

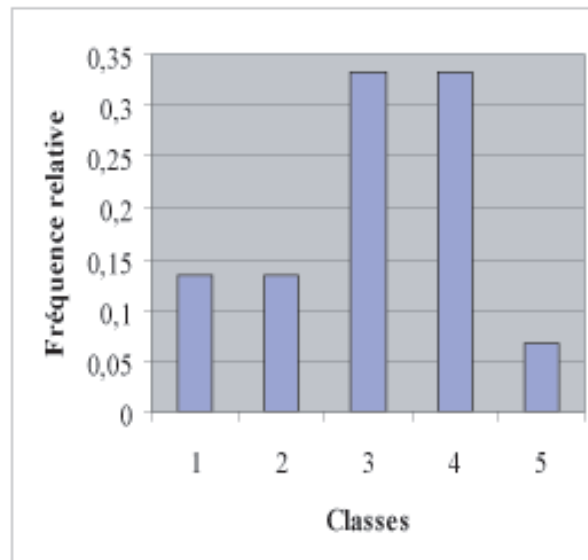
# Exercices de théorie des erreurs

Benoît Bidaine

## 1 Statistique descriptive

### 1.1 Mesures de distances

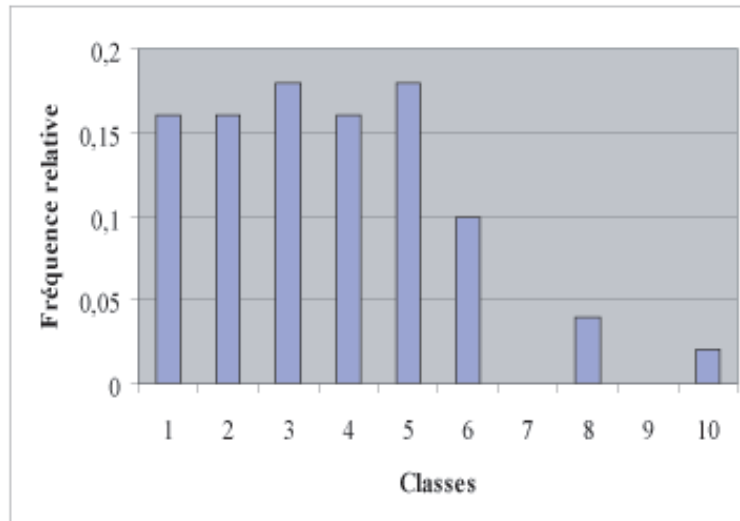
- $\bar{d} \simeq 212,23 \text{ m}$ ,  $S_d^2 \simeq 0,003 \text{ m}^2$  et  $S_d \simeq 0,05 \text{ m}$
- $E_{50} \simeq 0,03 \text{ m}$ ,  $E_{95} \simeq 0,11 \text{ m}$  et  $E_{99} \simeq 0,14 \text{ m}$
- L'échantillon comprend 3 mesures grossières à 95% de probabilité (212,11 m, 212,15 m et 212,34 m) et aucune à 99% de probabilité.
- 



### 1.2 Mesures d'angles

- $\bar{\alpha} \simeq 45,0^\circ$ ,  $S_\alpha^2 \simeq 4,5(^{\circ})^2$  et  $S_\alpha \simeq 2,1^\circ$
- $E_{95} \simeq 4,2^\circ$  et  $E_{99} \simeq 5,5^\circ$
- L'échantillon comprend 3 mesures grossières à 95% de probabilité (49,5°, 49,5° et 52,0°) et une à 99% de probabilité (52,0°).

d)



## 2 Propagation des erreurs

### 2.1 Volume d'un réservoir parallélépipédique

- a)  $V = 8000 \text{ m}^3$  et  $S_V \simeq 22 \text{ m}^3$   
 b) La quantité qui affecte le plus le résultat final est  $h$ .

### 2.2 Mesure indirecte d'une distance horizontale

$$H \simeq 998,630 \text{ m} \text{ et } S_H \simeq 0,005 \text{ m}$$

### 2.3 Mesure indirecte des coordonnées d'un point

- a)  $(x_B, y_B) \simeq (182, 84; 418, 69) \text{ m}$   
 b)  $\Sigma_{x_B y_B} \simeq \begin{pmatrix} 3,34 \cdot 10^{-4} & -1,44 \cdot 10^{-4} \\ -1,44 \cdot 10^{-4} & 6,70 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} \text{ m}^2$   
 c) Les quantités  $x_B, y_B$  ne sont pas indépendantes.

