

LA SIMULATION NUMÉRIQUE DE LA DYNAMIQUE DES ÉCOULEMENTS EN MEUSE : UN OUTIL DE GESTION DES RESSOURCES HYDRAULIQUES

Michel PIROTTON (1) (2)

Thierry POCHET (2)

(1) Aspirant F.N.R.S.

(2) Laboratoires L.H.C.N.

Université de Liège - Belgique

RESUME

L'introduction de méthodes numériques pour la gestion des biefs de la Meuse peut donner des informations précieuses sur la façon optimale d'exploiter les ressources hydrauliques.

Cette étude présente et compare deux modèles numériques d'écoulement en rivière. Appliqués au bief situé entre Ampsin et Yvoz-Ramet, leurs résultats montrent une bonne concordance avec les mesures sur site.

I. INTRODUCTION

A l'usage traditionnel du fleuve comme artère de communication, l'évolution technique et sociale de nos sociétés industrielles superpo-

se sans cesse d'autres objectifs parfois antagonistes. L'écrêtement des crues, la production d'énergie électrique, le refroidissement des centrales nucléaires, l'exploitation de l'eau potable, le développement des loisirs nautiques concrétisent tous cette évolution. Dans ce contexte, l'exploitation des cours d'eau canalisés se complique toujours davantage pour concilier au mieux les attentes contradictoires des utilisateurs. La coordination des opérations dans les stratégies de gestion constitue pour des chaînes d'aménagements une autre source de difficultés.

La régulation de la Meuse liégeoise n'échappe pas à cette évolution. Son aménagement sur son cours le plus "actif" est l'heureuse conséquence de la crue catastrophique de l'hiver 1925-1926. La nouvelle canalisation, matérialisée par les barrages mobiles de Neuville, Yvoz-Ramet et Monsin, fut adoptée par le Fonds spécial des grands travaux pour permettre un passage aisé des ondes de crue dans la région liégeoise et faciliter le développement de la navigation. Ces ouvrages, qui jouxtent chacun une centrale électrique, régulent l'écoulement dans trois biefs étagés.

Quand le débit est inférieur au débit d'équipement de la centrale, l'exploitant privé est chargé de maintenir le niveau par turbinage à l'intérieur d'une fourchette fixée par l'Office de Navigation. Au delà de ce débit, on passe à une régula-

tion automatique avec des niveaux de consigne fixés aux barrages mobiles en fonction du débit. La conduite actuelle ne comprend donc aucun logiciel numérique de régulation qui élabore un débit optimal pour les ouvrages de retenue et assure sa répartition sur les organes de régulation des aménagements (barrage et centrale).

Or l'introduction des techniques informatiques permet de développer des outils mathématiques performants qui donnent aux gestionnaires une vue claire des processus hydrauliques compris dans le système [1]. Les simulations de l'écoulement en régime transitoire, de l'étiage aux crues les plus fortes et dans les situations les plus perturbées, donnent autant d'indications pour le respect des consignes et l'élaboration d'une gestion optimale.

La présente étude a pour but de montrer la précision et l'efficacité de deux logiciels d'écoulement en rivière, utilisés en tant qu'outil de gestion des ressources hydrauliques. Les résultats de la simulation de dix heures de gestion d'un bief situé entre Ampsin-Neuville et Yvoz-Ramet sont confrontés pour chaque code numérique avec des résultats mesurés sur site.

II. MODELE THEORIQUE

Les équations utilisées pour calculer les écoulements sont les suivantes. Elles peuvent s'exprimer

soit en termes des variables section et débit comme suit :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\varphi U Q)}{\partial x} + g \Omega \frac{\partial Z}{\partial x} + g F = 0 \quad (2)$$

soit encore de façon équivalente en termes de la hauteur d'eau et de la vitesse :

$$\frac{g \Omega}{c^2} \left(U \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \Omega \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3)$$

$$+ U \frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{g}{c^2} U (1 - \varphi) \frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial(\varphi U)}{\partial x} \quad (4)$$

$$+ g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{dh'}{dx} + \frac{g F}{\Omega} = 0$$

