0$) et représente bien une fraction d'ionisation moyenne.

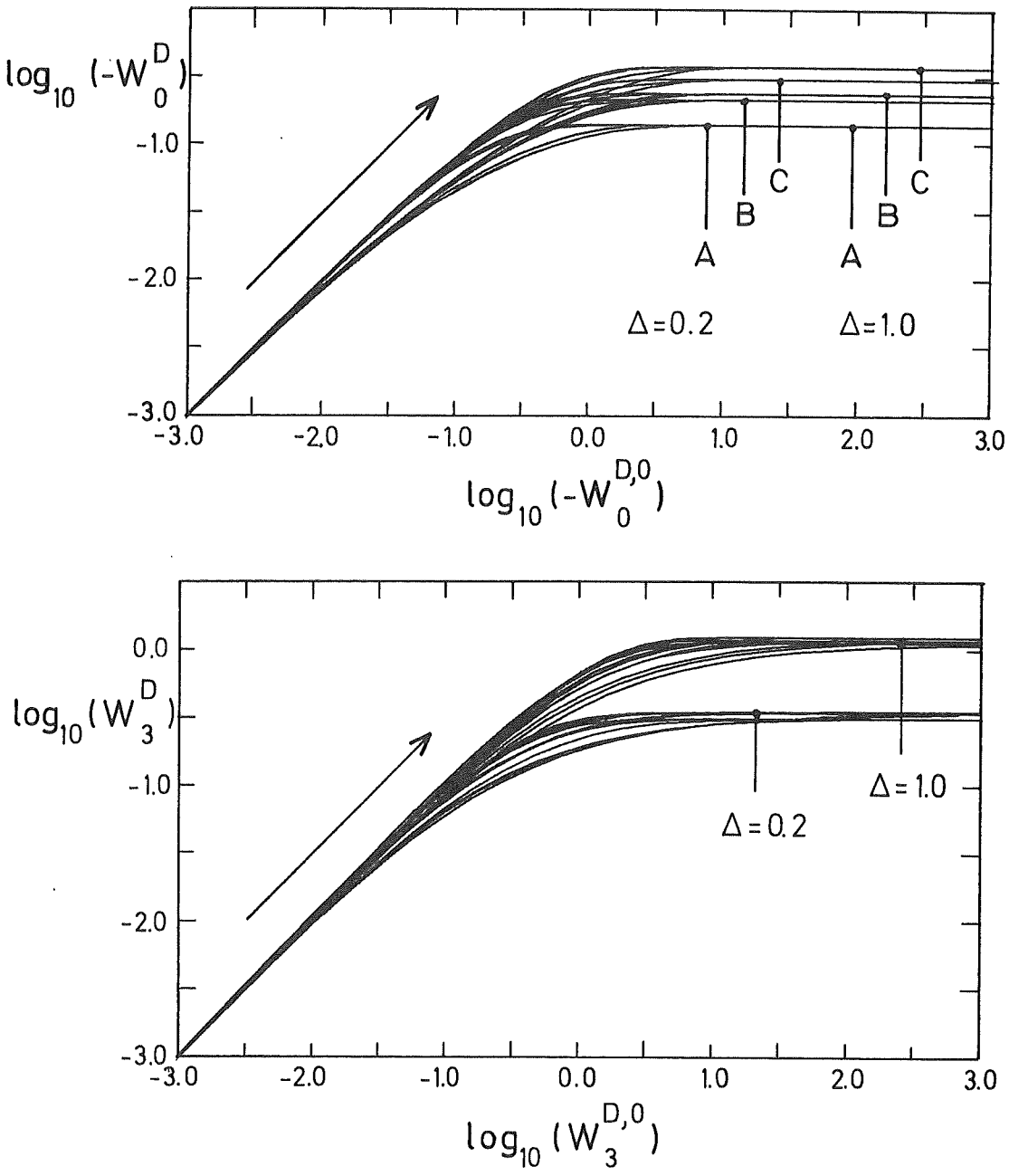


Figure 4.4: *Les courbes "*$\log|W_n^D| - \log|W_n^{D,0}|$*" sont représentées ici pour n =0 et 3. Elles ont été calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 et deux valeurs de* Δ*, la séparation relative du doublet.*

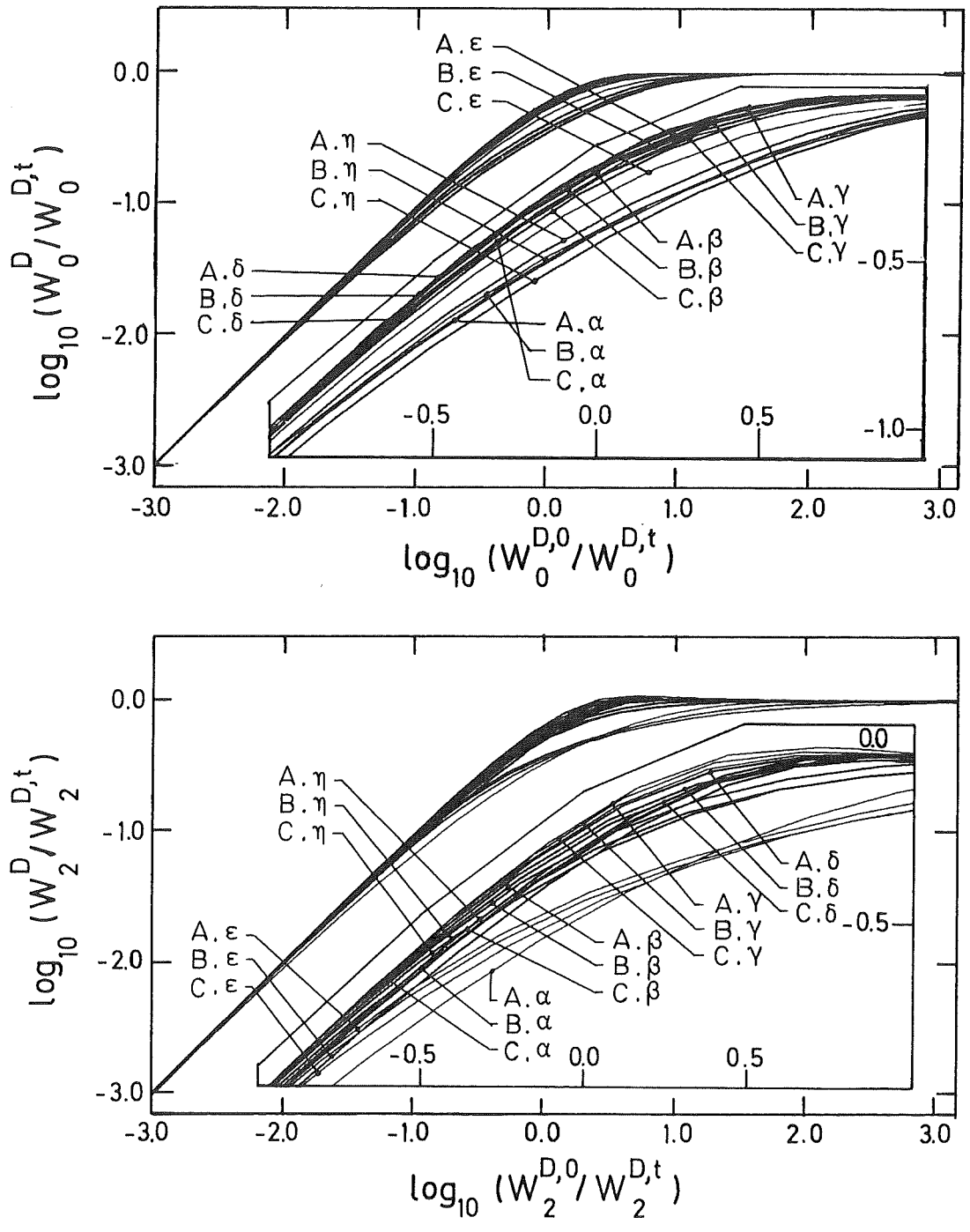


Figure 4.5: *Les courbes* "$\log(W_n^D/W_n^{D,t}) - \log(W_n^{D,0}/W_n^{D,t})$ " *sont représentées ici pour* $n = 0$ *et* 2. *Elles ont été calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 et* $\Delta = 0.5$. *Remarquons qu'en très bonne approximation ces courbes sont indépendantes de* Δ.

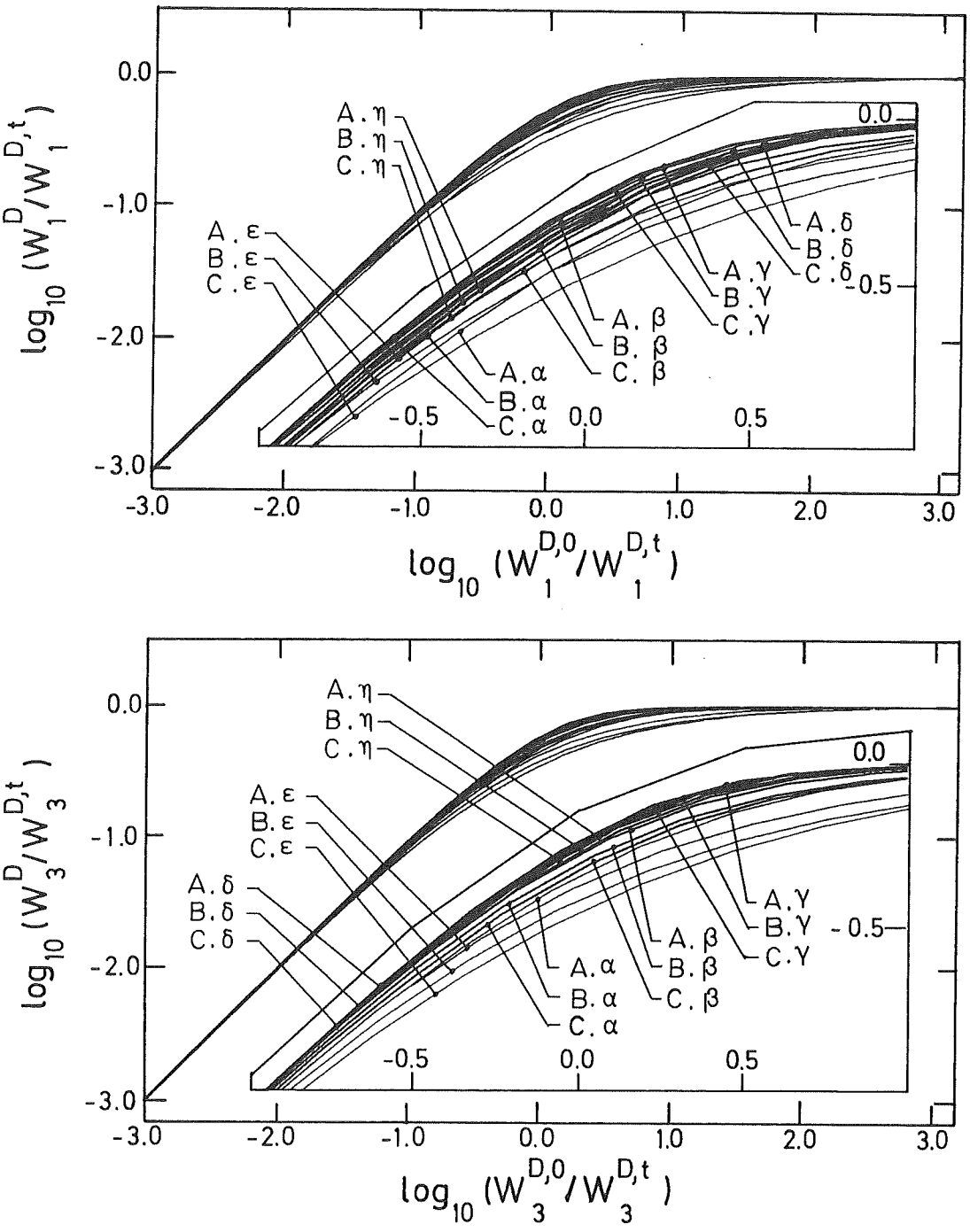


Figure 4.6: *Les courbes "*$\log(W_n^D/W_n^{D,t}) - \log(W_n^{D,0}/W_n^{D,t})$ *" sont représentées ici pour* $n = 1$ *et* 3. *Elles ont été calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 et* $\Delta = 0.5$. *Remarquons qu'en très bonne approximation ces courbes sont indépendantes de* Δ.

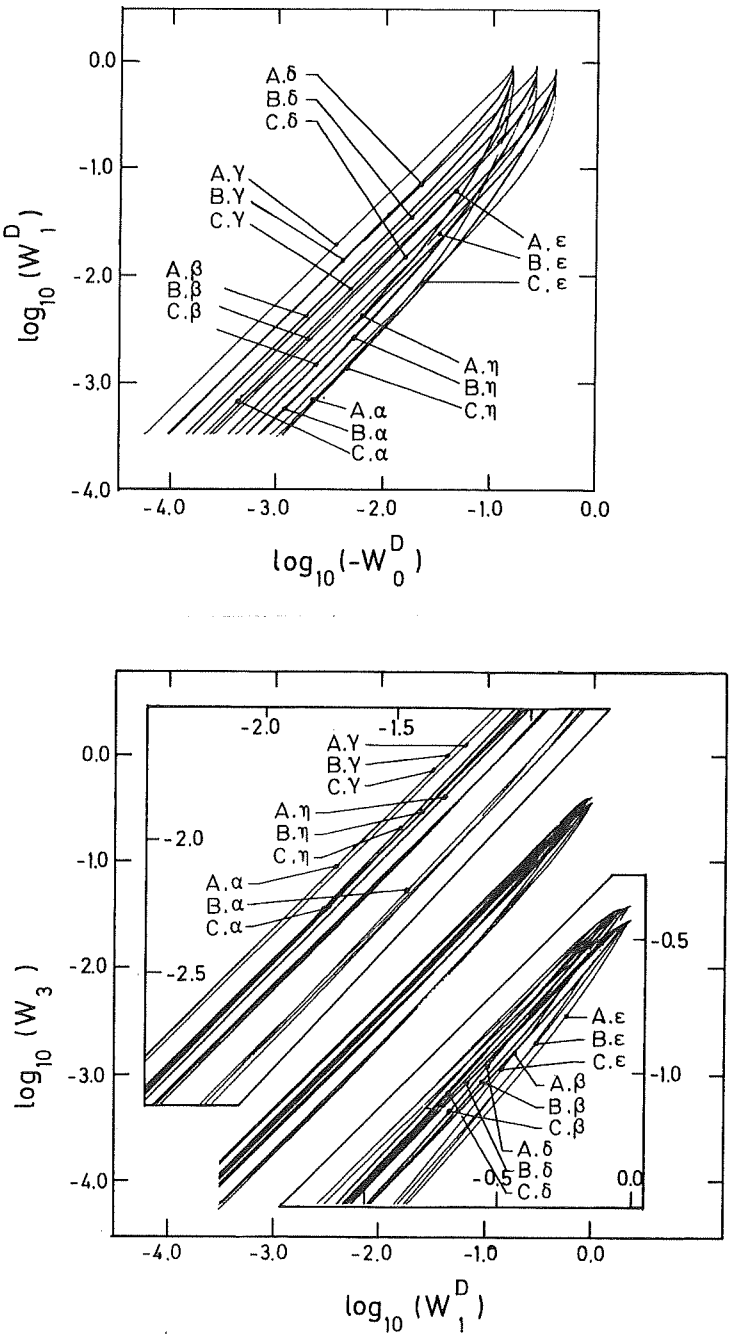


Figure 4.7: *Les courbes "*$\log|V_n| - \log|V_{n'}|$*" (cfr. relations (4.43) - (4.44)) sont représentées ici pour* (n, n') *=(1,0) et (3,1). Elles ont été calculées pour les dix-huit modèles de la table 3.1 et* Δ *=0.5. Remarquons que la partie linéaire des courbes est indépendante de* Δ.

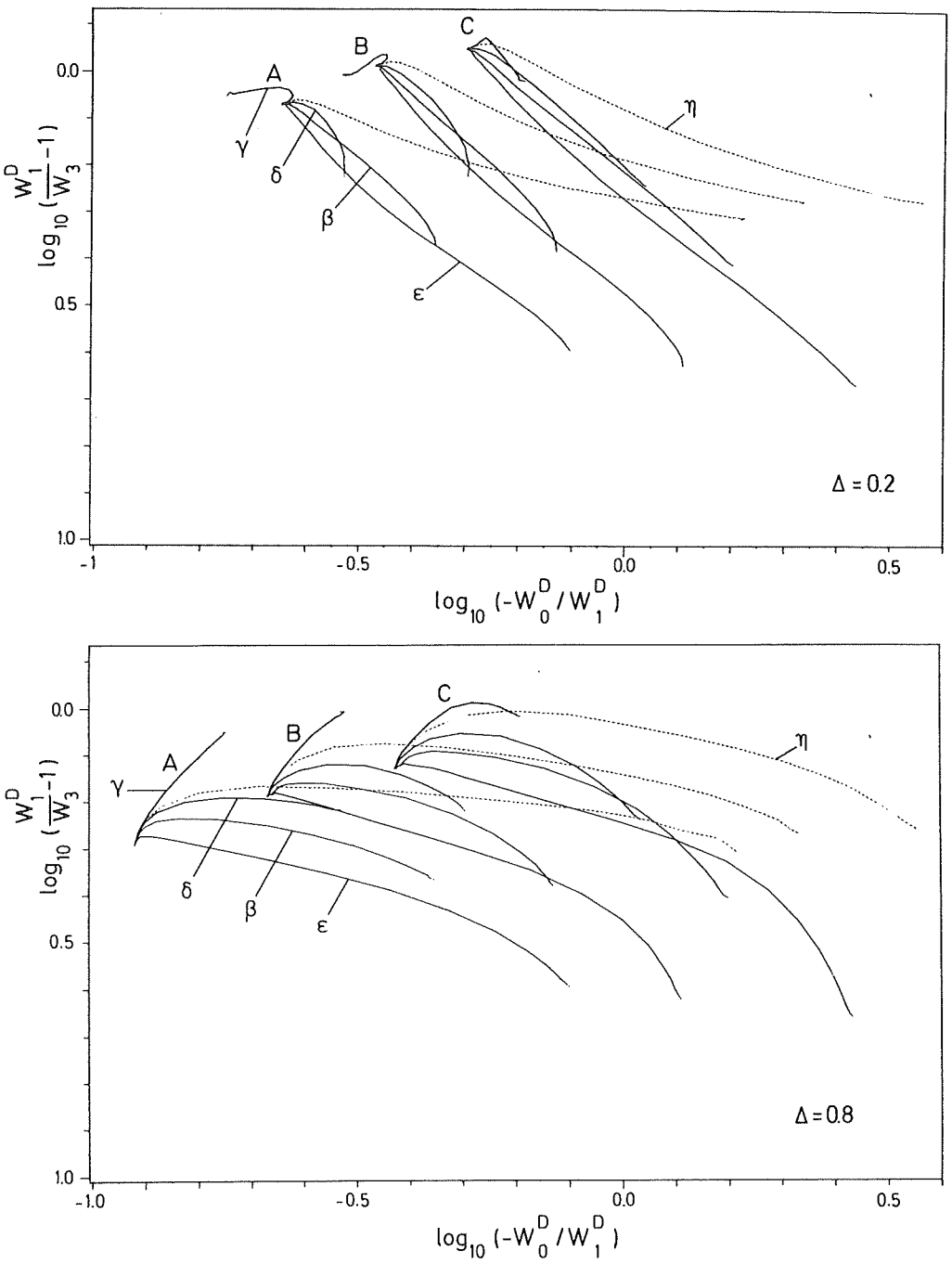


Figure 4.8: *Les courbes "*$\log(W_1^D/W_3 - 1) - \log(-W_0^D/W_1^D)$ *" sont représentées ici pour deux valeurs de* Δ. *Elles ont été calculées pour quinze modèles de la table 3.1. Remarquons que chaque courbe est entièrement comprise entre deux valeurs limites correspondant aux cas optiquement mince et optiquement épais.*

Appendice 4.A

Nous décrivons ici la procédure de calcul des moments à partir de l'expression du profil de raie. Il faut noter que nous utilisons ce schéma général – ainsi que celui de l'appendice 4.B – dans la plupart de nos applications.

Considérons par exemple la contribution $W_n^{D,12}$ due au profil de raie $E_{12}(X)/E_c$. En insérant l'équation (4.16) dans l'expression générale (4.5) du moment W_n^D, nous trouvons

$$W_n^{D,12} = \int_{-1+\varepsilon\Delta}^{\varepsilon\Delta} X_D^n \int_{min(-|X|,X_{min})}^{-1} \frac{S_{12}(X')}{I_c/4L^2}\,\tau_{12}^r(X')\,P_{12}(X', X_D-\varepsilon\Delta)\,\frac{dX'}{2X'}\,dX_D$$
$$+ \int_{\varepsilon\Delta}^{1+\varepsilon\Delta} X_D^n \int_{min(X_c',X_{min})}^{-1} \frac{S_{12}(X')}{I_c/4L^2}\,\tau_{12}^r(X')\,P_{12}(X', X_D-\varepsilon\Delta)\,\frac{dX'}{2X'}\,dX_D \quad (4.52)$$

où nous avons posé

$$P_{12}(X', X_D-\varepsilon\Delta) = \frac{1-e^{-\tau_{12}(X',X)}}{\tau_{12}(X',X)} \quad (4.53)$$

avec $X = X_D - \varepsilon\Delta$. X_c' est défini par les relations (1.48)-(1.49). Si nous inversons

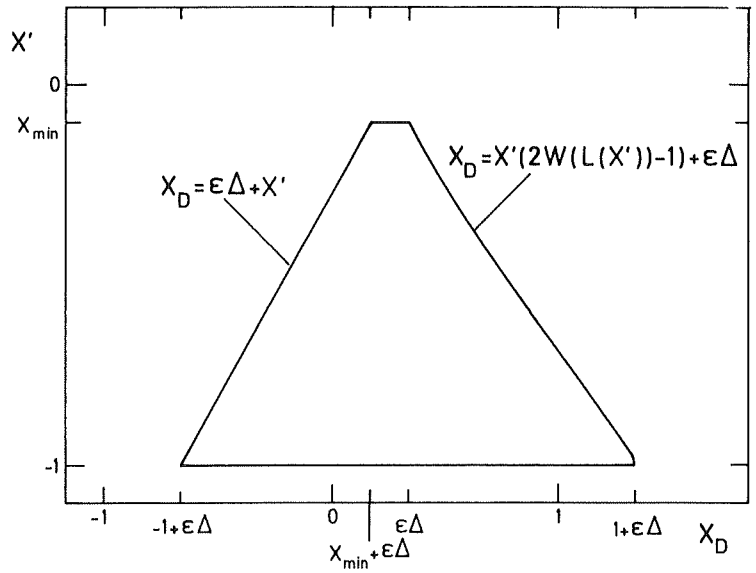


Figure 4.9: *Le domaine d'intégration intervenant dans le calcul de* $W_n^{D,12}$.

l'ordre des intégrations (voir figure (4.9)), le moment $W_n^{D,12}$ se réduit à

$$W_n^{D,12} = \int_{X_{min}}^{-1} \frac{S_{12}(X')\tau_{12}^r(X')}{I_c/4L^2}\,\frac{dX'}{2X'}$$
$$\cdot \int_{\varepsilon\Delta+X'}^{-X'(1-2W)+\varepsilon\Delta} P_{12}(X', X_D-\varepsilon\Delta)\,X_D^n\,dX_D\,. \quad (4.54)$$

En changeant de variable $X_D \rightarrow \mu$ selon les relations $X_D = X'\mu + \varepsilon\Delta$ et $dX_D = X'd\mu$, ce moment se réduit encore à

$$W_n^{D,12} = \int_{-1}^{X_{min}} \frac{S_{12}(X')\tau_{12}^r(X')}{I_c/4L^2} \cdot \frac{1}{2}\int_{-(1-2W)}^{1}(X'\mu+\varepsilon\Delta)^n \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}}\, d\mu\, dX' , \qquad (4.55)$$

qui est l'expression recherchée.

Les autres contributions au moment W_n^D s'obtiennent de façon tout à fait similaire.

Appendice 4.B

Lorsque nous supposons que le milieu est optiquement mince pour les transitions $1 \rightleftharpoons 2$ et $1 \rightleftharpoons 3$, nous adoptons les approximations suivantes:

- $\beta_{12}^5(X') \simeq \beta_{13}^3(X') \simeq W(L(X'))$
- $\beta_{ij}^1(X') \simeq 1$,
- $J_{12}^2(X') \simeq 0$,
- $\frac{1-e^{-\tau_{ij}}}{\tau_{ij}} \simeq 1$,
- $e^{-\tau_{ij}} \simeq 1 - \tau_{ij}$,
- $e^{-\tau'_{12}} \simeq 1$,

qui, appliquées aux deux premiers termes de l'équation (4.27) donnent immédiatement le résultat recherché. En utilisant les changements de variables définis par les relations (4.7), (4.8), (4.24) et (4.26) et puisque, pour des valeurs constantes de $\mu_\star$ nous pouvons écrire

$$dX = \frac{\tau_{12}^r(X')}{\tau_{12}(X',\mu_{12})}\frac{dX'}{\mu_{12}} \qquad (4.56)$$

et

$$dY = \frac{\tau_{13}^r(Y')}{\tau_{13}(X',\mu_{13})}\frac{dY'}{\mu_{13}}, \qquad (4.57)$$

le troisième terme de l'équation (4.27) se réduit à

$$-2\int_0^1 \mu_\star\, d\mu_\star \Big[\int_{-1}^{X_{min}} (X'\mu+\varepsilon\Delta)^n\, \tau_{12}^r(X')\frac{dX'}{\mu} + \int_{-1}^{X_{min}} (Y'\mu-(1-\varepsilon)\Delta)^n\, \tau_{13}^r(Y')\frac{dY'}{\mu}\Big]. \qquad (4.58)$$

En inversant l'ordre des intégrations puis en changeant de variable $\mu* \rightarrow \mu$ selon $\mu = \sqrt{1-(1-\mu_\star^2)/L^2}$ et $\mu\, d\mu = \mu_\star d\mu_\star / L^2$, cette expression se ramène aisément aux deux derniers termes de l'équation (4.29).

Appendice 4.C

Nous présentons ici quelques exemples de lieux géométriques de points distants. Supposons par exemple qu'un photon soit émis via la transition $3 \rightarrow 1$ en un point r de l'enveloppe et le long d'une direction faisant un angle θ avec la direction radiale. Ce photon peut éventuellement être réabsorbé dans la transition $1 \rightleftharpoons 2$ en un point de l'enveloppe caractérisé par (r_d, θ_d) (voir figure (4.10)).

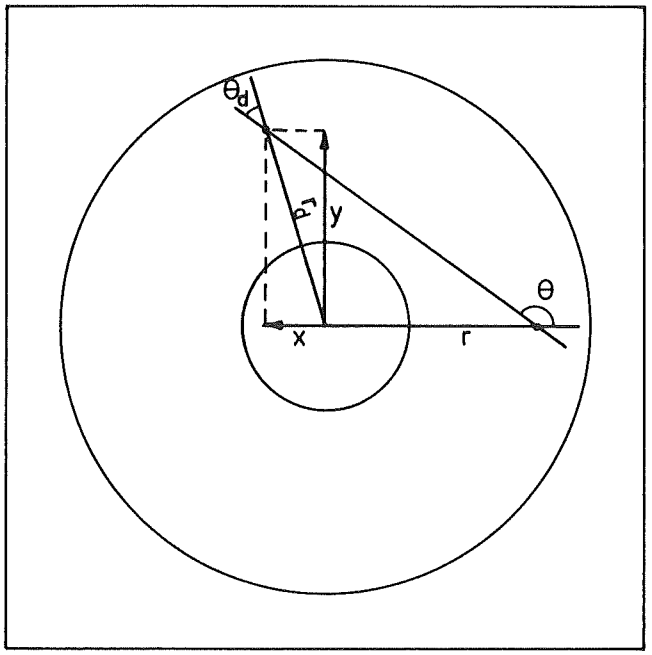


Figure 4.10: *Définition des quantités intervenant dans le calcul des points distants.*

Ces quantités sont reliées par les équations

$$v(r_d)\cos\theta_d = v(r)\cos\theta + \Delta v_{23} \tag{4.59}$$

et

$$r_d \sin\theta_d = r\sin\theta\,, \tag{4.60}$$

qui s'écrivent avec les notations habituelles

$$X'_d\,\mu_d = X'\mu - \Delta \tag{4.61}$$

et

$$L(X'_d)\sqrt{1-\mu_d^2} = L(X')\sqrt{1-\mu^2}\,. \tag{4.62}$$

Pour une valeur fixée de Δ, on obtient le lieu géométrique des points distants (X'_d, μ_d) correspondant au point X' en résolvant par itérations successives (Newton-Raphson, par exemple) ce système d'équations pour différentes valeurs de μ. Il faut bien sûr choisir au préalable une loi de vitesse. Les figures (4.11) et (4.12) illustrent quelques exemples typiques de lieux géométriques de points distants calculés pour la loi de vitesse A (cfr. table 3.1).

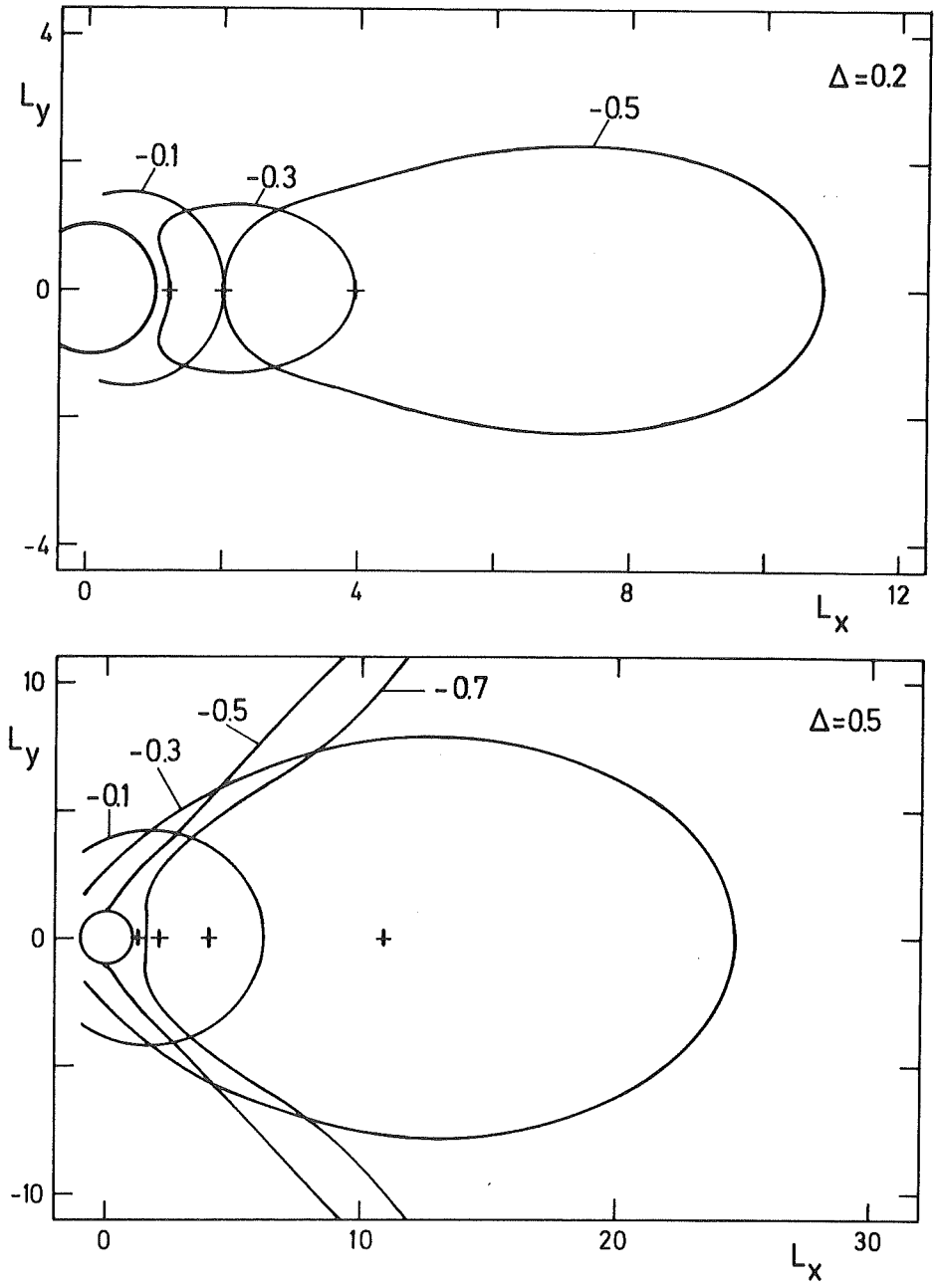


Figure 4.11: *Exemples de lieux géométriques de points distants illustrés aux environs du disque stellaire pour deux valeurs de Δ (0.2 et 0.5). Ces lieux sont couplés radiativement aux points caractérisés par $X' = -0.1, -0.3, -0.5$ et -0.7, indiqués sur la figure au moyen de croix. Remarquons que la partie des courbes occultée par le disque stellaire n'est pas dessinée. Les quantités L_x et L_y sont définies à partir de la figure (4.10): $L_x = x/R_\star$ et $L_y = y/R_\star$.*

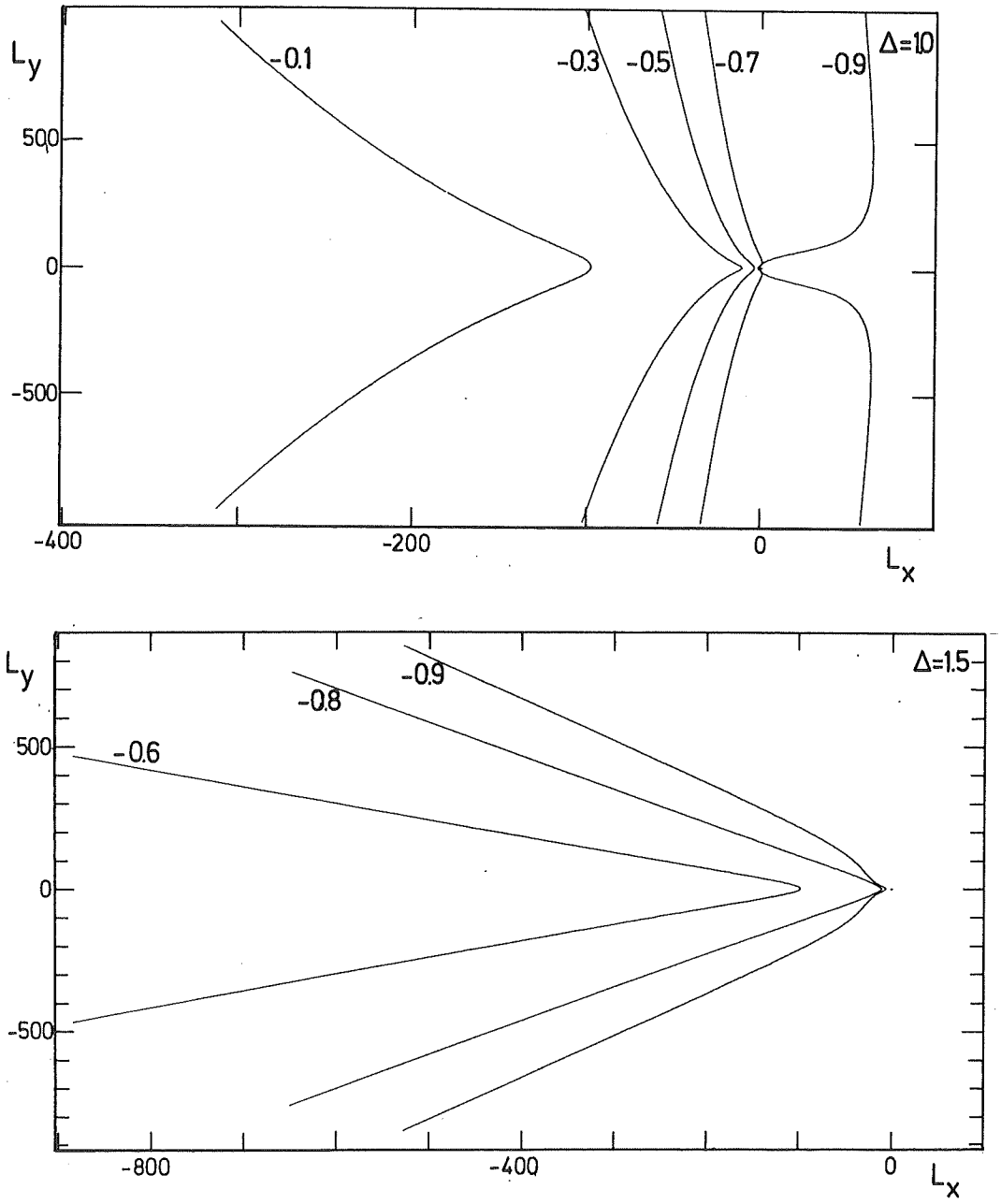


Figure 4.12: *Exemples de lieux géométriques de points distants illustrés à l'échelle de l'enveloppe pour deux valeurs de* $\Delta \geq 1$. *Le disque stellaire se réduit à un point de coordonnées* $(0,0)$. *Ces lieux géométriques sont couplés radiativement aux points caractérisés par* $X' = -0.1, -0.3, -0.5, -0.7$ *et* -0.9, *ou par* $X' = -0.6, -0.8$ *et* -0.9. *Ici, la partie des courbes occultées par le disque stellaire n'est pas supprimée. Les quantités* L_x *et* L_y *sont définies comme précédemment.*

Chapitre 5

Transfert de la radiation au sein d'une atmosphère en expansion relativiste

Dans les spectres de quasars de type BAL, on peut observer des raies en absorption très larges, suggérant des vitesses Doppler de l'ordre de 20% de celle de la lumière (voir par exemple Weymann et Foltz, 1983). De telles vitesses sont également mesurées dans les spectres de supernovae ou de certains objets stellaires comme SS433 où la matière n'atteint pas moins de 0.26 c (Abell et Margon, 1979). Dans plusieurs cas, les raies observées sont de type P Cygni et donc probablement formées selon un mécanisme semblable à celui qui domine dans les étoiles chaudes. Cependant, l'effet Doppler n'est plus aussi simple lorsque le milieu atteint des vitesses proches de celle de la lumière: outre le fait qu'il n'est plus linéaire, il possède une composante dite transversale. Nous pouvons donc nous attendre à d'importantes modifications des profils de raies s'ils sont dus à la diffusion des photons dans une atmosphère en expansion à des vitesses comparables à celle de la lumière.

