

# CONTRIBUTION THEORIQUE ET NUMERIQUE A LA MODELISATION DES ECOULEMENTS MIXTES DIPHASIQUES HAUTEMENT TRANSITOIRES

## *Theoretical and Numerical Contribution to the Simulation of Transient Two-phase Mixed Flows*

**François Kerger<sup>1,2</sup>, Pierre Archambeau<sup>1</sup>, Benjamin J. Dewals<sup>1,2</sup>, Sébastien Erpicum<sup>1</sup> et Michel Pirotton<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Laboratoire d'Hydrologie, Hydrodynamique Appliquée et Constructions Hydrauliques, Département ArGenCO, Université de Liège Ch. Des Chevreuils 1, B52/3+1, B-4000 Liège, Belgique,

Tel: +32 4 366 90 05 email: fkerger@ulg.ac.be

<sup>2</sup> Fonds de la Recherche Scientifique F.R.S-FNRS

*Les écoulements mixtes, caractérisés par la présence simultanée d'un écoulement en charge et à surface libre, sont fréquemment rencontrés en ingénierie hydraulique (système de drainage, conduite de dérivation,...). Les modèles « shock-capturing », qui consiste à étendre l'applicabilité des équations de Saint-Venant aux écoulements en charge, sont des méthodes populaires pour décrire les écoulements mixtes. Néanmoins, ces méthodes sont connues pour souffrir de deux défauts : elles ne tiennent pas compte de la présence d'air dans l'écoulement et les solveurs numériques à capture de chocs traditionnels sont affectés par des oscillations post-transition. L'objectif de cette recherche est donc d'étendre la description mathématique des écoulements mixtes aux transports d'air ainsi que d'améliorer la stabilité des solveurs numériques à capture de chocs. Notre méthodologie repose sur le modèle multiphasique « drift-flux model » et sur un schéma volume fini de type Godunov. Cette démarche résulte en un modèle unidimensionnel original de type « drift-flux model » pour les écoulements diphasiques à surface libre. Son applicabilité est étendue aux écoulements en charge grâce à une formulation mathématique originale du terme de pression. Ce modèle mathématique original est ensuite discrétisé sur base d'un algorithme de Godunov couplé à un solveur exact de Riemann développé dans le but de réduire les oscillations numériques.*

*Mixed flows, characterized by the simultaneous occurrence of free-surface and pressurized flows, are frequently encountered in hydraulic engineering (urban sewer systems, water intakes,...). Shock-capturing models, which consist in extending applicability of the Saint-Venant equations to pressurized flows as well, are popular to describe mixed flows. However, these methods are known to suffer two shortcomings: they do not take into account the presence of air in the fluid and classical shock-capturing methods are affected by post-transition oscillations. The objective of the research is thus to extend the mathematical description of mixed flows to the transport of air and to improve the stability of shock-capturing numerical solvers. Our methodology relies on the multiphase drift-flux model and on a Godunov finite volume scheme. This approach results in an original one-dimensional drift-flux model for two-phase free-surface flows. Its applicability is extended to pressurized flows thanks to an original formulation of the pressure term. This mathematical model is then discretised by means of a Godunov algorithm coupled with an exact Riemann solver originally developed to reduce spurious oscillations.*

## I INTRODUCTION

Les écoulements mixtes, caractérisés par la présence simultanée d'un écoulement en charge et à surface libre, sont fréquemment rencontrés en ingénierie hydraulique. Certaines structures hydrauliques sont en effet dimensionnées pour fonctionner à surface libre dans certaines parties et en charge d'en d'autres. Les prises d'eau, les conduites de fonds d'un barrage, certains réseaux de drainage urbain dit « basse-pression » sont autant d'exemple de ce type de fonctionnement hybride. D'autres structures sont dimensionnées pour transporter des eaux à surface libre uniquement. Cependant, les critères de dimensionnement sont basés sur une période de retour donnée pour le débit d'apport. Ceux-ci sont donc susceptibles d'être dépassés lors d'événements rares mais intenses. De telles situations causent la pressurisation de la conduite, qui peut se dérouler soit graduellement, soit abruptement sous la forme d'un front mobile de transition. Finalement, des poches d'air peuvent se créer aux points hauts des réseaux sous-pression (Figure 1). Ces poches sont fréquentes à l'aval d'une section critique. Elles se terminent alors par un ressaut hydraulique. Des phénomènes

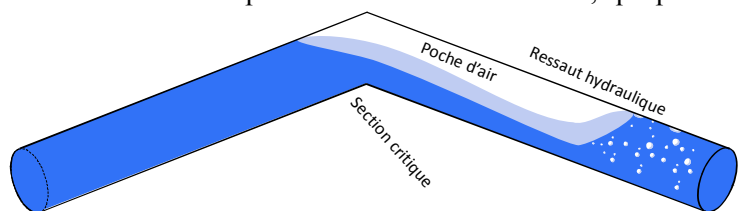


Figure 1: De larges poches d'air peuvent s'accumuler aux points hauts d'un pipeline

hautement transitoires et de fortes interactions air-eau accompagnent généralement la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge. Cette constatation est particulièrement vraie dans le voisinage du front de transition. La transition peut donc causer de sérieux problèmes opérationnels et des dommages structurels conséquents. La littérature rapporte l'occurrence de geysers de plusieurs dizaines de mètres de hauteur [1], des inondations [2],...