Les notations utilisées sont les suivantes :

- x, t les variables de temps et d'espace
- $\Omega(x, h)$ la section transversale mouillée
- $Q(x, t)$ le débit
- $h(x, t)$ la hauteur d'eau
- $U(x, t)$ la vitesse moyenne dans la section
- g l'accélération de la pesanteur
- $Z(x, t)$ la cote de la surface libre
- $h'(x)$ la cote du fond de la rivière

Par ailleurs, φ est un coefficient d'inégale répartition de la vitesse axiale dans la section. Il répond à la définition suivante :

$$\varphi = \frac{1}{\Omega U^2} \int_{\Omega} u^2(y, z) d\Omega \quad (5)$$

où u désigne la vitesse locale selon l'axe et y et z les coordonnées dans la section. En pratique, ce terme

est évalué en se donnant à priori une répartition de la vitesse axiale sur la section.

Enfin, c répond à la définition suivante :

$$c^2 = \frac{g \Omega}{\frac{\partial \Omega}{\partial h}} \quad (6)$$

La signification de cette grandeur sera discutée ultérieurement.

Ce système d'équations unidimensionnelles est issu des équations générales de Navier-Stokes [2], associées à une équation de continuité, en exploitant certaines hypothèses. Celles-ci ont été choisies en fonction des phénomènes à reproduire, et ce de façon la moins restrictive possible.

Les principales hypothèses sont les suivantes :

- Les carrés des rapports entre les vitesses dans les directions perpendiculaires à l'écoulement principal et la vitesse selon l'axe de propagation sont négligeables.

Ceci induit une répartition hydrostatique des pressions, rend le système unidimensionnel et permet l'intégration des équations restantes sur la section.

- La pente du fond est faible.

III. RESOLUTION NUMERIQUE

III.1. Introduction

La littérature foisonne de descriptions de modèles mathématiques aptes à simuler une propagation d'ondes. Cette diversité tient au traitement particulier réservé à certains termes des équations complètes de Saint-Venant. D'une façon générale, l'élimination de certains d'entre eux (particulièrement les termes non-linéaires) ou même d'une équation complète (Muskinghum) ne conduit qu'à

une modélisation restrictive d'un type particulier d'ondes.

Si la linéarisation des équations permet souvent de tirer des conclusions théoriques utiles sur la stabilité et la convergence d'une méthode, ses effets néfastes sur les résultats ne peuvent être ignorés [3]. Il paraît donc utile de conserver les équations les plus générales, avec les difficultés inhérentes aux équations non-linéaires.

Le choix de les ramener à une forme unidimensionnelle s'impose par des limites numériques raisonnables, considérant qu'on s'intéresse à un processus évolutif.

Les méthodes numériques de résolution, qu'elles soient implicites ou explicites dans le temps et/ou l'espace sont largement évoquées dans la littérature. Elles se différencient par le temps de calcul, les capacités mémoire qu'elles réclament, le critère de convergence ainsi que par la précision et la stabilité de leurs résultats.

Chacun des deux codes de calcul présentés relève de procédés numériques distincts :

- Le premier applique la méthode des caractéristiques, procédé explicite dans le temps et l'espace, particulièrement approprié pour la propagation d'onde.
- Le second recourt à une méthode implicite par éléments finis dans l'espace et une discrétisation implicite dans le temps par différences finies, schéma bien connu pour son champ d'application étendu aux phénomènes les plus divers.

III.2. Résolution par la méthode des caractéristiques

La première méthode exploitée est celle des caractéristiques, fondée sur la description de la propagation des ondes. Elle consiste à transfor-

mer le système d'équations de façon à faire disparaître les dérivées partielles des variables dépendantes au profit de dérivées totales, plus facilement intégrables.

Ceci ne peut toutefois être réalisé que moyennant la restriction du domaine de validité des équations, qui ne pourront plus être appliquées que le long de certaines courbes du plan espace-temps. Elles portent le nom de caractéristiques.