Dans le présent chapitre, nous généralisons la théorie de Sobolev pour un atome à deux niveaux au cas d'un milieu en expansion relativiste. Comme auparavant, nous adoptons la symétrie sphérique et la redistribution complète en fréquences et en directions dans le repère du fluide en mouvement. Dans la section 1, nous rappelons comment les quantités qui nous intéressent (fréquence, intensité spécifique, etc.) se transforment d'un repère à l'autre. Nous calculons ensuite la probabilité de fuite d'un photon et la fonction source, après avoir discuté la validité de l'approximation de Sobolev (section 2). Dans la section 3, nous étudions les modifications importantes que subissent les surfaces d'égale fréquence lorsque les vitesses deviennent proches de celle de la lumière. Aux sections 4 et 5, nous établissons l'expression du profil de raie et des moments qui s'y rapportent. Nous terminons enfin ce chapitre par quelques applications numériques (section 6).

5.1 Transformation des grandeurs spécifiques au transfert radiatif

5.1.1 Rappels et notations

Nous considérons ici les transformations entre un repère au repos (le repère de l'observateur) et un repère se déplaçant à une vitesse constante v le long d'une direction d'abscisses z (le repère du fluide). Toutes les quantités évaluées dans le repère du fluide sont indicées " 0 ".

Ainsi, un objet de longueur Δz au repos dans le repère fixe sera mesuré par un observateur dans le repère en mouvement avec une longueur

$$\Delta z_0 = \frac{\Delta z}{\gamma}, \tag{5.1}$$

si

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{5.2}$$

et

$$\beta = \frac{v}{c}. \tag{5.3}$$

De même, un intervalle de temps égal à Δt dans le repère fixe sera mesuré par un observateur dans le repère en mouvement avec une durée

$$\Delta t_0 = \Delta t \, \gamma. \tag{5.4}$$

Ce sont les effets bien connus de *contraction des longueurs et dilatation du temps.*

Imaginons maintenant un photon observé dans le repère au repos avec une fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{n}$ faisant un angle $\theta = \arccos \mu$ avec l'axe z. Ce photon sera vu par un observateur dans le repère en mouvement avec une fréquence ν_0 et une direction $\vec{n}_0$ caractérisée par l'angle $\theta_0 = \arccos \mu_0$ fait avec l'axe z. En appliquant la transformation de Lorentz on trouve immédiatement que ces quantités sont reliées par les équations

$$\nu_0 = \nu \, \gamma \, (1 - \mu\beta) \tag{5.5}$$

et

$$\mu_0 = \frac{\mu - \beta}{1 - \mu\beta}. \tag{5.6}$$

La relation (5.5) est la forme relativiste de l'effet Doppler. Elle diffère essentiellement de l'expression classique par le facteur γ qui lui confère certaines particularités. On remarque notamment que le décalage spectral $|\nu_0 - \nu|$ devient dépendant du sens du mouvement. De plus, lorsque $\mu = 0$, ce décalage ne s'annule plus: c'est *l'effet Doppler transversal*, directement lié au fait que la mesure d'un intervalle de temps (et donc de fréquences) n'est pas la même dans deux repères en mouvement relatif. De

l'équation (5.6) découle une autre propriété importante de la lumière qui concerne cette fois son intensité. On peut l'illustrer très simplement en supposant qu'une source placée dans le repère en mouvement émette des photons de manière isotrope. La moitié de ceux-ci, émis dans des directions telles que $0 < \mu_0 < 1$, apparaît, pour un observateur au repos, concentrée dans un cône plus ou moins étroit ($\beta < \mu < 1$) dirigé dans le sens du mouvement. C'est ce qu'on appelle parfois *l'effet de tête de la lumière*. Ainsi lorsque les vitesses relatives sont élevées, les caractéristiques du champ de radiation dépendent du repère où elles sont mesurées et peuvent devenir fortement anisotropes.

Si $d\omega = d\mu\, d\phi$ est un élément d'angle solide mesuré dans le repère au repos et $d\omega_0 = d\mu_0\, d\phi_0$ le même angle solide mesuré dans le repère en mouvement, on a les relations utiles

$$\nu_0^2\, d\omega_0 = \nu^2\, d\omega \tag{5.7}$$

et

$$\nu_0\, d\nu_0\, d\omega_0 = \nu\, d\nu\, d\omega\ . \tag{5.8}$$

La relation (5.7) s'écrit encore $\nu_0^2 d\mu_0 = \nu^2 d\mu$ puisque $d\phi = d\phi_0$.

5.1.2 Transformation de l'intensité spécifique et des coefficients d'absorption et d'émission

Pour établir comment l'intensité spécifique se transforme d'un repère à l'autre, nous nous attarderons quelque peu à suivre les raisonnements de Thomas (1930) et Mihalas (1978,1984).

Plaçons dans le repère au repos une petite surface dS stationnaire et perpendiculaire à l'axe z. Le nombre de photons dont la fréquence est comprise entre ν et $\nu + d\nu$, se propageant dans l'angle solide $d\omega$ autour de la direction $\vec{n}$ caractérisée par l'angle $\theta = \arccos\mu$ fait avec l'axe z, et qui traversent pendant l'intervalle de temps dt la surface dS, vaut, d'après la définition de l'intensité spécifique,

$$N = \frac{I_\nu}{h\,\nu}\, d\nu\, d\omega\, dS\, \mu\, dt\ . \tag{5.9}$$

Le nombre de photons traversant la même surface mais comptés cette fois par un observateur en mouvement, est égal à

$$N_0 = \frac{I^0_{\nu_0}}{h\,\nu_0}\, d\nu_0\, d\omega_0\, dS\, \mu_0\, dt_0 + \frac{I^0_{\nu_0}}{h\,\nu_0\, c}\, dS\, v\, dt_0\, d\omega_0\, d\nu_0\,, \tag{5.10}$$

où le second terme tient compte du fait que dans ce repère la surface dS se déplace avec une vitesse v et parcourt un volume $dS\, v\, dt_0$ pendant dt_0, $I^0_{\nu_0}/h\,\nu_0\, c$ représentant la densité numérique de photons (cfr.(1.1)). Comme chaque observateur doit compter

le même nombre de photons $N_0 = N$ [1] et en utilisant les relations précédentes, on peut facilement établir la loi de transformation de l'intensité spécifique

$$\frac{I_\nu}{\nu^3} = \frac{I^0_{\nu_0}}{\nu_0^3} . \tag{5.11}$$

On établit de façon similaire les lois de transformation des coefficients d'absorption et d'émission en notant que le nombre de photons absorbés – ou émis – dans un volume élémentaire, doit être le même pour les deux observateurs. Ainsi, on a

$$\frac{\alpha^0_{\nu_0} I^0_{\nu_0}}{h\,\nu_0} d\omega_0\, d\nu_0\, dt_0\, dV_0 = \frac{\alpha_\nu I_\nu}{h\,\nu} d\omega\, d\nu\, dt\, dV \tag{5.12}$$

et

$$\frac{\varepsilon^0_{\nu_0}}{h\,\nu_0} d\omega_0\, d\nu_0\, dt_0\, dV_0 = \frac{\varepsilon_\nu}{h\,\nu} d\omega\, d\nu\, dt\, dV , \tag{5.13}$$

d'où on tire

$$\nu\,\alpha_\nu = \nu_0\,\alpha^0_{\nu_0} \tag{5.14}$$

et

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\nu^2} = \frac{\varepsilon_{\nu_0}}{\nu_0^2} . \tag{5.15}$$

En considérant la balance d'énergie dans chaque repère, on constate que la forme de l'équation de transfert reste invariante, pour autant bien sûr que la vitesse relative v soit constante.

Il ressort de tout ceci qu'il nous faudra distinguer clairement le nombre de photons de l'intensité spécifique. Il est dès lors utile de définir les quantités suivantes

$$I^N_\nu = \frac{I_\nu}{h\nu} \tag{5.16}$$

et

$$\varepsilon^N_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{h\nu} , \tag{5.17}$$

qui représentent beaucoup mieux le nombre de photons traversant une "surface" unitaire $d\omega\, d\nu\, dt\, dS\, \mu$ ou émis dans un "volume" unitaire $d\omega\, d\nu\, dt\, dV$. On montre immédiatement que ces quantités se transforment selon les lois

$$\frac{I^N_\nu}{\nu^2} = \frac{I^{N,0}_\nu}{\nu_0^2} \tag{5.18}$$

[1] Il faut remarquer que cette égalité n'est pas nécessairement respectée si le nombre de photons considérés se ramène à quelques individus. Dans notre cas, c'est néanmoins une excellente approximation (voir la discussion d'Oxénius,1986,p.280).

et

$$\frac{\varepsilon_\nu^N}{\nu} = \frac{\varepsilon_{\nu_0}^{N,0}}{\nu_0} . \tag{5.19}$$

Terminons cette section en notant que l'approche probabiliste du transfert de la radiation est particulièrement intéressante en relativité restreinte car elle nous permet de ne manipuler que des invariants, une probabilité n'étant rien d'autre que le rapport, identique d'un repère à l'autre, du nombre de photons dans les états favorables sur le nombre de photons dans tous les états possibles.

5.2 Probabilité de fuite et fonction source

Pour *définir* les quantités utiles au transfert de la radiation (épaisseur optique, probabilité de fuite, etc.), nous nous plaçons dans le repère fixe de l'observateur d'où il est possible de suivre les trajectoires tant des atomes que des photons. Bien que la plupart de ces quantités soient indépendantes du repère, il est souvent plus facile de les *évaluer* dans un repère lié au fluide en expansion où, par exemple, les coefficients d'absorption et d'émission sont isotropes. Comme le milieu est accéléré, nous devons envisager des transformations entre le repère fixe de l'observateur et une série de repères en mouvement uniforme qui coïncident chacun, instantanément, avec un point du fluide.

5.2.1 La probabilité de fuite d'un photon

Imaginons qu'un photon soit émis en un point quelconque du fluide en mouvement. Pour un observateur au repos, ce photon possède une fréquence ν et se propage en ligne droite le long d'une direction d'abscisses s (voir la figure 5.1). Il a une probabilité $d\tau_\nu = \alpha_\nu(s)ds$ d'être absorbé entre s et $s + ds$ ainsi qu'une probabilité $e^{-\tau_\nu}$ de quitter l'enveloppe sans être absorbé. L'épaisseur optique τ_ν vaut

$$\tau_\nu = \int_{S_E}^{\infty} \alpha_\nu \, ds . \tag{5.20}$$

Pour calculer facilement α_ν, nous devons imaginer une série de repères en mouvement uniforme qui coïncident instantanément avec le fluide en chaque point s de la trajectoire. Dans chacun de ces repères, le coefficient d'absorption prend la forme habituelle

$$\alpha_{\nu_0}^0(s) = \alpha_{12}^0(s) \, \Phi_0 \left(\nu_0 - \nu_{12}^0\right) , \tag{5.21}$$

$\Phi_0(\nu_0 - \nu_{12}^0)$ étant le profil d'absorption illustré à la figure 1.1. (Il ne diffère que par l'indice " 0 " que nous employons ici pour des raisons de commodité). L'observateur au repos peut convertir ces résultats au moyen de la relation (5.14) et réécrire l'expression de l'épaisseur optique

$$\tau_\nu = \int_{S_E}^{\infty} \frac{\nu_0(s)}{\nu} \, \alpha_{12}^0(s) \, \Phi_0 \left(\nu_0 - \nu_{12}^0\right) ds . \tag{5.22}$$

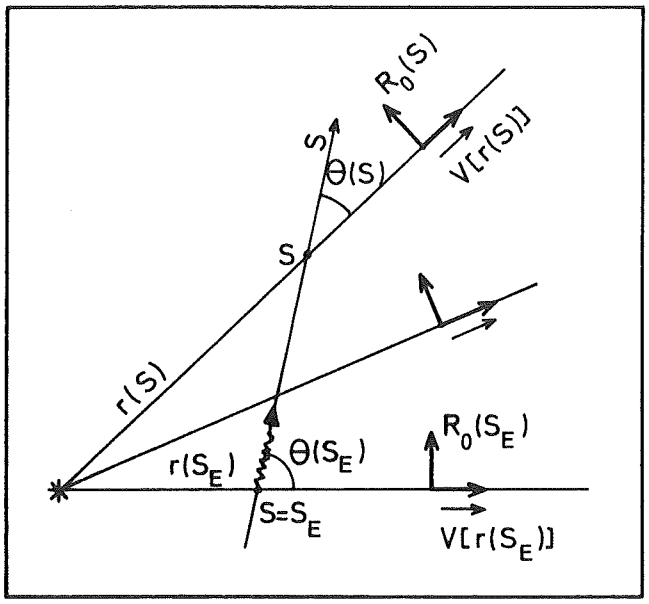


Figure 5.1: *Pour un observateur au repos, un photon émis en s_E se déplace en ligne droite le long d'une direction d'abscisses s. A chaque point s de la trajectoire, on peut associer un repère en mouvement uniforme se déplaçant avec une vitesse $v[r(s)]$ et qui coïncide instantanément avec le fluide au point s considéré.*

Evaluons maintenant la probabilité que si un photon est émis au point s_E, il le soit dans l'intervalle de fréquences $[\nu, \nu + d\nu]$ et dans l'angle solide $[\omega, \omega + d\omega]$. Cette probabilité – indépendante du repère – est plus facile à calculer dans le repère du fluide grâce à l'approximation de redistribution complète en fréquences et en directions. Elle vaut simplement

$$\Phi_0 \left(\nu_0^E - \nu_{12}^0\right) d\nu_0^E \, \frac{d\omega_0}{4\pi} \tag{5.23}$$

où

$$\nu_0^E = \nu \, \gamma(s_E) \left(1 - \mu(s_E) \, \beta(s_E)\right), \tag{5.24}$$

$d\omega_0$ étant l'angle solide correspondant à $d\omega$, mais mesuré dans le repère en mouvement.

On obtient alors la probabilité moyenne qu'un photon émis en s_E avec une fréquence quelconque s'échappe directement du fluide suivant n'importe quelle direction. Elle s'écrit

$$\beta_{12}^1 = \int_{\Omega_0 = 4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\tau_\nu} \, \Phi_0 \left(\nu_0^E - \nu_{12}^0\right) d\nu_0^E \, \frac{d\omega_0}{4\pi} \, . \tag{5.25}$$

En changeant de variable ($s \longrightarrow \nu_0$) dans l'expression (5.22) de l'épaisseur optique et en utilisant l'approximation de Sobolev, cette probabilité se réduit facilement à

$$\beta_{12}^1 = \int_{\Omega_0 = 4\pi} \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \, \frac{d\omega_0}{4\pi} \tag{5.26}$$

où

$$\tau_{12} = \frac{\alpha_{12}^0}{\nu_{12}^0} \eta^2 (\frac{\partial \eta}{\partial s})^{-1} \tag{5.27}$$

si

$$\eta = \gamma(1 - \mu\beta). \tag{5.28}$$

Ainsi évaluée dans le repère en mouvement, l'expression de la probabilité de fuite β_{12}^1 garde une forme tout à fait semblable à celle que nous avions calculée dans la limite classique (voir (1.28)). Mais si nous transformons $d\omega_0$ à l'aide de la loi (5.7), nous obtenons

$$\beta_{12}^1 = \int_{-1}^{+1} \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \mu\beta)^2} \frac{d\mu}{2} \tag{5.29}$$

qui, comparée à (2.16), révèle de sérieuses modifications. D'importantes différences par rapport au cas classique proviennent aussi de l'épaisseur optique totale τ_{12} [2]. En effet, en explicitant le gradient $\partial\eta/\partial s$, nous trouvons facilement les relations

$$\tau_{12} = \tau_{12}^r \frac{(1 - \mu\beta)^2}{(1 - \beta)\left[\mu(\mu - \beta) + (1 - \mu^2)(1 - \beta^2)(dln\, r/dln\beta)\right]} \tag{5.30}$$

et

$$\tau_{12}^r = \tau_{12}(\mu = +1) = \frac{\alpha_{12}^0}{\nu_{12}^0} (\frac{d\beta}{dr})^{-1} \frac{(1 - \beta)}{\gamma}, \tag{5.31}$$

qui nous montrent que τ_{12} n'est plus symétrique en μ comme auparavant (voir (1.57)). Cette situation est illustrée à la figure 5.2. Nous en déduisons que si les vitesses deviennent comparables à celle de la lumière, la probabilité $(1 - e^{-\tau_{12}})/\tau_{12}$ qu'un photon s'échappe dans le sens du mouvement ($\mu = +1$) est beaucoup plus grande que celle qu'il a de s'échapper dans le sens opposé ($\mu = -1$).

5.2.2 Que devient l'approximation de Sobolev ?

Vu l'expression compliquée que prend le gradient $\partial\eta/\partial s$, on peut se demander si l'approximation de Sobolev est réellement mieux fondée lorsque les vitesses deviennent relativistes. En calculant la probabilité de fuite, nous avons supposé [3] que les propriétés physiques et cinématiques du fluide restent inchangées le long d'un intervalle spatial ΔS tel que (cfr. relation (5.5))

$$\Delta S = \frac{\Delta\nu_0}{\nu} (\frac{\partial \eta}{\partial s})^{-1}, \tag{5.32}$$

[2] Remarquons qu'on retrouve l'expression (5.27) de l'épaisseur optique τ_{12} en procédant comme nous l'avons fait pour le cas classique (section 1.3.1), c'est-à-dire en écrivant $\tau_{12} =< \alpha_\nu > \Delta S$ et en explicitant $< \alpha_\nu >= \int \alpha_\nu\, d\nu / \int d\nu = \alpha_{12}^0/\Delta\nu$. On voit alors clairement que les différences apparaissant dans l'expression relativiste de τ_{12} proviennent du gradient $\Delta S/\Delta\nu$ qui fait intervenir l'effet Doppler relativiste.

[3] Il faut aussi admettre que $u_{max}^0 \ll c$, une condition qui se trouve toujours réalisée lorsque l'approximation de Sobolev est justifiée.

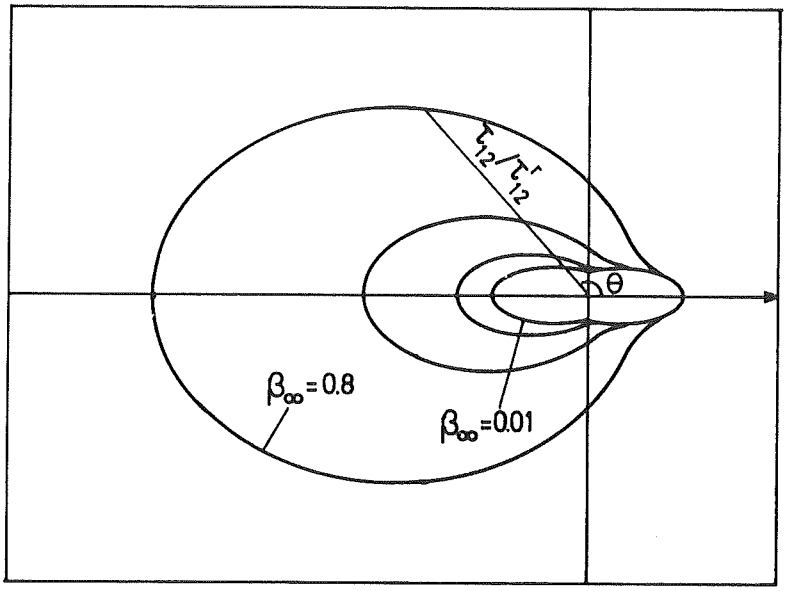


Figure 5.2: *Evolution vers l'asymétrie du rapport* τ_{12}/τ^r_{12} *lorsque* β_∞ *augmente. Ce rapport est calculé en* $L = 5$ *pour la loi de vitesse B de la table 3.1,* β_∞ *prenant successivement les valeurs 0.01, 0.2, 0.5 et 0.8. Rappelons que si* $\mu = \cos\theta = 1$, *on a* $\tau_{12}/\tau^r_{12} = 1$. *Le sens du mouvement est indiqué.*

où $\Delta\nu_0 = 2\,u^0_{max}\,\nu^0_{12}/c$. Comme $\nu = \nu_0/\eta \simeq \nu^0_{12}/\eta$, cette distance se réécrit

$$\Delta S = 2\,\frac{u^0_{max}}{c}\,\eta\,(\frac{\partial\eta}{\partial s})^{-1}\,, \tag{5.33}$$

ou encore

$$\frac{\Delta S}{R_\star} = 2\,\frac{u^0_{max}}{v_\infty} G^{-1}(\beta,\mu) \tag{5.34}$$

si

$$G(\beta,\mu) = \frac{\mu(\mu-\beta)}{(1-\mu\beta)(1-\beta^2)}\,\frac{d(v/v_\infty)}{dL} + \frac{1-\mu^2}{(1-\mu\beta)}\,\frac{v/v_\infty}{L}\,. \tag{5.35}$$

Pour que l'approximation de Sobolev soit valable, il faut que la distance ΔS soit petite par rapport aux dimensions caractéristiques de l'enveloppe. Cette condition est réalisée lorsque la vitesse d'agitation u^0_{max} est négligeable comparée à la vitesse terminale v_∞ et lorsque le facteur $G^{-1}(\beta,\mu)$ reste petit. On constate cependant que si β est proche de 1 et si le gradient $d(v/v_\infty)/dL$ est assez élevé, le premier terme de ce facteur peut devenir suffisamment négatif pour avoir $G(\beta,\mu) = 0$ et $\Delta S \to \infty$. Cette situation révèle la présence possible d'interactions distantes dans l'enveloppe (voir la section 5.3). On voit aisément que plus le gradient de vitesse est élevé, plus les interactions distantes peuvent apparaître pour des valeurs faibles de β. Heureusement, pour les lois de vitesse que nous considérons ici (voir la table 3.1 et la figure 3.1), le gradient décroît rapidement avec β et $G(\beta,\mu)$ ne s'annule jamais. Pour

être valable, l'approximation de Sobolev nécessite donc des gradients de vitesse élevés sauf aux endroits de l'enveloppe où les vitesses sont proches de celle de la lumière. Les lois de vitesse considérées cadrant relativement bien avec ces conditions lorsque β_∞ est proche de 1, on s'attend à une meilleure applicabilité de l'approximation de Sobolev. En réalité, l'amélioration est faible et le facteur $G(\beta, \mu)$ dépend en fin de compte assez peu de β_∞. L'essentiel des modifications que peut subir l'approximation de Sobolev se trouve donc dans le facteur u^0_{max}/v_∞ qui, en devenant très petit, la rend excellente (pour autant, rappelons-le, que nous considérions des lois de vitesse comme celles de la table 3.1).

5.2.3 L'expression de la fonction source

Pour obtenir l'expression de la fonction source, il faut évaluer l'intensité moyenne de la radiation qui est beaucoup plus facile à calculer dans le repère en mouvement où elle est isotrope.

Commençons par estimer la contribution due aux photons issus de l'étoile [4] (la contribution distante) en supposant que celle-ci émet un continuum sans effet d'assombrissement centre-bord avec une intensité I_c^N constante [5] sur la largeur de la raie. Pour un observateur au repos, l'intensité de la radiation issue d'un point de la surface de l'étoile avec une fréquence ν et qui atteint un point donné de l'enveloppe est égale à $I_c^N e^{-\tau_\nu}$, τ_ν représentant l'épaisseur optique du milieu entre la surface de l'étoile et le point considéré de l'enveloppe. Si maintenant nous la mesurons dans un repère en mouvement lié instantanément au fluide au point considéré, cette intensité vaut $\eta^2 I_c^N e^{-\tau_\nu}$, d'après la loi de transformation (5.18). En la moyennant dans ce repère en mouvement sur les fréquences et les directions, nous obtenons l'intensité moyenne de la radiation due aux photons stellaires

$$J_{12}^{N,0} = \int_{\Omega_0=4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 I_c^N e^{-\tau_\nu} \Phi_0(\nu_0 - \nu_{12}^0)\, d\nu_0 \frac{d\omega_0}{4\pi} \tag{5.36}$$

qui, comme auparavant, se simplifie facilement à

$$J_{12}^{N,0} = I_c^N \int_{4\pi W} \frac{1 - e^{\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{5.37}$$

On peut encore définir

$$\beta_{12}^3 = \int_{4\pi W} \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\omega}{4\pi} = \int_{1-2W}^{1} \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\mu}{2}, \tag{5.38}$$

qui représente la probabilité moyenne qu'un photon stellaire quelconque pénètre au point considéré. Il est important de remarquer que cette probabilité n'est plus identique – comme c'était le cas dans la limite classique – à la probabilité qu'un photon

[4] ou de toute autre source de continuum possédant la symétrie sphérique.

[5] Comme il est indispensable pour calculer des probabilités de ne considérer que des nombres de photons (voir section 5.1.2), nous utiliserons ici les quantités $I_c^N, J_{12}^{N,0}$ et $S_{12}^{N,0}$ qui sont respectivement égales à $I_c/h\nu, J_{12}^0/h\nu_{12}^0$ et $S_{12}^0/h\nu_{12}^0$. Il faut remarquer que l'intensité moyenne J_{12}^N et la fonction source S_{12}^N se transforment d'un repère à l'autre exactement comme l'intensité spécifique I_c^N.

s'échappe du point considéré pour intercepter le disque stellaire. Cette dernière vaut en effet (voir(5.29))

$$\int_{-1}^{-(1-2W)} \frac{1-e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \frac{d\mu}{2\eta^2} \,. \tag{5.39}$$

L'asymétrie qui apparaît entre les probabilités moyennes de pénétrer en un point et de s'en échapper (voir les équations (5.26) et (5.38)) provient du fait que les photons sont émis de manière isotrope dans un repère lié à la *source*: l'étoile fixe pour les photons stellaires qui pénètrent en un point de l'enveloppe et le fluide en mouvement pour les photons diffusés qui s'échappent. Par contre, le long d'une même direction, la probabilité $(1-e^{-\tau_{12}})/\tau_{12}$ qu'un photon pénètre en un point reste identique à la probabilité qu'il a de s'en échapper directement. Ces probabilités gardent la même forme que celle obtenue dans la limite classique (section 1.3.1).

Nous pouvons procéder de façon tout à fait similaire pour évaluer la contribution de la radiation locale à l'intensité moyenne et donc à la fonction source. Mais puisqu'en chaque point du fluide le transfert est purement local, les probabilités β^3_{12} et β^1_{12} contrôlant les entrées et les sorties des photons, l'intensité moyenne et les équations d'équilibre statistique évaluées dans un repère localement au repos par rapport au fluide s'écrivent exactement comme dans le cas classique, c'est-à-dire (voir(1.31)-(1.33))

$$J^{N,0}_{12} = S^{N,0}_{12}(1-\beta^1_{12}) + \beta^3_{12} I^N_c \,, \tag{5.40}$$

$$J^{N,0}_{12} = S^{N,0}_{12} \,, \tag{5.41}$$

et

$$J^{N,0}_{12} = \frac{\beta^3_{12}}{\beta^1_{12}} I^N_c \,. \tag{5.42}$$

En utilisant les lois de transformation, nous trouvons immédiatement l'expression de la fonction source telle qu'elle est mesurée par un observateur au repos. Elle vaut

$$S^N_{12} = \frac{S^{N,0}_{12}}{\eta^2} = \frac{\beta^3_{12}}{\beta^1_{12}} \frac{I^N_c}{\eta^2} \,, \tag{5.43}$$

et devient clairement anisotrope.

5.3 Les surfaces d'égale fréquence

Comme dans le cas classique (section 1.4.1), nous pouvons définir dans le repère de l'observateur au repos la fréquence sans dimension

$$X = -\frac{\nu - \nu^0_{12}}{\nu_{max} - \nu^0_{12}} \,, \tag{5.44}$$

où ν_{max} est la fréquence maximale correspondant à la vitesse terminale v_∞. A partir de la relation Doppler (5.5) cette définition se réécrit facilement

$$X = -\frac{1}{A}(\frac{1}{\eta} - 1) = -\frac{1}{A}(\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\mu\beta} - 1) \tag{5.45}$$

si

$$A = \sqrt{\frac{1+\beta_\infty}{1-\beta_\infty}} - 1. \tag{5.46}$$

On constate que la fréquence observée X n'est plus comprise entre -1 et +1 mais entre -1 (si $\beta = \beta_\infty$ et $\mu = +1$) et $X_\infty^N = (1+A)^{-1}$ (si $\beta = \beta_\infty$ et $\mu = -1$), cette dernière quantité étant fixée par v_∞. Par contre, on a toujours $X(\nu = \nu_{12}^0) = 0$.
X', la fréquence sans dimension d'un photon émis radialement, vaut ici

$$X' = X(\mu = +1) = -\frac{1}{A}(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1) \tag{5.47}$$

et se distingue nettement de la vitesse réduite β/β_∞. Si un photon est diffusé en un point de l'enveloppe caractérisé par cette fréquence X', il sera réémis avec une fréquence X telle que

$$X' \leq X \leq X^N = -\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} X'. \tag{5.48}$$

Il est important de remarquer que cet intervalle de fréquences $[X', X^N]$ peut être jusqu'à deux fois plus petit que son équivalent classique $[X', -X']$. Exprimons encore μ en fonction des fréquences X' et X afin d'obtenir à partir des équations (5.45) et (5.47) la relation utile

$$\mu(X', X) = \frac{[(1-AX')^2 + 1](1-AX) - 2(1-AX')}{[(1-AX')^2 - 1](1-AX)}. \tag{5.49}$$

Nous pouvons maintenant déterminer les surfaces d'égale fréquence en recherchant les solutions (L, μ) de l'équation (5.45) pour différentes valeurs de X. Ces surfaces dépendent de la vitesse terminale β_∞ comme l'illustre la figure 5.3 où elles sont calculées pour une loi de vitesse typique de la table 3.1. Nous constatons ainsi que plus β_∞ augmente et plus les surfaces se déforment de façon dissymétrique.

Il est particulièrement intéressant de considérer aussi les surfaces d'égale fréquence que l'on obtient pour des lois de vitesse du type $v(r) \propto r^n$ dont le gradient ne diminue pas avec r (si $n > 1$). Notons que pour ces lois, il faut fixer la dimension maximale de l'enveloppe. De telles surfaces sont représentées à la figure 5.4. Outre le fait qu'elles se déforment, on voit que certaines d'entre elles se replient de telle sorte qu'un photon émis dans l'enveloppe vers l'observateur peut intercepter à nouveau la même surface et être rediffusé. Le transfert de la radiation n'est plus nécessairement localisé: *il existe des interactions distantes.* Il faut remarquer que ces interactions distantes n'apparaissent que pour des valeurs de β très proches de 1 (section 5.2.2; pour plus de détails, voir Vandenbruaene,1981) et jamais pour des lois de vitesse comme celles de la table 3.1. C'est pourquoi nous les négligerons complètement dans le calcul des profils de raies.