Un écoulement mixte affiche un comportement hybride, puisque son mouvement est gouverné principalement par la gravité dans sa portion à surface libre et par la pression dans sa portion en charge. Dans un formalisme mathématique 1D, les deux types d'écoulement sont d'ailleurs décrits par des modèles différents. Les équations d'Allievi [3] servent à modéliser les écoulements en charge alors que ceux à surface libre sont décrits par les équations de Saint-Venant [4]. Les deux modèles diffèrent essentiellement dans la forme du gradient de pression et dans l'ordre de grandeur de la célérité de l'onde de pression du modèle ( $\sim 1\text{m/s}$  pour Saint-Venant et  $\sim 1000\text{ m/s}$  pour Allievi).

Depuis les années 60, de nombreuses recherches ont visé à surmonter cette divergence pour créer un modèle mathématique unifié. Elles peuvent être catégorisées en trois familles d'approches. La première, dite « shock-tracking », consiste à résoudre séparément la partie de l'écoulement en charge et celle à surface libre grâce à des systèmes d'équations différents [5-7]. Les interfaces de transition sont alors traitées comme des conditions aux limites internes et mobiles. Ce point constitue la faiblesse de l'approche car les algorithmes associés à la gestion de la transition deviennent très vite complexes et restent très spécifiques à une application donnée. La seconde famille, dite « Rigid Water Column Approach », traite différemment chacune des phases (eau/air) sur base d'équations spécifiques [8]. L'algorithme permet de simuler très précisément certains types d'interfaces mais sa complexité le rend inapplicable à l'échelle d'un réseau. Enfin, les méthodes « shock-capturing » constituent la troisième famille d'approches. Les deux types d'écoulement y sont décrits par les seules équations de Saint-Venant qui sont modifiées pour étendre leur applicabilité aux écoulements en charge. A cet égard, la méthode de la fente de Preissmann est très populaire car elle requiert simplement de modifier la géométrie du tuyau en ajoutant une fente au dessus de la couronne [9, 10]. Le succès de la méthode réside dans sa simplicité qui permet de l'appliquer à de nombreux cas pratiques. Qui plus est, l'introduction du concept de fente de Preissmann négative [11, 12] a récemment permis de résoudre une limitation classique de la méthode, à savoir son incapacité à décrire les écoulements en charge à pression sub-atmosphérique. Ce type de « pression négative » est en effet susceptible d'apparaître si la conduite est insuffisamment aérée pour permettre l'apparition d'une surface libre. Cet écoulement est alors caractérisé par une dilatation de l'eau et une contraction de la conduite. Le principe des méthodes shock-capturing a également été repris récemment par Bourdarias pour dériver un « modèle dual » [13] et par Vasconcelos pour établir « l'approche deux pressions » (« Two-Pressure Approach ») [14]. Ces deux nouvelles approches présentent des performances analogues à la méthode de Preissmann.

Les modèles « shock-capturing » souffrent de deux limitations. La première concerne la prise en compte de l'effet de l'air dispersé dans la phase liquide sur la dynamique de l'écoulement. Il a en effet été mentionné que de fortes interactions air-eau peuvent apparaître dans un écoulement mixte. Plus précisément, la présence d'air augmente l'épaisseur de la lame fluide et diminue le frottement [15, 16] dans l'écoulement à surface libre. Dans l'écoulement en charge, la valeur de la célérité est sévèrement affectée par la présence d'air [3, 17]. En particulier, celle-ci devient fortement dépendante de la pression au sein du fluide. Il semble donc nécessaire de tenir compte de la présence d'air par le biais d'un modèle mathématique bi-phasique. La seconde limitation traditionnelle est d'ordre numérique. Les solveurs numériques à capture de chocs traditionnels sont en effet affectés par des oscillations post-transition. Celles-ci sont causées par la rapide variation de célérité au sein de la maille de transition et constitue le sujet de recherches intenses [18, 19].

L'objectif de ce papier est donc d'étendre la description mathématique des écoulements mixtes aux célérités variables et aux transports d'air ainsi que d'améliorer la stabilité des solveurs numériques à capture de chocs. Pour ce faire, notre méthodologie repose sur l'intégration du modèle multiphasique « drift-flux model » sur une section transversale à surface libre ainsi que sur la reformulation des méthodes shock-capturing pour tenir compte de la présence d'air et des variations de célérités. Le modèle mathématique original obtenu est présenté dans la section II de ce papier. De plus, ce modèle mathématique original est discrétisé sur base d'un algorithme de Godunov couplé à un solveur exact de Riemann développé dans le but de réduire les oscillations numériques. Ce solveur original, présenté en section III, est constitué d'une équation algébrique non-linéaire pour la section d'écoulement et tient compte du caractère fermées des sections en présences. Enfin, la performance et la validité du modèle sont vérifiées dans la section IV par comparaison avec des résultats théoriques, numériques et expérimentaux dans divers cas pratiques comme le coup de bélier et les transitions se propageant rapidement.