En définissant la notation suivante :

$$\lambda^* = c \sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2} (1 - \varphi)} \cdot \varphi \quad (7)$$

et en définissant le facteur λ comme suit :

$$\lambda = +\lambda^* \text{ ou } \lambda = -\lambda^* \quad (8)$$

après manipulations classiques, le système formé par les équations (3) et (4) peut être transformé en un système équivalent, formé de deux paires d'équations, chacune définie par une des valeurs de λ , et composée de l'équation suivante :

$$\frac{g \lambda}{c^2} \left(1 + \frac{U}{\lambda} (1 - \varphi) \right) \frac{dh}{dt} + \frac{dU}{dt} \quad (9)$$

$$+ g \frac{dh'}{dx} + U^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{gF}{\Omega} + \lambda \frac{U}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0$$

et de l'équation de la famille de caractéristiques le long desquelles elle est valable :

$$\frac{dx}{dt} = U\varphi + \lambda \quad (10)$$

L'équation (9) est alors plus simplement appelée équation sur la caractéristique.

La grandeur λ^* apparaît clairement ici comme la généralisation de la célérité des ondes, qui se différencie de la définition classique c explicitée par (6) lorsqu'on tient compte de l'inégale répartition de la vitesse au travers de la section. De plus, λ^* est alors la célérité des ondes, non pas par rapport à la

vitesse moyenne mais par rapport à son produit avec φ .

Il faut enfin observer que le facteur φ caractérisant l'inégale répartition de la vitesse est en réalité le rapport entre la moyenne sur la section du carré de la vitesse et le carré de la vitesse moyenne. Une telle grandeur est algébriquement toujours supérieure à l'unité, ce qui assure l'existence d'une célérité réelle définie par (7) quels que soient U et c .

L'instationnarité des phénomènes étudiés implique une forte variabilité spatiale et temporelle des célérités et des vitesses, et en conséquence des pentes des caractéristiques. La résolution des équations ne peut donc reposer sur un schéma simple. La méthode choisie est celle du quadrillage fixe, à priori la plus apte à traiter les jonctions et la plus propice au contrôle des imprécisions numériques [3].

Elle repose sur le schéma de la figure 1.

Le calcul des inconnues en un point M lorsqu'elles ont préalablement été déterminées aux points du maillage correspondant au pas de temps précédent s'effectue comme suit. L'intégration des équations sur les familles de caractéristiques (10) permet de déterminer la position des points de percée L et R au pas de temps précédent

des deux caractéristiques issues de M . Les inconnues y sont alors obtenues par interpolation. Les inconnues M sont ensuite calculées par intégration des équations sur les caractéristiques.

La nécessité de connaître les inconnues en M dès la première étape, ainsi que l'intégration par trapèze des termes des équations ne correspondant pas à des dérivées totales, imposent un processus de calcul itératif.

III.3. Résolution par la méthode des éléments finis

La seconde méthode utilise une discrétisation spatiale par éléments finis. Elle consiste à exprimer chaque inconnue comme une fonction polynomiale de ses valeurs aux noeuds de discrétisation, ce qui s'écrit pour les variables Ω et Q des équations (1) et (2) :

