

Différentes estimations du libre parcours moyen en acoustique des salles : influence sur l'estimation de l'énergie acoustique par un modèle de diffusion

Cédric Foy¹, Alexis Billon², Vincent Valeau³, Judicael Picaut⁴, Anas Sakout⁵, Gilles Reigner⁶

¹CEBTP, 78471 Saint Rémy lès Chevreuse, France, courriel : c.foy@cebt.fr

²LEPTAB, 17000 La Rochelle, France, courriel : abillon@univ-lr.fr

³LEA, 86022 Poitiers, France, courriel : vincent.valeau@univ-poitiers.fr

⁴LCPC, 44341 Bouguenais, France, courriel : judicael.picaut@lcpc.fr

⁵LEPTAB, La Rochelle, France, courriel : asakout@univ-lr.fr

⁶CEBTP, 78470 Saint Rémy lès Chevreuse, France, courriel : g.reigner@cebt.fr

Résumé

La plupart des outils de prévision en acoustique des salles sont basés sur le principe du tir de rayons. La précision des résultats dépend alors du nombre de rayons choisis, nécessairement important quand la géométrie simulée est grande et/ou disproportionnée, ce qui implique alors des temps de calcul élevés. Pour ce type de géométrie, une méthode alternative, basée sur la résolution numérique d'une équation de diffusion, permet en revanche de réaliser des prévisions acoustiques au prix d'un coût numérique modeste. Ce modèle repose en particulier sur un coefficient de diffusion caractérisant la pièce. Ce coefficient est théoriquement proportionnel au libre parcours moyen (LPM) du local considéré, vérifiant classiquement l'expression $4V/S$ (V étant le volume de la salle, S la surface des parois). Il est souvent admis que cette valeur est valide pour une salle de dimensions homogènes et dans le cas d'un champ réverbéré diffus.

Néanmoins, dans la présente étude nous montrons que pour des locaux particulièrement allongés ou plats, l'atténuation sonore, directement dépendante du coefficient de diffusion, est surestimée par ce modèle. Il en est de même pour des locaux dont la loi de réflexion aux parois s'écarte d'une loi de Lambert. Ainsi, afin d'améliorer les performances du modèle de diffusion, la solution envisagée consiste d'une part, à réaliser un calcul numérique préliminaire du LPM et d'autre part, à considérer les approches analytiques alternatives du LPM rencontrées dans la littérature. La méthode numérique retenue est basée sur le suivi de particules sonores, et permet d'établir le LPM à partir de l'ensemble des distances de collision entre deux parois, pour des conditions de réflexion quelconques. Les résultats de ces approches analytiques et numériques sont présentés en terme d'atténuation sonore pour un local plat et un local allongé, et sont comparés à ceux issus d'autres méthodes numériques.

Introduction

Initialement développé dans le cadre de l'acoustique urbaine, le modèle de diffusion a ensuite été appliqué à l'acoustique des salles dans le cas des locaux longs [1]. Ce modèle repose sur l'idée que les multiples réflexions diffuses aux parois engendrent un processus de diffusion de l'énergie sonore du champ réverbéré. Un bon accord entre le modèle de diffusion et une méthode de radiosité a été observé, excepté proche des extrémités où le modèle de diffusion tend à sous-estimer l'affaiblissement de l'atténuation spatiale. Ce modèle repose sur une équation de diffusion pour la densité

d'énergie acoustique où la constante de diffusion D caractérise l'influence du milieu sur le processus de diffusion [2]. Celle-ci est proportionnelle au libre parcours moyen de la salle (notée LPM). L'expression utilisée est issue de la théorie statistique $4V/S$. Cette expression est souvent associée aux hypothèses de champ diffus. Par construction, les parois de la salle sont totalement diffuses pour le modèle de diffusion. L'absorption de l'énergie acoustique par les parois est alors prise en compte par une condition aux limites de Dirichlet avec un coefficient d'échange noté h [2].

L'objectif de notre étude est d'une part, d'améliorer les prévisions du modèle de diffusion dans le cas des locaux longs, et d'autre part, d'y intégrer des conditions de réflexion mixtes spéculaires/diffuses. La valeur du coefficient de diffusion ayant un impact sur la répartition spatiale de l'énergie sonore, le LPM semble donc un critère pertinent à étudier. Une expression analytique du LPM est recherchée qui permette : (1) une amélioration des prévisions du modèle de diffusion dans le cas de local long lorsque la loi de réflexion est diffuse ; (2) une extension du modèle de diffusion aux conditions de réflexion mixtes (ni totalement spéculaires, ni totalement diffuses).