## II MODÈLE MATHÉMATIQUE BI-PHASIQUE:

### II.1 Théorie multiphasique

En principe, un solveur multiphasique rigoureux devrait résoudre simultanément les variables locales instantanées (décrivant le comportement de chaque phase sur base des équations de Navier-Stokes) ainsi que les conditions d'interface (exprimant les lois de conservation au travers de l'interface) [20]. Obtenir une solution de cette façon dépasse néanmoins les capacités des ordinateurs modernes pour la plupart des applications en ingénierie. Divers modèles simplifiés sont donc fréquemment utilisés et l'un d'entre eux, le modèle Drift-Flux (DF), a été récemment appliqué avec succès aux écoulements environnementaux avec transport d'une phase dispersée [21]. Le modèle tridimensionnel DF est dérivé par moyennage temporel des équations de Navier-Stokes et des conditions d'interface. Ce faisant, l'écoulement multiphasique est traité comme un écoulement simple phase où les variables décrivent les propriétés du mélange et se rapportent au centre de masse de ce mélange. Le mouvement de la phase dispersée est traité en terme de diffusion dans le mélange [20]. L'équation de conservation de la quantité de mouvement est en effet négligée au profit d'une équation constitutive pour la vitesse relative entre le centre de masse du mélange et chaque phase. La dérivation mathématique complète [20, 21] donne les 3 équations vectorielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla(\rho_m \mathbf{v}_m) = 0 & \text{(continuité du mélange)} \\ \frac{\partial \alpha_d \rho_d}{\partial t} + \nabla(\alpha_d \rho_d \mathbf{v}_m) + \nabla(\alpha_d \rho_d \mathbf{V}_{dm}) = \Gamma_d & \text{(diffusion)} \\ \frac{\partial \rho_m \mathbf{v}_m}{\partial t} + \nabla(\rho_m \mathbf{v}_m \mathbf{v}_m) = -\nabla p_m + \nabla(\tau_m + \tau^T + \tau^D) + \rho_m \mathbf{g} + \mathbf{M}_m & \text{(qte de mouvement du mélange)} \end{cases} \quad (1)$$

où  $\alpha_d$  est la concentration de la phase dispersée (air dans notre cas),  $\rho_m$  est la densité du mélange air-eau,  $\mathbf{v}_m$  est la vitesse du centre de masse du mélange, qui est différente de la vitesse de l'eau et de la vitesse de la phase dispersée. La vitesse de diffusion  $\mathbf{V}_{dm}$ , définie comme la vitesse relative par rapport au centre de masse, est donnée par une relation constitutive spécifique au cas envisagé [22]. Le terme source massique  $\Gamma_d$ , qui rend compte de l'échange de masse entre l'eau et la phase dispersée, est spécifié par une relation constitutive spécifique aux constituants présents. La pression  $p_m$  au sein du mélange est une inconnue primitive du système. L'équation de quantité de mouvement contient trois types de contraintes : les contraintes visqueuses Newtoniennes  $\tau_m$ , les contraintes turbulentes  $\tau^T$  et les contraintes de diffusion  $\tau^D$  dues à la vitesse relative entre phases. Finalement, le terme source de quantité de mouvement du mélange  $\mathbf{M}_m$  représente l'effet de la tension de surface sur la quantité de mouvement du mélange. En conclusion, on peut dire que le modèle DF en 3D est l'équivalent pour les écoulements multiphasiques des équations de Navier-Stokes moyennées selon Reynolds pour les écoulements d'eau pure.

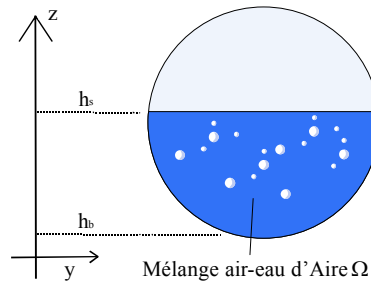


Figure 2: Description du domaine d'intégration

### II.2 Intégration sur une section transversale

Dans le cas d'un écoulement air-eau en conduite, le domaine de calcul est essentiellement unidimensionnel. Cela signifie que la profondeur et la largeur de l'écoulement sont d'un ordre de grandeur inférieur à la longueur de l'écoulement. Dans ce cas, deux des trois équations de conservation de la quantité de mouvement apparaissant dans (1) sont simplifiées et les équations restantes sont intégrées sur la section transversale de l'écoulement afin de dériver un modèle 1D. La section transversale est supposée totalement quelconque dans sa forme excepté que la présence d'une surface libre est imposée (Figure 2). La lame fluide contient un mélange d'air et d'eau. Le développement mathématique original que nous effectuons ici est

analogue à celui effectué pour obtenir les équations de Saint-Venant à partir des équations moyennées de Navier-Stokes [4]. A l'issue de l'intégration, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_m \Omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_m \Omega}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \alpha_d \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha_d u_m \Omega + \alpha_d \frac{\rho_w}{\rho_m} U_{dj} \Omega \right) = \frac{\Gamma_d}{\rho_d} \\ \frac{\partial \rho_m u_m \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_m u_m u_m \Omega + \frac{\alpha_d}{1 - \alpha_d} \frac{\rho_d \rho_w}{\rho_m} U_{dj} U_{dj} \Omega + \rho_m g I_1 \right) = \rho_m g \Omega \left( -\frac{\partial h_b}{\partial x} - J \right) + \rho_m g I_2 \end{cases} \quad (2)$$