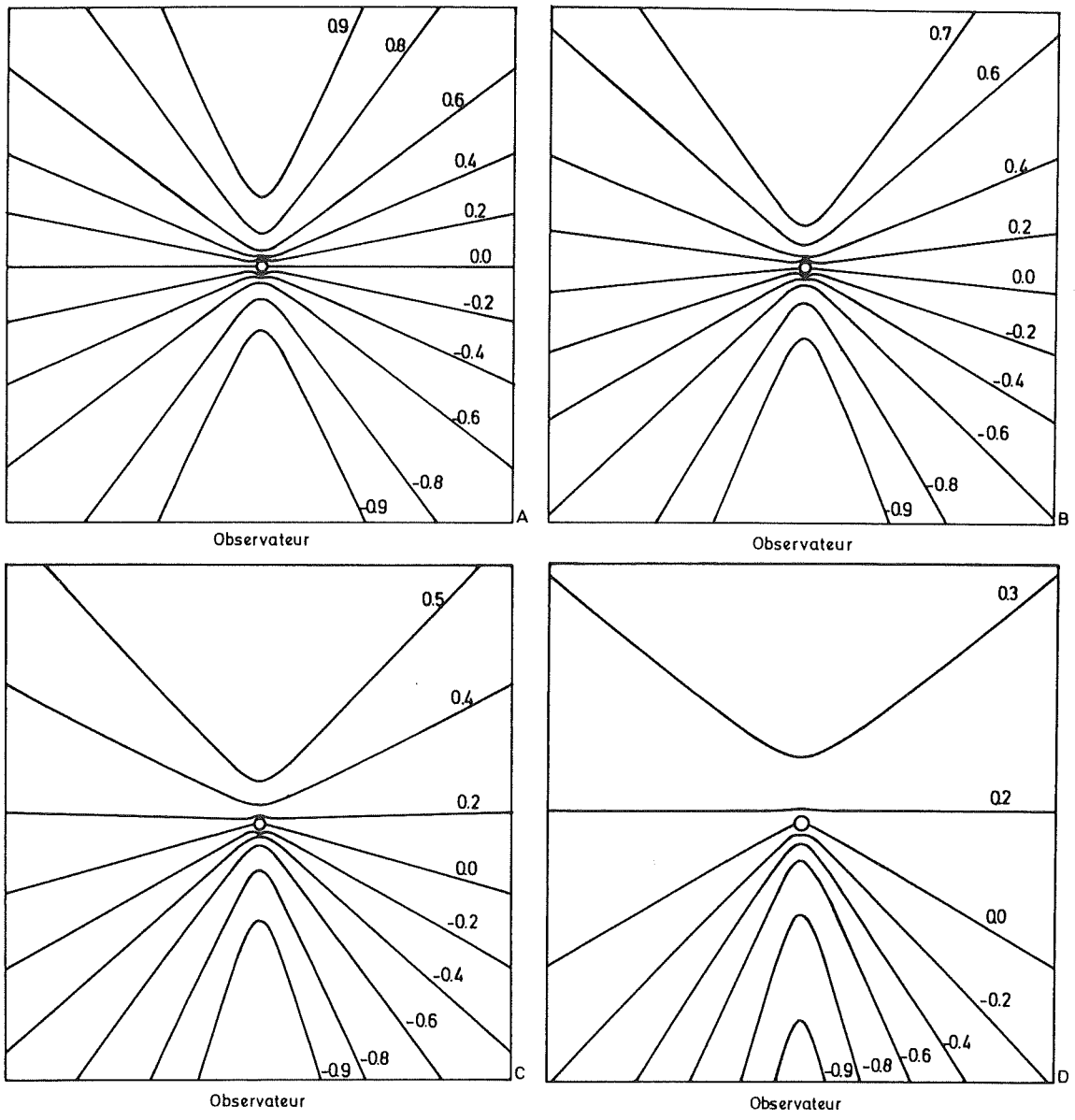


Figure 5.3: *Evolution des surfaces d'égale fréquence représentées pour quatre valeurs de* β_∞ ($\beta_\infty = 0.01(A), 0.2(B), 0.5(C)$ *et* $0.8(D)$), *en considérant la loi de vitesse B de la table 3.1. Comme ces surfaces s'étendent en principe jusqu'à l'infini, nous les avons arrêtées à* $L = 40$. *Rappelons qu'il n'y a pas de photons diffusés à des fréquences* $X \geq X_\infty^N$ *où* $X_\infty^N = 1.0(A), 0.82(B), 0.58(C), 0.33(D)$. *Même pour des valeurs de* β_∞ *et de* L *plus élevées, il n'y a jamais d'interactions distantes pour ce type de loi de vitesse (cfr. texte).*

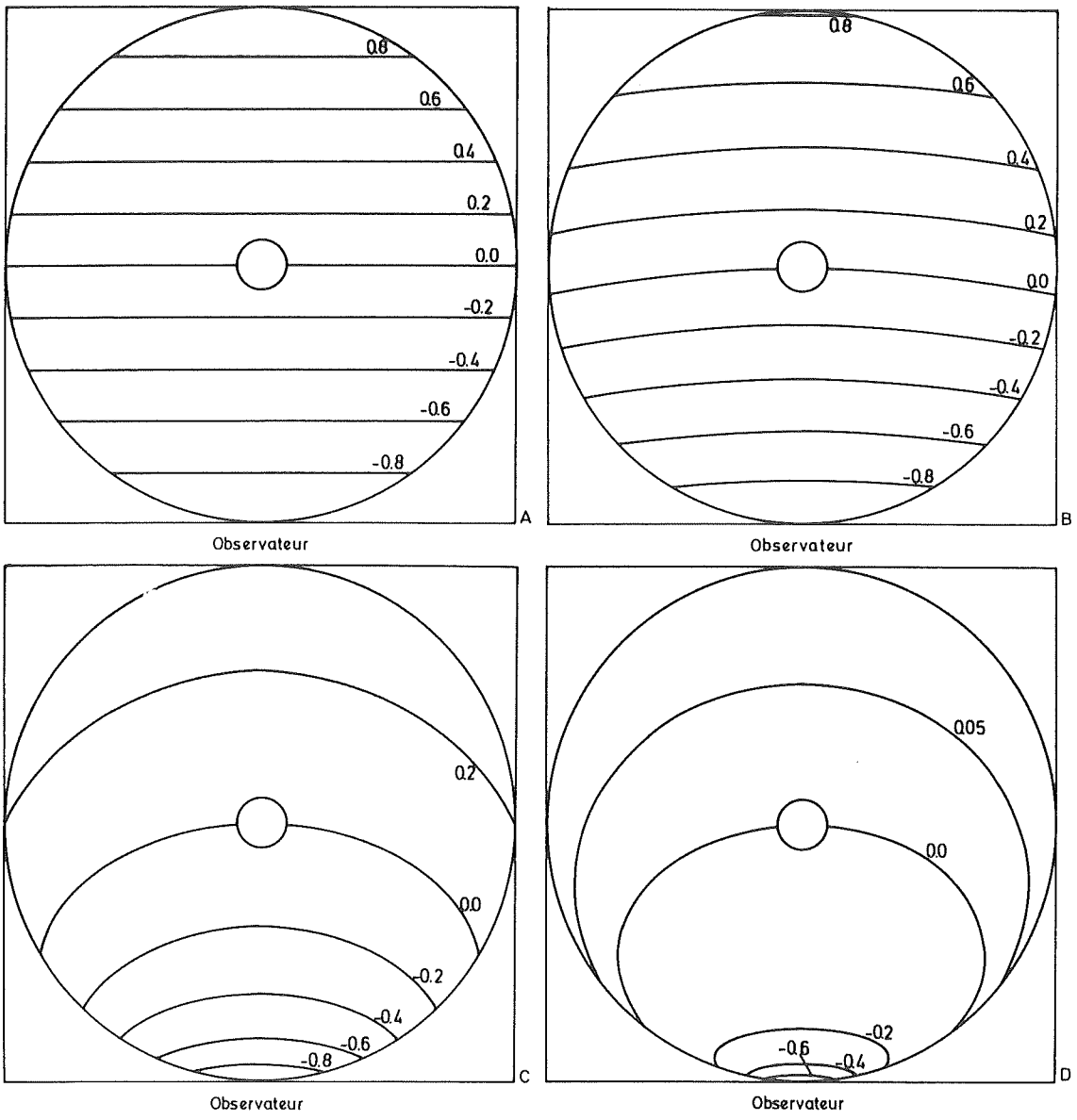


Figure 5.4: *Evolution des surfaces d'égale fréquence représentées en fonction de* β_∞ *(*$\beta_\infty = 0.01(A), 0.2(B), 0.8(C)$ *et* $0.98(D)$*) pour la loi de vitesse* $\beta(r) = \beta_\infty(L/L_{max})$ *où nous avons choisi* $L_{\max} = 10$. X_∞^N *prend les mêmes valeurs que dans la figure 5.3 sauf lorsque* $\beta_\infty = 0.98$. *Dans ce cas,* $X_\infty^N = 0.10$. *On remarque l'apparition d'interactions distantes en D (cfr.texte).*

5.4 Le profil de raie

Pour calculer les profils de raies formés au sein d'atmosphères en expansion relativiste nous pouvons procéder de diverses façons. Nous suivrons ici le point de vue présenté au chapitre 1 (section 1.4.2) en nous plaçant dans le repère fixe de l'observateur. Dans ce repère, le nombre total de photons diffusant dans l'intervalle $[X', X' + dX']$ et qui s'échappent vers l'observateur avec une fréquence X et dans l'angle $d\mu/2$, est à nouveau (cfr. relations (1.43)-(1.45)) proportionnel à

$$S_{12}^N(X', X)\, \tau_{12}^r(X')\, dX' \, \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \, \frac{d\mu}{2} \,. \tag{5.50}$$

En utilisant les relations (5.7),(5.43) et (5.49), cette quantité s'écrit encore

$$S_{12}^{N,0}(X')\, \tau_{12}^r(X')\, dX' \, \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \, \frac{dX}{X^N - X'} \,, \tag{5.51}$$

les photons étant cette fois réémis de manière uniforme dans l'intervalle de fréquences $[X', X^N]$. Comme cet intervalle est plus étroit que dans la limite classique, la probabilité $dX/(X^N - X') = d\mu_0/2$ qu'un photon diffusé en X' soit réémis avec une fréquence entre X et $X + dX$ sera forcément plus grande.

En intégrant sur toutes les valeurs de X' contribuant à la fréquence X, nous obtenons la fraction des photons stellaires diffusés vers l'observateur avec une fréquence entre X et $X + dX$:

$$\frac{E^D(X)}{E_c}\, dX \;=\; \int_{X'_{inf}}^{X'_{sup}} \frac{S_{12}^{N,0}(X')\, \tau_{12}^r(X')\, dX'}{F_c^N(X')} \, \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \, \frac{dX}{X^N - X'} \,, \tag{5.52}$$

où

$$F_c^N(X') \;=\; I_c^N / 4L^2 \,. \tag{5.53}$$

A l'aide des relations (5.41)-(5.42), nous trouvons finalement l'expression du profil en émission

$$\frac{E^D(X)}{E_c} \;=\; \int_{X'_{sup}}^{X'_{inf}} \frac{\beta_{12}^3}{\beta_{12}^1} \, \frac{1 - e^{-\tau_{12}}}{\tau_{12}} \, \frac{4L^2 \tau_{12}^r}{X' - X^N} \, dX' \tag{5.54}$$

où, d'après (5.47) et (5.48),

$$X' - X^N = X' \, \frac{(2 - AX')}{(1 - AX')} \,. \tag{5.55}$$

Rappelons que pour $X \geq X_\infty^N = (1 + A)^{-1}$ il n'y a pas de photons diffusés et $E^D(X)/E_c = 0$.

On calcule les bornes d'intégration en considérant la relation (5.48). Ainsi $X'_{inf} = -1$ et si $X \leq 0$, $X'_{sup} = min\,(-|X|, X_{min})$, X_{min} étant la fréquence sans dimension correspondant à la vitesse v_0 à la surface de l'étoile. Pour $X > 0$,

il faut, comme auparavant, tenir compte des effets de l'occultation par le disque stellaire. Dans ce cas, $X'_{sup} = min(X'_c, X_{min})$ où X'_c est solution de $\mu_c(X'_c, X) = -1 + 2W(L(X'_c))$, $\mu_c(X'_c, X)$ étant donné par la relation (5.49). Il est important de noter que même si nous supposons l'étoile ponctuelle ($W \to 0$), X'_c est différent de $-|X|$ ($X'_c \to -X/(1-AX)$), de telle sorte que le profil en émission perd progressivement sa symétrie lorsque β_∞ croît vers 1.

Le profil en absorption s'obtient comme dans le cas classique:

$$\frac{E^A(X)}{E_c} = 2\int_0^1 e^{-\tau_{12}(X',\mu)}\mu_\star\, d\mu_\star \qquad \text{si } X < X_\star \tag{5.56}$$

et

$$\frac{E^A(X)}{E_c} = 1 \qquad \text{si } X \geq X_\star\,, \tag{5.57}$$

avec X' solution des équations (1.52) et (5.49). La fréquence $X_\star$, définie par la relation $\mu(X_{min}, X_\star) = 0$, vaut

$$X_\star = \frac{AX_{min}^2}{[(1-AX_{min})^2+1]} \geq 0\,. \tag{5.58}$$

On voit que l'enveloppe peut absorber des photons de fréquence $X > 0$. Cet effet, purement relativiste ($X_\star = 0$ dans la limite classique) reste néanmoins faible et requiert des valeurs de $|X_{min}|$ élevées pour être significatif. Il se traduira sur le profil total par un décalage vers le rouge du maximum de l'émission. Il faut noter qu'une correction similaire est implicitement contenue dans l'expression (5.54) du profil en émission.

Nous obtenons finalement le profil de raie total $E(X)/E_c$ en sommant pour chaque fréquence X les deux contributions $E^D(X)/E_c$ et $E^A(X)/E_c$.

5.5 Les moments d'un profil de raie

Dans cette section, nous déterminons l'expression des moments d'un profil de raie non saturé. Nous pourrons ainsi prendre W_1^0 comme paramètre dans le calcul des profils et voir s'il est toujours possible de l'utiliser pour estimer le taux de perte de masse. En nous limitant volontairement à l'étude des moments d'ordre 0 et 1, nous commençons par supposer l'étoile ponctuelle de façon à mieux cerner l'effet des corrections relativistes.

Tout d'abord, transformons la définition (2.1) du moment d'ordre n en utilisant la fréquence sans dimension X donnée par la relation (5.45). Nous trouvons sans peine l'expression générale

$$W_n = \left(\frac{A}{\beta_\infty}\right)^{n+1}\int_{-1}^{X_\infty^N}\left(\frac{E(X)}{E_c} - 1\right)X^n\, dX\,. \tag{5.59}$$

5.5.1 Le cas d'une étoile ponctuelle

Nous pouvons obtenir les moments W_0^0 et W_1^0 en remplaçant dans l'expression (5.59) du moment d'ordre n le profil $E(X)/E_c$ donné par les relations (5.54)-(5.58). Si nous supposons l'étoile ponctuelle et le milieu qui l'entoure optiquement mince ($\tau_{12} \ll 1$), ces moments se réduisent à

$$W_0^0 = 0 \tag{5.60}$$

et

$$W_1^0 = (\frac{A}{\beta_\infty})^2 \int_{X_{min}}^{-1} \tau_{12}^r(X') \frac{(X' - X^N)}{2} dX' . \tag{5.61}$$

Puisque l'étoile est ponctuelle, l'observateur reçoit tous les photons diffusés dans sa direction sans occultation et, comme dans la limite classique, $W_0^0 = 0$ exprime simplement le fait que le nombre de photons diffusés est égal au nombre de photons absorbés. Le moment W_1^0 possède par contre une contribution supplémentaire due au profil en émission qui n'est plus symétrique autour de $X = 0$. Ceci est expliqué avec plus de détails en appendice (5.A) où nous montrons comment obtenir de façon très simple la relation (5.61).

Développons maintenant l'expression de l'épaisseur optique τ_{12}^r définie par l'équation (5.31). Le coefficient d'absorption total α_{12}^0 s'écrit

$$\alpha_{12}^0 = N_1^0 (\frac{\pi e^2}{mc})_0 f_{12}^0 \tag{5.62}$$

où N_1^0 est le nombre d'atomes dans l'état inférieur 1 mesuré par unité de volume propre dans un repère lié au fluide. En utilisant les quantités $n_1, A(el)$ et N_{tot}^0 définies comme auparavant (relations (1.59)-(1.60)), ce coefficient se réécrit

$$\alpha_{12}^0 = n_1 A(el) N_{tot}^0 (\frac{\pi e^2}{mc})_0 f_{12}^0 , \tag{5.63}$$

n_1 et $A(el)$ étant indépendantes du repère. La densité N_{tot}^0 est mesurée par unité de volume propre dans le repère lié au fluide. Si le nombre total de particules se conserve, l'équation de continuité prend la forme

$$4\pi r^2 v(r) (N_{tot}^0 \bar{\mu} M_{amu}^0) \gamma = \dot{M} , \tag{5.64}$$

$\dot{M}$ représentant le taux de perte de masse propre. Le facteur γ traduit simplement le fait que le volume propre d'un élément du fluide ($\propto 1/N_{tot}^0$) est plus petit lorsqu'il est mesuré dans le repère fixe de l'observateur. En utilisant ces relations et les quantités X', X et L, nous trouvons finalement que l'épaisseur optique radiale est égale à

$$\tau_{12}^r = K_{12}^0 \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} n_1 (\frac{\beta_\infty}{A})^2 \frac{2\, dL}{L^2 (X' - X^N)\, dX'} \tag{5.65}$$

où

$$K_{12}^0 = (\frac{\pi e^2}{mc})_0 f_{12}^0 \lambda_{12}^0 \frac{A(el)}{4\pi \bar{\mu} M_{amu}^0 R_\star} . \tag{5.66}$$

Le moment W_1^0 se réduit alors à

$$W_1^0 = K_{12}^0 \frac{\dot{M}}{v_\infty^2} \int_1^\infty n_1 \frac{dL}{L^2}, \tag{5.67}$$

qui est identique à l'expression classique, les facteurs $(A/\beta_\infty)^2$ et $(X'-X^N)$, présents dans les relations (5.61) et (5.65), se compensant parfaitement. C'est un résultat assez inattendu lorsqu'on voit les modifications que subissent les profils de raies pour des valeurs élevées de β_∞ et surtout l'allure fortement asymétrique du profil en émission (voir la figure 5.5). Ceci nous confirme en tout cas que le moment d'ordre 1 est un bon paramètre, assez insensible aux modèles adoptés.

5.5.2 Le cas d'une étoile de dimensions finies

Si nous ne supposons plus l'étoile ponctuelle, l'expression des moments devient sensiblement plus compliquée. Ainsi le moment d'ordre 1 d'un profil de raie non saturé, s'écrit

$$W_1^0 = (\frac{A}{\beta_\infty})^2 \int_{X_{min}}^{-1} \tau_{12}^r \frac{(X'-X^N)}{2} \Omega(X')\, dX' \tag{5.68}$$

où

$$\Omega(X') = 4L^2 (\frac{1-AX'}{2-AX'})^2 [W \frac{X_c^2}{X'^2} - W - 2\frac{S_1(X')}{X'^2}] \tag{5.69}$$

et

$$S_1(X') = \frac{1}{A^2} [ln(\frac{1-AX_{|c|}}{1-AX'}) + \frac{1}{(1-AX_{|c|})} - \frac{1}{(1-AX')}], \tag{5.70}$$

avec

$$X_c = \frac{1}{A}[1-(1-AX')\frac{1-\beta}{1-\mu_c\beta}], \tag{5.71}$$

$$X_{|c|} = \frac{1}{A}[1-(1-AX')\frac{1-\beta}{1-|\mu_c|\beta}], \tag{5.72}$$

et

$$\mu_c = -(1-2W). \tag{5.73}$$

Le facteur $\Omega(X')$ tient compte du fait qu'une partie des photons diffusés est occultée par le disque stellaire et ne parvient pas à l'observateur. Dans la limite classique, ce facteur se réduit à $\Omega(X') = 1-W$, tandis que si l'étoile est ponctuelle ($W \to 0$), on retrouve $\Omega(X') = 1$.

Comme auparavant, nous pouvons définir

$$< n_1 >= \frac{\int_1^\infty n_1 \frac{\Omega}{L^2}\, dL}{\int_1^\infty \frac{\Omega}{L^2}\, dL} \tag{5.74}$$

et

$$q^c = \int_1^\infty \frac{\Omega}{L^2} dL \,, \tag{5.75}$$

pour obtenir

$$\dot{M} < n_1 > = W_1^0 \frac{v_\infty^2}{q^c K_{12}^0} \,, \tag{5.76}$$

qui nous donne directement le taux de perte de masse propre à partir du moment W_1^0 pour autant que la raie ne soit pas saturée et que nous connaissions la fraction d'ionisation moyenne $< n_1 >$.

Table 5.1: *Le facteur de normalisation q^c évalué en fonction de la vitesse terminale β_∞ pour les trois lois de vitesse de la table 3.1.*

β_∞	loi de vitesse		
	A	B	C
0.01	0.89	0.89	0.89
0.20	0.89	0.89	0.89
0.50	0.89	0.88	0.86
0.80	0.88	0.86	0.81

En principe, le facteur de normalisation q^c dépend à la fois de la loi de vitesse choisie et de la vitesse terminale β_∞. Mais, comme le montre la table 5.1, cette dépendance reste faible de telle sorte que la relation entre $\dot{M} < n_1 >$ et W_1^0 est, en très bonne approximation, complètement indépendante des corrections relativistes. Remarquons que ceci n'est valable que si la vitesse terminale β_∞ n'atteint pas des valeurs ultrarelativistes ($\simeq 1$). Comme de telles vitesses ne sont jamais observées, nous nous limitons, dans toutes nos applications numériques, à $\beta_\infty = 0.8$. Lorsque les raies sont légèrement saturées et que nous désirons quand même les utiliser pour estimer le taux de perte de masse, il faut construire des diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$". De tels diagrammes sont présentés à la section suivante.

5.6 Résultats numériques

Nous présentons ici quelques exemples de profils de raies et de diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$" calculés lorsque l'enveloppe entourant l'étoile atteint des vitesses d'expansion

relativistes. Dans toutes ces applications numériques, nous pouvons utiliser le moment d'ordre 1 pour caractériser l'opacité. En effet, l'épaisseur optique radiale τ_{12}^r s'écrit facilement à partir des relations (5.65)-(5.67)

$$\tau_{12}^r = W_1^0 (\frac{\beta_\infty}{A})^2 \frac{n_1}{q^c < n_1 >} \frac{2\, dL}{L^2 (X' - X^N)\, dX'} \,. \tag{5.77}$$

Le but de ces calculs étant avant tout le diagnostic des conditions physiques régnant dans l'enveloppe, il est important d'employer des paramètres dont l'effet sur les profils et les moments est relativement bien défini. C'est pourquoi nous utiliserons plutôt

$$W_1^{R,0} = (\frac{\beta_\infty}{A})^2 \, W_1^0 \tag{5.78}$$

et

$$\tau_{12}^r = \frac{W_1^{R,0}}{q^c < n_1 >} \tau^r (v/v_\infty), \tag{5.79}$$

la loi d'opacité $\tau^r(v/v_\infty)$ étant à choisir parmi celles de la table 3.1. Ainsi paramétrisée, l'épaisseur optique radiale ne dépend pas trop de la valeur que prend la vitesse terminale β_∞. Seule la fraction d'ionisation moyenne $< n_1 >$ en subit l'influence de façon significative mais, comme le montre la table 5.2, les variations atteignent au plus un facteur 3 (pour $\beta_\infty = 0.8$).

Quelques profils typiques sont illustrés à la figure 5.5 A-H en considérant quatre valeurs de la vitesse terminale β_∞ (0.01, 0.2, 0.5 et 0.8). On constate immédiatement que pour avoir des modifications observables, il faut atteindre des valeurs de β_∞ assez élevées. Ces modifications sont liées d'une part à la variation de l'opacité avec β_∞ qui affecte les deux parties du profil – absorption et émission – lorsqu'il n'est pas saturé et d'autre part à la redistribution des photons dans un intervalle de fréquences d'autant plus étroit que β est proche de 1. C'est ce dernier effet qui apporte les modifications les plus flagrantes même s'il n'affecte que le profil en émission. La fonction source $S_{12}^{N,0}$, illustrée à la figure 5.6, change assez peu. Notons encore que pour des valeurs élevées de la vitesse à la surface de l'étoile ($\beta_0/\beta_\infty \simeq 1$), l'émission est progressivement décalée vers le rouge (figure 5.5 H).

Les figures 5.7 et 5.8 illustrent quelques diagrammes "$\log W_1^R - \log W_1^{R,0}$" typiques, les moments $W_1^R = W_1(\beta_\infty/A)^2$ étant directement mesurés sur les profils calculés. Comme le montre la figure 5.7, le moment d'un profil de raie complètement saturé, $W_1^{R,t}$, diminue lorsque β_∞ augmente. C'est une conséquence directe de l'asymétrie croissante du profil en émission. Afin de minimiser l'influence de β_∞ sur ces courbes, il est utile de les normaliser en représentant plutôt $\log(W_1^R/W_1^{R,t})$ en fonction de $\log(W_1^{R,0}/W_1^{R,t})$, les valeurs de $\log W_1^{R,t}$ étant données dans la table 5.3. On voit qu'ainsi normalisées, les courbes ne subissent pas de trop grandes modifications lorsque β_∞ augmente et continuent de rester surtout dépendantes de la loi d'opacité. Remarquons encore que ces diagrammes normalisés sont tout à fait identiques aux diagrammes "$\log(W_1/W_1^t) - \log(W_1^0/W_1^t)$" puisque $W_1^t = (A/\beta_\infty)^2 \, W_1^{R,t}$.

Table 5.2: *Le rapport* $< n_1 > / < n_1 >_{classique}$ *obtenu en fonction de la vitesse terminale* β_∞ *pour les différents modèles de la table 3.1. Rappelons que la loi d'opacité* α *est caractérisée par* n_1 *constante dans toute l'enveloppe.*

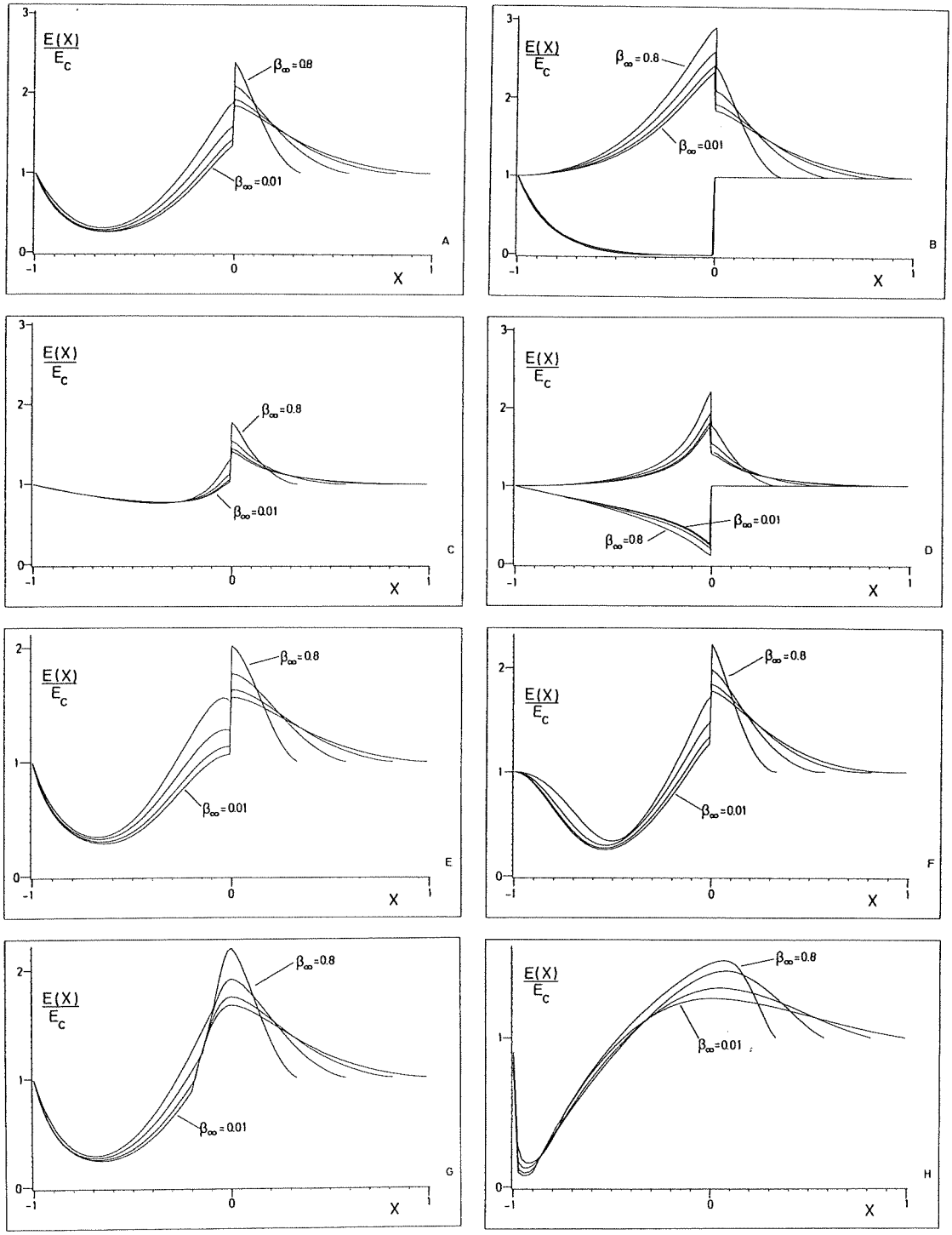
modèle	β_∞		
	0.2	0.5	0.8
A.α	1.00	1.00	1.00
A.β	0.90	0.71	0.42
A.γ	0.94	0.85	0.74
A.δ	0.92	0.77	0.54
A.ε	0.88	0.64	0.32
A.η	0.91	0.74	0.54
B.α	1.00	1.00	1.00
B.β	0.90	0.71	0.43
B.γ	0.94	0.86	0.76
B.δ	0.92	0.77	0.55
B.ε	0.88	0.64	0.32
B.η	0.91	0.75	0.56
C.α	1.00	1.00	1.00
C.β	0.90	0.71	0.44
C.γ	0.95	0.87	0.80
C.δ	0.92	0.78	0.57
C.ε	0.87	0.64	0.32
C.η	0.91	0.76	0.59

Table 5.3: *La valeur logarithmique du moment d'ordre 1 d'une raie complètement saturée,* $\log W_1^{R,t}$*, évaluée en fonction de la vitesse terminale* β_∞ *pour les trois lois de vitesse de la table 3.1.*

β_∞	loi de vitesse		
	A	B	C
0.01	-0.31	-0.32	-0.35
0.20	-0.34	-0.36	-0.38
0.50	-0.40	-0.42	-0.44
0.80	-0.47	-0.49	-0.51

Figure 5.5: *Exemples de profils de raies formés au sein d'une atmosphère en expansion relativiste et calculés en considérant quatre valeurs de* β_∞ *(0.01, 0.2, 0.5 et 0.8). Leurs caractéristiques sont reprises ci-dessous. Notons que les figures B et D illustrent les composantes – absorption et émission – des profils représentés en A et C.*

figure	modèle	$W_1^{R,0}$	β_0/β_∞
A	B.β	1.0	0.01
C	B.β	0.1	0.01
E	C.β	1.0	0.01
F	B.ε	1.0	0.01
G	B.β	1.0	0.20
H	B.β	1.0	0.90


E(X)/E_c
β∞=0.8
β∞=0.01
X
A
B
C
D
E
F
G
H

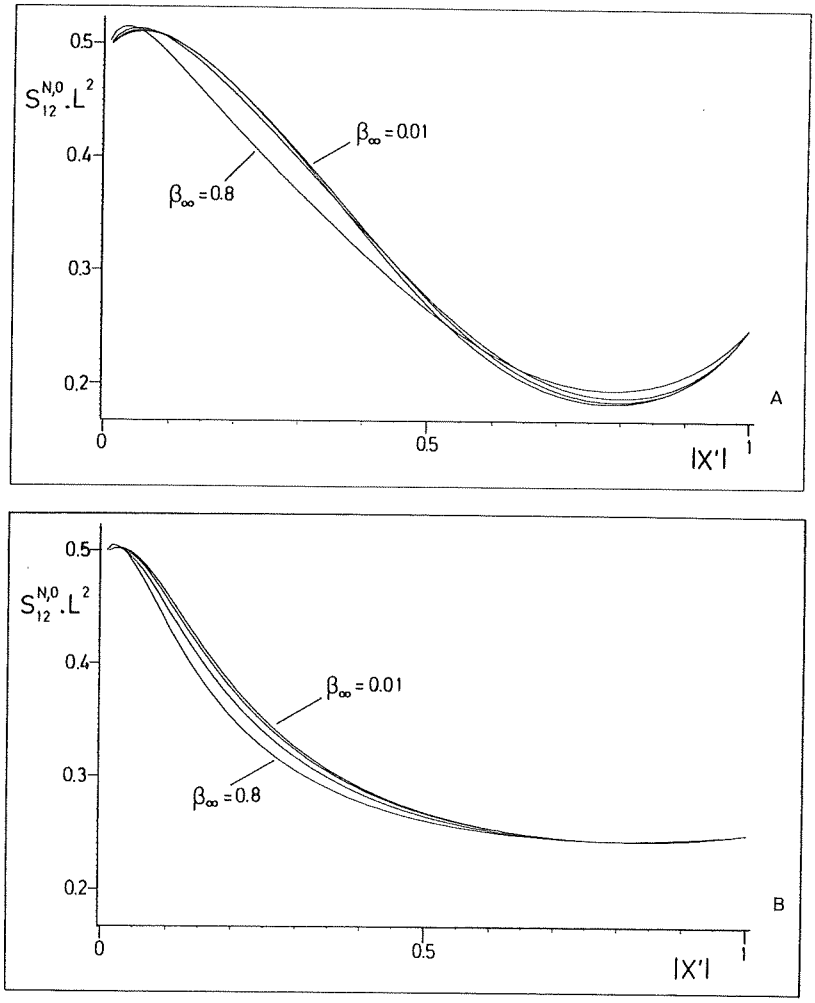


Figure 5.6: *Exemples de fonctions source calculées pour le modèle (B.β) en considérant quatre valeurs de β_∞ (0.01, 0.2, 0.5 et 0.8). Dans la figure A, $W_1^{R,0} = 1.0$ tandis que dans la figure B, $W_1^{R,0} = 0.1$.*

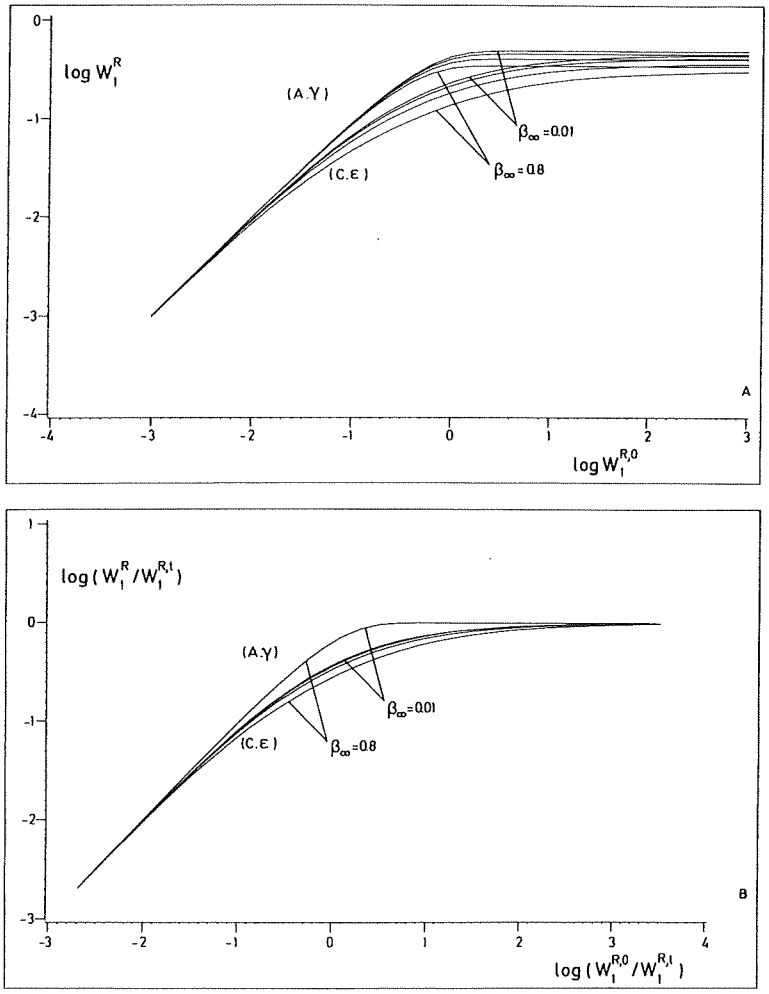


Figure 5.7: *La figure A illustre le comportement des courbes "*$\log W_1^R - \log W_1^{R,0}$ *" en fonction de* β_∞ *(*$\beta_\infty = 0.01, 0.2, 0.5$ *et* 0.8*). Deux modèles extrêmes sont représentés. On remarque que plus* β_∞ *augmente, plus la limite asymptotique* $W_1^{R,t}$ *baisse. La figure B illustre ces mêmes courbes, normalisées par la valeur asymptotique* $W_1^{R,t}$ *(cfr. table 5.3).*

