

Examens de théorie des erreurs

Benoît Bidaine

1 Année académique 2006-2007

1.1 Préparation de l'installation d'une citerne

$$V \simeq 9,425 \text{ m}^3$$

$$S_V \simeq 0.113 \text{ m}^3$$

La mesure dont la précision affecte le plus celle du résultat final est le diamètre.

1.2 Fermeture de l'horizon

$$\bar{\alpha} \simeq 134^\circ 39' 00,2''$$

$$\bar{\beta} \simeq 83^\circ 17' 44,1''$$

$$\bar{\gamma} \simeq 142^\circ 3' 15,7''$$

La plus grande correction doit être apportée à β . Ce résultat était prévisible puisque l'ajustement répartit l'erreur de fermeture en fonction de la précision des observations, attribuant une plus grande correction à l'observation affectée du plus grand écart-type ie l'angle β .

2 Année académique 2007-2008

2.1 Remplissage d'une citerne

- Nous pourrions stocker $9425 \pm 79l$ de mazout dans la citerne.
- Nous ne sommes pas certain à 95% de pouvoir honorer la facture.
- Nous devrions mesurer la hauteur de la citerne avec une précision de $1,4 \text{ cm}$ pour garantir le respect de notre budget au même niveau de probabilité.

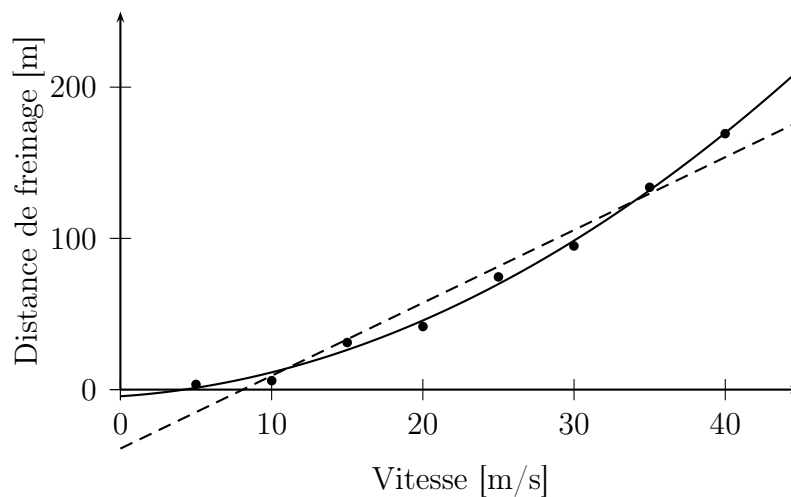
2.2 Modèle de distance de freinage

Les modèles de dépendance linéaire et quadratique de d en s sont respectivement définis par les équations suivantes :

$$d = 4,818 s - 39,061$$

$$d = 0,092 s^2 + 0,659 s - 4,408.$$

La figure suivante présente le modèle linéaire en trait interrompu et le modèle quadratique en trait plein.



Il apparaît clairement que le modèle quadratique constitue un meilleur ajustement. Les variances de poids unitaire estimées $\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\nu}^T \hat{\nu}}{n-u}$ nous conforte dans cette conclusion puisque

$$\hat{\sigma}_{0,lin.}^2 = 168,39 > \hat{\sigma}_{0,quad.}^2 = 22,74.$$

3 Année académique 2008-2009 - Première session

3.1 Précision du lever

1. $(x_B; y_B) \simeq (337,55; 204,33) m$
2. $\Sigma_{x_B y_B} = \begin{pmatrix} 9.16 \cdot 10^{-4} & -1.36 \cdot 10^{-5} \\ -1.36 \cdot 10^{-5} & 9.30 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} m^2$

1. Nos mesures ne permettent pas de respecter les spécifications.
2. Pour atteindre les spécifications, le plus opportun est d'améliorer la précision des coordonnées de A en l'amenant sous les limites suivantes :
 $\sigma_{x_A} \leq 2.52 \text{ cm}$ et $\sigma_{y_A} \leq 2.49 \text{ cm}$.

3.2 Délit d'initié

Le modèle de dépendance linéaire du cours de l'action Frotis c en fonction du mois m est donné par l'équation suivante

$$c = -1,198 m + 22,00. \quad (1)$$

Il ne justifie pas la décision de la Compagnie du Buisson Champêtre de vendre ses actions le 3 octobre.

4 Année académique 2008-2009 - Deuxième session

4.1 Achat de bâches pour camion

- Nous aurons besoin de $628 \pm 5m^2$ de bâches.
- Nous ne sommes pas certain à 95% de pouvoir honorer la facture.
- Nous devrions mesurer la hauteur des remorques avec une précision de $1,6 \text{ cm}$ pour garantir le respect de notre budget au même niveau de probabilité.