où  $u_m$  est la vitesse du mélange le long de l'axe  $x$ ,  $\Omega$  est la section d'écoulement du mélange, les indices  $d$  and  $w$  désignent respectivement la phase dispersée (air) et l'eau. La vitesse de dérive  $U_{dj}$  le long de l'axe  $x$ , qui rend compte de la vitesse relative entre l'air et l'eau, est imposée sous la forme d'une relation constitutive. La simplification de l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon l'axe  $z$  impose que la distribution de pression sur la section transversale soit hydrostatique. Cette condition donne naissance à deux termes de pression  $I_1$  et  $I_2$ :

$$I_1(\Omega) = \int_{-h_b}^{h_s} (h - \xi) l(x, \xi) d\xi \quad \text{and} \quad I_2(\Omega) = \int_{-h_b}^{h_s} (h - \xi) \frac{\partial l(x, \xi)}{\partial x} d\xi \quad (3)$$

où  $l$  est la largeur de la surface libre,  $h_s$  est l'élévation de la surface libre,  $h_b$  est l'élévation du fond de la conduite et la hauteur total  $h = h_s + h_b$ .  $\xi$  est la variable d'intégration. Le terme  $J$  englobe l'ensemble des pertes de charge de l'écoulement (les frottements internes visqueux, turbulents et diffusifs ainsi que le frottement externe). Il est traditionnellement calculé sur base d'une corrélation bi-phasique tel que la loi homogène de Colebrook ou la formulation de Martinelli-Lockhart [23].

Les équations (2) définissent un modèle diphasique original pour les écoulements aérés présentant une surface libre. Ce modèle peut être mis en regard avec les modèles de transport simple phase développés pour le transport de sédiments et de polluants [24]. Nous constatons que l'équation de diffusion ressemble fortement à certaines équations de transport. Il existe néanmoins deux grandes différences entre le modèle DF, complètement multiphasique, et un modèle de transport simple phase. La première différence est la présence d'une vitesse de dérive dans l'équation de diffusion qui permet de rendre compte de manière plus physique de la diffusion de la phase dispersée au sein de l'eau. La seconde est la prise en compte de l'effet de la phase dispersée sur la phase eau, ce qui n'est pas le cas lors de l'ajout d'une équation de transport à un modèle simple phase.

### II.3 Extension aux écoulements en charge

Pour les écoulements à surface libre, le terme  $gI_1$  représente la pression hydrostatique. L'intégrale (3) dépend seulement de la géométrie du tuyau et de la section d'écoulement  $\Omega$  si bien qu'elle peut être facilement calculée sous forme analytique ou numérique. Il en résulte une relation discrète entre la section  $\Omega$  et le terme de pression  $gI_1$  que l'on peut aisément implémenter dans un schéma numérique.

Les méthodes « shock-capturing » pour les écoulements mixtes étendent l'applicabilité des équations à surface libre en exploitant la similarité des modèles de Saint-Venant et d'Allievi. Ceux-ci sont en effet analogues excepté dans leur terme de gradient de pression. Pour les écoulements en charge, la pression n'est en effet pas hydrostatique mais constante sur la section et liée au produit  $\rho\Omega$  par le biais de la célérité  $c$  de l'onde de pression. En conséquence, la pression hydrostatique peut être réécrite comme suit :

$$c^2 = \Omega \frac{d(\rho g I_1)}{d(\rho \Omega)} \quad \rightarrow \quad gI_1(\Omega) = \begin{cases} g \int_{-h_b}^{h_s} (h - \xi) l(x, \xi) d\xi & \text{si Surface Libre (FS)} \\ gI_1(\Omega_{max}, FS) + g\Omega \int_{\Omega_{max}}^{\Omega} \frac{c^2}{\Omega} & \text{si En charge (PP)} \end{cases} \quad (4)$$

où  $\Omega_{max}$  est la valeur  $\Omega$  correspondant à la pleine section, l'état  $FS$  indique que l'écoulement est à surface libre et l'état  $PP$  que l'écoulement est en charge. Si  $\Omega > \Omega_{max}$ , l'écoulement est forcément en charge (PP). Si  $\Omega \leq \Omega_{max}$ , l'écoulement est choisit en charge (PP) ou à surface libre (FS) suivant le taux d'aération de la conduite. L'absence d'un dispositif de mise à pression atmosphérique (valve, ballon,..) empêche en effet

l'apparition d'une surface libre lorsque la pression descend en dessous de la pression atmosphérique. Au lieu de cela, on observe un écoulement en charge à pression sub-atmosphérique et un risque de cavitation.

Dans ce papier, nous proposons d'utiliser la formulation de la célérité donnée par Guinot [25] pour les mélanges air-eau:

$$c_m = c_0 / \sqrt{1 + \alpha_0 \rho_{m,0} c_0^2 p_0^{1/\beta} / p^{1+\beta/\beta}} \quad \text{with} \quad \rho_{m,0} = \alpha_0 \rho_d + (1 - \alpha_0) \rho_w \quad (5)$$

où l'indice 0 indique l'état de référence caractérisé par une pression  $p=101325Pa$  (pression atmosphérique).  $\beta$  est un coefficient égal à 1.0 pour des conditions isothermiques et 1.4 pour des conditions adiabatic. La concentration de référence  $\alpha_0$  est la fraction volumique d'air à la pression de référence et  $\rho_{m,0}$  est la densité du mélange à la pression de référence. Par analogie avec le développement de Guinot pour les coups de bélier [25], l'introduction de la célérité (5) dans l'expression l'intégrale apparaissant dans l'équation (4) donne:

$$\rho_m g \Omega \int_{\Omega_{\max}}^{\Omega} \frac{c^2}{\Omega} = p \quad \text{where} \quad \Omega = \Omega_{\max} + \frac{\Omega_{\max}}{a_0^2} \left[ p - p_0 + \left( p_0^{-1/\beta} - p^{-1/\beta} \right) \beta \alpha_0 \rho_{m,0} a_0^2 p_0^{1/\beta} \right] \quad (6)$$