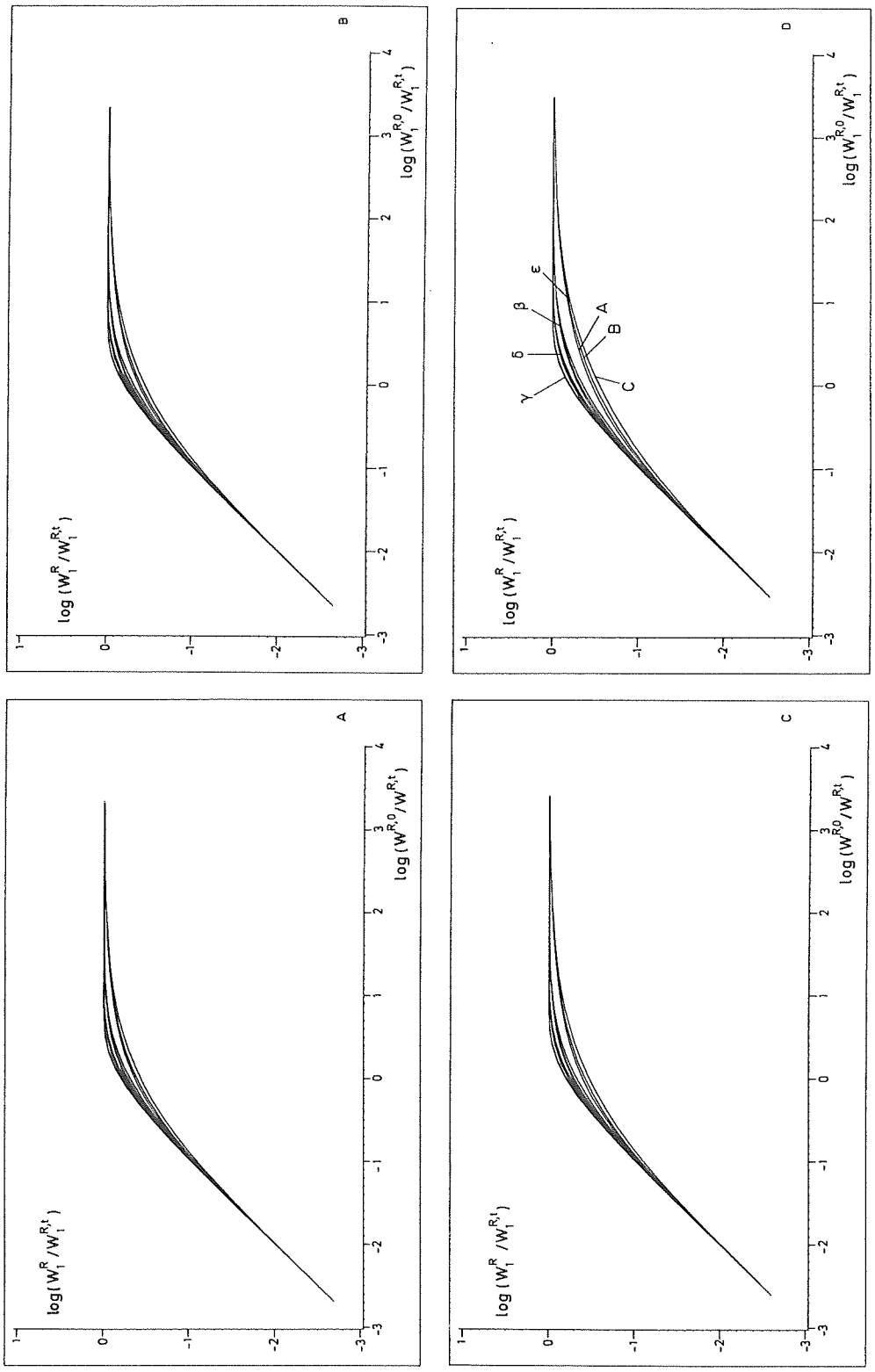


Figure 5.8: *Diagrammes* "$\log(W_1^R/W_1^{R,t}) - \log(W_1^{R,0}/W_1^{R,t})$ " *représentés pour quatre valeurs de* β_∞ *(0.01(A), 0.2(B), 0.5(C), 0.8(D)) et 12 modèles issus de la table 3.1. Les positions relatives des différentes courbes ne changeant pas, les modèles sont seulement indiqués sur la figure D.*

Appendice 5.A

Jusqu'ici, nous avons calculé les profils de raies de type P Cygni en évaluant pour chaque fréquence X séparément, la fraction des photons stellaires parvenant à l'observateur après avoir subi – ou non – un nombre quelconque de diffusions. Au lieu de considérer des surfaces d'égale fréquence X, nous pouvons représenter l'enveloppe entourant l'étoile comme un assemblage de sphères creuses de rayon X' et d'épaisseur $\Delta X'$, emboîtées les unes dans les autres. Lorsque le milieu est optiquement mince et l'étoile ponctuelle, chaque sphère est à l'origine d'un profil de raie particulièrement simple, tel celui illustré à la figure 5.9 A. Le profil de raie complet, formé au sein

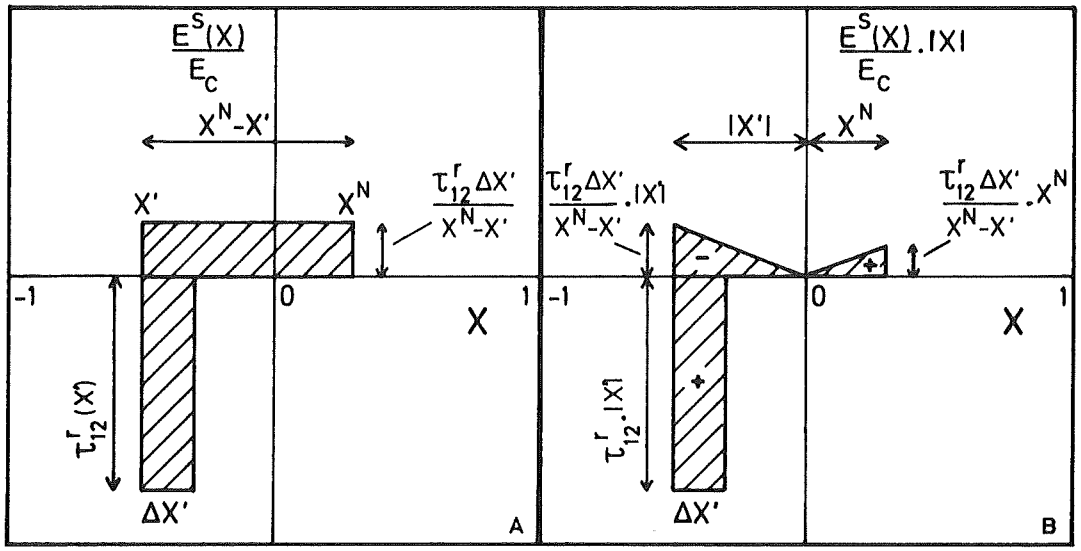


Figure 5.9: *La figure A illustre le profil très simple d'une raie issue d'une sphère creuse optiquement mince de rayon X' et d'épaisseur $\Delta X'$. En réalité, l'épaisseur $\Delta X'$ est beaucoup plus petite qu'elle n'est représentée ici. Les photons sont absorbés à la fréquence $X = X'$ et réémis de manière uniforme dans l'intervalle de fréquences $[X', X^N]$ (cfr. équation (5.48)). Le milieu étant optiquement mince, la profondeur de la raie en absorption vaut $\tau^r_{12}(X')$ et sa surface $\tau^r_{12}(X')\Delta X'$. Comme le nombre de photons se conserve et que l'étoile est supposée ponctuelle, $\tau^r_{12}(X')\Delta X'$ représente aussi la surface de la raie en émission. La figure B illustre ce profil, multiplié par la fréquence $|X|$, tel qu'il intervient dans l'expression du moment d'ordre 1 (cfr. équation (5.59)). Pour la clarté du dessin nous n'avons pas respecté les proportions de l'échelle des ordonnées.*

de l'enveloppe tout entière, n'est rien d'autre que la somme de ces profils simples, calculés pour toutes les valeurs possibles du rayon X'. Il en est évidemment de même du moment d'ordre 1, qui peut s'écrire

$$W_1^0 = \int_{-1}^{X_{min}} W_1^0(X')\, dX' ,$$

$W_1^0(X')\,dX'$ représentant le moment d'ordre 1 d'un profil simple issu d'une sphère de rayon X' et d'épaisseur dX'. On évalue immédiatement $W_1^0(X')\,dX'$ en sommant les surfaces élémentaires représentées à la figure 5.9 B pour obtenir

$$W_1^0(X')\,\Delta X' = (\frac{A}{\beta_\infty})^2\,[\tau_{12}^r\,|X'|\,\Delta X' - \frac{\tau_{12}^r\,\Delta X'}{X^N - X'}\,|X'|\,\frac{|X'|}{2} + \frac{\tau_{12}^r\,\Delta X'}{X^N - X'}\,X^N\,\frac{X^N}{2}]$$

soit

$$W_1^0(X') = (\frac{A}{\beta_\infty})^2\,\tau_{12}^r\,\frac{X^N - X'}{2},$$

le facteur $(A/\beta_\infty)^2$ tenant compte de la transformation du moment lorsqu'on change de variable $\lambda \rightarrow X$ (cfr. équation (5.59)). On voit clairement qu'en dehors de ce facteur, la différence entre cette relation et celle obtenue dans le cas classique (pour lequel $X^N = -X'$) provient uniquement de l'asymétrie du profil en émission. Il est intéressant de remarquer qu'il n'est même pas nécessaire de connaître l'expression du profil de raie pour calculer le moment W_1^0. Rappelons que tout ceci n'est rigoureux que si nous pouvons supposer que le milieu est optiquement mince.

Chapitre 6

Formation des profils de raies dans une atmosphère turbulente

Jusqu'à présent, tous nos calculs de profils de raies et de moments ont été effectués dans le cadre de l'approximation de Sobolev qui est valable dans les atmosphères en expansion où le gradient de vitesse est élevé et où la vitesse d'agitation des atomes reste faible (voir les sections 1.2 et 5.2.2). Pour étudier les enveloppes accélérées entourant les étoiles chaudes, c'est une approximation raisonnable qui permet d'analyser facilement les profils de raies de type P Cygni pas trop saturés (cfr. Lamers et al., 1987).

Il existe néanmoins de nombreux exemples où les profils de raies calculés à l'aide de l'approximation de Sobolev montrent des différences assez systématiques par rapport aux profils de raies observés, que ce soit dans le spectre d'étoiles froides (Hempe, 1982), d'étoiles chaudes (Hamann, 1980, 1981) ou même de certains quasars (voir le chapitre 8). Ces différences peuvent facilement s'expliquer en traitant rigoureusement le transfert de la radiation dans un milieu en expansion où les atomes ont des mouvements aléatoires (microturbulence) dont les vitesses atteignent typiquement un dixième de la vitesse terminale du fluide (Hamann, 1980, 1981). Pour ces objets, il n'est plus question d'analyser les profils de type P Cygni dans le cadre de l'approximation de Sobolev sans commettre une erreur significative sur les quantités dérivées.

En résolvant numériquement l'équation de transfert dans le repère du fluide en mouvement, Mihalas, Kunasz et Hummer (1975) sont les premiers à proposer une solution générale et rigoureuse au problème de la formation des raies dans une atmosphère en expansion radiale. Hamann (1980, 1985) introduit dans cette méthode des modifications qui la rendent moins compliquée et surtout moins coûteuse. Il étudie la validité de l'approximation de Sobolev (Hamann, 1981) et conclut, comme Bastian et al. (1980), que l'erreur commise en utilisant cette approximation provient beaucoup plus de l'intégration de l'intensité émergente que du calcul de la fonction source. Bertout (1984) et Lamers et al. (1987) mettent ce résultat important en application et développent un code numérique qui, tout en utilisant la fonction source de Sobolev, intègre correctement les intensités. Comparées à la solution rigoureuse de Mihalas et al. (1975) et de Hamann (1980), ces méthodes ont l'avantage de reproduire, avec

une précision raisonnable, les profils de raies formés au sein d'une atmosphère turbulente, tout en restant suffisamment rapides pour permettre une analyse interactive des profils observés. A l'opposé, Schönberg (1985) étudie à nouveau la validité de l'approximation de Sobolev et montre que lorsque le milieu est optiquement épais, les conclusions de Hamann (1981) sont incorrectes.

Afin d'examiner ce problème, nous avons décidé de développer un nouveau code numérique basé sur la forme intégrale de l'équation de transfert et traitant rigoureusement la formation des raies spectrales dans une atmosphère turbulente [1] en expansion. Nous espérons également étudier l'effet de la turbulence sur les moments d'un profil de raie.

Dans ce chapitre, nous présentons les grandes lignes de la méthode avec quelques résultats tout à fait préliminaires. La section 1 reprend le formalisme utilisé pour traiter la formation des raies spectrales sans approximation de Sobolev. Dans la section 2, nous nous intéressons aux caractéristiques des profils de raies et des moments lorsque le milieu est optiquement mince. Nous décrivons l'essentiel de la méthode numérique à la section 3 et nous présentons quelques résultats préliminaires à la section 4.

6.1 Le formalisme

Le formalisme utilisé pour traiter la formation des raies spectrales dans une atmosphère turbulente apparaît moins compliqué que celui dont on se sert en formulant l'approximation de Sobolev; les équations restent générales, tout le problème se situant dans le code numérique. Nous rappelons ici les équations habituelles du transfert radiatif en utilisant des notations adéquates.

Si nous admettons que les photons diffusés sont complètement redistribués en fréquences et en directions dans le repère du fluide en mouvement, le profil d'émission est identique au profil d'absorption $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$ illustré à la figure 1.1. L'élargissement maximal $\Delta\nu(\propto u_{max})$ tient compte de la turbulence que nous supposons constante dans toute l'enveloppe. Rappelons que ce profil $\Phi(\nu_L - \nu_{12})$ est normalisé (voir la relation (1.5)). Nous supposons en outre que l'enveloppe est en expansion radiale accélérée et possède la symétrie sphérique.

Si ν_{max} représente la fréquence la plus élevée observée dans un profil de raie de type P Cygni, on peut écrire la relation

$$\nu_{max} = (\nu_{12} + \frac{\Delta\nu}{2})(1 + \frac{v_{max}}{c}), \tag{6.1}$$

v_{max} étant la vitesse macroscopique maximale du fluide au bord de l'enveloppe dont nous fixons la dimension à $L = L_{max}$. En utilisant cette relation, la fréquence sans dimension

$$X = -\frac{\nu - \nu_{12}}{\nu_{max} - \nu_{12}} \tag{6.2}$$

[1] Par turbulence, nous entendons ici agitation thermique + microturbulence.

est égale à

$$X = \frac{X_L - w}{(1 + w_D)}, \tag{6.3}$$

où $w = u/v_{max}$ est la vitesse d'agitation réduite, $w_D = u_{max}/v_{max}$ la vitesse d'agitation réduite maximale et

$$X_L = -\frac{v(L)}{v_{max}}\mu, \tag{6.4}$$

la fréquence sans dimension qu'aurait un photon diffusé au point L en l'absence de turbulence (cfr. l'équation (1.39)).

6.1.1 Expression de l'épaisseur optique

Pour un photon de fréquence ν, l'épaisseur optique du milieu, évaluée entre les points s_0 et s le long d'une direction d'abscisses s caractérisée par le paramètre d'impact $L_p = p/R_\star$ (voir la figure 1.5), vaut

$$\tau_\nu(L_p, s_0, s) = \int_{s_0}^{s} \alpha_{12}\, \Phi(\nu_L - \nu_{12})\, ds, \tag{6.5}$$

la quantité α_{12} étant définie comme auparavant (cfr. relations (1.11) et (1.58)). En utilisant la fréquence sans dimension X et en changeant de variable d'intégration ($s \rightarrow w$), cette relation se réduit à

$$\tau_X(L_p, s_0, s) = \int_{w_s}^{w_{s_0}} \tau_{12}(v, \mu)\, \Phi_X(w) dw, \tag{6.6}$$

si

$$\Phi_X(w) = \Phi_X\left(X_L - (1 + w_D)X\right) = \nu_{12}\frac{v_{max}}{c}\Phi\left(\nu_L - \nu_{12}\right) \tag{6.7}$$

avec

$$\int_{-w_D}^{+w_D} \Phi_X(w)\, dw = 1, \tag{6.8}$$

$\tau_{12}(v, \mu)$ n'étant rien d'autre que l'épaisseur optique totale de Sobolev, définie par la relation (1.25). Notons que dans la limite de l'approximation de Sobolev, $\Phi_X(w)$ se réduit à une fonction delta.

6.1.2 Expression de l'intensité émergente et du profil de raie

Soit $I(X, L_p)$ l'intensité de la radiation quittant l'enveloppe avec une fréquence X le long d'une direction caractérisée par le paramètre d'impact L_p. La solution formelle de l'équation de transfert nous donne cette intensité:

$$I(X, L_p) = \int_{+\infty}^{-\infty} S_\nu\, e^{-\tau_\nu}\, d\tau_\nu + I_c\, e^{-\tau_\nu}, \tag{6.9}$$

dont l'expression se réduit à

$$I(X, L_p) = \int_{w_{max}}^{w_{min}} S_{12}(L)\, e^{-\int_{w_{max}}^{w} \tau_{12}\, \Phi_X(w')dw'}\, \tau_{12}\, \Phi_X(w)\, dw + I_c\, e^{-\int_{w_{max}}^{w_{min}} \tau_{12} \Phi_X(w)dw} . \quad (6.10)$$

I_c, qui représente l'intensité du continuum stellaire émis sans effet d'assombrissement centre-bord, est supposée constante sur la largeur du profil de raie. Bien entendu, si $L_p \geq 1$, le second terme apparaissant dans ces relations est identiquement nul. De même, si $L_p \leq 1$ et $X_L \geq 0$, on a toujours $I(X, L_p) = I_c$, étant donné que la partie correspondante de l'enveloppe est occultée par le disque stellaire. Les limites d'intégration w_{min} et w_{max} tiennent compte explicitement des limites géométriques de l'enveloppe définies par le disque stellaire et le bord extérieur (L_{max}). Au "milieu" de l'enveloppe, elles sont respectivement égales à w_D et $-w_D$, $\Phi_X(w)$ s'annulant en dehors de l'intervalle $[-w_D, w_D]$.

En calculant le flux émergent et en le rapportant au flux du continuum stellaire, on obtient l'expression du profil de raie:

$$\frac{E(X)}{E_c} = 2 \int_0^{L_{pmax}} \frac{I\,(X, L_p)}{I_c}\, L_p\, dL_p . \quad (6.11)$$

6.1.3 Expression de l'intensité moyenne et de la fonction source

L'intensité moyenne de la radiation, J_{12}, définie par la relation (1.16), se réécrit

$$J_{12}(L) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \int_{-w_D}^{+w_D} \Phi_X(w)\, I(w, \mu)\, d\mu\, dw , \quad (6.12)$$

ou encore, en profitant de la symétrie et en utilisant $\mu_c = 1 - 2W$ (cfr. équation 1.49),

$$J_{12} = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_{-w_D}^{+w_D} \Phi_X(w)\, I^-(w, \mu)\, dw\, d\mu + \frac{1}{2} \int_0^{\mu_c} \int_{-w_D}^{+w_D} \Phi_X(w)\, I^+(w, \mu)\, dw\, d\mu + \frac{1}{2} \int_{\mu_c}^1 \int_{-w_D}^{+w_D} \Phi_X(w)\, [I^+(w, \mu) + I^*(w, \mu)]\, dw\, d\mu , \quad (6.13)$$

où

$$I^{\pm}(w, \mu) = \int_w^{w^{\pm}_{min}} S_{12}(L)\, e^{-\int_w^{w'} \tau_{12}\, \Phi_X(w'')\, dw''}\, \tau_{12}\, \Phi_X(w')\, dw' \quad (6.14)$$

et

$$I^*(w, \mu) = I_c\, e^{-\int_w^{w^+_{min}} \tau_{12}\, \Phi_X(w')\, dw'} . \quad (6.15)$$

On remarque immédiatement qu'au point L,

$$I^{\pm}(-w_D,\mu) + I^{\star}(-w_D,\mu) = I(X^{\pm},L_p)\,, \tag{6.16}$$

si $L_p = L\sqrt{1-\mu^2}$ et si, d'après l'équation (6.3), $X^{\pm} = (w_D \mp |X_L|)\,/\,(1+w_D)$.

Enfin, la fonction source $S_{12}(L)$ s'obtient à partir de J_{12} via la relation (1.34). Celle-ci se réduit à $S_{12} = J_{12}$ lorsqu'on néglige les collisions ($\epsilon = 0$).

6.2 Le cas optiquement mince

Si le milieu est optiquement mince ($\tau_{12} \ll 1$), la radiation qui interagit en un point L de l'enveloppe n'a forcément pas pu être diffusée auparavant. Elle arrive donc de l'étoile simplement diluée géométriquement, même en présence de turbulence. Dans ce cas, l'intensité moyenne de la radiation (et donc la fonction source) est égale à $W(L)I_c$ de telle sorte que l'intensité émergente $I(X,L_p)$ se réduit à

$$I(X,L_p) = I_c \int_{w_{max}}^{w_{min}} W(L)\,\tau_{12}\,\Phi_X(w)\,dw + I_c\,(1 - \int_{w_{max}}^{w_{min}} \tau_{12}\,\Phi_X(w)\,dw)\,. \tag{6.17}$$

Dans ces conditions, le profil de raie $E(X)/E_c$, défini par la relation (6.11), s'écrit explicitement

$$\begin{aligned}\frac{E(X)}{E_c} &= \int_0^{L_{pmax}} [\int_{w_{max}}^{w_{min}} W(L)\,\tau_{12}\,\Phi_X(w)\,dw\,]\,2\,L_p\,dL_p \\ &\quad + \int_0^1 [1 - \int_{w_{max}}^{w_{min}} \tau_{12}\,\Phi_X(w)\,dw\,]\,2\,L_p\,dL_p\,,\end{aligned} \tag{6.18}$$

ou encore, en inversant l'ordre des intégrations [2] et en utilisant $X_L = w + (1+w_D)X$,

$$\begin{aligned}\frac{E(X)}{E_c} &= \int_{X_L^-}^{X_L^+} [\int_0^{L_{pmax}} W(L)\,\tau_{12}(X_L,L_p)\,2\,L_p\,dL_p\,]\,\Phi_X\,(X_L-(1+w_D)X)\,dX_L \\ &\quad + \int_{X_L^-}^{X_L^+} [\int_0^1 (1 - \tau_{12}(X_L,L_p))\,2\,L_p\,dL_p\,]\,\Phi_X\,(X_L-(1+w_D)X)\,dX_L\end{aligned} \tag{6.19}$$

où

$$X_L^{\pm} = \pm w_D + (1+w_D)\,X\,. \tag{6.20}$$

Le terme entre crochets n'est rien d'autre que le profil de raie $E^{Sob}(X_L)/E_c$ calculé dans le cadre de l'approximation de Sobolev en supposant le milieu optiquement mince. Nous pouvons écrire cette relation sous la forme

$$\frac{E(Y)}{E_c} = \int_{X_L^-}^{X_L^+} \frac{E^{Sob}(X_L)}{E_c}\,\Phi_X\,(X_L - Y)\,dX_L \tag{6.21}$$

[2] Pour changer l'ordre des intégrations, il faut tenir compte en détail de la limite d'intégration w_{min} qui dépend de L_p aux abords du disque stellaire. Par contre, le bord extérieur de l'enveloppe est de peu d'importance car on prend généralement $L_{max} \to \infty$.

avec

$$Y = (1 + w_D) X \,, \tag{6.22}$$

montrant qu'un profil de raie non saturé calculé avec turbulence est simplement le résultat de la convolution du profil de raie "Sobolev" par le profil d'absorption (ou d'émission) Φ_X. Ceci se comprend aisément en notant que si le milieu est optiquement mince, tout photon stellaire absorbé en un point L de l'enveloppe s'échappe directement – sans subir d'autre diffusion – avec une fréquence distribuée autour de X_L selon le profil d'émission Φ_X.

Cette propriété est particulièrement intéressante pour le calcul du moment d'ordre 1 que l'on sait être indépendant de toute convolution (cfr. section 2.1). Ainsi, défini par la relation (2.1), le moment d'ordre 1 d'une raie non saturée reste rigoureusement inchangé lorsque la turbulence augmente (cfr. Surdej, 1983b). Le moment d'ordre 3, par contre, se transforme selon la relation (2.4) (voir aussi Surdej, 1985). Le moment d'ordre 1 constitue donc un bon paramètre que nous utiliserons pour caractériser l'opacité τ_{12}^r via la relation (2.19).

6.3 Description de la méthode numérique

Le problème essentiel qui apparaît lorsqu'on désire calculer des profils de raies formés en dehors de l'équilibre thermodynamique local (ETL), est la résolution simultanée du transfert de la radiation et des équations d'équilibre statistique, ces dernières se réduisant à $S_{12} = (1 - \epsilon) J_{12} + \epsilon B_{\nu_{12}}$ pour un atome à deux niveaux. On traite généralement ce problème par itérations successives: on commence par se donner une fonction source initiale (la fonction source de Sobolev par exemple) qu'on introduit dans les relations (6.13)-(6.15) pour obtenir J_{12} et une nouvelle estimation de S_{12}. Ce procédé, connu sous le nom d'itération Λ, converge sans trop de difficultés dans le cas des atmosphères en expansion (Hamann, 1981). La convergence étant néanmoins assez lente lorsque le milieu est optiquement épais, on peut envisager des mécanismes "d'accélération" comme une extrapolation selon un schéma d'Aitken ou l'utilisation d'opérateurs Λ approchés (Hamann, 1981, 1985).

Ce processus itératif nécessite un calcul efficace de l'intensité $I(w, \mu)$ apparaissant dans les relations (6.13)-(6.15). C'est pourquoi nous effectuons ces quadratures sur des points équidistants en vitesse (ou en fréquence) plutôt qu'en distance spatiale (voir Bertout, 1984). Ainsi, pour une loi de vitesse donnée, nous déterminons dans l'enveloppe en expansion une grille de points dont les séparations en vitesse sont égales. En chacun de ces points et le long de directions choisies de façon similaire, nous calculons la position de tous les points distants qui sont susceptibles de contribuer à l'intensité moyenne J_{12} et dont la vitesse relative au point considéré est un multiple de l'intervalle de vitesse Δw. Au maximum, nous avons $2\, w_D / \Delta w$ points distants le long d'une même direction. Comme la position des points distants dépend uniquement de la loi de vitesse et de la turbulence maximale que nous désirons étudier, cette grille de points est établie une fois pour toutes, quelle que soit la loi d'opacité ou la turbulence envisagée (pour autant bien sûr que cette dernière reste inférieure

à la turbulence maximale choisie pour construire la grille de points). En adoptant l'approximation de Sobolev pour déterminer l'intensité de la radiation émise le long de chaque intervalle de vitesse Δw (suffisamment petit), nous pouvons aisément calculer J_{12}. Si en plus nous remarquons qu'une bonne partie du calcul de l'intensité émergente est réalisée dans celui de la fonction source (cfr. équation (6.16)), nous voyons que ce code numérique nous permet d'obtenir des profils de raies évalués avec ou sans approximation de Sobolev.

Les idées essentielles de la méthode numérique étant exposées, considérons maintenant quelques résultats préliminaires.

6.4 Résultats préliminaires

Nous présentons ici quelques exemples de profils de raies obtenus en utilisant la fonction source de Sobolev et en intégrant correctement l'intensité émergente. La grille de points est construite pour la loi de vitesse B de la table 3.1. Les profils sont calculés avec la loi d'opacité β (voir la table 3.1) et $w_D = 0.2$, cette dernière quantité caractérisant la turbulence. Pour le profil d'émission Φ_X, nous avons choisi une gaussienne tronquée à 3σ.

Les profils de raies sont illustrés aux figures 6.1 et 6.2 pour différentes valeurs de l'opacité représentée par W_1^0 (cfr. relation (2.19)). Si le milieu est optiquement mince ($W_1^0 \leq 0.1$), on voit que le profil de raie calculé avec l'approximation de Sobolev puis convolué par Φ_X, est très proche du profil de raie exact. D'autre part, si le milieu est optiquement épais, on observe une asymétrie marquée du profil en émission ainsi qu'un décalage systématique vers le rouge (voir aussi Hamann, 1981).

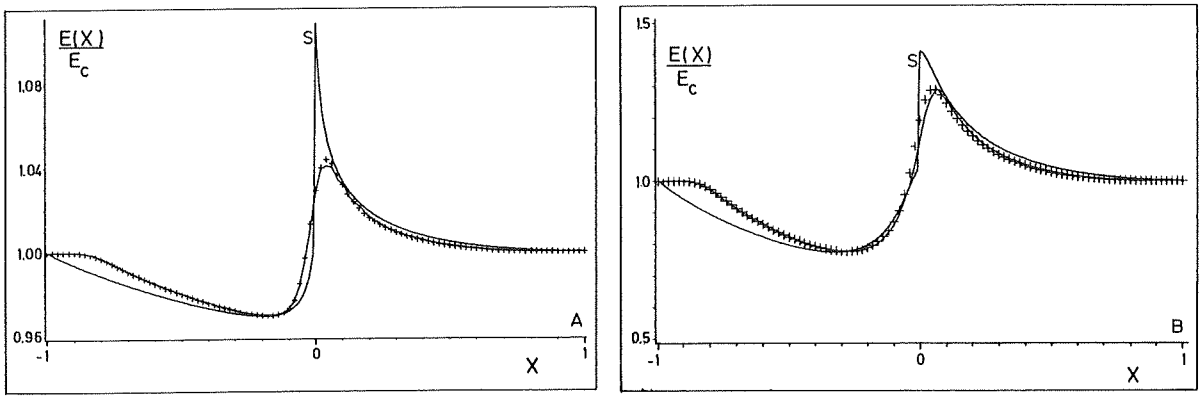


Figure 6.1: *Pour le cas d'un milieu optiquement mince ($W_1^0 = 0.01(A)$ et $W_1^0 = 0.1(B)$), les profils de raies calculés avec turbulence ($w_D = 0.2$) sont comparés aux profils de raies (notés S) obtenus avec l'approximation de Sobolev ($w_D = 0.0$) et aux profils de raies obtenus avec l'approximation de Sobolev puis convolués par le profil d'émission Φ_X [+].*

On comprend aisément ces différences en notant que pour un milieu optiquement mince, un photon absorbé en un point L de l'enveloppe s'échappe directement avec une fréquence X distribuée autour de X_L selon le profil d'émission Φ_X. Par contre, si le milieu est optiquement épais, les photons contribuant à une fréquence observée X proviennent plutôt de la région proche de l'observateur ($X_L \simeq -w_D + (1+w_D)\,X$) d'où ils peuvent s'échapper facilement que de la zone où $X_L \simeq (1+w_D)X$. Ainsi, par exemple, le maximum de l'émission, centré en $X_L = 0$, est décalé vers des fréquences $X > X_L$.

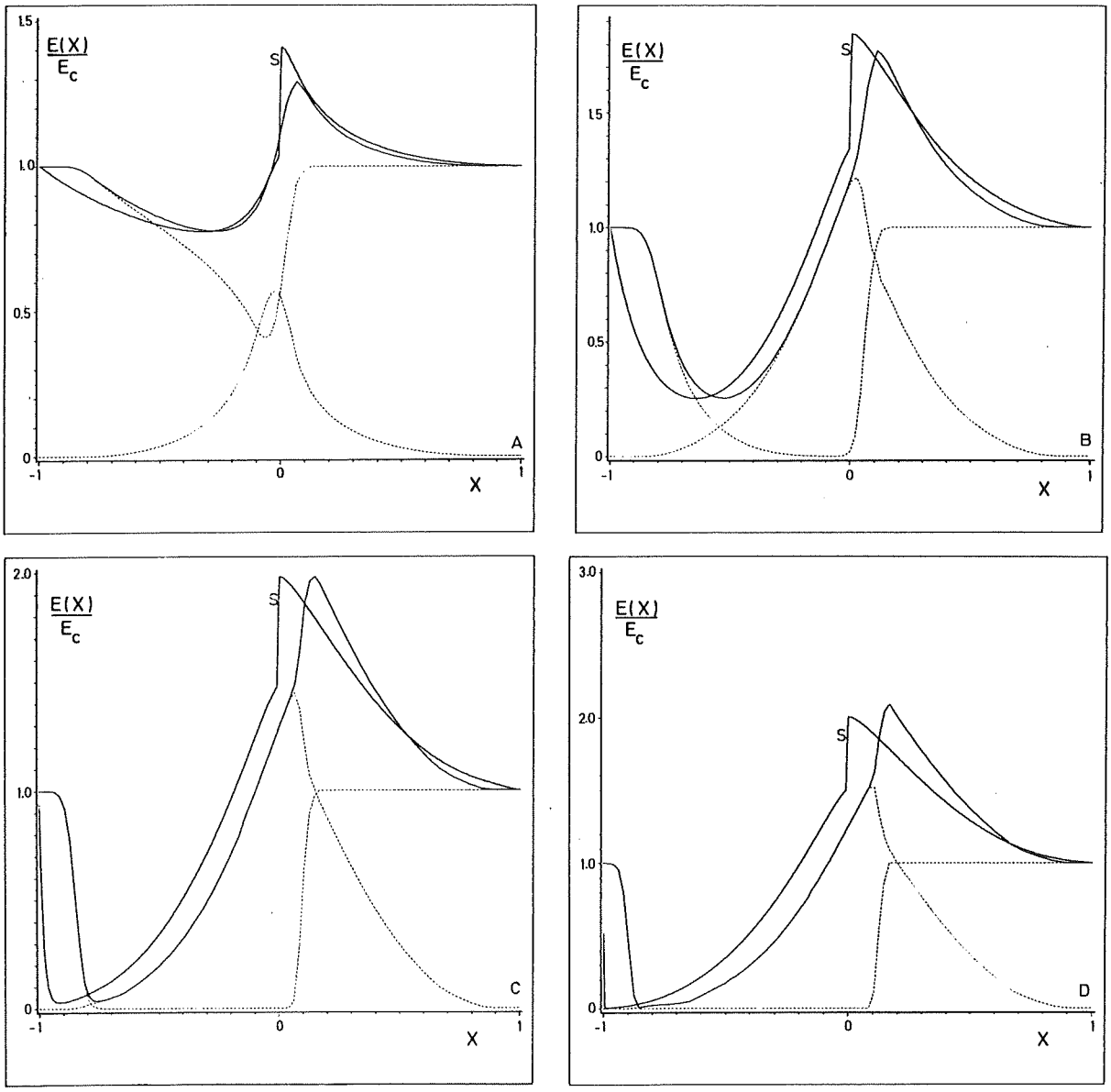


Figure 6.2: *Profils de raies calculés avec turbulence ($w_D = 0.2$) pour différentes valeurs de l'opacité ($W_1^0 = 0.1(A), W_1^0 = 1.(B), W_1^0 = 10.(C)$ et $W_1^0 = 100.(D)$). Les composantes en absorption et en émission sont représentées ainsi que les profils obtenus dans le cadre de l'approximation de Sobolev ($w_D = 0.0$). Pour ceux-ci (notés S) le maximum de l'émission est toujours centré en $X = X_L = 0$.*

II

Applications aux étoiles chaudes et aux quasars

Chapitre 7

Evaluation du taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires

La méthode du moment d'ordre 1 a été utilisée de façon intensive pour estimer le taux de perte de masse des noyaux de nébuleuses planétaires, souvent observés à basse résolution spectrale à cause de leur faible luminosité. Initialement conçue et appliquée par Castor, Lutz et Seaton (1981) pour analyser les profils de raies de type P Cygni détectés dans le spectre du noyau de la nébuleuse NGC 6543, cette méthode a permis à Cerruti-Sola et Perinotto (1985) d'évaluer le taux de perte de masse d'une vingtaine d'objets à partir de la relation simplifiée $W_1 = W_1^0$, valable lorsque les raies ne sont pas saturées.