Cet article démarre par une présentation non-exhaustive des expressions analytiques du LPM rencontrées dans la littérature. Ces expressions seront ensuite étudiées numériquement à l'aide d'une méthode de suivi de particules sonores. L'objectif est de mettre en évidence une possible fluctuation du LPM en fonction de la position d'émission des particules sonores, et de valider l'une des expressions analytiques. Enfin, l'ensemble des expressions du LPM et des résultats numériques sera introduit au sein du modèle de diffusion. Les courbes d'atténuation spatiale du niveau sonore obtenues seront ensuite comparées à celles issues d'une méthode de tir de rayons pour un couloir.

Etude bibliographique du LPM

La première expression analytique est issue des travaux de Jaeger résumés dans un ouvrage de Wagner [3]. Jaeger assimile le champ sonore réverbéré à un ensemble de particules sonores. A partir de l'équiprobabilité des positions et des directions d'émission, propriétés associées à un champ sonore de type diffus, Jaeger obtient l'expression bien connue :

$$\text{LPM} = \frac{4V}{S} \quad (1)$$

Bate et Pillow [4] retrouvent cette expression à partir de ces mêmes hypothèses et ce, uniquement si la loi de réflexion aux parois est de type spéculaire. Kosten [5] propose une nouvelle approche analytique basée sur un découpage géométrique de la salle et retrouve ainsi l'expression $4V/S$. A partir des mêmes hypothèses que celles émises par Bate et Pillow, Hunt [6] établit de nouveau l'équation (1). En faisant l'hypothèse d'une loi de probabilité de réflexion en cosinus (loi de Lambert) sur les parois du domaine, Kuttruff [7] retrouve à son tour cette expression. Soulignons également les travaux de Joyce [8] dans ce domaine, dans lesquels le champ sonore est de nouveau assimilé à un ensemble de particules dont l'émission est considérée ici comme uniforme et isotrope. En résumé, il apparaît que plusieurs approches permettent de retrouver l'expression $4V/S$ du LPM en supposant *a priori* le champ sonore dans la salle comme diffus. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, la question de la validité de l'expression du LPM peut être alors posée.

Pujolle [9] étudia le phénomène de la réverbération pour un local rectangulaire à l'aide de la théorie des sources images. Il en déduisit deux expressions analytiques du LPM, indépendantes de la position d'émission. La première est associée au calcul du temps de réverbération (LPM2), tandis que la seconde au calcul de l'intensité réverbérée (LPM3) :

$$\text{LPM2} = \frac{1}{6} \left\{ (l^2 + L^2)^{1/2} + (L^2 + H^2)^{1/2} + (l^2 + H^2)^{1/2} \right\}, \quad (2)$$

$$\text{LPM3} = \frac{3}{4} \left\{ \frac{1}{l^2 + L^2} + \frac{1}{L^2 + H^2} + \frac{1}{l^2 + H^2} \right\}^{-1/2}, \quad (3)$$

où l , L et H sont respectivement la largeur, la longueur et la hauteur de la salle considérée. Enfin, Pujolle exprime aussi un LPM « énergétique » :

$$\text{LPM4} = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}. \quad (4)$$

Notons que ces expressions analytiques sont liées à une loi de réflexion aux parois est de type spéculaire compte tenu de la méthode utilisée.

La dernière expression du libre parcours moyen que nous considérerons est issue des travaux de Kuttruff [7] sur des locaux longs dont les parois subissent des réflexions diffuses. Kuttruff chercha à modéliser le fait que les LPM de deux particules sonores issues ou non d'un même point d'émission puissent être probablement très différents pour ce type de local. Il introduit ainsi un écart type σ_K des LPM des particules sonores, à partir de la valeur moyenne $4V/S$. Il obtient ainsi :

$$\text{LPM5} = \frac{4V}{S} \times \left\{ 1 - \frac{\sigma_K^2}{(4V/S)^2} \times \frac{\ln(1 - \bar{\alpha})}{2} \right\}, \quad (5)$$

où $\bar{\alpha}$ est le coefficient d'absorption moyen de la salle. Pour une salle de dimensions homogène σ_K est égale à 0,4 [7].

Approche numérique du LPM

L'objectif de ce travail numérique est d'une part de vérifier le comportement du LPM d'une salle en fonction de la position du point source, et d'autre part de valider les différentes expressions du LPM présentées précédemment.