La pression  $p$  est déterminée par une procédure de Newton Raphson. Ceci constitue une formulation originale pour la simulation des écoulements mixtes aérés.

### III MODÈLE NUMÉRIQUE:

Résoudre les équations établies dans le paragraphe précédent nécessite un schéma numérique adapté. La méthode des volumes finis est populaire pour traiter de tels systèmes non-linéaires d'équations différentielles partielles. Ceci est principalement dû à sa capacité d'assurer la conservation de la masse et de capturer les discontinuités apparaissant dans la solution [26, 27]. Le modèle mathématique (2) est un problème hyperbolique qui peut être réécrit sous la forme générique suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (7)$$

où  $\mathbf{U}$  est la matrice des inconnues,  $\mathbf{F}$  est la matrice des flux physiques et  $\mathbf{S}$  regroupe l'ensemble des termes sources du modèle. Dans cet article, l'équation (7) est résolue sur un maillage uniforme contenant des cellules de longueur  $\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$ ,  $i=1, N$  (Figure 3). La discretization en volumes finis de (7) donne :

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left[ \mathbf{F}_{i+1/2}(\mathbf{U}^n) - \mathbf{F}_{i-1/2}(\mathbf{U}^n) \right] + \mathbf{S}_i^n \quad (8)$$

où  $i$  est l'index spatial et  $n$  l'index temporel. Les méthodes de volumes finis diffèrent sur le choix du flux numérique  $\mathbf{F}_{i+1/2}$ . Celui-ci est souvent calculé comme une fonction des valeurs reconstruites à gauche et à droite de la frontière de la maille (Figure 3):

$$F_{i+1/2} = \Phi \left( \mathbf{U}_{i+1/2}^L, \mathbf{U}_{i+1/2}^R \right) \quad (9)$$

où  $\Phi$  est la fonction flux numérique spécifique à la méthode utilisée.

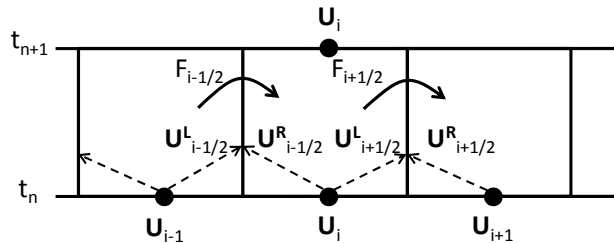


Figure 3: La méthode des Volumes Finis

Dans cet article, nous proposons d'utiliser un schéma de Godunov couplé avec un solveur exact de Riemann pour calculer le flux numérique (9). La méthode de Godunov consiste à considérer les variables conservatives du problème comme constantes par parties sur chaque maille et à chaque pas de temps. L'évolution temporelle est alors déterminée par la solution des problèmes de Riemann qui apparaissent à chaque frontière de maille :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} = \mathbf{S} \quad \text{with} \quad \mathbf{U}(x,0) = \begin{cases} \mathbf{U}_L & \text{if } x < 0 \\ \mathbf{U}_R & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Ce problème de Riemann peut être résolu exactement et la solution contient trois ondes se propageant à des vitesses différentes: deux ondes qui peuvent être soit un choc, soit une raréfaction, entourent une onde de contact.

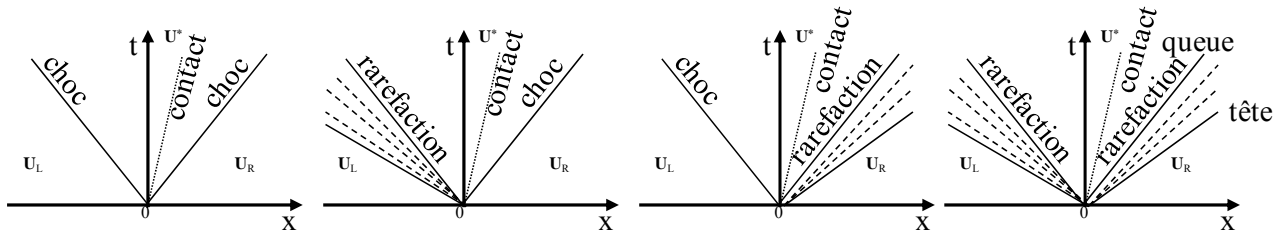


Figure 4: Configuration ondulatoire de la solution du problème de Riemann

Les auteurs utilisent ici un solveur exact de Riemann qui a été initialement présenté pour les écoulements d'eau pure dans [26, 28]. Les lecteurs intéressés se référeront à ces deux publications pour plus de détails sur l'implémentation du solveur.