## 3 Pondération

### 3.1 Mesure de distance

$$\bar{d} = 625,71 \text{ m}$$

$$\nu_1 = 0,08 \text{ m}, \nu_2 = 0,00 \text{ m} \text{ et } \nu_3 = -0,02 \text{ m}$$

$$S_d \simeq 0,02 \text{ m}$$

### 3.2 Nivellement

- a)  $\overline{\Delta H} \simeq 25,37 \text{ m}$   
 b)  $\nu_1 \simeq -0,02 \text{ m}, \nu_2 \simeq 0,04 \text{ m}, \nu_3 \simeq -0,01 \text{ m}$  et  $\nu_4 \simeq -0,07 \text{ m}$   
 c)  $S_0 \simeq 0,11 \text{ m}$   
 d)  $S_{\overline{\Delta H}} \simeq 0,02 \text{ m}$   
 e)  $S_{\Delta H_1} \simeq 0,03 \text{ m}, S_{\Delta H_2} \simeq 0,04 \text{ m}, S_{\Delta H_3} \simeq 0,04 \text{ m}$  et  $S_{\Delta H_4} \simeq 0,06 \text{ m}$

### 3.3 Fermeture d'un triangle

$$\bar{\alpha} \simeq 59,3^\circ, \bar{\beta} \simeq 47,1^\circ \text{ et } \bar{\gamma} \simeq 73,6^\circ$$

## 4 Moindres carrés

### 4.1 Mesure des angles d'un triangle

- a) Mesures d'égale précision

$$\underline{\nu} \simeq \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,3 \\ 0,3 \end{bmatrix} \text{ }^\circ \quad (1)$$

$$\bar{\alpha} \simeq 59,3^\circ ; \bar{\beta} \simeq 47,3^\circ ; \bar{\gamma} \simeq 73,3^\circ \quad (2)$$

$$S_0^2 \simeq 0,33(\text{ }^\circ)^2 \quad (3)$$

$$Q_{\bar{\nu}} \simeq \begin{pmatrix} 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0,33 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\Sigma_{\bar{\nu}} \simeq \begin{pmatrix} 0,11 & 0,11 & 0,11 \\ 0,11 & 0,11 & 0,11 \\ 0,11 & 0,11 & 0,11 \end{pmatrix} (\text{ }^\circ)^2 \quad (5)$$

$$S_{\bar{\alpha}} = S_{\bar{\beta}} = S_{\bar{\gamma}} = S_{\text{post}} \simeq 0,5^\circ \quad (6)$$

$$S_{\alpha} = S_{\beta} = S_{\gamma} = S_{\text{prior}} \simeq 0,6^\circ \quad (7)$$

L'ajustement permet d'améliorer la précision des angles car  $S_{\text{post}} < S_{\text{prior}}$ .

b) Mesures d'inégales précisions

$$\underline{\nu} \simeq \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,1 \\ 0,6 \end{bmatrix} \text{°} \quad (8)$$

$$\bar{\alpha} \simeq 59,3^\circ ; \bar{\beta} \simeq 47,1^\circ ; \bar{\gamma} \simeq 73,6^\circ \quad (9)$$

$$S_0^2 \simeq 0,57(\text{°})^2 \quad (10)$$

$$Q_{\bar{\nu}} \simeq \begin{pmatrix} 0,14 & 0,07 & 0,29 \\ 0,07 & 0,04 & 0,14 \\ 0,29 & 0,14 & 0,57 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\Sigma_{\bar{\nu}} \simeq \begin{pmatrix} 0,08 & 0,04 & 0,16 \\ 0,04 & 0,02 & 0,08 \\ 0,16 & 0,08 & 0,33 \end{pmatrix} (\text{°})^2 \quad (12)$$

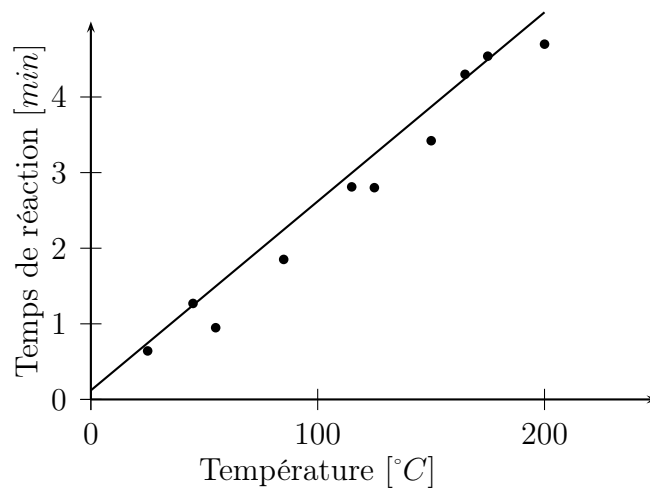
$$S_{\bar{\alpha}} \simeq 0,5^\circ ; S_{\bar{\beta}} \simeq 0,3^\circ ; S_{\bar{\gamma}} \simeq 0,5^\circ \quad (13)$$

$$S_{\alpha} \simeq 0,5^\circ ; S_{\beta} \simeq 0,4^\circ ; S_{\gamma} \simeq 0,8^\circ \quad (14)$$

L'ajustement permet d'améliorer la précision des angles car les écarts-types a posteriori sont inférieurs aux écarts-types a priori.

## 4.2 Modèle de temps de réaction

$$l = 0,0250t - 0,12 \quad (15)$$



### 4.3 Corrections géométriques

$$\begin{cases} x = 0,0983x' - 0,0214y' - 19635 \\ y = 0,0200x' + 0,0982y' - 19628 \end{cases} \quad (16)$$

### 4.4 Nivellement

$H_1 = 301,493 \text{ m}$  et  $H_2 = 304,433 \text{ m}$