Le programme numérique utilisé est basé sur une routine du programme *SPPS* développé au LCPC et qui modélise la propagation de particules sonores dans une enceinte rectangulaire [10]. En dehors des dimensions de la salle, les paramètres d'entrée sont les coordonnées du point d'émission, la loi de réflexion aux parois (identique pour toutes les parois), le nombre N de particules sonores émises ainsi que leur nombre N_C de collisions (valeur identique pour toutes les particules sonores). Les types de loi de réflexion considérés sont : spéculaire, uniforme et lambertienne. Ce programme répertorie pour chaque particule sonore j l'ensemble de ces distances de collision effectuées entre deux parois successives. Nous obtenons ainsi une matrice N colonnes et $(N_C - 1)$ lignes, la distance entre le point d'émission et premier point de collision de chaque particule n'étant pas conservée. Pour chaque point d'émission, le LPM peut être défini selon deux types de moyenne :

$$\text{LPM}_{\text{par1}} = \overline{\left(\frac{c}{n_j} \right)}, \quad (6)$$

$$\text{LPM}_{\text{par2}} = \frac{c}{\overline{(n_j)}}, \quad (7)$$

où la barre haute définit une moyenne arithmétique sur les N particules sonores, c est la vitesse du son. n_j est le nombre de réflexions par seconde de la particule j considérée qui s'exprime par :

$$n_j = \frac{cN_C}{X_j}. \quad (8)$$

où X_j est la distance totale parcourue par la particule depuis la première collision. De part leur définition, le premier LPM est issu d'une moyenne arithmétique et le second d'une moyenne temporelle. En prenant la moyenne de ces LPM sur l'ensemble des points d'émission, nous deux LPM liés à la salle, notés respectivement L1 et L2, sont obtenus.

Une étude préalable de convergence a permis de fixer le nombre de particules sonores et le nombre de collisions respectivement à 5 000 et 500 pour une loi de réflexion de Lambertienne (précision obtenue de l'ordre du centimètre) et respectivement à 10 000 et 100 pour une loi de réflexion spéculaire (précision de l'ordre de deux centimètres).

Enfin, l'écart-type σ_K utilisé dans l'expression analytique (5) est obtenue à l'aide de :

$$\sigma_K = \left(\sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{j=1}^N \left(\frac{X_j}{N_C} - \frac{4V}{S} \right)^2} \right), \quad (9)$$

où la barre haute représente la moyenne des écart-types obtenus aux points d'émission.

Résultats et discussion

Un local long de dimensions [1:12:2] et d'absorption aux parois uniforme égale à 0,1 est étudié. Les points d'émission sont distants de 1 m entre eux et positionnés sur l'axe passant par le centre des extrémités, soit 11 points d'émission.

Les Figures 1 et 2 montrent l'évolution des libres parcours moyens L1 et L2 en fonction de la position d'émission respectivement pour les lois de réflexion de Lambert et spéculaire.

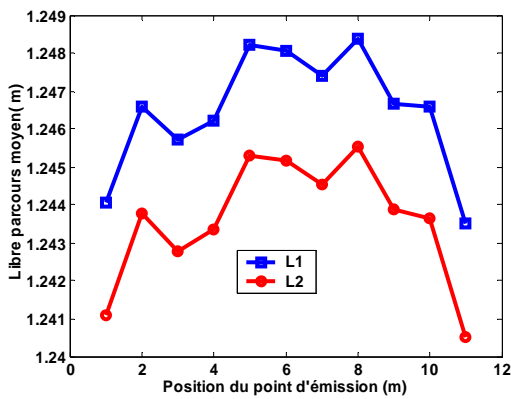


Figure 1: Variation du LPM en fonction de la position d'émission dans l'axe d'un local long [1:12:2]. La loi de réflexion aux parois est lambertienne.

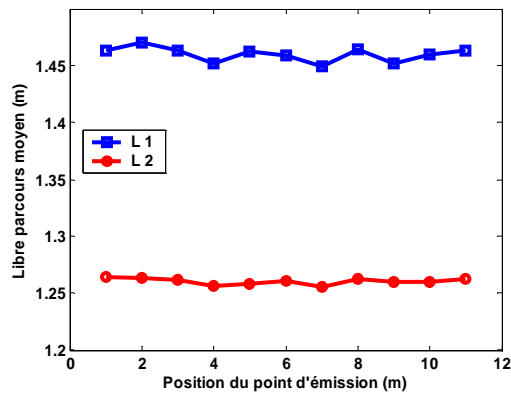


Figure 2: Etude du LPM en fonction de la position d'émission dans l'axe d'un local long [1:12:2]. La loi de réflexion aux parois est spéculaire.