## IV VALIDATION

### IV.1 Ecoulement mixte : fermeture rapide de porte

La modélisation du test expérimental de Cardle [6] vise ici à démontrer la capacité du code à modéliser les transitions surface libre/en charge et vice versa. L'installation expérimentale de Cardle à l'université du Minnesota consiste en un tuyau de PVC de 48.77m de long. Son diamètre intérieur vaut 16.6cm. Le tuyau présente une pente de 0.05% et un coefficient de Manning  $n=0.011$ . Au temps initial, les conditions d'écoulements sont stationnaires avec un débit  $Q=0.005097 \text{ m}^3/\text{s}$  et une condition limite en aval de hauteur  $H=0.1372\text{m}$ . La fermeture subite d'une vanne à l'aval de la conduite crée un front de transition qui se propage de l'aval vers l'amont. Lorsque cette interface atteint le milieu de la conduite (24.4m), la vanne aval est à nouveau ouverte ce qui cause une inversion du sens de propagation de la transition. De plus, une seconde interface de transition se forme à l'extrémité aval de la conduite et se propage vers l'amont de la conduite. La conduite est supposée parfaitement aérée si bien qu'un écoulement en charge à pression sub-atmosphérique ne peut apparaître. La lame fluide est supposée être de l'eau pure.

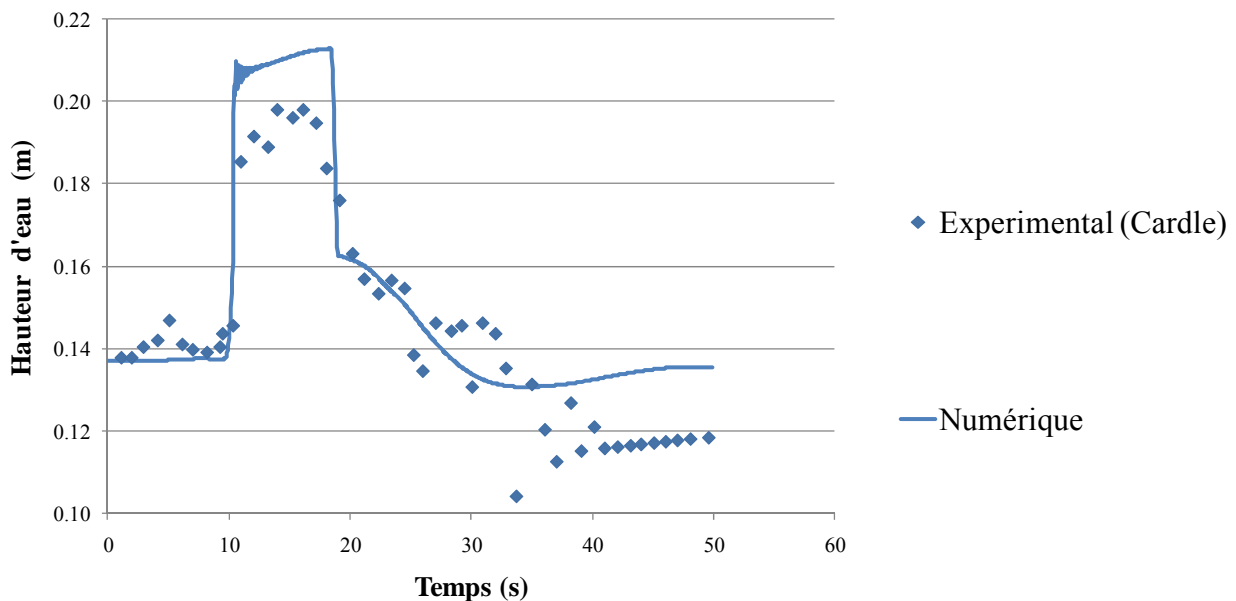


Figure 5: Expérience J de Cardle - Comparaison des mesures expérimentales et numériques au capteur de pression P1 (9.9m de l'extrémité aval).

Comme cela est représenté sur la Figure 5, les résultats numériques obtenus avec notre code s'accorde avec les données expérimentales de Cardle [6]. Pour être plus précis, les temps de propagation des transitions sont en effet correctement capturés. Par contre, la pression au niveau du front de transition est légèrement surestimée. Cette différence est reportée par d'autres auteurs et doit s'expliquer par le temps de fermeture de la valve. Qui plus est, la fin de la modélisation s'éloigne des résultats expérimentaux à cause très certainement d'une dépression dans la couche d'air au dessus de la surface libre. Pour modéliser correctement cet aspect de la simulation, il est nécessaire d'utiliser un modèle bicouche (en cours de développement à l'ULG).