Sur base des moments W_1 mesurés par ces auteurs pour les raies issues de niveaux excités O IV λ 1341 et O V λ 1371, nous avons redéterminé le taux de perte de masse des étoiles centrales des nébuleuses NGC 6543, NGC 6210 et NGC 6826. Nous avons procédé en reportant les valeurs mesurées de W_1 dans nos diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$" (figures 3.3 et 3.4) afin d'obtenir le paramètre W_1^0 et finalement le taux de perte de masse $\dot{M}$ via la relation (3.13). Comme Castor et al. (1981), nous avons adopté l'approximation raisonnable $< n_g >_s$ (O IV) + $< n_g >_s$ (O V) = 1. Ainsi, nous avons pu montrer (Hutsemékers et Surdej, 1987, voir Annexe) que le fait de supposer les raies non saturées – et de prendre $W_1 = W_1^0$ – entraîne une sous-estimation systématique du taux de perte de masse qui atteint facilement un ordre de grandeur.

Comme cet effet systématique est susceptible d'être présent pour tous les objets analysés par Cerruti-Sola et Perinotto (Hutsemékers et Surdej, 1988, en Annexe), nous avons décidé de réévaluer le taux de perte de masse des autres étoiles de leur échantillon en nous basant à nouveau sur les diagrammes "$\log W_1 - \log W_1^0$" obtenus pour les raies issues de niveaux excités et les doublets de résonance. Lorsque les deux raies d'oxygène O IV et O V ne sont pas détectées simultanément dans le spectre d'une de ces étoiles, nous avons adopté, comme Cerruti-Sola et Perinotto (1985), une fraction d'ionisation moyenne, notre but étant avant tout d'estimer l'effet de la saturation des raies sur le taux de perte de masse. En utilisant les paramètres

stellaires proposés par ces auteurs, nous avons reporté nos résultats dans la table 7.1, en y ajoutant les trois objets analysés précédemment.

Nous constatons immédiatement que le paramètre W_1^0 est définitivement supérieur au moment mesuré W_1, ce qui signifie qu'aucune raie ne peut être considérée comme étant non saturée [1] et que tous les taux de perte de masse évalués par Cerruti-Sola et Perinotto (1985) sont sous-estimés (en moyenne d'un facteur dix). Il est important de garder à l'esprit que même nos meilleures déterminations du taux de perte de masse $\dot{M}$, (obtenues à partir des raies O IV et O V lorsqu'elles sont toutes deux détectées), peuvent être affectées d'une incertitude atteignant l'ordre de grandeur (voir la discussion de Hutsemékers et Surdej, 1987). Les autres valeurs du taux de perte de masse, calculées en prenant une fraction d'ionisation moyenne, n'ont guère qu'un intérêt statistique. On constate qu'en moyenne elles ne montrent pas d'écart systématique par rapport aux estimations les plus fiables. Remarquons encore que dans cette limite d'incertitude, nos valeurs de $\dot{M}$ sont en bon accord avec celles obtenues pour les quelques objets observés à haute résolution spectrale (Bianchi et al., 1986; Bombeck et al., 1986; Kaler et al., 1988).

Nous avons reporté nos résultats à la figure 7.1 en fonction de la luminosité stellaire. On voit immédiatement que les taux de perte de masse que nous avons évalués ne peuvent être simplement extrapolés à partir de ceux déterminés pour les étoiles OB jeunes (Abbott, 1982), surtout si nous nous rappelons que nos meilleures estimations de $\dot{M}$ (obtenues en prenant $< n_g >_s$ (O IV) + $< n_g >_s$ (O V) = 1) ne constituent rien d'autre que des limites inférieures.

Le taux de perte de masse moyen vaut environ $10^{-7} M_\odot/an$. Notons que d'après Schönberner (1983) le taux de perte de masse affecte l'évolution de l'étoile centrale uniquement si $\dot{M} > 10^{-7} M_\odot/an$. Il est donc probable que la perte de masse affecte l'évolution de quelques étoiles centrales de nébuleuses planétaires.

[1] Pour avoir une idée de l'allure des raies observées, voir Pottasch (1984), p. 144

Table 7.1: *Les taux de perte de masse évalués pour un échantillon de noyaux de nébuleuses planétaires observés dans l'ultraviolet avec le satellite IUE.*

Nébuleuse	Raie	W_1	W_1^0	$\bar{n}_g$	$\dot{M}\bar{n}_g$	$\dot{M}$
NGC 6210	O IV	0.060	0.20	0.56	6.7-09	1.2-08
	O V	0.120	0.91	0.44	5.3-09	
NGC 6826	O IV	0.040	0.10	0.73	1.1-07	1.5-07
	O V	0.070	0.27	0.27	3.7-08	
NGC 6543	O IV	0.063	0.22	0.62	8.7-08	1.4-07
	O V	0.130	1.14	0.38	5.3-08	
NGC 1535	O IV	0.037	0.09	0.35	1.8-08	5.2-0.8
	O V	0.120	0.91	0.65	3.3-08	
IC 2149	O IV	0.087	0.42	0.97	1.7-06	1.8-06
	O V	0.050	0.14	0.03	4.9-08	
IC 3568	O IV	0.043	0.11	0.62	9.4-09	1.5-08
	O V	0.090	0.46	0.38	5.8-09	
IC 4593	O IV	0.020	0.04	0.54	1.4-08	2.6-08
	O V	0.070	0.27	0.46	1.2-08	
SwSt 1	O IV	0.050	0.14	0.87	1.7-07	2.0-07
	O V	0.060	0.20	0.13	2.6-08	
NGC 5189	N IV	0.290	36.10	0.50	1.6-07	3.2-07
NGC 6572	O IV	0.037	0.09	0.50	1.5-09	6.3-09
	N IV	0.160	2.11	0.50	4.8-09	
NGC 6891	O V	0.070	0.27	0.50	3.0-10	1.3-09
	N IV	0.070	0.27	0.50	9.9-10	
NGC 7009	O V	0.180	3.25	0.50	1.0-09	2.1-09
A 30	O V	0.120	0.91	0.50	1.2-10	2.5-10
A 78	O V	0.210	6.06	0.50	3.0-09	6.0-09
NGC 2371	C IV	0.380	1.74	2.0-04	7.6-11	3.8-07
IC 418	C IV	0.320	1.77	2.0-04	3.5-12	1.8-08
Hu 2-1	C IV	0.270	0.64	2.0-04	2.4-11	1.2-07

Remarques: *Comme Cerruti-Sola et Perinotto (1985) l'ont suggéré, nous avons divisé W_1(O IV) par trois afin de prendre en considération la contamination par la raie interstellaire C II λ 1335. En analysant le spectre à haute résolution du noyau de la nébuleuse NGC 6543 publié par Bianchi et al. (1986), nous avons pu constater que dans ce cas aussi la raie O IV λ 1341 semble contaminée par la raie C II λ 1335. Nous avons donc divisé par trois la valeur W_1(O IV) donnée par Castor et al. (1981) et obtenu pour NGC 6543 une estimation du taux de perte de masse plus faible que celle déterminée précédemment (Hutsemékers et Surdej, 1987). Notons encore que nous avons utilisé les paramètres stellaires donnés par Cerruti-Sola et Perinotto (1985) sauf pour NGC 1535 où ils sont tirés de l'article de Adam et Köppen (1985). $\bar{n}_g$ représente la fraction d'ionisation moyenne respectivement égale à $< n_g >$ et $< n_g >_s$ pour les doublets de résonance et les raies issues de niveaux excités. Enfin, les taux de perte de masse sont donnés en $M_\odot/an$.*

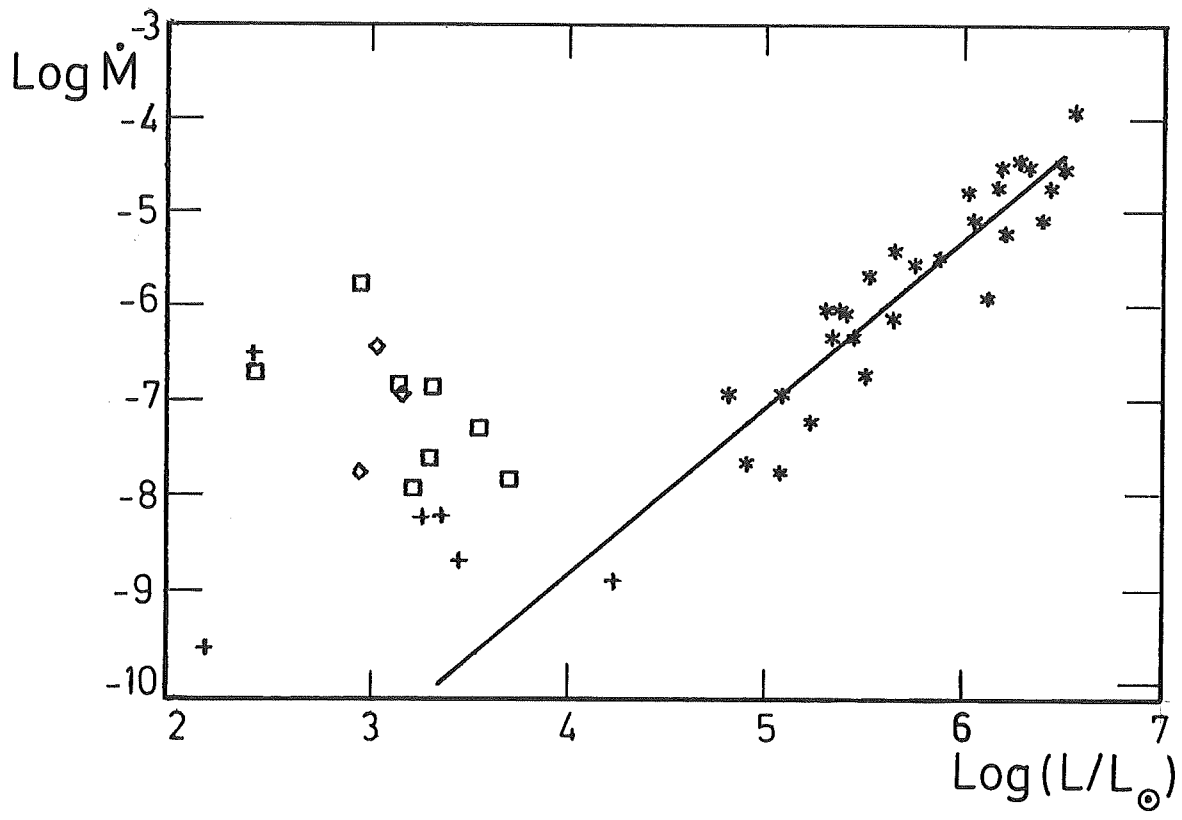


Figure 7.1: *Les taux de perte de masse (en $M_\odot/an$) évalués pour un échantillon de noyaux de nébuleuses planétaires sont reportés ici en fonction de la luminosité stellaire.*

- □ *représente nos meilleures estimations de $\dot{M}$, obtenues à partir des raies O IV λ 1341 et O V 1371 lorsqu'elles sont toutes deux détectées,*
- \+ *représente les valeurs de $\dot{M}$ obtenues à partir de raies issues de niveaux excités en adoptant une fraction d'ionisation moyenne,*
- ◇ *représente les valeurs de $\dot{M}$ obtenues à partir du doublet de résonance C IV λ 1549 et*
- * *se rapporte aux données de Abbott (1982) obtenues pour les étoiles OB de population I.*

Chapitre 8

Géométrie de l'éjection de matière entourant les quasars de type BAL et formation du profil de raie Lyα + N V

Un nombre assez élevé de quasars – environ dix pour cent des quasars découverts sur des plaques prisme-objectif (Hazard et al., 1984) – montrent dans leurs spectres de larges raies en absorption (BAL) décalées vers le bleu et dues à des atomes fortement ionisés (on retrouve les raies de résonance Si IV λ 1398, C IV λ 1549, N V λ 1240 et O VI λ 1031). L'origine intrinsèque de ces raies est relativement bien établie et attribuée à l'interaction des photons avec de la matière en expansion rapide. Ainsi, Scargle et al. (1970, 1972), Grachev et Grinin (1975) et Surdej et Swings (1981) ont interprété les profils de C IV et Si IV observés dans le spectre de PHL 5200 en supposant ces profils de raies formés par diffusion radiative au sein d'une atmosphère en expansion rapide possédant la symétrie sphérique et en adoptant l'approximation de Sobolev. Les profils de type P Cygni observés dans le spectre des quasars BAL présentent cependant quelques particularités [1]:

1. en moyenne, la largeur équivalente de la composante en absorption du profil de raie (EW_{abs}) est nettement plus grande que la largeur équivalente de la composante en émission (EW_{em}),

2. pour certaines raies complètement saturées, l'intensité résiduelle peut atteindre des valeurs très petites ($\simeq 0$) et

3. la raie Lyα + N V montre une structure complexe, Lyα en émission étant faible ou absente dans la plupart des cas (Hazard et al., 1984).

Afin d'expliquer les points 1) et 2), Junkkarinen (1980, 1983) et Turnshek (1981, 1984) ont proposé de nouveaux modèles où la matière est expulsée sous forme de jets ou de disques dont le volume émissif est beaucoup plus petit que celui d'une enveloppe

[1] Voir les exemples donnés en Annexe.

sphérique. Pour ces auteurs, la plupart des quasars, sinon tous, sont entourés de matière en expansion, les quasars BAL étant simplement ceux qui éjectent dans notre direction.

Dans le but de tester cette hypothèse qui introduit des géométries particulières nécessitant pour les expliquer des mécanismes physiques tout aussi "ad-hoc", nous avons examiné un peu plus loin la possibilité que les profils observés sont formés dans une enveloppe possédant la symétrie sphérique. Ainsi, nous avons montré (Surdej et Hutsemékers, 1987, voir Annexe) qu'en considérant par exemple les effets de la turbulence (voir chapitre 6), on rend aisément compte des contraintes observationnelles 1) et 2) tout en continuant à supposer que les raies sont formées par diffusion radiative au sein d'une enveloppe en expansion possédant la symétrie sphérique. D'autres effets comme l'occultation d'une partie appréciable de l'enveloppe ou la destruction de photons par désexcitation collisionnelle peuvent contribuer à la diminution du rapport EW_{em}/EW_{abs}. Il n'y a donc aucune raison d'abandonner la symétrie sphérique qui constitue toujours le modèle le plus simple.

Nous avons également étudié les propriétés moyennes de la raie en émission N V λ 1240 et nous l'avons trouvée plus intense dans le spectre des quasars de type BAL que dans celui des quasars "normaux". Si ces deux types de quasars forment réellement une même classe d'objets, on s'attendrait plutôt à observer une distribution analogue des propriétés des raies en émission. Remarquons que des différences similaires ont été rapportées par Turnshek (1984) et Hartig et Baldwin (1986) pour les raies en émission C IV, Lyα, C III], Al III, Fe II, Fe III, etc., observées à la fois dans le spectre des quasars de type BAL et des quasars "normaux".

Enfin, nous avons analysé en détail le profil de la raie complexe Lyα + N V lorsque la vitesse maximale des ions N^{4+} est supérieure à la séparation en vitesse des deux raies ($\sim 6000\, km/s$ entre Lyα λ 1215 et N V λ 1240), auquel cas les photons émis dans la raie Lyα sont susceptibles d'être diffusés par les ions N^{4+}. En traitant le transfert de la radiation (diffusion résonante) dans une enveloppe sphérique en expansion et en adoptant l'approximation de Sobolev, nous avons trouvé que les profils calculés rendent bien compte des caractéristiques générales du profil de raie complexe Lyα + N V tel qu'on l'observe dans le spectre des quasars de type BAL, à savoir:

1. une atténuation de la raie Lyα en émission,

2. une augmentation de l'intensité de la raie N V en émission et

3. la présence possible d'une asymétrie dans l'aile rouge de la raie N V en émission.

Remarquons que la détection d'une telle asymétrie exclut la formation de la raie N V dans un jet de matière dirigé vers l'observateur.

Tous ces résultats sont certainement compatibles avec l'hypothèse que les quasars de types BAL et non-BAL forment deux classes distinctes d'objets.

Conclusions

Dans le but de mieux comprendre la formation des profils de raies de type P Cygni et de mieux cerner les caractéristiques globales des éjections de matière que ces profils de raies révèlent, nous avons étudié, pour quelques cas précis, le transfert de la radiation au sein d'atmosphères en expansion. Nous avons développé des méthodes d'analyse de profils de raies et appliqué nos résultats à l'étude de deux classes d'objets: les noyaux de nébuleuses planétaires et les quasars de type BAL.

Nous avons tout d'abord montré (section 2.3) comment utiliser de façon très simple les moments W_0^0, W_1^0 et W_3^0 d'un profil de raie de type P Cygni non saturé pour estimer la forme des lois de vitesse et d'opacité caractérisant le milieu en expansion. Nous avons ensuite adapté la méthode des moments à l'étude de raies fréquemment observées dans le spectre des étoiles chaudes et des quasars, à savoir les raies issues de niveaux excités (chapitre 3) et les doublets de résonance (chapitre 4).

Nous avons trouvé que le moment d'ordre 1 du profil d'une raie issue de niveaux excités reste proportionnel au taux de perte de masse si la raie n'est pas saturée, et ceci indépendamment des lois de vitesse et d'opacité choisies pour représenter le milieu en expansion. Cette propriété n'étant pas valable pour les raies légèrement saturées, nous avons construit des diagrammes "$W_1 - W_1^0$ " qui, à partir du moment mesuré W_1 , nous permettent d'obtenir le paramètre W_1^0 et le taux de perte de masse. Nous avons constaté que ces résultats dépendent très peu de l'opacité de la transition photoexcitatrice peuplant le niveau inférieur de la transition entre états excités.

Nous avons ensuite étudié le cas des doublets de résonance pour lesquels nous avons déterminé l'expression générale du moment d'ordre n, W_n^D. La complexité de cette expression nous a conduit à définir des combinaisons linéaires de ces moments W_n^D. Pour des raies non saturées, ceux-ci possèdent une signification physique simple et utile: taux de perte de masse ($n = 1$), taux moyen d'impulsion ($n = 2$) et taux moyen d'énergie cinétique ($n = 3$). Prenant en considération les couplages radiatifs apparaissant dans l'enveloppe en expansion, nous avons construit numériquement de nombreux diagrammes de moments. Nous avons ainsi remarqué qu'en les normalisant, les diagrammes "$W_n^D - W_n^{D,0}$ " dépendent très peu de la séparation relative du doublet de résonance de telle sorte qu'un seul diagramme suffit pour obtenir le paramètre $W_n^{D,0}$ (lié à des quantités physiques simples) à partir du moment mesuré W_n^D. Nous avons également présenté de nouveaux diagrammes permettant de déterminer les distributions de vitesse et d'opacité qui caractérisent le milieu en expansion.

Sur base de nos résultats, nous pouvons conclure que même en considérant des

raies complexes comme les raies issues de niveaux excités et les doublets de résonance, la méthode des moments reste un instrument efficace pour interpréter les profils de raies de type P Cygni. Dans tous les cas, ce sont les raies non saturées qui apportent le plus d'informations sur l'enveloppe en expansion.

Considérant les nombreux objets qui éjectent de la matière à des vitesses comparables à celle de la lumière, nous avons généralisé la théorie de Sobolev au cas des atmosphères en expansion relativiste (chapitre 5). En établissant l'expression de l'épaisseur optique, des probabilités de fuite et de la fonction source, nous avons noté la profonde dissymétrie de l'interaction entre atomes et photons lorsque les vitesses mises en jeu sont proches de celle de la lumière. Cette dissymétrie marque également les surfaces d'égale fréquence qui révèlent parfois la présence de couplages radiatifs dans l'enveloppe lorsque la vitesse terminale du fluide est voisine de c. Après avoir discuté l'approximation de Sobolev, nous avons obtenu l'expression du profil de raie et constaté que les photons absorbés en un point de l'enveloppe sont réémis de manière uniforme dans un intervalle de fréquences asymétrique. Cette propriété se manifeste sur les profils calculés par la présence d'une aile rouge tronquée lorsque la vitesse terminale du fluide est élevée. Nous avons également calculé le moment d'ordre 1 d'un profil de raie non saturé et montré qu'il reste inchangé lorsqu'on tient compte des corrections relativistes. Enfin, nous avons présenté quelques exemples de profils de raies et de diagrammes "$W_1 - W_1^0$ ". En normalisant ces diagrammes, nous avons remarqué qu'ils subissent peu de modifications lorsque les vitesses deviennent comparables à celle de la lumière, la position relative des courbes restant surtout dépendante du choix de la loi d'opacité.

Afin de nous affranchir de l'approximation de Sobolev, nous avons également entrepris l'étude de la formation des profils de raies au sein d'une atmosphère turbulente (chapitre 6). Nous avons montré que si le milieu est optiquement mince ($W_1^0 \leq 0.1$), on peut calculer simplement les profils de raies en convoluant par le profil d'émission les profils obtenus dans le cadre de l'approximation de Sobolev. Un nouveau code numérique, basé sur la forme intégrale de l'équation de transfert a été développé et présenté avec quelques résultats préliminaires.

Tout au long de nos développements théoriques, nous avons remarqué que le moment d'ordre 1 d'un profil de raie de type P Cygni non saturé reste particulièrement insensible au modèle choisi pour représenter l'enveloppe en expansion. Ce moment constitue donc un excellent indicateur du taux de perte de masse et suggère d'utiliser essentiellement des raies très faibles pour évaluer ces taux.

Malheureusement la plupart des raies observées sont saturées et ignorer ce fait peut entraîner de sévères erreurs. En tenant compte de cette réalité, nous avons réévalué les taux de perte de masse d'un échantillon de noyaux de nébuleuses planétaires (chapitre 7) et confirmé le fait qu'ils sont étonnamment élevés eu égard à la faible luminosité de l'étoile centrale.

Nous avons également étudié les profils de raies de type P Cygni observés dans le spectre des quasars de type BAL (chapitre 8) et montré qu'il est possible de les interpréter facilement en les supposant formés par diffusion radiative au sein d'une atmosphère turbulente possédant la symétrie sphérique. Nos résultats sont tout à fait compatibles avec le fait que les quasars de types BAL et non-BAL constituent

deux classes distinctes d'objets.

Bien entendu, le champ d'application des méthodes que nous avons développées ne se limite pas aux quelques exemples que nous avons considérés et, dans un futur proche, elles devraient s'avérer utiles pour interpréter les nombreuses données qui seront récoltées par la nouvelle génération de satellites explorant l'ultraviolet (Lyman, Hopkins Ultraviolet Telescope et Space Telescope).

Références

Abbott, D.C.: 1982, *Astrophys. J.*, **259**, 282

Abell, G.O., Margon, B.: 1979, *Nature*, **279**, 701

Adam, J., Köppen, J.: 1985, *Astron. Astrophys.*, **142**, 461

Allen, C. W.: 1973, Astrophysical Quantities, Athlone Press, Univ. of London

Bastian, U., Bertout, C., Stenholm, L., Wehrse, R.: 1980, *Astron. Astrophys.*, **86**, 105

Beals, C.: 1929, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **90**, 202

Beals, C.: 1931, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **91**, 966

Bertout, C.: 1984, *Astrophys. J.*, **285**, 269

Bianchi, L., Cerrato, S., Grewing, M.: 1986, *Astron. Astrophys.*, **169**, 227

Bombeck, G., Köppen, J., Bastian, U.: 1986, ESA SP-263, p. 287

Castor, J.I.: 1970, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **149**, 111

Castor, J.I., Smith, L.F., van Blerkom, D.: 1970, *Astrophys. J.*, **159**, 1119

Castor, J.I., Abbott, D.C., Klein, R.I.: 1975, *Astrophys. J.*, **195**, 157

Castor, J.I., Lamers, H.J.G.L.M.: 1979, *Astrophys. J. Suppl.*, **39**, 481

Castor, J.I., Lutz, J.H., Seaton, M.J.: 1981, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **194**, 547

Cerruti-Sola, M., Perinotto, M.: 1985, *Astrophys. J.*, **291**, 237

Elitzur, M.: 1982, *Reviews of Modern Physics*, **54**, 1225

Ferrari, A., Rosner: 1988, in "Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei", Bianchi, L.,and Gilmozzi, R., (Eds), Reidel, p. 3

Garmany, C.D., Olson, G.L., Conti, P.S., van Steenberg, M.E.: 1981, *Astrophys. J.*, **250**, 660

Gathier, R., Lamers, H.J.G.L.M., Snow, T.P.: 1981, *Astrophys. J.*, **247**, 173

Grachev, S.I., Grinin, V.P.: 1975, *Astrofizika*, **11**, 20

Gray, D.: 1976, The Observation and Analysis of Stellar Photospheres, Wiley

Hamann, W.-R.: 1980, *Astron. Astrophys.*, **84**, 342

Hamann, W.-R.: 1981a, *Astron. Astrophys.*, **93**, 353

Hamann, W.-R.: 1981b, *Astron. Astrophys.*, **100**, 169

Hamann, W.-R.: 1985, *Astron. Astrophys.*, **148**, 364

Hartig, G.F., Baldwin, J.A.: 1986, *Astrophys. J.*, **302**, 64

Hazard, C., Morton, D.C., Terlevich, R., McMahon, R.: 1984, *Astrophys. J.*, **282**, 33

Hempe, K.: 1982, *Astron. Astrophys.*, **115**, 133

Hummer, D.G.: 1976, in "Be and Shell Stars", Slettebak, A., (Ed), p. 281

Hutsemékers, D., Surdej, J.: 1987, *Astron. Astrophys.*, **173**, 101

Hutsemékers, D., Surdej, J.: 1988, in "Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei", Bianchi, L.,and Gilmozzi, R., (Eds), Reidel, p. 253

Hutsemékers, D., Surdej, J.: 1988, in "Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei", Bianchi, L.,and Gilmozzi, R., (Eds), Reidel, p. 405

Junkkarinen, V.T.: 1980, Ph.D. Thesis, University of California (San Diego)

Junkkarinen, V.T., Burbidge, E.M., Smith, H.E.: 1983, *Astrophys. J.*, **265**, 51

Junkkarinen, V.T.: 1983, *Astrophys. J.*, **265**, 73

Kaler, J.B., Feibelman, W.A., Henrichs, H.F.: 1988, *Astrophys. J.*, **324**, 528

Kwok, S., Purton, C.R., Fitzgerald, P.M.: 1978, *Astrophys. J. Letters*, **219**, L125

Kwok, S.: 1988, in "Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei", Bianchi, L.,and Gilmozzi, R., (Eds), Reidel, p. 123

Lamers, H.J.G.L.M., Cerruti-Sola, M., Perinotto, M.: 1987, *Astrophys. J.*, **314**, 726

Lucy, L.: 1971, *Astrophys. J.*, **163**, 5

Magnan, C.: 1970, *J. Quant. Spectroscopy Radiat. Transfer*, **10**, 1

Mihalas, D., Kunasz, P.B., Hummer, D.G.: 1975, *Astrophys. J.*, **202**, 465

Mihalas, D.: 1978, Stellar Atmospheres, Freeman.

Mihalas, D., Mihalas, B.W.: 1984, Foundations of Radiation Hydrodynamics, Oxford.

Oxénius, J.: 1986, Kinetic Theory of Particles and Photons, Springer-Verlag

Pauldrach, A.: 1987, *Astron. Astrophys.*, **183**, 295

Pottasch, S.R.: 1984, Planetary Nebulae, Reidel, Dordrecht

Rybicki, G.B.: 1982, in "Methods in Radiative Transfer", Kalkofen (ed.), p. 21

Scargle, J.D., Caroff, L.J., Noerdlinger, P.D.: 1970, *Astrophys. J.*, **161**, L115

Scargle, J.D., Caroff, L.J., Noerdlinger, P.D.: 1972, in "External Galaxies and Quasi-Stellar Objects", D.S. Evans (ed.), p. 151

Schönberg, K.: 1985a, *Astron. Astrophys.*, **148**, 405

Schönberg, K.: 1985b, *Astron. Astrophys. Suppl. Series* , **62**, 339

Schönberner, D.: 1983, *Astrophys. J.*, **272**, 708

Sobolev, V.V.: 1947, Dnižuščiesja Oboločki Zvezd, Leningrad, transl. Moving envelopes of stars; translated from Russian by S. Gaposchkin, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1960

Sobolev, V.V.: 1957, *Astron. Zh.*, **34**, 694 (trans. Soviet Astron. **1**, 678)

Sobolev, V.V.: 1958, in V.A. Ambartsumyan (ed.), Theoretical Astrophysics, Chapter 28, Pergamon Press Ltd., London

Surdej, J.: 1977, *Astron. Astrophys.*, **60**, 303

Surdej, J.: 1979, Thèse de Doctorat, Université de Liège

Surdej, J.: 1980, *Astrophys. Space Sci.*, **73**, 101

Surdej, J.: 1981, *Astrophys. Space Sci.*, **79**, 213

Surdej, J.: 1982, *Astrophys. Space Sci.*, **88**, 31

Surdej, J.: 1983a, *Astron. Astrophys.*, **127**, 304

Surdej, J.: 1983b, *Astrophys. Space Sci.*, **90**, 299

Surdej, J.: 1985, *Astron. Astrophys.*, **152**, 361

Surdej, J., Hutsemékers, D.: 1987, *Astron. Astrophys.*, **177**, 42

Surdej, J., Swings, J.P.: 1981, *Astron. Astrophys.*, **96**, 242

Thomas, L.: 1930, *Quart. J. Math.*, **1**, 239

Turnshek, D.A.: 1981, Ph.D. Thesis, University of Arizona

Turnshek, D.A.: 1984a, *Astrophys. J. Letters*, **278**, L87

Turnshek, D.A.: 1984b, *Astrophys. J.*, **280**, 51

Vandenbruaene, A.: 1981, Mémoire de licence, Université de Mons

Weymann, R., Foltz, C.: 1983, in the proceedings of the 24th Liège International Astrophysical Colloquium, "Quasars and Gravitational Lenses", Institut d'Astrophysique, ULg(Belgium), p. 538

ANNEXE

Astron. Astrophys. 173, 101–107 (1987)

ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS

Revisited mass-loss rates for the nuclei of the planetary nebulae NGC 6210, NGC 6826 and NGC 6543: the first order moment W_1 of subordinate line profiles

D. Hutsemékers* and J. Surdej**

Institut d'Astrophysique, Université de Liège, Avenue de Cointe, 5, B-4200 Liège, Belgium

Received March 28, accepted June 30, 1986

Summary. Using realistic expressions for the velocity and opacity distributions in rapidly expanding atmospheres, we present the results of numerical calculations for the first order moment W_1 of subordinate P Cygni line profiles as a function of the parameter $W_1^0 \alpha \dot{M} \langle n_g \rangle_s$, where $\dot{M}$ represents the mass-loss rate of the central star and $\langle n_g \rangle_s$ the average fractional abundance of the relevant ion across the region of the envelope where the subordinate line profile is formed.

Our calculations clearly show that for unsaturated P Cygni line profiles the relation $W_1 \alpha \dot{M} \langle n_g \rangle_s$ holds irrespective of the type of the opacity and/or velocity distributions. For currently observed P Cygni line profiles, the misuse of this relation can lead to an underestimate of the mass-loss rates by more than one order of magnitude. This is illustrated for the case of 3 selected central stars of planetary nebulae (NGC 6210, NGC 6826 and NGC 6543) for which mass-loss rates have been revisited.

Key words: radiation transfer – mass-loss – moment W_1 – P Cygni profiles – planetary nebulae

1. Introduction

Castor, Lutz and Seaton (1981, referred to below as CLS) have first established that, in the framework of the Sobolev approximation (Sobolev, 1947, 1957, 1958) and for the case of an optically thin line, the first order moment W_1 of a P Cygni line profile provides a good mean of deriving the mass-loss rate $\dot{M}$ of a star, and is particularly well adapted to the interpretation of IUE and other low resolution spectra.

Although CLS have applied this technique for specific distributions of the velocity and line opacity, Surdej (1982, 1983b) has shown that if the line profile is unsaturated, a unique relation does actually exist between W_1 and the quantity $W_1^0 \alpha \dot{M} \bar{n}$ (level) where $\bar{n}$ (level) is the average fractional abundance of an ion in the lower atomic level associated with the given line transition, irrespective of various physical (opacity distribution, collisions, limb darkening, ...) and geometrical (velocity law, rotation, ...) conditions prevailing in the expanding envelope as well as of any Sobolev-type approximations used for the transfer of line radiation.

Adopting realistic expressions for the velocity and opacity distributions, Surdej (1983a, referred to below as Paper I) has constructed "log W_1 – log W_1^0" diagrams for resonance line transitions which allow star observers to derive directly the quantity $\dot{M}\bar{n}$ (level) and to assign an error estimate to the mass-loss rate determinations. However, if the excitation potential of the lower level of a subordinate line transition is large enough, the population of this level is essentially accounted for by photoexcitations from the ground level and therefore shows a strong dependence upon the radial distance such that the quantity $\bar{n}$ (level) is then not defined anymore. Furthermore, subordinate lines such as O IV λ 1341 and O V λ 1371, whenever observed in the ultraviolet spectra obtained with the Copernicus and International Ultraviolet Explorer (IUE) satellites, have intensively been used for the determination of mass-loss rates because they are often unsaturated and because the interesting approximation $\bar{n}$(O IV) + $\bar{n}$(O V) = 1 can reasonably be made, independently of any adopted ionization model.