La variation du LPM en fonction de la position d'émission peut être considérée comme faible, y compris dans le cas de la loi de réflexion déterministe (spéculaire). La Figure 1 semble montrer une évolution « gaussienne » mais sur une plage de variation est trop faible pour être pertinente. Quelque soit la loi de réflexion utilisée, le libre parcours moyen « arithmétique » L1 reste supérieur au libre parcours moyen « temporel » L2. Ceci résulte de leurs définitions respectives : mathématiquement, la moyenne des inverses est toujours plus grande que l'inverse de la moyenne. L'écart relatif entre les valeurs de ces deux LPM est égal à 0.8%

pour les lois de Lambert, et atteint 16% quand la loi de réflexion est de type spéculaire. L'importance du choix de la moyenne semble donc influant uniquement quand la loi de réflexion aux parois est déterministe. L'écart relatif des LPM issues de la loi de réflexion spéculaire et de Lambert est égal à 17% pour L1, contre 1.6% pour L2. Le libre parcours moyen L2 peut donc être considéré comme indépendant de la loi de réflexion aux parois.

Le Tableau 1 regroupe les valeurs moyennes des LPM obtenues par l'approche numérique (L1 et L2) et par les expressions analytiques.

LPM1 (m)	LPM2 (m)	LPM3 (m)	LPM4 (m)	LPM5 (m)	L1 (m)		L2 (m)	
					(a)	(b)	(a)	(b)
1,26	4,41	1,62	2,46	1,26	1,46	1,25	1,26	1,24

Tableau 1: Valeurs des LPM obtenues analytiquement et par une méthode numérique ; (a) : loi de réflexion spéculaire ; (b) : loi de réflexion de Lambert.

Avant de comparer l'ensemble des valeurs des LPM (Tableau 1), notons que la valeur de l'écart-type σ_K issue de l'équation (9) est égale à 0.06 m pour la loi de réflexion de Lambert. Cette faible valeur signifie que, même dans le cas d'un local long, la valeur du LPM de chaque particule sonore reste proche de celle donnée par la théorie statistique, indépendamment de la position et de la direction d'émission. Cela conduit donc à une valeur du libre parcours moyen LPM5 proche de celles basées sur une hypothèse de champ diffus.

Par ailleurs, la comparaison des LPM numériques avec celui issu de la théorie statistique permet d'en déduire deux conclusions possibles : (1) la valeur de L2 est proche de celle issue de la théorie statistique, indépendamment de la loi de réflexion aux parois ; (2) quand la loi de réflexion aux parois est lambertienne, les valeurs de L1 et L2 sont similaires à celle basée sur la théorie statistique, et ce, quelque soit le type de moyenne effectuée (arithmétique ou temporelle), en accord avec le principe d'ergodicité [7, 8].

Il apparaît enfin que les valeurs du LPM issues des expressions analytiques basées sur la théorie des sources images (LPM2, LPM3 et LPM4) sont plus élevées que celles obtenues numériquement pour la loi de réflexion spéculaire. Il semble donc que ces modèles ne sont uniquement valables que dans le cas d'un local de dimensions homogènes.

Application au modèle de diffusion

L'influence de la valeur du LPM sur le modèle de diffusion est observée par le biais de l'atténuation spatiale sonore évaluée selon l'axe principale de la salle considérée. La source sonore de niveau de puissance égale à 100 dB est située près d'une extrémité soit (0,5 ; 0,5 ; 1). Les résultats obtenus sont comparés à ceux issues d'un logiciel de tir de rayons (CATT-Acoustic) émettant 400 000 rayons. La diffusivité aux parois est modélisée via un coefficient de diffusivité d (scattering coefficient en anglais). Si $d=0$, les réflexions sont purement spéculaires et $d=1$, elles sont

totallement diffusives. Ces deux cas extrêmes sont considérés et les résultats obtenus sont présentés en Figure 3.