## IV.2 Coup de bélier

Ce cas est un standard présenté par Guinot [25] pour le calcul des coups de bélier avec présence d'air. Il consiste en un tuyau circulaire de 3000m de longueur dont la section vaut  $\Omega_{\max}=0.29\text{m}^2$ . La célérité de référence vaut 981m/s tandis que la densité de référence est  $992\text{kg/m}^3$ . Le coefficient  $\beta=1$  et la concentration est supposée constante à  $\alpha_0=0.2\%$ . Le fluide est initialement au repos à une pression de  $5 \times 10^5 \text{Pa}$ . Au temps  $t=0$ , la pression à la frontière amont est diminuée jusqu'à  $1 \times 10^5 \text{Pa}$  ce qui cause une onde de raréfaction qui se propage vers l'aval. Lorsque l'onde se réfléchit sur la frontière aval, une onde de choc apparaît. Les calculs numériques sont réalisés sur un grid uniforme de 300 cellules. L'intégration temporelle repose sur un schéma à 3 pas de Runge-Kutta et le nombre CFL est maintenu constant à 0.4. Les résultats numériques obtenus grâce au code de calcul présenté dans ce papier sont comparés dans la Figure 6 avec les résultats que Guinot a obtenu avec un code de calcul des coups de bélier [25]. Les profils de pression sont tracés à 7 instants donnés. Contrairement au cas d'un coup de bélier simple phase qui est caractérisé par une onde de choc marquée se translatant à vitesse constante, nous constatons ici une onde de raréfaction due à la dépendance entre la pression et la célérité. Le coup de bélier est de ce fait fortement non-linéaire. Les résultats s'accordent tout à fait correctement avec ceux de Guinot.

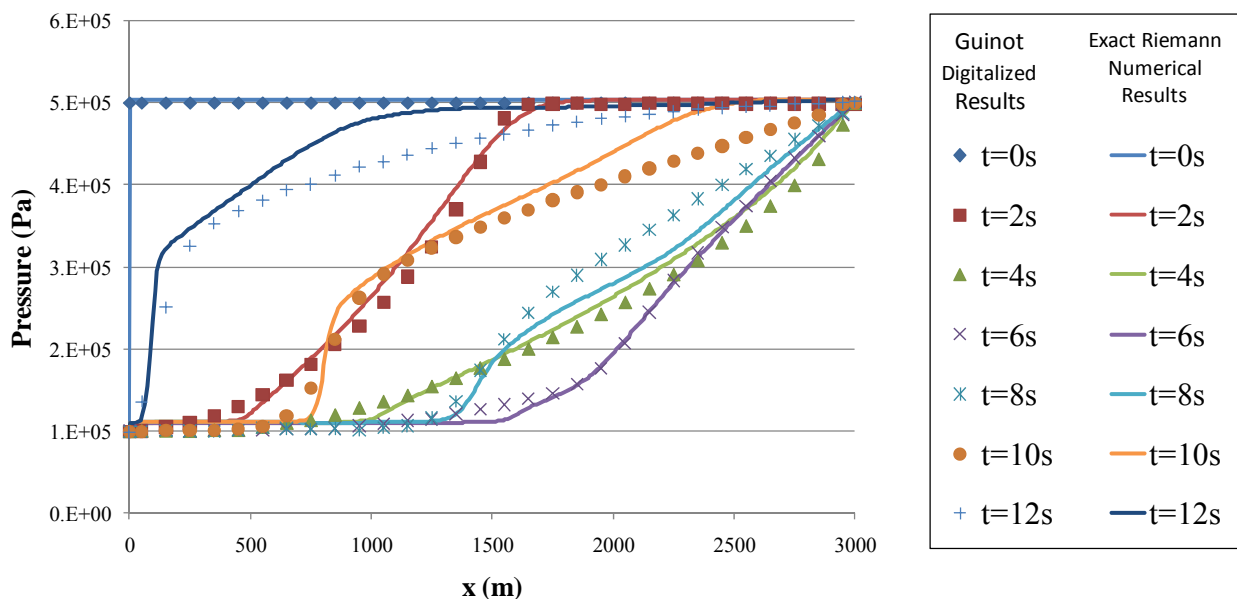


Figure 6: Comparaison entre les résultats de Guinot [25] (calculé avec un schéma de Godunov 1<sup>er</sup> ordre pour les coups de bélier diphasiques) et les résultats du modèle DF proposé dans cet article

## V CONCLUSIONS

Ce papier propose une formulation mathématique originale, basée sur le modèle mathématique « drift-flux », pour rendre compte de l'effet de l'air sur les écoulements à surface libre, en charge et mixte. La première originalité de l'étude est d'intégrer le modèle tridimensionnel DF sur une section transversal présentant une surface libre. L'applicabilité du jeu d'équations obtenue est ensuite étendue aux écoulements en charge en dérivant une formulation originale pour la pression. La validité de la méthode est démontrée en comparant ses résultats à des résultats numériques et expérimentaux publiés. Les résultats s'accordent correctement avec l'état de l'art dans le domaine. Le modèle est néanmoins encore incapable de rendre

F. Kerger, P. Archambeau, B. J. Dewals, S. Erpicum et M. Pirotton, Modélisation des écoulements mixtes diphasiques compte de l'effet de l'air se trouvant au dessus de la surface-libre et des oscillations numériques sont encore présente. Ceci constitue deux domaines de recherche privilégiés pour les suites de cette étude.