Therefore, in order to give a direct way of deriving mass-loss rates from the spectra of early-type stars, PN nuclei, quasars, etc., we have computed "log W_1 – log W_1^0" diagrams for the case of subordinate line transitions. On the basis of these diagrams, we have derived the mass-loss rate $\dot{M}$ of three selected central stars of planetary nebulae for which sufficient observational data are available.

2. The first order moment W_1 of subordinate line profiles

The present calculations of the first order moment of a subordinate P Cygni line profile are performed within the framework of the spherical geometry and Sobolev approximations. These assumptions are reasonably correct for the case of the winds surrounding early-type stars and have been recently discussed by various authors (see e.g. Schönberg, 1985 and references therein).

The expression of the first order moment of a line profile due to a transition between a lower level l and an upper level u has been first written by CLS as:

$$W_1 = \left(\frac{c}{\lambda_{lu} v_\infty}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{F_\lambda - F_c}{F_c}\right)(\lambda - \lambda_{lu})\, d\lambda\,, \qquad (1)$$

Send offprint requests to: D. Hutsemékers

* Aspirant au Fonds National de la Recherche Scientifique (Belgium)

** Also, Chercheur qualifié au Fonds National de la Recherche Scientifique (Belgium)

where v_∞ is the terminal velocity of the wind, directly measurable from the extent of the violet wing of saturated resonance line profiles. F_λ and F_c denote the flux in the line and in the continuum, respectively. This equation can be conveniently reduced to the form (cf. Paper I):

$$W_1 = \int_{-X_{\min}}^{1} 4L^2(X')\tau^r_{lu}(X')\gamma_{lu}(X')\left(1-\frac{\beta^3_{lu}(X')}{\beta^1_{lu}(X')}\right)X'\,dX', \tag{2}$$

taking into account the effects of the finite dimensions of the stellar core. In this relation,

$-X' = -v(r)/v_\infty$ is the dimensionless frequency of a stellar photon scattered in the expanding atmosphere at a radial distance r,

$-X_{\min} = -v_0/v_\infty$, v_0 being the velocity of the wind at the stellar surface,

$-L(X') = r/R^*$ represents the radial distance expressed in stellar radii R^* units,

τ^r_{lu} refers to the radial optical depth of the transition l – u while γ_{lu}, β^3_{lu}, β^1_{lu} are escape probabilities which depend on both the velocity and opacity distributions (these have been defined in Surdej (1982)). This expression of W_1 implicitly assumes the two-level atom model approximation for the line transition l – u. CLS have shown this approximation to be essentially good for the most interesting subordinate lines observed in the ultraviolet spectrum of early-type stars, i.e. O IV λ 1341, O V λ 1371 and N IV λ 1718. In terms of stellar and atomic parameters, the expression of the opacity takes the form

$$\tau^r_{lu}(X') = \frac{\pi e^2}{mc} f_{lu}\lambda_{lu}\frac{A(\mathrm{el})\dot{M}}{2\pi\bar{\mu}M_{\mathrm{amu}}v^2_\infty R^*} n_l \frac{d(1/L)}{d(X'^2)}. \tag{3}$$

Within the optically thin approximation ($\tau_{lu} \ll 1$), it is easy to derive the value of the first order moment (cf. Paper I):

$$W^0_1 = \frac{\pi e^2}{mc} f_{lu}\lambda_{lu}\frac{A(\mathrm{el})\dot{M}}{4\pi\bar{\mu}M_{\mathrm{amu}}v^2_\infty R^*}\int_1^\infty n_l\frac{(W(L)-1)}{L^2}dL, \tag{4}$$

where $W(L)$ is the geometrical dilution factor, A(el) the abundance of the relevant element and n_l the fractional abundance of the ion in the lower atomic level l; the remaining symbols have their usual meaning.

If the excitation potential of the lower level l of the line transition is high enough such that photoexcitations dominate collisional excitations when populating the level l from the ground level g, we find that the ionization fractions n_l and n_g can be related as follows:

$$\frac{n_l}{n_g} = \frac{g_l}{g_g}\frac{\lambda^3_{gl}}{2hc} I^c_{\nu_{gl}}\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}}, \tag{5}$$

where β^1_{gl} (resp. β^3_{gl}) represents the probability that a photon scattered in the line transition g – l will escape locally the expanding atmosphere along any direction (resp. along those directions striking the stellar core); $I^c_{\nu_{gl}}$ is the monochromatic intensity of the stellar continuum at the frequency ν_{gl}; g_l and g_g being the statistical weights of the excited and ground levels. Using Eq. (5), we can rewrite Eq. (4) in the form

$$W^0_1 = \frac{\pi e^2}{mc} f_{lu}\lambda_{lu}\frac{A(\mathrm{el})\dot{M}}{4\pi\bar{\mu}M_{\mathrm{amu}}v^2_\infty R^*}\frac{g_l}{g_g}\frac{\lambda^3_{gl}}{2hc} I^c_{\nu_{gl}}\langle n_g\rangle_s\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle q^c(\infty) \tag{6}$$

where

$$\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle = \frac{\int_1^\infty \frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}}\frac{(W(L)-1)}{L^2}dL}{\int_1^\infty \frac{(W(L)-1)}{L^2}dL} \tag{7}$$

is an average equivalent dilution factor,

$$\langle n_g\rangle_s = \frac{\int_1^\infty n_g\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}}\frac{(W(L)-1)}{L^2}dL}{\int_1^\infty \frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}}\frac{(W(L)-1)}{L^2}dL}, \tag{8}$$

and

$$q^c(\infty) = \int_1^\infty \frac{(W(L)-1)}{L^2}dL \tag{9}$$

is equal to -0.8927. In Eqs. (6) and (8), $\langle n_g\rangle_s$ represents the fraction of the ion in the ground level averaged over the region where the subordinate line is formed, i.e. in a region which extends from the stellar surface to a few (~ 3) stellar radii. At such a distance, the photoexciting radiation becomes so diluted that it does not affect anymore the formation of the subordinate line profile: for $L > 3$, its contribution to the quantity $\langle n_g\rangle_s$ is found to be of the order of 1%.

3. Determination of the fractional mass-loss rate $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$

From Eq. (6) we directly see that a simple linear relation exists between the first order moment W^0_1 of an optically thin subordinate line profile and the quantity $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$.

For the case of resonance lines, this relation is irrespective of the velocity and opacity distributions (Surdej, 1982), but for the excited lines, the quantity $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ does depend on both these distributions. In order to estimate the dependence of this relation on $v(r)$ and $\tau^r_{gl}(v)$, we have calculated $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ for 3 typical velocity laws (see Table 1 and next section), assuming both that the photoexciting line is optically thin or optically thick. If the photoexciting line is optically thick, the ratio of the escape probabilities reduces to

$$\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} = W(L)\frac{\alpha+(1-\alpha)(1+z+z^2)/3}{\alpha+(1-\alpha)/3}, \tag{10}$$

Table 1. Adopted velocity and opacity distributions for calculating the moment W_1 of P Cygni subordinate line profiles

(A) $X' = -X_{\min} + (1+X_{\min})(1-1/\sqrt{L})$
(B) $X' = -X_{\min} + (1+X_{\min})(1-1/L)$
(C) $X' = \sqrt{1-(1-X^2_{\min})/L}$

(α) $\tau^r_{gl}(X') \propto 1\Big/\left(\frac{X'\,dX'}{d(1/L)}\right)$
(β) $\tau^r_{gl}(X') \propto (1-X')$
(γ) $\tau^r_{gl}(X') \propto 1$
(δ) $\tau^r_{gl}(X') \propto \sqrt{1-X'}$
(ε) $\tau^r_{gl}(X') \propto (1-X')^2$
(η) $\tau^r_{gl}(X') \propto 1/X'$

Table 2. Computed values of $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ for the three different velocity laws assuming that the photoexciting line is optically thick or thin

	Velocity law	$\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$
Optically thick case	A	0.1209
	B	0.1182
	C	0.1003
Optically thin case	A, B, C	0.0933

where

$$\alpha = \frac{d\ln L}{d\ln X'}, \tag{11}$$

and

$$z = \sqrt{1-\left(\frac{1}{L}\right)^2}. \tag{12}$$

In the optically thin case, this ratio is independent of the velocity law and is simply given by

$$\frac{\beta^3_{gl}}{\beta^1_{gl}} = W(L). \tag{13}$$

The computed values of $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ are listed in Table 2. We see that $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ is very slightly dependent on the velocity law as well as on the opacity of the photoexciting line. If we choose for $\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle$ a mean value of 0.103 ± 0.013, and taking $\bar{\mu} = 1.26$ (Allen, 1973), we can easily calculate the quantity $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ from the first order moment W^0_1 of an optically thin subordinate line by means of the relation:

$$\dot{M}\langle n_g\rangle_s = -4.71\,10^{-21}\,\frac{g_g}{g_l}\,\frac{v^2_\infty R^*}{\lambda^3_{gl} I^c_{\nu_{gl}} f_{lu}\lambda_{lu} A(\mathrm{el})}\,W^0_1, \tag{14}$$

which, within a good approximation ($\pm 13\%$), is independent of both the velocity and opacity distributions. In this relation $\dot{M}$ is given in $M_\odot$/yr, v_∞ in km s^{-1}, λ_{gl} and λ_{lu} in 10^3 Å, R^* in $R_\odot$ and $I^c_{\nu_{gl}}$ in erg cm^{-2} s^{-1} Hz^{-1}. Alike the case of resonance line transitions (Surdej, 1985), we immediately see from Eq. (1) that the quantity $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ is also irrespective of v_∞. This is particularly interesting for the analysis of subordinate lines which are formed near the stellar core ($L \lesssim 3$) and which therefore cannot provide a correct determination of v_∞.

4. "log W_1 – log W^0_1" diagrams

4.1. Numerical applications

Combining Eqs. (3) and (6) and with the help of the opacity distribution of the photoexciting line transition (cf. Paper I)

$$\tau^r_{gl} \propto n_g \frac{d(1/L)}{X'\,dX'}, \tag{15}$$

we can write the expression of the opacity τ^r_{lu} as

$$\tau^r_{lu} = W^0_1 \frac{n_g}{\langle n_g\rangle_s}\,\frac{\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}}{\langle\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}\rangle}\,\frac{d(1/L)}{q^c(\infty)X'\,dX'}, \tag{16}$$

and, finally

$$\tau^r_{lu} = W^0_1 \frac{\tau^r_{gl}(\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl})}{\int_{-X_{min}}^{1} \tau^r_{gl}(\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl})(1-W(L))X'\,dX'}. \tag{17}$$

τ^r_{lu} depends on the opacity of the transition $g-l$ and on the ratio of the escape probabilities β^3_{gl} and β^1_{gl}. In order to avoid the introduction of an additional parameter, we shall consider the two extreme distinct cases: the photoexciting line is optically thick or optically thin such that the ratio $\beta^3_{gl}/\beta^1_{gl}$ reduces to Eqs. (10) or (13), respectively. For such cases, τ^r_{lu} is only dependent on the distribution of the opacity of the photoexciting line as well as on the type of the velocity law. Therefore, for a given set of opacity and velocity laws, the first order moment W_1 (see Eq. (2)) can readily be computed against values of the parameter W^0_1.

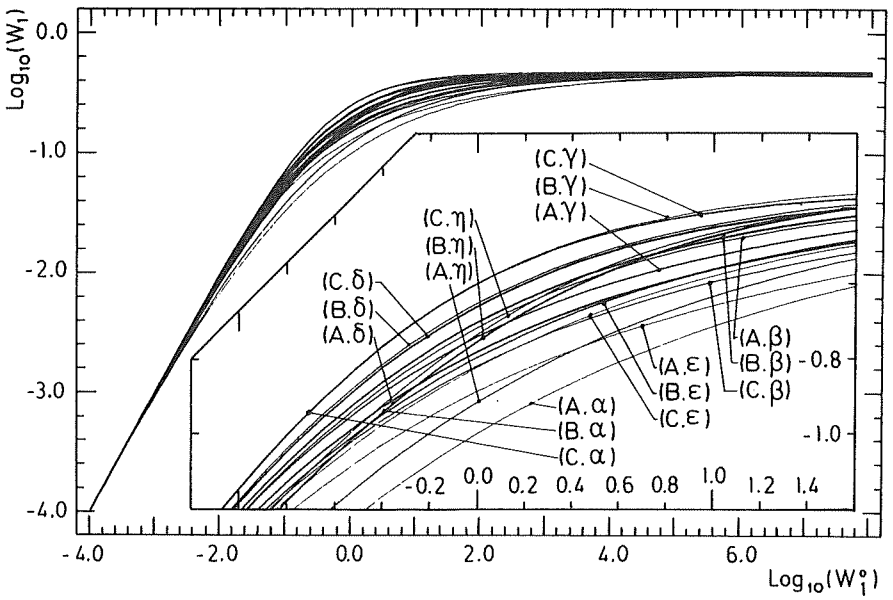


Fig. 1. "$\log_{10} W_1 - \log_{10} W^0_1$" curves computed for the eighteen possible models derived from Table 1 assuming that the $g-l$ photoexciting line transition is optically thin

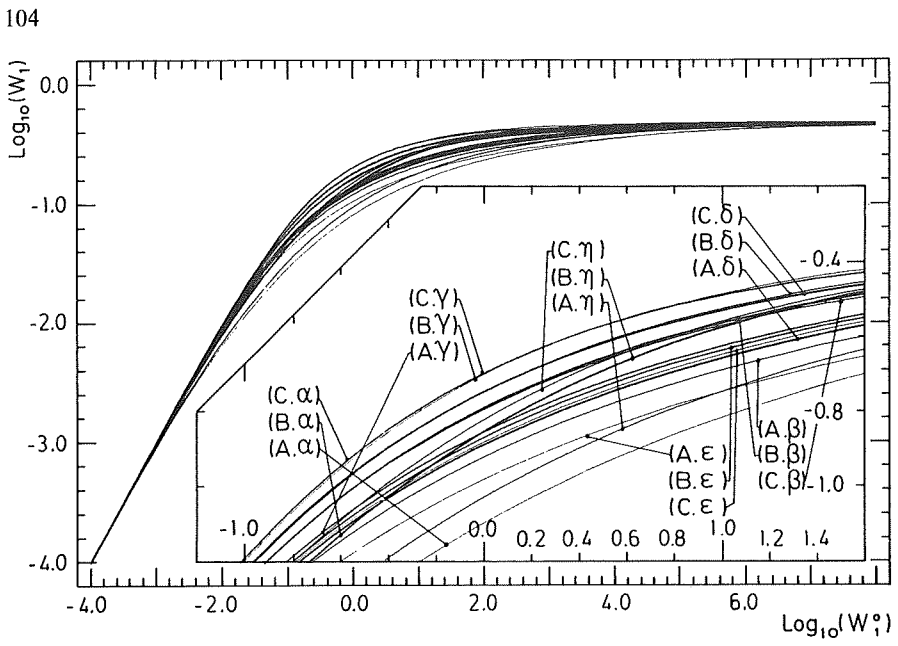


Fig. 2. "$\log_{10} W_1 - \log_{10} W_1^0$" curves computed for the eighteen possible models derived from Table 1 assuming that the $g - l$ photoexciting line transition is optically thick

In Paper I, a series of resonance line opacity and velocity distributions which seem to well represent those characterizing winds of early-type stars have been compiled and are given with suitable notations in Table 1. Let us recall that case (C.α) refers to a radiation-driven wind (Castor et al., 1975) in which there is mass conservation of the relevant species.

The diagrams representing $\log_{10} W_1$ versus $\log_{10} W_1^0$ have been computed for the eighteen possible models assuming alternatively that the photoexciting line is optically thin or thick. These are illustrated in Figs. 1–2. Numerical values are also given in the Appendix. As in Paper I, $X_{\min} = -0.01$ has been adopted, a value currently quoted for the wind of early-type stars.

4.2. Discussion of the results

As expected, Figs. 1 and 2 clearly show that all "$\log W_1 - \log W_1^0$" curves are characterized by a common linear branch – i.e. $W_1 = W_1^0$ – for small values of $\log W_1^0$. As $\log W_1^0 \to \infty$, there results an asymptotic value $\log W_1 \to -0.32$, irrespective of any model and equal to the asymptotic value of $\log W_1$ computed for the case of a resonance line (see Paper I). For intermediate opacities, an observed value of W_1 leads to a precise value of W_1^0 – and consequently of $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ if, and only if, the opacity and velocity distributions are known. Whenever they are not, we can estimate the error affecting the derived value of W_1^0 from the observed dispersion of the curves in Figs. 1 and 2. In doing this, we implicitly assume that the models compiled in Table 1 encompass most of realistic cases.

Comparison between two curves taken from Figs. 1 and 2, computed for the same opacity and velocity distributions, shows that these are not too much dependent on the choice (assumed to be alternatively optically thin or optically thick) of the opacity of the photoexciting line even for intermediate values of W_1^0. For reasonably saturated lines ($W_1 \lesssim 0.20$) the uncertainty affecting $\dot{M}$ never exceeds 50%. We also see that, for each of these eighteen models, the curve computed under the optically thin approximation ($\tau_{gl} \ll 1$) always provides a lower limit for the mass-loss rate.

It is also interesting to note that the curves computed for the subordinate lines (see Figs. 1–2) are more dispersed than those calculated for typical resonance lines (cf. Fig. 7 of Paper I). This is mainly due to the fact that the radial opacity τ_{lu}^r of a subordinate line depends on the velocity distribution (see Eq. (17)) while the opacity τ_{gl}^r of a resonance line does not – except if the opacity distribution α is considered. We also see in Figs. 1–2 that, for a given opacity law, the curves obtained for the velocity laws B and C appear very similar while that calculated for the velocity law A is always shifted towards higher values of $\log W_1^0$ such that the use of this less steep velocity law always provides higher mass-loss rate estimates when determined from the same measured value of W_1.

Therefore, the present "$\log W_1 - \log W_1^0$" curves are model dependent within a larger interval of $\log W_1^0$ values than for the case of a resonance line transition. This implies that a lower value of W_1 must be measured in order to be located on the linear branch. This constitutes a fortunate situation since, whenever a resonance line profile is saturated, weaker features are generally observed for excited lines thus still providing an interesting possibility of deriving an accurate mass-loss rate.

Comparison between the quantity $\langle n_g\rangle_s$ derived from the analysis of subordinate line profiles and $\langle n_g\rangle$ for the case of resonance line profiles of the same ion (cf. Paper I) can give information on the distribution of the ionization fraction across the envelope. The ratio $\langle n_g\rangle/\langle n_g\rangle_s$ is reported in Table 3 for the eighteen models. We see that this ratio is not too much dependent on the opacity approximation ($\tau_{gl} > 1$ or $\tau_{gl} < 1$) made for the photoexciting line. However, larger differences are noticed between the ratios obtained for different model calculations. A ratio $\langle n_g\rangle/\langle n_g\rangle_s$ greater than unity refers to a distribution of the ionization fraction increasing outwards while a ratio smaller than one refers to a decreasing one.

5. Examples of mass-loss rate determinations

5.1. Determination of $\dot{M}$ for three selected central stars of planetary nebulae

In order to apply our method, we have selected in the literature some objects for which measurements of the first order moment

Table 3. The ratio $\langle n_g\rangle/\langle n_g\rangle_s$ computed for the eighteen models listed in Table 1

Model	Optically thin case	Optically thick case
A. α	1.0000	1.0000
B. α	1.0000	1.0000
C. α	1.0000	1.0000
A. β	2.4031	2.6670
B. β	1.1105	1.1443
C. β	0.5615	0.5179
A. γ	4.9557	5.8583
B. γ	2.0870	2.3528
C. γ	1.0000	1.0000
A. δ	3.2754	3.7414
B. δ	1.4297	1.5309
C. δ	0.7046	0.6716
A. ε	1.5695	1.6647
B. ε	0.8020	0.7847
C. ε	0.4240	0.3764
A. η	1.6922	1.7391
B. η	1.0000	1.0000
C. η	0.5707	0.5328

of UV subordinate line profiles were available. The recent paper by Cerruti-Sola and Perinotto (1985, hereafter CP) provides such a list of W_1 values derived from lines observed in low-resolution IUE spectra of central stars of planetary nebulae. NGC 6543 observed by CLS, can also be added to this list.

These UV subordinate lines are probably contaminated by the presence of a nebular emission line and/or an underlying photospheric absorption one. Since the former one arises in a huge nebula located well beyond the expanding atmosphere, its contribution to the first order moment is negligible for reasons of symmetry. The error made by neglecting the presence of a possible strong photospheric absorption line has the effect of underestimating, by less than 20%, the derived mass-loss rate (Surdej, 1982).

The most uncertain parameter in using the UV subordinate lines for mass-loss rate determinations is the intensity $I^c_{\nu_{gl}}$ which must be evaluated in the unobservable region of the far UV spectrum. CP, as well as CLS, have computed this intensity assuming that the star radiates as a black-body at an effective temperature $T_{\rm eff}$. Unfortunately, this constitutes a very rough approximation whenever extrapolated beyond the Lyman limit. Furthermore, the model calculations, independently of the determination of a reliable $T_{\rm eff}$, remain uncertain because they are quite dependent on an unknown chemical composition (see the discussion by Pottasch, 1984). Therefore, we prefer to use the far UV flux determinations by Natta et al. (1980), based on the analysis of the successive stages of ionization of a given element in the nebula, a method which does not require the knowledge of the effective temperature of the star. As pointed out by these authors, a black-body flux distribution does not match their flux determinations and therefore remains a bad approximation for the prediction of the far UV spectrum.

Finally, we have found in the literature three planetary nebulae which do have a central star analysed by Natta et al. (1980) and for which W_1 measurements have been published. These are NGC 6210, NGC 6826 and NGC 6543.

It should be noticed that, except for C IV in NGC 6210, the resonance lines of C IV and N V are completely saturated in the spectra of these central stars. Some values of their moment W_1 do even exceed the theoretical asymptotic value given in Paper I, showing that for large opacities the doublet structure of these lines must absolutely be taken into consideration. This also clearly demonstrates that any determination of mass-loss rates using the first order moment of these resonance lines based on the approximation $W_1 = W_1^0$ will result in meaningless estimates.

In order to avoid the problem of deriving the ionization fractions, we have only considered the oxygen subordinate lines O IV λ 1341 and O V λ 1371, assuming that $\langle n_g\rangle_s(\text{O IV}) + \langle n_g\rangle_s(\text{O V}) = 1$, such that our mass-loss rates will only provide lower limit estimates. We have also assumed that the abundance of oxygen in the stellar wind is the same as in the nebula (the values are taken from Natta et al., 1980).

Our mass-loss rate determinations are reported in Table 4 altogether with the following quantities:

column 3: the first order moment as found in the literature for O IV λ 1341 and O V λ 1371,

column 4: the value of $\log W_1^0$ obtained from the diagrams illustrated in Figs. 1 and 2. A mean value is reported here with an error estimate derived from the dispersion of the curves,

column 5: the calculated value of $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ using Eq. (14) and the data of Natta et al. (1980). The terminal velocity is taken from the same source as the W_1 values,

column 6: the value of $\dot{M}$ obtained assuming that $\langle n_g\rangle_s(\text{O IV}) + \langle n_g\rangle_s(\text{O V}) = 1$.

As we can immediately see from Table 4, our mass-loss rates are greater by more than one order of magnitude than those obtained by CLS and CP.

Before discussing the origin of these discrepancies, we want to point out that we have considered O IV λ 1341 as forming a single line, despite its multiplet structure. Indeed, if the line is not saturated, this approximation is essentially correct (see CLS and Surdej, 1982) and we can therefore assume that the error possibly induced by this approximation is not too large, at least for NGC 6210 and NGC 6826.

5.2. *Discussion of our results*

The large discrepancy existing between the results of CLS, CP and ours is mainly due to the misuse by these authors of the approximation $W_1 = W_1^0$ for non unsaturated lines. It can be readily seen in Figs. 1–2 that for measured values of $\log W_1$ between -1.4 and -0.7 (see Table 4), the use of this linear relation results in a systematic underestimate of the mean value of W_1^0 – and consequently of $\dot{M}$ – by a factor varying between 3 and 20. All the W_1 values measured for the O IV and O V lines observed with IUE in the low resolution mode and reported by CP are too great to justify the use of the linear relation between W_1 and $\dot{M}$. Therefore we conclude that all their mass-loss rates have probably been underestimated. An independent mass-loss rate determination was performed by Adam and Köppen (1985) for the nucleus of NGC 1535 on the basis of the fitting of line profiles observed in IUE high-resolution spectra. Their value of $\dot{M}$ is 2 orders of magnitude greater than that given by CP for

106

Table 4. $\dot{M}$ for selected central stars of planetary nebulae

PN	Line	W_1	$\log W_1^0$	$\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ ($M_\odot$/yr)	$\dot{M}$ ($M_\odot$/yr)	Previous estimates of $\dot{M}$s
NGC 6210	O IV	0.06[a,c]	-0.74 ± 0.39	$6.7\,10^{-9}$	$1.2\,10^{-8}$	$6\,10^{-10}$ [a]
	O V	0.12[a]	$-0.03 \quad 0.62$	$5.3\,10^{-9}$		
NGC 6826	O IV	0.04[a,c]	$-1.02 \quad 0.30$	$1.1\,10^{-7}$	$1.5\,10^{-7}$	$2\,10^{-8}$ [a]
	O V	0.07[a]	$-0.58 \quad 0.45$	$3.7\,10^{-8}$		
NGC 6543	O IV	0.19[b]	$0.60 \quad 0.88$	$1.6\,10^{-6}$	$1.7\,10^{-6}$	$1\,10^{-7}$ [b]
	O V	0.13[b]	$0.03 \quad 0.64$	$5.3\,10^{-8}$		

Notes
[a] Value from Cerruti-Sola and Perinotto (1985)
[b] Value from Castor, Lutz and Seaton (1981)
[c] As suggested by Cerruti-Sola and Perinotto (1985), the value of W_1 has already been divided by three in order to take into account the contamination by the C II λ 1335 interstellar line

the same object but similar to the value that we have obtained on the basis of "$\log W_1 - \log W_1^0$" diagrams (we also obtained $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot$/yr for NGC 1535 using the same data and approximations as Adam and Köppen, 1985. The W_1 measurements are from CP). It is interesting to note that an increase of the majority of the mass-loss rates derived by CP will reinforce their suggestion that there might exist a difference between the winds of planetary nebulae nuclei and Population I OB stars since the same order of mass-loss rates are observed in stars having very different luminosities. But it could also be due to an abundance problem in the wind of PN nuclei.

Another source of discrepancy is the assumption by CP that the central star radiates as a black-body at the He II Zanstra temperature when they derive the intensity $I^c_{\nu_{gl}}$ of the far UV stellar continuum. Indeed, first, the slope of the flux distribution cannot be adequately fitted by a black-body distribution (Natta et al., 1980) and, secondly, the Zanstra temperature T_Z(He II) does probably overestimate the effective temperature of the star when a stellar wind is present (Adam and Köppen, 1983, 1985). If we accept the fact that the three planetary nebulae nuclei are surrounded by a wind as that modelized by Adam and Köppen (1985) for the case of NGC 1535, the energy distribution – only increased below λ 228 Å – will slightly affect the fluxes determined by Natta et al. (1980) near λ 600 Å which enter Eq. (14). Therefore, the use of the black-body approximation with $T = T_Z$(He II) for the three investigated central stars of PN, rather than the UV flux determinations of Natta et al. (1980), results in underestimates of $\dot{M}$ by a factor of about 3.

It should also be pointed out that in the method first developed by CLS, the quantity n(level) does not represent an average value across the envelope as in our calculations but is evaluated at a distance $L = 2$. At such a distance, the photoexcited levels are unfortunately largely depopulated such that the mass-loss rates they derive are systematically overestimated by a factor 2.3.

We can finally give an estimate of the total uncertainty which affects our mass-loss rates. The error on $\log W_1^0$ due to the dispersion of the curves is on the average 0.5 dex (see Table 4). Natta et al. (1980) have reported an uncertainty of about 0.3 dex on their flux values. For planetary nebulae in general, the quantities R^* and A(el) are both only known within a factor 2 (0.3 dex). Therefore, taking into account the error due to the possible presence of an underlying photospheric absorption line (20%), the total uncertainty affecting $\log \dot{M}$ is approximately 0.7 dex. Whereas the uncertainties due to departures from the classical radiative transfer model used here are thought to be small when compared to the others, it should be kept in mind that large systematic errors may be introduced in assuming that the oxygen abundance in the wind is the same as in the nebula and that only two ionization stages are present.

6. Discussion and conclusions

The first order moment method, applied to P Cygni line profiles of resonance lines, has been shown to be a very powerful method for deriving mass-loss rates (CLS, Surdej 1982, 1983a,b). Since the resonance lines are often saturated while unsaturated P Cygni profiles are available from subordinate lines, we have generalized this method to lines originating from excited levels.

In the framework of the Sobolev approximation, we have shown that for unsaturated subordinate lines, there exists a unique relation between the first order moment W_1 and the quantity $\dot{M}\langle n_g\rangle_s$ independently of any velocity and/or opacity distributions. If the line is not sufficiently unsaturated, the use of "$\log W_1 - \log W_1^0$" diagrams still allows one to determine mass-loss rates of early-type stars, PNN, BAL quasars, etc. as well as an estimate of the error. This method is the only useful one for the analysis of unresolved P Cygni profiles (CLS) and is complementary to the "line profile fitting" technique (Olson, 1981) used when analyzing unsaturated and sufficiently well resolved P Cygni profiles, as already pointed out in Paper I.

From the comparison of mass-loss rates obtained with similar methods, we wish to warn the reader against some possible misuse of the relation $W_1 = W_1^0$ whenever the line is not sufficiently unsaturated. We conclude that the mass-loss rates previously derived for the central nuclei of the planetaries NGC 6210 (CP), NGC 6826 (CP), NCG 6543 (CLS) and NGC 1535 (CP) have been systematically underestimated by more than one order of magnitude when compared to those determined in the present work.

We also conclude that high signal to noise spectroscopic data of faint, i.e. unsaturated, P Cygni profiles are very necessary in

order to provide accurate but still inexistent mass-loss rate estimates for a wide variety of celestial objects (early-type stars, PN nuclei, BAL quasars, etc.).

Acknowledgments. Part of this work was made while JS was a paid associate at the European Southern Observatory (Garching bei München). JS wishes to thank again Prof. L. Woltjer and Prof. G. Setti for making his stay possible. We also thank Mrs. M. Houssolonge-Macours and J. Bosseloirs for typing the manuscript and drawing the figures.

Appendix

Table A1. For selected values of $\log_{10}(W_1)$, we have listed hereafter the smallest and greatest values of $\log_{10}(W_1^0)$ as obtained from the eighteen model calculations illustrated in Figs. 1 and 2

Results referring to Fig. 1			Results referring to Fig. 2		
$\log_{10}(W_1)$	$\log_{10}(W_1^0)_s -$	$\log_{10}(W_1^0)_g$	$\log_{10}(W_1)$	$\log_{10}(W_1^0)_s - \log_{10}(W_1^0)_g$	
−3.091	−3.096	−3.049	−3.089	−3.090	−3.049
−3.002	−3.004	−2.954	−2.999	−3.004	−2.948
−2.894	−2.901	−2.831	−2.889	−2.889	−2.825
−2.800	−2.806	−2.725	−2.798	−2.795	−2.725
−2.694	−2.691	−2.600	−2.695	−2.691	−2.599
−2.602	−2.599	−2.499	−2.600	−2.596	−2.493
−2.498	−2.496	−2.382	−2.493	−2.487	−2.362
−2.400	−2.396	−2.265	−2.398	−2.398	−2.245
−2.299	−2.292	−2.148	−2.292	−2.281	−2.111
−2.205	−2.200	−2.025	−2.202	−2.192	−1.994
−2.104	−2.089	−1.891	−2.106	−2.085	−1.871
−2.001	−1.983	−1.757	−2.003	−1.979	−1.726
−1.905	−1.879	−1.629	−1.901	−1.865	−1.578
−1.803	−1.771	−1.487	−1.804	−1.762	−1.425
−1.700	−1.662	−1.333	−1.694	−1.644	−1.255
−1.600	−1.550	−1.183	−1.602	−1.530	−1.099
−1.500	−1.436	−1.016	−1.500	−1.404	−0.909
−1.404	−1.321	−0.857	−1.401	−1.287	−0.709
−1.303	−1.207	−0.673	−1.302	−1.159	−0.500
−1.201	−1.068	−0.458	−1.200	−1.022	−0.266
−1.098	−0.937	−0.232	−1.094	−0.858	0.024
−1.003	−0.800	0.002	−1.004	−0.702	0.308
−0.901	−0.633	0.303	−0.903	−0.507	0.664
−0.799	−0.460	0.640	−0.800	−0.284	1.077
−0.695	−0.256	1.099	−0.700	−0.008	1.608
−0.600	−0.000	1.625	−0.599	0.365	2.312
−0.493	0.393	2.444	−0.493	0.986	3.206
−0.400	1.078	–	−0.399	1.938	–

References

Adam, J., Köppen, J.: 1983, *Planetary nebulae*, IAU Symp. Nr 103, p. 338
Adam, J., Köppen, J.: 1985, *Astron. Astrophys.* **142**, 461
Allen, C.W.: 1973, Astrophysical Quantities, Athlone Press, Univ. of London
Castor, J.I., Abott, D.C., Klein, R.I.: 1975, *Astrophys. J.* **195**, 157
Castor, J.I., Lutz, J.H., Seaton, M.J.: 1981, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **194**, 547 (CLS)
Cerruti-Sola, M., Perinotto, M.: 1985, *Astrophys. J.* **291**, 237 (CP)
Natta, A., Pottasch, S.R., Preite-Martinez, A.: 1980, *Astron. Astrophys.* **84**, 284
Pottasch, S.R.: 1984, Planetary Nebulae, Reidel, Dordrecht
Olson, G.L.: 1981, *Astrophys. J.* **248**, 1021
Schönberg, K.: 1985, *Astron. Astrophys.* **148**, 405
Sobolev, V.V.: 1947, Dnižuščiesja Oboločki Zvezd, Leningrad, transl. Moving Envelopes of Stars; translated from Russian by S. Gaposchkin, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1960
Sobolev, V.V.: 1957, *Astron. Zh.* **34**, 694 (trans. Soviet Astron. *1*, 678)
Sobolev, V.V.: 1958, in V.A. Ambartsumyan (ed.), Theoretical Astrophysics, Chapter 28, Pergamon Press Ltd., London
Surdej, J.: 1982, *Astrophys. Space Sci.* **88**, 31
Surdej, J.: 1983a, *Astron. Astrophys.* **127**, 304 (Paper I)
Surdej, J.: 1983b, *Astrophys. Space Sci.* **90**, 299
Surdej, J.: 1985, *Astron. Astrophys.* **152**, 361

IMPROVED FIRST ORDER MOMENT METHOD FOR DETERMINATION OF MASS-LOSS RATES

D. Hutsemékers[1], J. Surdej[2]

Institut d'Astrophysique, Liège, Belgium

Also, [1] aspirant and [2] chercheur qualifié au Fonds National de la Recherche Scientifique (FNRS)

ABSTRACT. The first order moment of P Cygni line profiles has been computed for the case of doublets and subordinate line transitions. This improved method can be used for deriving more accurate mass-loss rates of planetary nebula nuclei, broad absorption line quasars, etc.