4.2 Fermeture de triangles

$$\bar{\alpha} \simeq 43^\circ 51' 20''$$

$$\bar{\beta} \simeq 49^\circ 25' 8''$$

$$\bar{\gamma} \simeq 52^\circ 34' 42''$$

$$\bar{\delta} \simeq 34^\circ 8' 50''$$

$$\bar{\epsilon} \simeq 66^\circ 47' 24''$$

$$\bar{\zeta} \simeq 26^\circ 29' 4''$$

5 Année académique 2009-2010 - Première session

5.1 Mesures d'angles

1. $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 21^\circ$, $\gamma = 28^\circ$ et $\delta = 32^\circ$

2. $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} (^\circ)^2$

3. Les angles α et β (resp. γ et δ) ne sont pas indépendants.

4. Il faut répéter 2 fois les mesures de gisement pour atteindre une précision d' 1° sur les angles.

5.2 Trilatération

$$(x_P; y_P) \simeq (375, 499; 396, 378)m$$

$$\hat{\sigma}_{x_P} \simeq 0,010m$$

$$\hat{\sigma}_{y_P} \simeq 0,009m$$

6 Année académique 2009-2010 - Deuxième session

6.1 Précision du lever

1. $(x_B; y_B) \simeq (332, 36; 202, 65) m$

2. $\Sigma_{\mathbf{x}_B \mathbf{y}_B} = \begin{pmatrix} 4,48 \cdot 10^{-4} & -6,20 \cdot 10^{-5} \\ -6,20 \cdot 10^{-5} & 5,12 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} m^2$

1. Nos mesures ne permettent pas de respecter les spécifications.

2. Pour atteindre les spécifications, le plus opportun est d'améliorer la précision des coordonnées de A en l'amenant sous les limites suivantes :
 $\sigma_{x_A} \leq 1,81 \text{ cm}$ et $\sigma_{y_A} \leq 1,63 \text{ cm}$.

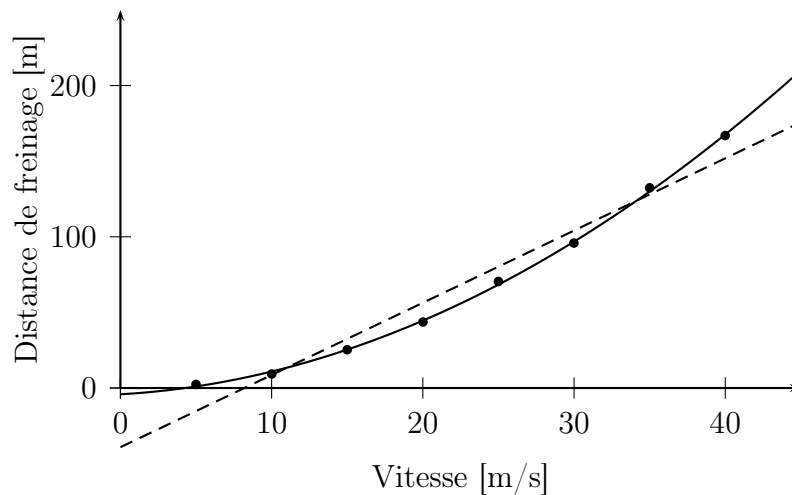
6.2 Modèle de distance de freinage

Les modèles de dépendance linéaire et quadratique de d en s sont respectivement définis par les équations suivantes :

$$d = 4,776 s - 39,146$$

$$d = 0,093 s^2 + 0,576 s - 4,152.$$

La figure suivante présente le modèle linéaire en trait interrompu et le modèle quadratique en trait plein.



Il apparaît clairement que le modèle quadratique constitue un meilleur ajustement. Les variances de poids unitaire estimées $\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\nu}^T \hat{\nu}}{n-u}$ nous conforte dans cette conclusion puisque

$$\hat{\sigma}_{0,lin.}^2 = 155,22 > \hat{\sigma}_{0,quad.}^2 = 3,40.$$

7 Année académique 2010-2011 - Première session

7.1 Fermeture de triangles

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= 36^\circ \\ \bar{\beta} &= 20,5^\circ \\ \bar{\gamma} &= 29^\circ \\ \bar{\delta} &= 31,5^\circ\end{aligned}$$

Le même résultat aurait été obtenu en assurant séparément la fermeture de chaque triangle.

7.2 Dimensions d'un terrain de football

1. $l \simeq 67m$ et $L \simeq 101m$
2. $\Sigma_{lL} \simeq \begin{pmatrix} 50 & 0,32 \\ 0,32 & 50 \end{pmatrix} m^2$
3. Les dimensions du terrain ne sont pas indépendantes puisque leur covariance n'est pas nulle. Elles le seraient si les côtés étaient parallèles aux axes (covariance nulle si deux abscisses et deux ordonnées égales).
4. Nos calculs ne nous permettent pas d'atteindre la précision demandée. Pour accéder à la demande, nous devrions utiliser une carte de plus grande échelle ou répéter les mesures de coordonnées.