## VI REFERENCES ET CITATIONS

- [1] Vasconcelos, J. and S. Wright, *Mechanisms for air pockets entrapment in stormwater storage tunnels*, in *World Environmental and Water Resources Congress 2006*. 2006: Omaha, Nebraska.
- [2] Guo, Q. and C. Song, *Surging in Urban Storm Drainage Systems*. (1990) *Journal of Hydraulic Engineering*. **116**(12): p. 1523-1537.
- [3] Wylie, E.B. and V.L. Streeter, *Fluid Transients*. Première ed, ed. M.-H. Inc. 1978. 385.
- [4] Cunge, J.A., F.M. Holly, and A. Verwey, *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Monographs and surveys in water resources engineering. 1980, Boston: Pitman Advanced Pub. Program.
- [5] Wiggert, D., *Transient Flow in Free-Surface, Pressurized systems*. (1972) *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. **98**(1): p. 11-26.
- [6] Cardle, J. and C. Song, *Mathematical Modeling of Unsteady Flow in Storm Sewers*. (1983) *International Journal of Engineering Fluid Mechanics*. **1**(4): p. 495-518.
- [7] Politano, M., A.J. Odgaard, and W. Klecan, *Numerical Evaluation of Hydraulic Transients in a Combined Sewer Overflow Tunnel System*. (2007) *Journal of Hydraulic Research*. **133**(10): p. 1103-1110.
- [8] Li, J. and A. McCorquodale, *Modeling Mixed Flow in Storm Sewers*. (1999) *Journal of Hydraulic Engineering*. **125**(11): p. 1170-1180.
- [9] Preissmann, A. *Propagation des intumescences dans les canaux et rivières* (1961). in *First Congress of the French Association for Computation*. Grenoble, France.
- [10] Leon, A., M. Ghidaoui, A. Schmidt, and M. Garcia, *Application of Godunov-Type Schemes to Transient Mixed Flows*. (2008) *Journal of Hydraulic Research*. **47**(2).
- [11] Kerger, F., P. Archambeau, S. Erpicum, B.J. Dewals, and M. Pirotton, *Simulation numérique des écoulements mixtes hautement transitoire dans les conduites d'évacuation des eaux*. (2009) *Houille Blanche-Rev. Int.* **2009**(5): p. 159-167.
- [12] Kerger, F., P. Archambeau, S. Erpicum, B.J. Dewals, and M. Pirotton, *A Fast Universal Solver for 1D Continuous and Discontinuous Steady Flows in Rivers and Pipes*. (2009) *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. **Published online**.
- [13] Bourdarias, C. and S. Gerbi, *A Finite Volume Scheme for a Model Coupling Unsteady Flows in Open Channels and in Pipelines*. (2007) *Journal of Computational and Applied Mathematics*. **209**(1): p. 109-131.
- [14] Vasconcelos, J., S. Wright, and P.L. Roe, *Improved Simulation of Flow Regime Transition in Sewers : The Two-Component Pressure Approach*. (2006) *Journal of Hydraulic Engineering*. **132**(6): p. 553-562.
- [15] Dewals, B.J., S. Andre, M. Pirotton, and A. Schleiss. *Quasi 2D-numerical model of aerated flow over stepped chutes* (2003). in *30th IAHR Congress*. Greece.
- [16] Chanson, H., *Air-water flows in partially-filled conduits*. (1997) *Journal of Hydraulic Research*. **37**(5): p. 591-602.
- [17] Guinot, V., *The discontinuous profile method for simulating two-phase flow in pipes using the single component approximation*. (2001) *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. **37**(3): p. 341-359.
- [18] Arora, M. and P.L. Roe, *On Postshock Oscillations Due to Shock Capturing Schemes in Unsteady Flows*. (1997) *Journal of computational physics*. **130**: p. 25-40.
- [19] Vasconcelos, J.G., S.J. Wright, and P.L. Roe, *Numerical Oscillations in Pipe-Filling Bore Predictions by Shock-Capturing Models*. (2009) *Journal of Hydraulic Engineering-Asce*. **135**(4): p. 296-305.
- [20] Ishii, M. and T. Hibiki, *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*. First ed. 2006: Springer Science, USA. 430.
- [21] Kerger, F., B.J. Dewals, S. Erpicum, P. Archambeau, and M. Pirotton, *Modelling Flows in Environmental and Civil Engineering: Unification of the Mathematical Theory and Application to Practical Cases*. 2010, Nova Science Publishers New-York. p. 90.
- [22] Manninen, M., V. Taivassalo, and S. Kallio, *On the mixture model for multiphase flow*, V.t.u. (VTT), Editor. 1996, Technical Research Center of Finland: Espoo. p. 67.
- [23] Lockhart, R.W. and R.C. Martinelli, *Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes*. (1949) *Chemical Engineering Progress*. **45**: p. 39-48.
- [24] Lyn, D.A. and M.S. Altinakar, *Saint-Venant-Exner Equations for Near-Critical and Transcritical Flows*. (2002) *Journal of hydraulic Engineering*. **128**(6): p. 579-590.
- [25] Guinot, V., *Numerical simulation of two-phase flow in pipes using Godunov method*. (2001) *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. **50**(5): p. 1169-1189.
- [26] Toro, F.E., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag ed. 1997. 600.
- [27] LeVeque, R.J., *Balancing Source Terms and Flux Gradients in High-Resolution Godunov Methods: The Quasi-Steady Wave-Propagation Algorithm*. (1998) *Journal of computational physics*. **146**(1): p. 346-365.
- [28] Kerger, F., P. Archambeau, S. Erpicum, B.J. Dewals, and M. Pirotton, *Exact Riemann Solver and Godunov Scheme for Simulating Highly Transient Mixed Flows*. (Submitted) *Journal of Computational and Applied Mathematics*. **submitted**.