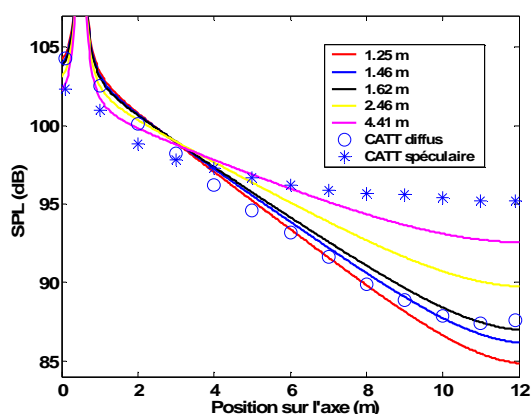


Figure 3: Atténuations sonores calculées par le modèle de diffusion pour les valeurs les plus significatives du LPM, comparées aux résultats numériques par une méthode de tracé de rayons ($d=0$ et $d=1$) rencontrés pour un local long [1:12:2]. La source est positionnée en (0,5 ; 0,5 ; 1).

Dans le cas du modèle de diffusion, plus la valeur du LPM est élevée et plus la pente de l'atténuation sonore devient faible. En effet, la valeur du LPM représentant la distance moyenne entre deux collisions sur les parois, plus celle-ci est petite, plus une « rayon » sonore échange de l'énergie avec les parois donc l'atténuation spatiale est accrue. Les simulations de CATT-Acoustic pour des lois de réflexions spéculaires et diffuses sont respectivement proches (écart de l'ordre du décibel) de celles provenant du modèle de diffusion pour les valeurs maximale et minimale du LPM, lorsque la distance source-récepteur est inférieure à 8 m. Ceci laisse suggérer que la diffusivité des parois peut être simulée au sein du modèle de diffusion par l'utilisation d'une valeur adéquate du coefficient de diffusion. Au-delà de 8 m, les courbes d'atténuation sonore du modèle de diffusion obtenues à partir des valeurs minimale et maximale du LPM divergent de celles issues de CATT-Acoustic ; ces dernières simulent en effet l'affaiblissement de l'atténuation sonore au voisinage des extrémités du couloir, phénomène non observée sur les courbes d'atténuation sonore issues du modèle de diffusion. Cet affaiblissement de l'atténuation s'explique vraisemblablement par le phénomène de réflexion de l'énergie sonore aux extrémités du local.

Conclusion et perspectives

Tout d'abord, l'approche numérique a permis de mettre en évidence que le LPM au sein d'un local long ne varie pas avec la position d'émission, y compris lorsque la loi de réflexion aux parois est de nature déterministe (spéculaire). De plus, il apparaît que cette valeur est proche de celle issue de la théorie statistique quand la loi de réflexion est type de Lambert.

Enfin, par comparaison avec des simulations basées sur une méthode de tir de rayons, il a été mis en évidence que la gamme des valeurs du LPM permet de prendre en compte le phénomène de diffusivité aux parois (excepté proche des extrémités) avec le modèle de diffusion. Malheureusement, aucune des expressions analytiques étudiées ne permet de

relier directement la valeur du LPM au coefficient de diffusivité d . Par conséquent, au cours des travaux futurs, la constante de diffusion D pour chaque valeur du coefficient de diffusivité d ne sera pas reliée directement à une expression analytique du libre parcours moyen prenant en compte la loi de réflexion simulée. Une approche empirique déterminant la valeur du coefficient de diffusion sera réalisée sur des configurations géométriques et de loi de réflexion les plus diverses.

Références

- [1] Picaut J. Modélisation des champs diffus par une équation de diffusion. Thèse de l'université du Maine, 1998.
- [2] Valeau V. On the use of a diffusion equation for room-acoustic prediction. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119(3), p. 1504-1513, 2006.
- [3] Wagner J. Mathematical and logical criticism of the classical theory. *Academia praha*, 1971.
- [4] Bate A. E., Pillow M. E.. Mean free path of sound in an auditorium. *Northern Polytechnic*, p. 535-541, 1946.
- [5] Kosten C. W. The mean free path in room acoustics. *Acustica*, 10, p. 245-250, 1960.
- [6] Hunt F. V. Remarks on the mean free path problem. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36(3), p. 556-564, 1963.
- [7] Kuttruff H. Room acoustics. Applied science publishers, 1973.
- [8] Joyce W. B. Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums. *J. Acoust. Soc. Am.*, 58(3) p. 643-655, 1975.
- [9] Pujolle J. Les différentes définitions du libre parcours moyen du son dans une salle. Communication journée libre du GALF, p. 44-50, 1975.
- [10] Picaut J. Application numérique du concept de particules sonores à la modélisation des champs sonores en acoustique architecturale, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 258-259, p. 59-88, 2005.