1. THE FIRST ORDER MOMENT OF P CYGNI LINE PROFILES: A POWERFUL METHOD

The first order moment of P Cygni line profiles,

$$W_1 \propto \int \left(\frac{E(\lambda)}{Ec} - 1\right) (\lambda - \lambda_o) d\lambda$$

allows very simple and direct determination of mass-loss rates, even for unresolved profiles.

For optically thin lines, the first order moment is directly proportional to the mass-loss rate $\dot{M}$, i.e. $W_1 = W_1^\circ$ where $W_1^\circ \propto \dot{M}\bar{n}$ ($\bar{n}$ refers to the average fractional abundance of the relevant ion). This relation holds irrespective of the velocity and opacity laws, of the presence of rotation or collisions as well as of any Sobolev-type approximation.

If the line is not unsaturated enough, mass-loss rates may be derived from "log W_1 - log W_1°" diagrams, computed for realistic opacity and velocity laws. These diagrams also give an estimate of the uncertainty on $\dot{M}$.

Contamination by a superimposed symmetric line (as a nebular one) as well as imprecisions of the terminal velocity v_∞, have no influence on the mass-loss rate estimates obtained with this method.

L. Bianchi and R. Gilmozzi (eds.), Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei, 253–256.
© 1988 by Kluwer Academic Publishers.

254

2. IMPROVED METHOD FOR REAL LINES

Because the P Cygni-type lines observed in the ultraviolet have either a doublet structure or originate from excited levels, the first order moment method has been improved for a 3-level atom model, taking into account the mechanisms of radiative coupling and photoexcitation, respectively.

Examples of "log W_1 - log W_1^o" diagrams are shown in Figs. 1,2. In both cases, W_1 remain proportional to $\dot{M}\bar{n}$ for optically thin lines. The preliminary results of Fig. 2 show that the curves computed for resonance doublets are not too much dependent on $\Delta v/v_\infty$, if they are normalized to the asymptotic value W_1^t. This value only slightly depends on the velocity laws. Note that W_1 must be measured using the effective wavelength of the doublet:

$$\lambda_d = (\lambda_{12} f_{12} + \lambda_{13} f_{13})/(f_{12} + f_{13})$$

3. APPLICATION TO PLANETARY NEBULA NUCLEI (PNN)

W_1 values for the OIV and OV subordinate lines observed in PNN have been reported in Fig. 3 (values from Cerruti-Sola, Perinotto, 1985, Ap. J., 291, 237, hereafter CP). An average curve of the 18 models has been adopted (see Fig. 1). The error bar corresponds to the dispersion of the curves due to unknown velocity and opacity laws.

This figure clearly shows that no line is actually unsaturated and that the departure from the linear relation may be greater than one order of magnitude. We conclude that all $\dot{M}$ derived by CP for PNN have been systematically underestimated by about one order of magnitude.

4. CONCLUSIONS

We have presented "log W_1-log W_1^o" diagrams which allow direct $\dot{M}$ determinations from the analysis of resonance doublets and subordinate line profiles.

Because the P Cygni-type lines observed in the ultraviolet are generally not unsaturated, these improvements cannot be neglected. For such profiles, departures from the linear relation between W_1 and $\dot{M}$ may be as high as one order of magnitude.

We also conclude that high signal to noise spectroscopic data of faint, i.e. unsaturated, P Cygni profiles are very necessary in order to provide accurate but still inexistent mass-loss rate estimates.

255

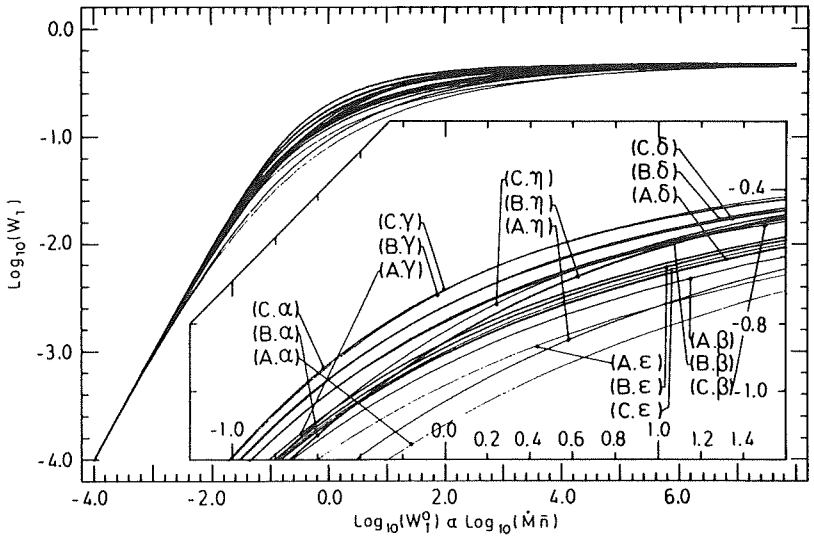


Figure 1.: "log W_1-log W_1^0" diagrams obtained for subordinate lines. These have been computed for 18 realistic combinations of opacity (α- η) and velocity laws (A-C)

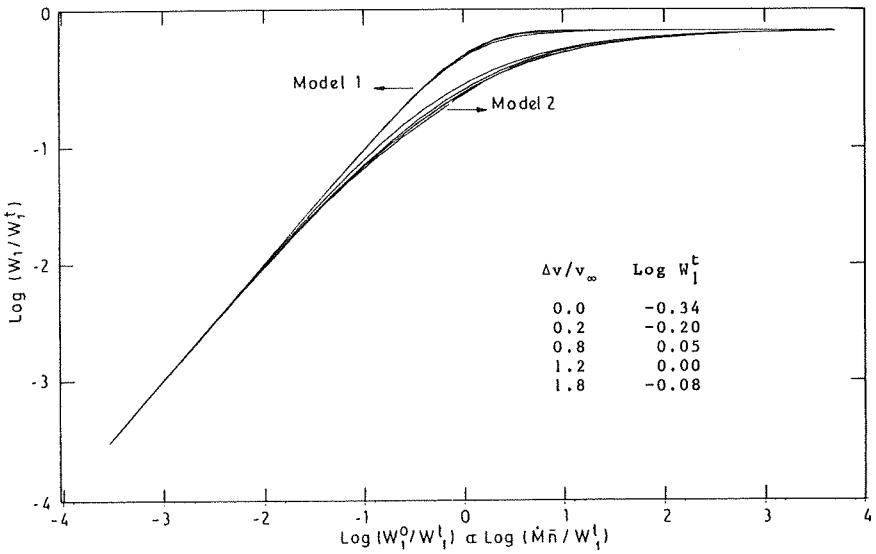


Figure 2.: "log W_1-log W_1^0" diagrams obtained for resonance doublets. Two extreme models are presented, each computed for different values of $\Delta v/v_\infty$.

256

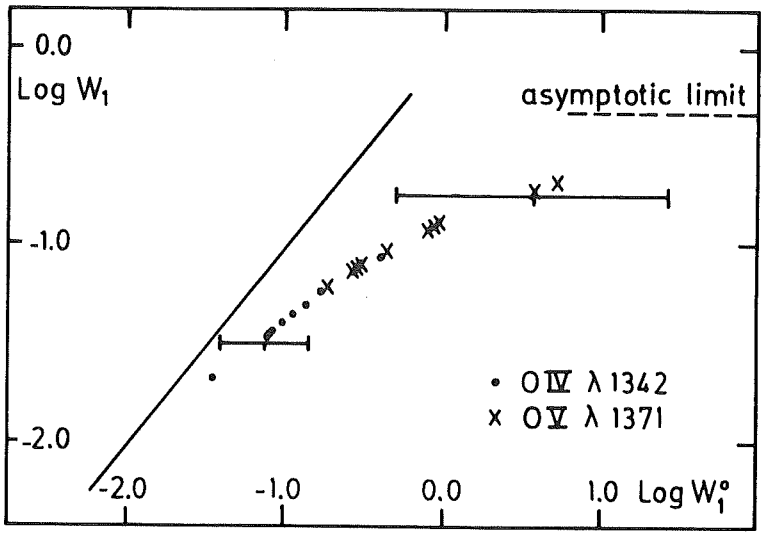


Figure 3: The W_1 values measured for the OIV and OV line profiles observed in PNN clearly show a definite departure from the linear relation between W_1 and $\dot{M}$.

REFERENCES

CASTOR, LUTZ, SEATON, 1981, MNRAS, 194, 547.
SURDEJ, 1982, Astrophys. Space Sc., 88, 31.
SURDEJ, 1983a, Astron. Astrophys., 127, 304.
SURDEJ, 1983b, Astrophys. Space Sc., 90, 299.
SURDEJ, 1985, Astron. Astrophys., 152, 361.
HUTSEMEKERS, SURDEJ, 1987, Astron. Astrophys., 173, 101.
HUTSEMEKERS, SURDEJ, 1987, in preparation.

Astron. Astrophys. 177, 42–50 (1987)

ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS

Geometry of the mass-outflows around broad absorption line QSOs and formation of the complex Lyα + N v Line profile

J. Surdej* and D. Hutsemékers**

Institut d'Astrophysique, Université de Liège, Avenue de Cointe, 5, B-4200 Cointe-Ougrée, Belgium

Received September 30, accepted November 26, 1986

Summary. In order to further elucidate the question whether all quasars are affected by the broad absorption line (BAL) phenomenon, we investigate in the present work the possibility that observed BAL profiles are formed in spherically symmetric expanding atmospheres. We first show that the small residual intensity and/or large equivalent width reported for some absorption troughs (C IV, Si IV, etc.) may very well be reproduced by the resonance scattering of line photons across spherically symmetric BAL regions, taking into account the possible effects due to turbulence, occultation and/or electron collisions. Reanalyzing the distributions of the N v emission peak ratio, i.e. N v/I_c, observed in representative samples of BAL and non-BAL QSOs, we confirm that the N v emission strength appears to be generally higher in the spectrum of BAL quasars. Furthermore, using Sobolev-type approximations for the transfer of line radiation in spherically expanding envelopes, we find that an overall good agreement can be achieved between the theory and the observed attenuation of the Lyα emission-line, the observed enhancement of the N v emission strength and the possible presence of a shoulder-like feature in the red wing of the N v emission profile. All these results are certainly consistent with the view that BAL and non-BAL QSOs form two distinct classes of quasars.

Key words: lines: profile – quasars: mass loss

1. Introduction

Blueshifted broad absorption lines (BALs) are seen in the spectrum of as much as 3 to 10 percent of the total number of moderate-to-high redshift quasars discovered on objective prism plates (Hazard et al., 1984). Nevertheless, it is still unclear how much observational biases affect the true distribution of BAL QSOs in space and time (Turnshek, 1986). The level of ionization observed for the BALs is appreciably high (cf. C IV, N v and O VI resonance lines) and the Doppler velocity shifts involved are of the order of 0.1 c, up to 0.2 c. We refer the reader to the review papers by Weymann et al. (1981), Weymann and Foltz (1983) and Turnshek (1984b) for a more detailed description of the BAL characteristics.

Whereas there is little doubt that the BALs are intrinsic to the quasars, there is not yet a general agreement on which mechanism(s) are responsible for the ejection and observed ionization of the outflowing gas (cf. Weymann et al., 1985). The same indetermination applies to the type of geometry characterizing the BAL region (BALR) giving rise to the observed P Cygni-like profiles. The first models accounting for these were based on the scattering of line photons in spherically symmetric expanding envelopes (Scargle et al., 1970, 1972; Grachev and Grinin, 1975; Surdej and Swings, 1981). In the remainder, we shall refer to these as to the "*standard*" models. However, several discrepancies between the theory and observations were invoked by various authors and resulted in crediting jet-, fan- and/or disk-like geometries at the prejudice of the previous models (cf. Junkkarinen et al., 1983; Junkkarinen, 1983; Turnshek, 1984b; etc.). In Sect. 2, we present arguments which lend support to the view that the claimed discrepancies are only apparent and that somewhat improved "*standard*" models remain physically viable.

Except for the case of the N v emission (see the different conclusions reached by Turnshek, 1984b and Hartig and Baldwin, 1986), it is well established that the emission-line properties of BAL QSOs are different from those of non-BAL QSOs (see e.g. Lyα, C IV, C III], Fe II, etc.). In Sect. 3, we have reanalyzed the distributions of the N v peak intensity-normalized to the nearby continuum-for two samples of BAL and non-BAL QSOs. In agreement with Turnshek (1984b, 1986), we find that the N v emission strength is generally higher in the spectrum of BAL QSOs.

These observational results are certainly consistent – although not necessarily demonstrative – with the view that BAL and non-BAL QSOs form two distinct classes of quasars.

Furthermore, using Sobolev-type approximations for the transfer of line radiation in spherically symmetric envelopes, we show in Sect. 4 that an overall good agreement can be achieved between the theory and the main characteristics of the complex Lyα + N v line profile observed in the spectrum of BAL quasars. The resonance line scattering of Lyα photons by N^{4+} ions provides one more independent argument in favour of the BALRs being intrinsic to the BAL QSOs.

General conclusions and a discussion form the last section.

2. Geometry of the BALRs

Scargle et al. (1970, 1972) were the first to interpret the formation of BAL profiles as due to the resonance scattering of line photons in spherically symmetric expanding envelopes. Particularizing

Send offprint requests to: J. Surdej

* Also, Chercheur qualifié au Fonds National de la Recherche Scientifique (Belgium)

** Also, Aspirant au Fonds National de la Recherche Scientifique (Belgium)

this "*standard*" model to the case of an outward-decelerating atmosphere, Grachev and Grinin (1975) and Surdej and Swings (1981) have shown that a fairly good agreement could be achieved between the theory and the C IV and Si IV P Cygni-like profiles observed in the spectrum of PHL 5200.

However, as more BAL QSOs were discovered and spectroscopically investigated, various authors claimed that the basic predictions of "*standard*" models were incompatible with the observations (cf. Junkkarinen, 1980, 1983; Turnshek, 1981, 1984b, etc.). The most often quoted discrepancies were that:

i) on the average, the equivalent width EW_{abs} of the blue-shifted absorption component of a BAL profile is substantially larger than the equivalent width EW_{em} of the scattered emission-line; and that

ii) the residual intensity observed in some highly saturated absorption troughs can be unusually small (i.e. $E(X)/E_c \simeq 0$, where $E(X)$ denotes the flux emitted by the expanding atmosphere at a given frequency X; E_c being the flux radiated by the central source).

As a consequence, alternative models involving jet-, fan- and/or disk-like geometries were proposed. According to such models, the intrinsic fraction of QSOs which are undergoing the BAL phenomenon is equal to the observed fraction divided by the covering factor of the BALR (Weymann et al., 1985). This implies that BAL gas could be present around most, if not all QSOs.

In the remainder of this section, we show that both observational constraints (i) and (ii) might be accounted for after several improvements of the "*standard*" model have been made. Indeed:

a) Until recently, most of line profile calculations were entirely based on the Sobolev escape probability method (cf. Castor and Lamers, 1979). Under the assumption of pure resonance scattering of line photons, this class of models essentially produces profiles such that $EW_{em}/EW_{abs} \sim 1$ and $E(X)/E_c \neq 0$ over the whole frequency interval. The importance of *turbulence* in expanding atmospheres has led various authors to abandon Sobolev-type theories and to work out solutions of the transfer equation in the comoving frame of the fluid (Mihalas et al., 1975; Bastian et al., 1980; Hamann, 1981a; Schönberg, 1985a; Hempe and Schönberg, 1986). As the ratio between the stochastic and macroscopic velocities of the flow gets higher, the resulting P Cygni profiles are characterized by smaller values of EW_{em}/EW_{abs} as well as a larger frequency interval over which $E(X)/E_c \simeq 0$ (see Hamann, 1980, 1981b; Bertout, 1985; Schönberg, 1985b; Lamers et al., 1986).

Let us further note that:

b) The ratio EW_{abs}/EW_{em} also scales up with the importance of the *occultation* of the expanding atmosphere by the central core (cf. Drew and Giddings, 1982). This effect is particularly important for the case of outward-decelerating envelopes (see Surdej and Swings, 1981).

c) If the escape probability (β^1_{12}) of a line photon is sufficiently small compared to its destruction probability (ε_{12}) by a *collisional de-excitation* and if the electron temperature of the expanding atmosphere is lower than the diluted radiation temperature, the resulting BAL profile will just appear to be made of a dark trough (Surdej, 1979a).

Because the "*standard*" model with the above improvement(s) (a) and/or possibly (b) and (c) allows one to account for the main observed characteristics of BAL profiles and since it is really the most simple model that physical self-consistency permits, we believe that spherically symmetric BALRs still constitute attractive and physically viable models. As we point out in the next sections, such models also provide a good explanation for the complex Lyα + N V line profile observed in the spectrum of BAL QSOs.

3. Emission-line properties of BAL QSOs

With the aim of further exploring the question of whether all quasars might be expelling matter at very high velocities, Turnshek (1984b) and Hartig and Baldwin (1986) have sought to compare the emission-line (EL) properties of BAL QSOs to those of non-BAL, i.e. "normal", QSOs. If the distribution of the EL properties were the same in the two groups of quasars, it would give further support to the view that all quasars undergo the BAL phenomenon. However, it is well established that the EL properties of BAL QSOs are different from those of non-BAL QSOs. Indeed:

i) On the average, the strength of the C IV emission-line is weaker for BAL QSOs (Turnshek, 1984b; Hartig and Baldwin, 1986).

ii) Both Fe II and Al III emissions appear to be stronger in the spectra of BAL QSOs (Wampler, 1986), specially in those which display well detached absorption troughs (Hartig and Baldwin, 1986).

iii) It is also very likely that the larger width reported by Turnshek (1984b) for the C III] λ 1909 emission-line in the spectra of BAL QSOs is at least partially caused by unusually strong Al III λ 1857 emission and by blends of Fe II and Fe III lines near $\lambda \sim 1900$ Å (Hartig and Baldwin, 1986).

iv) Of particular interest is the weakness or absence of both Lyα emission and blue-shifted absorption in most BAL QSOs (Hazard et al., 1984).

As far as estimates of the N V emission strength are concerned, Turnshek (1984b, 1986) and Hartig and Baldwin (1986) reach different conclusions. Turnshek finds that the N V emission is stronger for BAL QSOs rather than Hartig and Baldwin report a similar strength for both classes of QSOs. The latter authors have used approximately 15 quasars in each class; the non-BAL ones being taken from a single source. In order to further elucidate this discrepancy, we have extended the comparison of the N V emission strength to larger samples of quasars. We have selected four samples of non-BAL quasars (Osmer and Smith, 1976; Baldwin and Netzer, 1978; Smith et al., 1981 and Young et al., 1982) resulting in a total number of 52 objects for which reasonably good spectra have been published. We have similarly searched the literature for all BAL QSOs having a Lyα + N V line profile that was recorded with a sufficiently good signal to noise ratio. Table 1 lists 26 such members for which an estimate of the N V peak intensity, normalized to the nearby continuum (i.e. N V/I_c), has been made. For both classes of quasars, the peak intensity of N V was simply measured above an hand-drawn continuum. However, because the ratio of the Lyα to N V strength (i.e. Lyα/N V) is much higher in the spectra of non-BAL QSOs than in those of BAL QSOs, the red wing of Lyα may seriously contaminate the N V/I_c measurements of the former QSOs. It is clear that there will result a systematic overestimate of the N V/I_c ratio measured for the non-BAL QSOs.

We have illustrated in Fig. 1a the normalized distributions of the N V/I_c measurements obtained for the 52 non-BAL and 26 BAL QSOs (cf. Table 1). Let us first point out that with the possible exception of the data by Smith et al. (1981), the individual

44

Table 1. List of the 26 BAL QSOs for which an estimate of the N v/I_c ratio has been made. The BAL QSOs in italics refer to those which show the presence of a shoulder-like effect in the red wing of their N v emission-line profile

BAL QSO	N v/I_c	References
0104 + 315	2.6	12
0128 − 367	2:	17
0134 − 376	3.8	17
0324 − 407	2.2	11, 13
0333 − 380	1.6	5
0335 − 336	2:	5
0856 + 172	1.5:	1, 5
0903 + 173	1.8	1, 5
1011 + 091	2:	5, 15
1232 + 134	2.6	16
1246 − 057	2.3	6
1303 + 308	1.5	10
1309 + 056	3.2	10, 14
1336 + 135	2.8	5
1413 + 117	4.2	15
1414 + 089	2.4	5, 8
1504 + 106	2.1	5
2239 − 411	3.7	2
2241 − 370	2.9	2
UM 139	2.9:	3
MCS 141	2.9	7
MCS 232	1.5	7
MCS 253	2.9	9
MCS 275	1.7	7
PHL 5200	3.3	4, 21
RS 23	3.6	3

Notes to Table 1: (:) Uncertain measurement, (1) Turnshek, 1981, (2) Clowes et al., 1979, (3) Junkkarinen, 1980, (4) Junkkarinen et al., 1983, (5) Hazard et al., 1984, (6) Boksenberg et al., 1978, (7) Turnshek et al., 1980, (8) Foltz et al., 1983, (9) Shaver et al., 1982, (10) Turnshek et al., 1984, (11) Whelan et al., 1979, (12) Stocke et al., 1984, (13) Baldwin and Smith, 1983, (14) Young et al., 1982, (15) Drew and Boksenberg, 1984, (16) He et al., 1984, (17) Arp, 1984

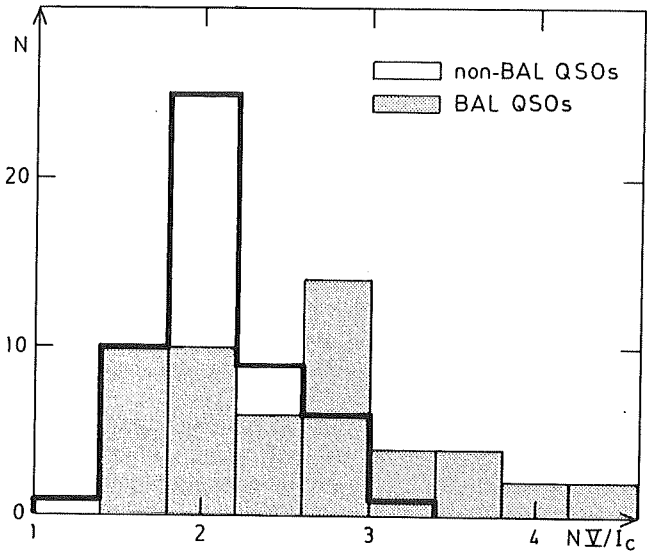


Fig. 1a. Normalized distributions of the N v/I_c measurements determined for the 52 non-BAL and 26 BAL QSOs (see text)

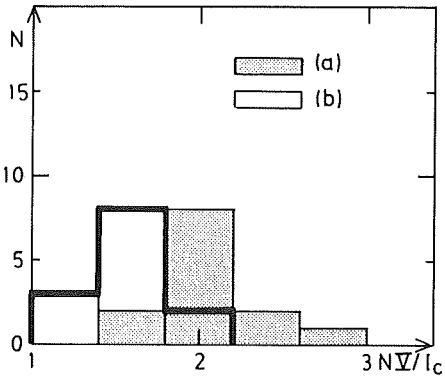


Fig. 1b. Referring to the sample of non-BAL quasars published by Young et al. (1982), this figure represents the N v/I_c distributions derived from the N v emission peak being measured from just above the continuum (a) as well as from the extrapolated red wing of the Lyα emission-line (b)

distributions of N v/I_c were found to be essentially the same for the four selected samples of non-BAL QSOs. Within the measurement uncertainties, Smith et al. (1981) also found that their estimates of the N v strength were somewhat different from those previously determined by Osmer and Smith (1976) for the same objects. *It is clear from Fig. 1a that the distribution of N v/I_c is markedly different between BAL and non-BAL QSOs.* We see that the N v/I_c ratio is generally higher for BAL QSOs than the overestimated value measured for the other quasars. In order to roughly estimate how much our measurements of N v/I_c are overestimated for the non-BAL QSOs, we have made new measurements of the NV intensity peak from just above the extrapolated red wing of the Lyα emission-line. Due to the better resolution as well as signal to noise ratio of the spectra published by Young et al. (1982), we have only performed these new measurements for this sample. Both the distributions of the corrected and uncorrected N v/I_c measurements are reproduced in Fig. 1b. We clearly see from this figure that all values of N v/I_c referring to non-BAL QSOs might have been overestimated in Fig. 1a by as much as a factor 2. This is in agreement with independent estimations made by Osmer and Smith (1977). Therefore, we safely concur with Turnshek (1984b) that the observed N v peak intensity is appreciably higher in the spectrum of BAL than in that of non-BAL QSOs.

4. Formation of the complex Lyα + N v line profile

One of the most outstanding features observed in the spectrum of high redshift BAL QSOs is the complex Lyα + N v line profile: the Lyα emission and blueshifted absorption are unusually weak and/or absent (Hazard et al., 1984) whereas the N v emission-line plus associated P Cygni-type absorption are generally well developed (cf. Sect. 3). Furthermore, because the velocity width of the N v BAL trough is usually larger than the velocity separation between Lyα and N v, it was soon suggested that the BALR must

be located beyond the Lyα EL region (cf. Lynds, 1966). Further arguments supporting this view have been given by Weymann and Foltz (1983). One then naturally expects that the resonance line scattering (RLS) of Lyα photons by the receding N^{4+} ions in a spherically symmetric envelope can account for both the attenuation of Lyα and the enhancement of the N v emission lines.

We have performed profile calculations along these lines, making use of the Sobolev approximation (Sobolev, 1947; Castor, 1970) for treating the radiative interactions between the N^{4+} ions and the underlying continuum plus Lyα photons. Since the resulting Lyα + N v line profiles depend to some extent on both the adopted geometry and line formation mechanism, it is very likely that they should provide a useful diagnostic tool. At the end of this section, we compare the main characteristics of the theoretical line profiles with those observed in representative spectra of BAL QSOs.

4.1. Expression of the complex Lyα + N v line profile

Because we do not intend to perform here accurate fittings of individual Lyα + N v line profiles but rather to delineate their main characteristics, we shall adopt in the following a model that is as simple as possible. We first consider that the resonance line transitions of N v at λλ 1238.8, 1242.8 Å can be modelized by a two-level atom that scatters photons in accordance with a complete redistribution in frequency and direction. We also assume that the central source which emits the continuum and Lyα photons is point-like with respect to the size of the outward-accelerating BALR. Under such approximations and following Surdej (1979b), it is straightforward to establish that the expression $E(X)/E_c$ of the complex Lyα + N v line profile as a function of the dimensionless frequency X takes the form

$$\frac{E(X)}{E_c} = \int_{-1}^{\mathrm{Min}(-|X|, X_{\min})} (1+\xi(X')) \frac{(1-\exp(-\tau'_{12}(X')))}{|2X'|} P(X', X)\, dX' + \begin{cases} (1+\xi(X)) \cdot \exp(-\tau'_{12}(X)) & \text{if } X \in [-1, X_{\min}], \\ (1+\xi(X)) & \text{if } X \in [X_{\min}, 1], \end{cases} \quad (1)$$

$\xi(X)$ representing the Lyα emission profile normalized to the continuum at the frequency X and where

$$X' = -v(L)/v_\infty, \quad (2)$$

$$X = X' \cdot \cos(\theta), \quad (3)$$

$$X_{\min} = -v_0/v_\infty, \quad (4)$$

and

$$P(X', X) = \frac{1-\exp(-\tau_{12}(X', X))}{\tau_{12}(X', X)} \cdot \frac{1}{\beta^1_{12}(X')}. \quad (5)$$

We briefly recall hereafter the physical meaning of the different quantities appearing in the previous relations. v_0 (resp. v_∞) denotes the initial (resp. terminal) radial velocity $v(L)$ of the flow, L being the radial distance expressed in source radii units. $\tau_{12}(X', X)$ (resp. $\tau'_{12}(X')$) represents the fictive line opacity evaluated at a distance $L(X')$ along a direction making an angle θ(resp. $\theta = 0$) with respect to the radial direction. These quantities are related as follows:

$$\tau_{12}(X', X) = \tau'_{12}(X') \Big/ \left(\mu^2 \left(1 - \frac{d\ln L}{d\ln |X'|} \right) + \frac{d\ln L}{d\ln |X'|} \right), \quad (6)$$

with

$$\mu = \cos(\theta). \quad (7)$$

$\beta^1_{12}(X')$ stands for the usual escape probability of a line photon emitted along any direction in the expanding medium

$$\beta^1_{12}(X') = \int_0^1 \frac{1-\exp(-\tau_{12}(X', X'\mu))}{\tau_{12}(X', X'\mu)}\, d\mu. \quad (8)$$

4.2. Numerical applications

By means of Eq. (1), it is straightforward to compute Lyα + N v line profiles under various physical conditions. For convenience, we adopt the velocity law

$$X' = X_{\min} + (1 + X_{\min})(1/L - 1) \quad (9)$$

and the opacity distribution

$$\tau'_{12}(X') = \tau_0 (1 + X')^\gamma, \quad (10)$$

with $X_{\min} = -0.01$, τ_0 and γ being free parameters. We further assume that the unabsorbed Lyα emission-line is adequately fitted by a gaussian profile

$$\xi(X') = A \cdot \exp\left(-\left(\frac{X' - X_L}{\sigma_X} \right)^2 \right), \quad (11)$$

where A represents the Lyα emission peak intensity, $X_L < 0$ corresponds to the ratio of the velocity separation between Lyα and N v ($\sim -6000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$) to v_∞ and σ_X is related to the FWHM of the gaussian profile via the relation

$$\mathrm{FWHM} \simeq 1.665 \sigma_X \cdot v_\infty. \quad (12)$$

Values of $A \sim 3$ and FWHM $\sim 4000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ are typical for Lyα emission-lines observed in the spectrum of non-BAL QSOs. Therefore, we have adopted similar values for the computed Lyα + N v line profiles illustrated in Fig. 2. In this figure, the full line represents the Lyα + N v line profile $E(X)/E_c$ according to Eq. (1), the dotted line corresponds to the underlying emission function $1 + \xi(X)$, the dashed line depicts the N v line profile that would be observed in the absence of Lyα − N^{4+} interactions (set $\xi(X) = 0$ in Eq. (1)) and, finally, the dotted-dashed line illustrates the contribution of Lyα photons to the N v emission profile (see next section).

4.3. Discussion

First of all, we wish to point out that the calculations illustrated in Fig. 2 consist of representative Lyα + N v line profiles, whose main characteristics-discussed hereafter-are not significantly altered for other choices of the physical parameters.

As expected, the most important consequences of the interactions between the Lyα photons and the N^{4+} ions are:

i) An attenuation of the Lyα emission-line. The absorption of Lyα may be partial (Fig. 2a) or complete (Fig. 2b) depending on the strength of the N v line opacity,

ii) An appreciable enhancement of the N v emission strength. We recall that both these spectral features are commonly observed in the spectrum of BAL QSOs (cf. Sect. 3). Furthermore,

iii) A shoulder-like feature is usually apparent on the red wing of the N v emission profile (cf. Figs. 2a and b).

46

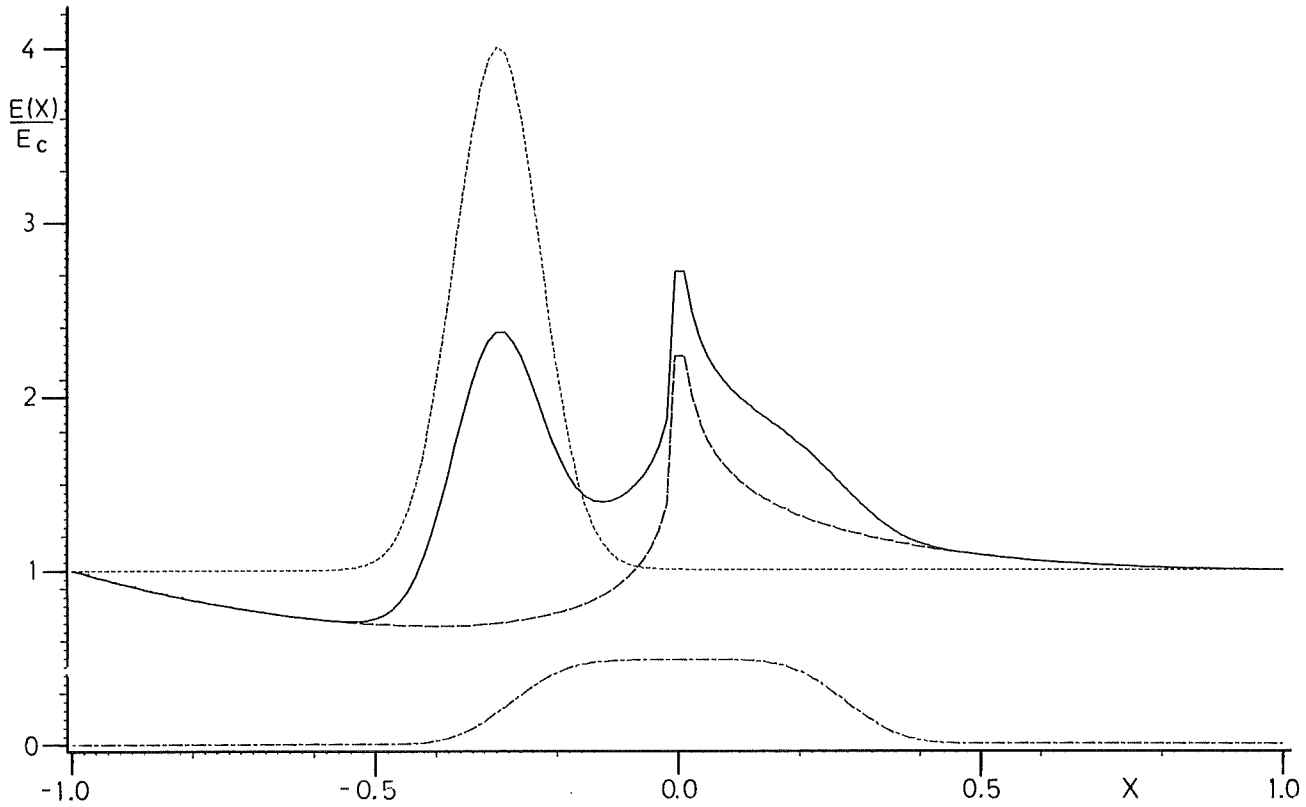


Fig. 2a. Computed Lyα + N v line profile for the choice of the parameters $\tau_0 = 1.0$, $\gamma = 1.0$, $X'_L = -0.30$ and $\sigma_X = 0.1$.
In this and the next figures, the full line represents $E(X)/E_c$ versus X according to Eq. (1), the dotted line corresponds to the underlying emission function $1 + \xi(X)$, the dashed line depicts the N v line profile that would be observed if there were no Lyα − N^{4+} interactions and the dotted-dashed line illustrates the contribution of Lyα photons to the N v emission profile (cf. Eqs. (13) and (14))

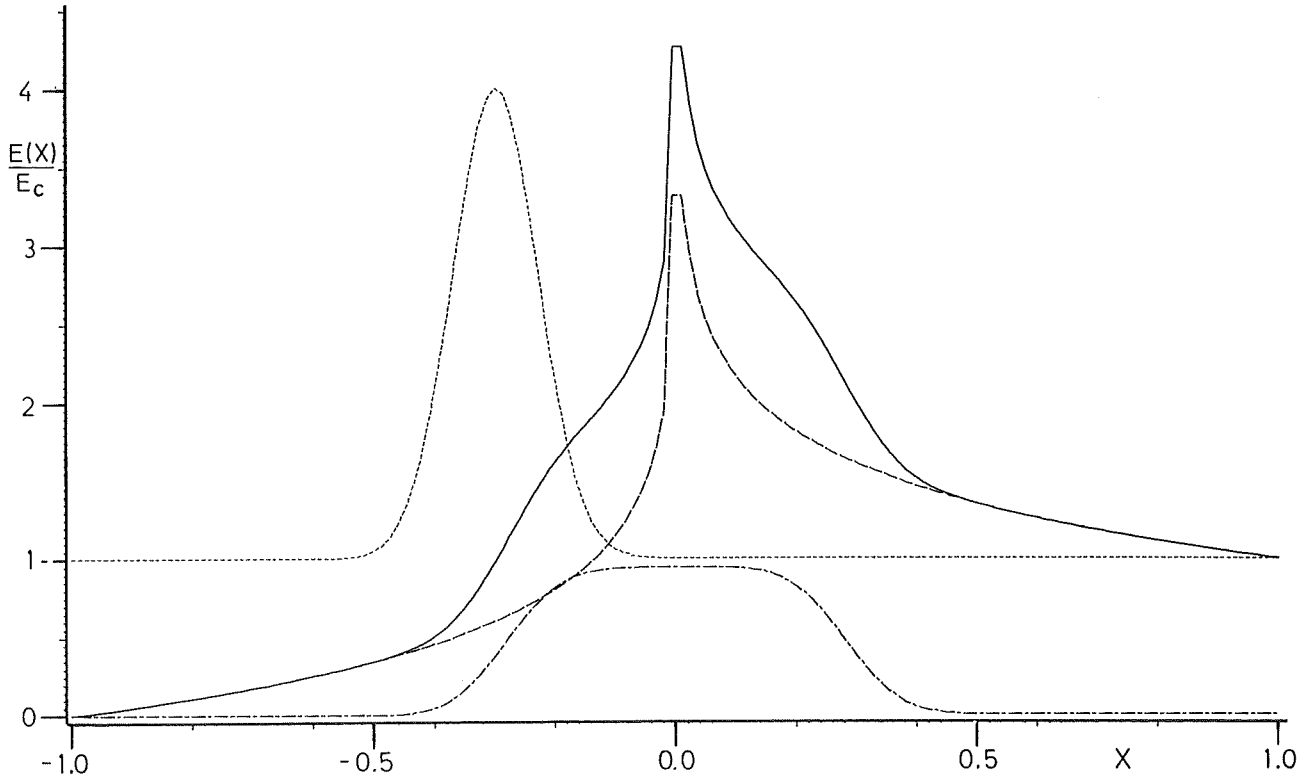


Fig. 2b. Computed Lyα + N v line profile for the choice of the parameters $\tau_0 = 10.0$, $\gamma = 0.1$, $X'_L = -0.30$ and $\sigma_X = 0.1$

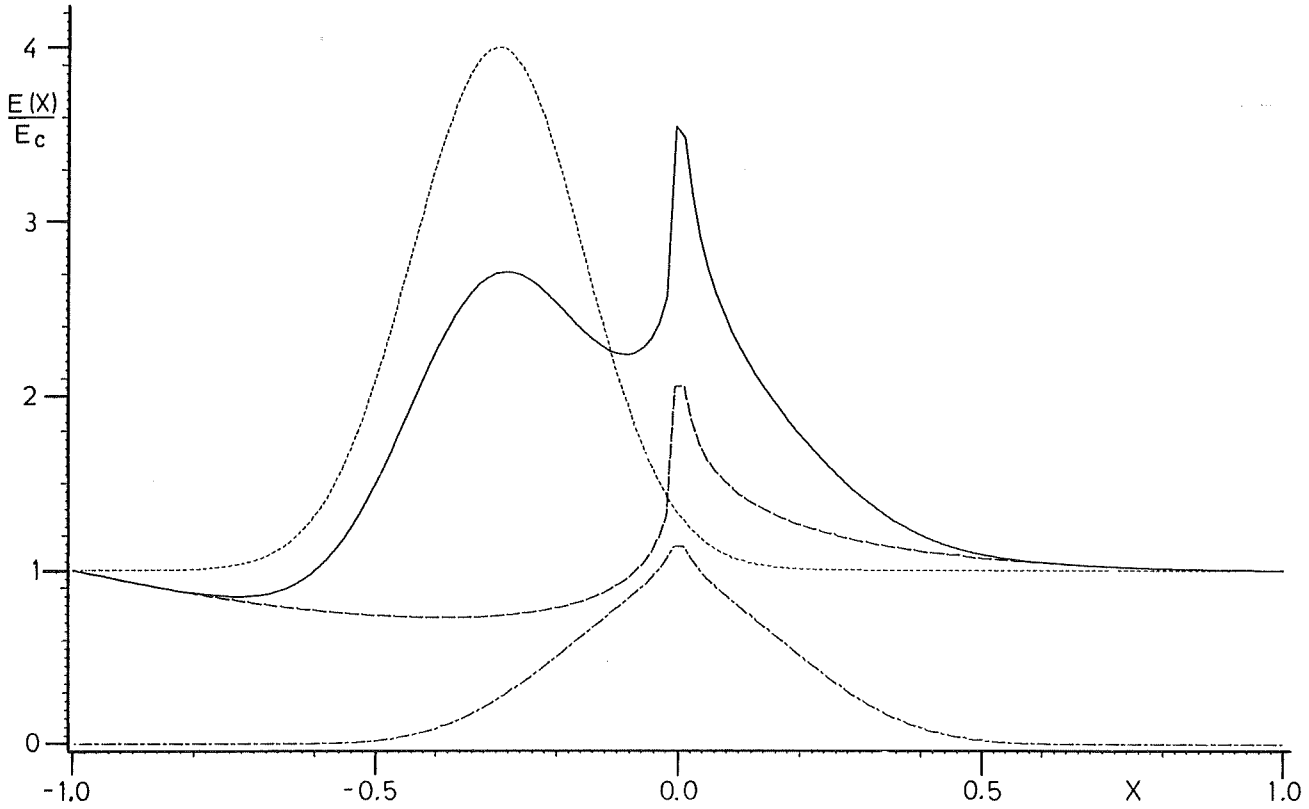


Fig. 2c. Computed Lyα + N v line profile for the choice of the parameters $\tau_0 = 0.8$, $\gamma = 1.0$, $X'_L = -0.30$ and $\sigma_X = 0.2$

There is some good evidence that such an asymmetry is detected in an appreciable number ($\gtrsim 25\%$) of BAL QSO spectra (see the BAL QSOs in italics in Table 1). We believe, for instance, that the tentatively identified Si II λ 1263 emission-line in the spectrum of PHL 5200 (Junkkarinen et al., 1983), Q 2240.9-3702 (Clowes et al., 1979), Q 1413 + 117 (Drew and Boksenberg, 1984), etc. could be due to this shoulder-like effect. We shall discuss this point in Sect. 5.

Now, we should like to give further physical insight on the effects responsible for the main characteristics i), ii) and iii) of theoretical Lyα + N v line profiles described above. Considering that the intensity of the Lyα emission-line centered at X_L drops to negligible values at frequencies $X_L - 2\sigma_X \lesssim X \lesssim X_L + 2\sigma_X$, it is clear that most of Lyα photons will be scattered by the N^{4+} ions within a shell bounded by the radii $L(X'_{\rm inner} = X_L + 2\sigma_X)$ and $L(X'_{\rm outer} = X_L - 2\sigma_X)$. This directly accounts for the attenuation of the Lyα emission-line observed in BAL QSO spectra (cf. the feature i) above). Furthermore, it is straightforward to establish that, within the frequency interval $X \in [X'_{\rm inner}, -X'_{\rm inner}]$, the contribution $E(X)_{\rm Ly\alpha}/E_c$ of Lyα photons scattered from the shell $[L(X'_{\rm inner}), L(X'_{\rm outer})]$ to the emission-line profile $E(X)/E_c$ is expressed by

$$E(X)_{\rm Ly\alpha}/E_c = \int_{X'_{\rm outer}}^{X_{\rm inner}} \xi(X') \frac{(1-\exp(-\tau'_{12}(X')))}{|2X'|} P(X', X)\, dX' . \quad (13)$$

Because for $|X| < -X'_{\rm inner}$ the redistribution function $P(X', X)$ is only very slightly dependent on the frequency X, the contribution $E(X)_{\rm Ly\alpha}/E_c$ appears to be nearly constant in the frequency interval $X \in [X'_{\rm inner}, -X'_{\rm inner}]$. Outside this range, we find that

$$E(X)_{\rm Ly\alpha}/E_c = \int_{X'_{\rm outer}}^{\rm Max(-|X|,\, X'_{\rm outer})} \xi(X') \frac{(1-\exp(-\tau'_{12}(X')))}{|2X'|} P(X', X)\, dX' \quad (14)$$

is a function which rapidly decreases to zero as $|X| \to -X'_{\rm outer}$ (see the dotted-dashed lines in Fig. 2). The superposition of the rectangular emission profile $E(X)_{\rm Ly\alpha}/E_c$ to the contribution

$$E_c(X)/E_c = \int_{-1}^{\rm Min(-|X|,\, X_{min})} \frac{(1-\exp(-\tau'_{12}(X')))}{|2X'|} P(X', X)\, dX' \quad (15)$$

due to the continuum source photons scattered across the whole expanding envelope provides a very good account for both the enhancement of the N v emission strength (cf. ii) above) and the shoulder-like feature located near the frequency $-X'_{\rm inner}$ in the red wing of the N v emission profile (cf. iii) above). As it might be expected, a symmetric shoulder-like feature is also apparent at the frequency $X'_{\rm inner}$ whenever the Lyα emission-line is strongly absorbed (cf. Fig. 2b).

The simple quantitative interpretation of the above spectral characteristics i), ii) and iii) clearly demonstrates that these are general properties of the spherically symmetric model plus resonance line scattering (RLS) and not artefacts caused by the particular choice of a velocity and/or opacity distribution(s), of the point-like source approximation, of the two-level atom model,

etc. However, we can easily foresee that these spectral characteristics will vanish whenever the N v optical depth gets too small in the frequency interval $X' \in [X'_{\text{outer}}, X'_{\text{inner}}]$. One also expects that for appreciably large widths of the Lyα emission-line, the scattering of Lyα photons will take place across the whole expanding envelope resulting in a contribution $E(X)_{\text{Ly}\alpha}/E_c$ that is more sharply peaked near $X = 0$. While the N v emission peak will be strengthened, the shoulder-like feature will almost completely disappear (see Fig. 2c).

5. Conclusions

We have pointed out in the present work that a spherically symmetric expanding BALR in which the resonance scattering of line photons is consistently treated with the possible effects due to turbulence, occultation, collisions, etc. may very well account for the observed characteristics of P Cygni-like profiles in the spectra of BAL QSOs. If, on the contrary, one assumes that all quasars do have BALRs covering only a small fraction of the continuum source, "*ad-hoc*" geometries as well as physical mechanisms must be introduced in order to explain the observed BAL profiles as well as the different emission-line properties existing between BAL and "*apparently*" non-BAL QSOs.

In this context, we have established that alike the cases for the C IV, Lyα, C III], Al III, Fe II, Fe III, etc. emission-lines (Turnshek, 1984b; Hartig and Baldwin, 1986) the distribution of the N v emission peak, i.e. $N\,v/I_c$, is markedly different between BAL and non-BAL QSOs. In the framework of the Sobolev approximation, we have applied the "*standard*" model in order to simulate complex Lyα + N v line profiles. This simple model has allowed us to directly interpret the observed enhancement of the N v emission strength as well as the attenuation of the Lyα emission-line in the spectra of BAL QSOs. Furthermore, the prediction that a shoulder-like feature should be present in the red wing of the N v emission and its possible detection in the spectrum of at least 7 BAL QSOs[1] seem to indicate that the tentative identification of Si II λ 1263 emission in those spectra is very doubtful. Indeed, any other low ionization broad emission-line (cf. Si II λ 1556, etc.) has ever been reported with the presence of Si II λ 1263 in BAL QSO spectra (Junkkarinen et al., 1983; Clowes et al., 1979; Drew and Boksenberg, 1984). In addition, Si II λ 1263 has never been detected as a very conspicuous emission-line in the spectrum of non-BAL QSOs (see e.g. Baldwin, 1977). We believe that improved Lyα + N v theoretical line profiles including the finite structure of the N v resonance doublet as well as the possible effects due to turbulence, etc. should be compared with observations before more definite statements can be made. We actually develop such an improved "*standard*" model at the Liège Institute of Astrophysics (Surdej and Hutsemékers, 1987).

Recalling that the velocity structure of BALs ranges from smooth (P Cygni-type) to complex absorptions and that, for some BAL QSOs, the absorption troughs appear to be well detached from the central emission-lines, it is interesting to mention that Turnshek (1984a) and Hartig and Baldwin (1986) report a possible correlation between BAL and EL properties: BAL QSOs exhibiting detached troughs with observable velocity structure often have weaker and/or broader high excitation emission-lines (e.g. C IV, Si IV). Since detached absorption troughs may directly be simulated, as a first approximation, by setting $\xi(X') = 0$ and $-1 < X_{\min} \ll -0.01$ in Eq. (1), we find that the "*standard*" model also predicts weaker and broader emission-lines for such profiles (cf. Fig. 3). The net effect of adding some turbulence then results in better separating the blueshifted BAL from the broader and weaker emission-line (Surdej and Hutsemékers, 1986).

Considering:

i) that the improved "*standard*" model provides a good description of the observed high ionization C IV, Si IV, etc. line profiles (see Sect. 2);

ii) the whole set of differences existing between the EL properties of BAL and non-BAL QSOs (Turnshek, 1984b; Hazard et al., 1984; Hartig and Baldwin, 1986; see Sect. 3);

iii) that the "*standard*" model accounts very well for the main observed characteristics of the complex Lyα + N v line profile (see Sect. 4); and

iv) the fact that there seems to exist a correlation between the width, the strength of emission-line profiles and the velocity structure of the absorption troughs (see above), we conclude that it is highly plausible and natural to assume that BAL and non-BAL QSOs form two distinct classes of quasars. Furthermore, the possibility that the formation of a BALR results from the progressive destruction of a "*normal*" broad emission-line region (BELR) deserves some special attention. Indeed, Blumenthal and Mathews (1979) have proposed that the optically thick emission-line clouds giving rise to a "*normal*" emission line spectrum could, under certain circumstances, be radiatively expelled from the central non thermal source. As they accelerate away, these clouds expand and become optically thin in the Lyman continuum, producing broad absorption features in the high excitation lines due to resonance scattering. No Mg II absorption can however be formed. In such a scenario, BAL QSOs with smooth absorption troughs adjacent to the emission (cf. the spectra of RS 23, H 1413 + 113, PHL 5200, etc.) would represent objects in the early phase of the BAL phenomenon, the BALR and BELR being partially coexistent. BAL QSOs exhibiting detached troughs with observable velocity structure and weak, broad high excitation emission-lines (cf. the spectra of Q 0932 + 501, Q 1308 + 308, H 1414 + 090, etc.) would correspond to a more advanced stage of the BALR. It is also likely that if turbulence results from thermal instabilities occurring in an initially smooth flow, the relevant line profiles will show a more complex absorption structure and a weaker emission component, just as it is observed. If the general trend of the proposed scenario is correct, one would expect to observe marked differences between the properties of the narrow emission line region (NELR) pertaining to these two extreme classes of BAL QSOs and, more generally, to BAL and non-BAL QSOs. The lack of observable [O III] emission in the spectrum of several low redshift BAL QSOs (Turnshek, 1986) could, for instance, be an observational proof of the non-existence of a NELR whenever a BALR is present.

Acknowledgements. We thank both Mrs M. Macours-Houssonloge and Mrs J. Bosseloirs for typing the manuscript and drawing the figures.

[1] It is likely that the shoulder-like feature is present in more BAL QSO spectra. However, the poor quality of some published spectra (bad S/N, insufficient spectral resolution) as well as the existence of physical complications (overlapping between the N v emission profile and the Si IV BAL, etc.) often prevent one from detecting it.

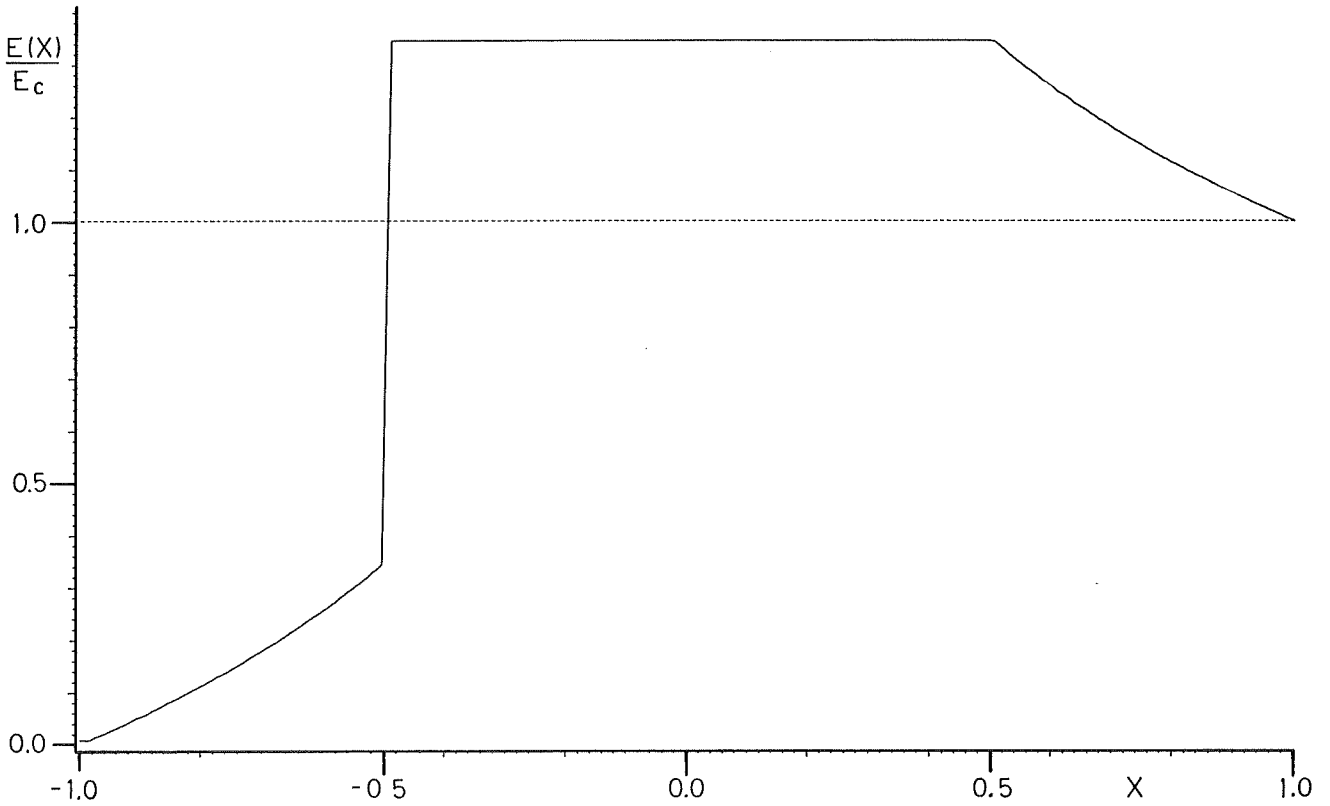


Fig. 3. Setting $\xi(X') = 0$, $X_{min} = -0.50$, $\tau_0 = 10.0$ and $\gamma = 0.1$ in Eq. (1), the resulting profile consists of a well detached absorption through cutting the blue wing of a broad and weak emission-line (compare with the N v profile given in Fig. 2b)

References

Arp, H.: 1984, *Astrophys. J.* **285**, 547

Baldwin, J.A.: 1977, in the proceedings of a NATO Advanced Study Institute (University of Cambridge), "Active galactic nuclei", p. 51

Baldwin, J.A., Netzer, H.: 1978, *Astrophys. J.* **226**, 1

Baldwin, J.A., Smith, M.G.: 1983, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **204**, 331

Bastian, U., Bertout, C., Stenholm, L., Wehrse, R.: 1980, *Astron. Astrophys.* **86**, 105

Bertout, C.: 1985, *Astron. Astrophys.* **144**, 87

Blumenthal, G.R., Mathews, W.G.: 1979, *Bull. Am. Astron. Soc.* **11**, 778

Boksenberg, A., Carswell, R.F., Smith, M.G., Whelan, J.A.J.: 1978, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **184**, 773

Castor, J.I.: 1970, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **149**, 111

Castor, J.I., Lamers, H.J.G.L.M.: 1979, *Astrophys. J. Suppl.* **39**, 481

Clowes, R.G., Smith, M.G., Savage, A., Cannon, R.D., Boksenberg, A., Wall, J.V.: 1979, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **189**, 175

Drew, J., Giddings, J.: 1982, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **201**, 27

Drew, J.E., Boksenberg, A.: 1984, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **211**, 813

Foltz, C., Wilkes, B., Weymann, R., Turnshek, D.: 1983, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **95**, 341

Grachev, S.I., Grinin, V.P.: 1975, Astrofizika **11**, 20

Hamann, W.-R.: 1980, *Astron. Astrophys.* **84**, 342

Hamann, W.-R.: 1981a, *Astron. Astrophys.* **100**, 169

Hamann, W.-R.: 1981b, *Astron. Astrophys.* **93**, 353

Hartig, G.F., Baldwin, J.A.: 1986, *Astrophys. J.* **302**, 64

Hazard, C., Morton, D.C., Terlevich, R., McMahon, R.: 1984, *Astrophys. J.* **282**, 33

He, X.-T., Cannon, R.D., Peacock, J.A., Smith, M.G., Oke, J.B.: 1984, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **211**, 443

Hempe, K., Schönberg, K.: 1986, *Astron. Astrophys.* **160**, 141

Junkkarinen, V.T.: 1980, Ph.D. Thesis, University of California (San Diego)

Junkkarinen, V.T., Burbidge, E.M., Smith, H.E.: 1983, *Astrophys. J.* **265**, 51

Junkkarinen, V.T.: 1983, *Astrophys. J.* **265**, 73

Lamers, H.J.G.L.M., Cerruti-Sola, M., Perinotto, M.: 1986, preprint

Lynds, C.R.: 1966, *Astrophys. J.* **147**, 396

Mihalas, D., Kunasz, P.B., Hummer, D.G.: 1975, *Astrophys. J.* **202**, 465

Osmer, P.S., Smith, M.G.: 1976, *Astrophys. J.* **210**, 267

Osmer, P.S., Smith, M.G.: 1977, *Astrophys. J.* **213**, 607

Scargle, J.D., Caroff, L.J., Noerdlinger, P.D.: 1970, *Astrophys. J.* **161**, L115

Scargle, J.D., Caroff, L.J., Noerdlinger, P.D.: 1972, in "External Galaxies and Quasi Stellar Objects", D.S. Evans (ed.), p. 151

Schönberg, K.: 1985a, *Astron. Astrophys.* **148**, 405

Schönberg, K.: 1985b, *Astron. Astrophys. Suppl. Series* **62**, 339

Shaver, P.A., Boksenberg, A., Robertson, J.G.: 1982, *Astrophys. J.* **261**, L7

Smith, M.G., Carswell, R.F., Whelan, J.A.J., Wilkes, B.J., Boksenberg, A., Clowes, R.G., Savage, A., Cannon, R.D., Wall, J.V.: 1981, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **195**, 437
Sobolev, V.V.: 1947, Dnizuščiešja Oboločki Zvezd, Leningrad (transl. Moving envelopes of stars; translated from Russian by S. Gaposchkin, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1960)
Stocke, J.T., Liebert, J., Schild, R., Gioia, I.M., Maccacaro, T.: 1984, *Astrophys. J.* **277**, 43
Surdej, J.: 1979a, Ph.D. Thesis, University of Liège (Belgium)
Surdej, J.: 1979b, *Astron. Astrophys.* **73**, 1
Surdej, J., Swings, J.P.: 1981, *Astron. Astrophys.* **96**, 242
Surdej, J., Hutsemékers, D.: 1987, in preparation
Turnshek, D.A., Weymann, R.J., Liebert, J.W., Williams, R.E., Strittmatter, P.A.: 1980, *Astrophys. J.* **238**, 488
Turnshek, D.A.: 1981, Ph.D. Thesis, University of Arizona
Turnshek, D.A.: 1984a, *Astrophys. J. Letters* **278**, L87
Turnshek, D.A.: 1984b, *Astrophys. J.* **280**, 51
Turnshek, D.A., Weymann, R.J., Carswell, R.F., Smith, M.G.: 1984, *Astrophys. J.* **277**, 51
Turnshek, D.A.: 1986, to appear in the proceedings of the IAU Symposium 119, "Quasars", Bangalore (India)
Wampler, E.J.: 1986, ESO preprint N° 421
Weymann, R.J., Carswell, R.F., Smith, M.G.: 1981, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **19**, 41
Weymann, R., Foltz, C.: 1983, in the proceedings of the 24th Liège International Astrophysical Colloquium, "Quasars and Gravitational Lenses", Institut d'Astrophysique, ULg (Belgium), p. 538
Weymann, R.J., Turnshek, D.A., Christiansen, W.A.: 1985, in the proceedings of the Santa Cruz Summer Workshop in Astrophysics, "Quasars and Active Galactic Nuclei"
Whelan, J.A.J., Smith, M.G., Carswell, R.F.: 1979, *Monthly Notices Roy Astron. Soc.* **189**, 363
Young, P., Sargent, W.L.W., Boksenberg, A.: 1982, *Astrophys. J. Suppl. Series* **48**, 455

Note added in proof: Optical imaging of the low redshift BAL QSO 1411 + 442 has led Hutchings (1986, preprint presented at the IAU Symposium No. 121) to conclude that "the BAL phenomenon is not connected with a highly inclined disk system, or with nuclear extinction".

NEW ARGUMENTS SUPPORTING THE INTRINSIC ORIGIN OF BAL QSOs: FORMATION OF THE COMPLEX Lyα+NV LINE PROFILE

D. Hutsemékers[1], J. Surdej[2]

Institut d'Astrophysique, Liège, Belgium.

Also, [1] aspirant and [2] chercheur qualifié au Fonds National de la Recherche Scientifique (FNRS)

ABSTRACT. In order to further elucidate the question whether all quasars are affected by the BAL phenomenon, we investigate the possibility that observed BAL profiles are formed in spherically symmetric expanding atmospheres.

1. EXAMPLES OF BAL QSOs

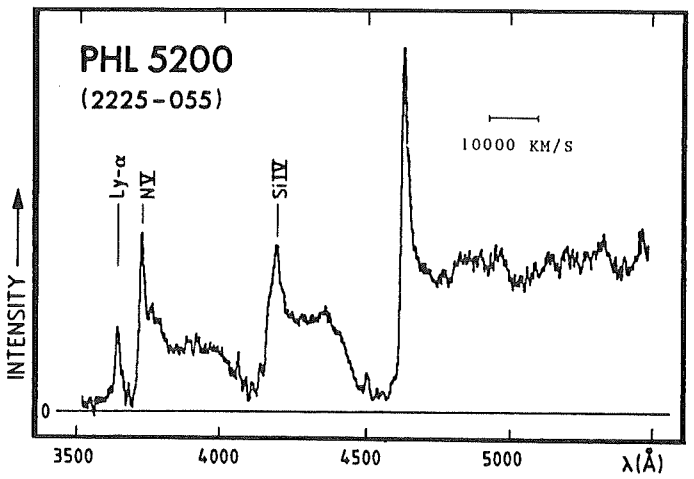


Figure 1.a : The spectrum of PHL 5200 (from Wampler, 1983)

L. Bianchi and R. Gilmozzi (eds.), Mass Outflows from Stars and Galactic Nuclei, 405–409.
© 1988 by Kluwer Academic Publishers.

406

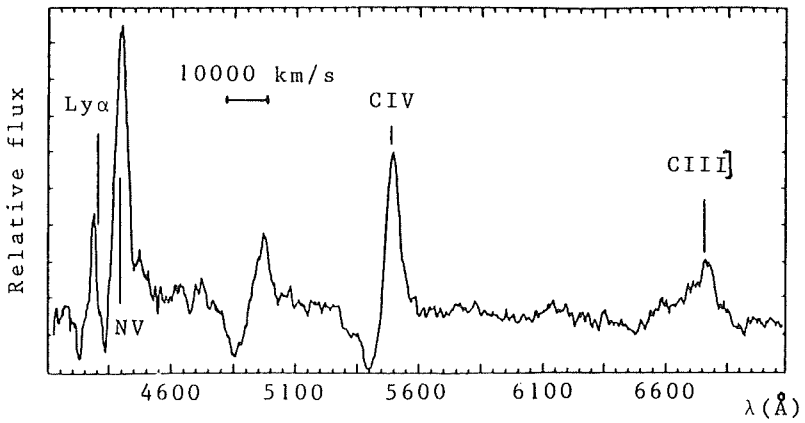


Figure 1.b : The spectrum of H1413+113 (from Turnshek, 1981)

Note that:

-i) on the average, the equivalent width EW_{abs} of the blueshifted absorption component of a BAL profile is substantially larger than the equivalent width EW_{em} of the scattered emission-line

-ii) the residual intensity observed in some highly saturated absorption troughs can be unusually small

-iii) the Lyα+NV line profile presents a complex structure.

Because of i) and ii), models involving jet-, fan- and/or disk-like geometries have been proposed in order to account for the BAL phenomenon. According to such models, BAL gas could be present around most, if not all QSOs.

2. REVIVAL OF THE SPHERICALLY SYMMETRIC BAL ATMOSPHERES

Surdej and Hutsemékers (1987) have recently shown that both observational constraints (i) and (ii) might be reproduced by the resonance scattering of line photons across spherically symmetric BAL regions, taking into account the possible effects due to turbulence (cf. the following figure taken from Lamers et al. 1987), occultation and/or electron collisions.

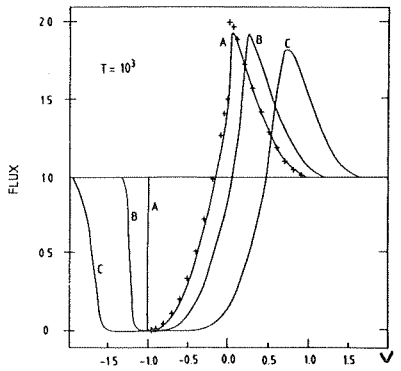
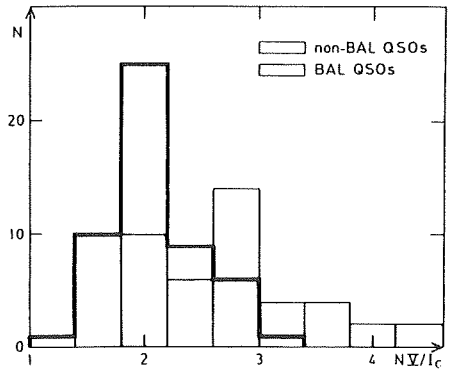


Figure 2 : Turbulence effects on the formation of P Cygni line profiles (from Lamers et al., 1987). Turbulence increases from A to C.

3. EMISSION-LINE PROPERTIES OF BAL QSOs: THE CASE OF NV

If the distribution of emission-line properties would appear to be the same for BAL and non-BAL QSOs, it would give further support to the view that all quasars undergo the BAL phenomenon. Let us compare the NV emission-line properties in BAL and non-BAL QSO spectra



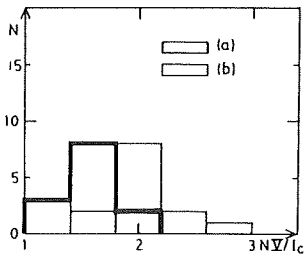


Figure 3.a: Normalized distributions of the NV/Ic emission-strength determined for 52 non-BAL and 26 BAL QSOs.

Figure 3.b: Referring to the sample of non-BAL quasars published by Young et al. (1982), this figure represents the NV/I_c distributions derived from the NV emission peak being measured from just above the continuum (a) as well as from the extrapolated red wing of the Lyα emission-line (b).

We confirm that the NV emission strength appears to be generally higher in the spectrum of BAL quasars.

408

4. FORMATION OF THE COMPLEX Lyα +NV LINE PROFILE

Using Sobolev-type approximations for the transfer of line radiation in spherically expanding envelopes, we find that an overall good agreement can be achieved between the theory and

- the observed attenuation of the Lyα emission-line
- the observed enhancement of the NV emission strength
- and the possible presence of a shoulder-like feature in the red wing of the NV emission profile.

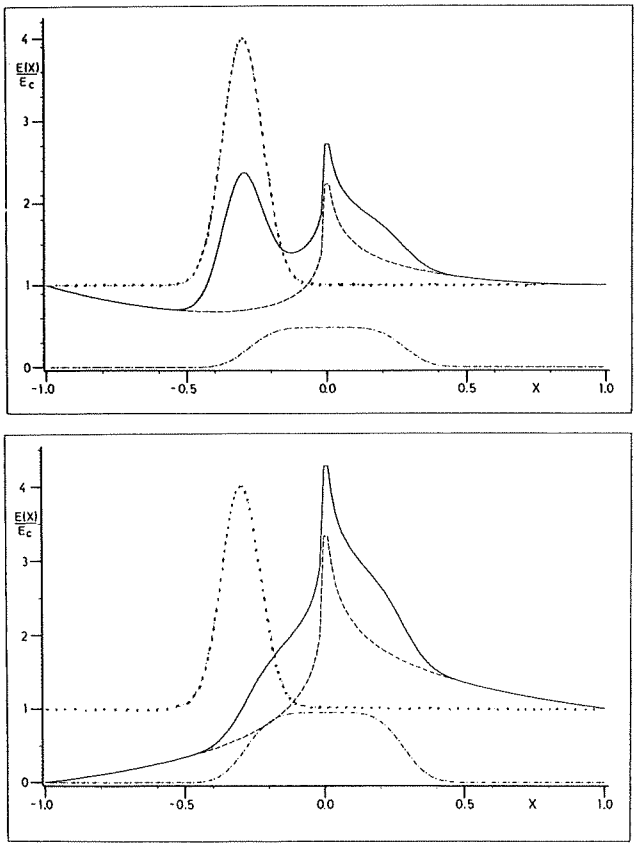


Figure 4 : Computed Lyα+NV line profiles for different choices of parameters. The full line represents the complex profile $E(X)/E_c$ versus the dimensionless frequency X. The dotted line corresponds to the underlying emission due to Lyα . The dashed line depicts the NV line profile that would be observed if there were no Lyα-N^{4+} interactions. Finally, the dotted-dashed line illustrates the contribution of Lyα photons to the NV emission profile.

5. CONCLUSIONS

All the above results strengthen the view that BAL and non-BAL QSOs form two distinct classes of quasars.

REFERENCES

- Lamers, Cerruti-Sola, Perinotto, 1987, Ap. J., 314, 726
- Surdej, Hutsemékers, 1987, Astron. Astrophys., 177, 42
- Turnshek, 1981, Ph. D. Thesis, University of Arizona
- Wampler, 1983, Astron. Astrophys., 122, 54.