$$\Omega = \sum_{k=1}^n N_k \Omega_k \quad (11)$$

$$Q = \sum_{k=1}^n N_k Q_k \quad (12)$$

avec

N_k un ensemble de fonctions définies sur tout le domai-

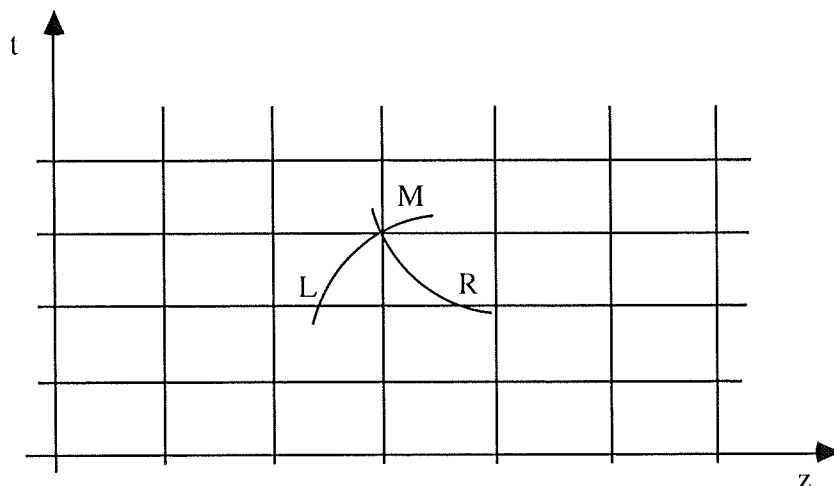


Fig. 1 - Schéma fondamental de résolution des équations par la méthode des caractéristiques - Méthode à quadrillage fixe.

ne D, que l'on nomme communément fonctions d'interpolation.

Ω_k, Q_k les valeurs des inconnues aux nœuds.

La méthode des résidus pondérés permet d'établir le système des équations discrétisées issues de (1) et (2), exprimées en fonction des inconnues Ω_k, Q_k :

Si on représente de façon générale les équations (1) et (2) sous la forme :

$$L(X) + g_D = 0 \quad (13)$$

sur le domaine D

avec des conditions aux limites :

$$H(X) = g_f \quad (14)$$

sur la frontière f du domaine

X représentant le vecteur des

inconnues $\left\{ \begin{matrix} \Omega \\ Q \end{matrix} \right\}$,

la fonction résidu d'une solution approchée X' s'écrit par définition :

$$R(X') = L(X') + g_D \quad (15)$$

La méthode des résidus pondérés de Galerkin recherche les fonctions X' exprimées selon (11) et (12) qui minimisent la forme intégrale :

$$W_i(X') = \int_D N_i R(X') dD = 0$$

$$i=1, \dots, n \quad (16)$$

Les fonctions d'orthogonalisation sont donc semblables aux fonctions d'interpolation.

La discrétisation temporelle est obtenue par différences finies implicites sur deux pas de temps.

La dérivée temporelle s'écrit :

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{a^{t+\Delta t} - a^t}{\Delta t} \quad (17)$$

tandis que les autres termes s'évaluent par moyenne pondérée sur 2 pas

$$a = (1 - \theta) a^t + \theta a^{t+\Delta t} \quad (18)$$

avec

Δt le pas de temps

θ le coefficient de pondération temporel

L'étude des propriétés de ces discrétisations sur des équations linéarisées et un maillage éléments finis régulier montre une stabilité inconditionnelle du schéma pour $\theta \geq 0,5$ avec effet stabilisant du frottement. Il s'agit là d'un avantage notoire sur des méthodes explicites qui doivent limiter les pas temporels pour respecter des conditions draconiennes de convergence.

Enfin, il convient de noter que le décentrement éventuel de la pondération vers le pas calculé ($\theta > 0,5$) n'est pas neutre énergétiquement [4]. S'il permet l'étouffement d'ondes parasites de haute fréquence, il induit aussi dans le système une légère dissipation.

L'application des discrétisations spatiale et temporelle aux équations (1) et (2) génère un système de 2n équations à 2n inconnues. Pour limiter la taille mémoire et le temps nécessaire à sa résolution, le logiciel procède par découplage des équations en utilisant une méthode itérative de prédiction-

correction. A chaque itération, on utilise d'abord les équations de continuité pour calculer une nouvelle approximation des sections. Les débits y sont remplacés soit par la valeur à l'itération précédente, soit par la valeur prédite à la première itération. De même, les équations dynamiques discrétisées évaluent une nouvelle approximation des débits.

IV. SIMULATION EN MEUSE

IV.1. Géométrie

La Meuse a un débit moyen à Ampsin de 195 m³/s tandis que la crue bicentennale à Visé est estimée à 3000 m³/s. Comme certaines installations hydroélectriques sont par ailleurs à débit non réglable, une mise en fonctionnement des turbines peut occasionner sur quelques dizaines de secondes une variation de débit de l'ordre de 80 m³/s.

Le bief concerné par l'application s'étend sur 14223 m, du barrage d'Ampsin-Neuville à celui d'Yvoz-Ramet. Le profil en long de cette portion de canal est donné à la figure 2.

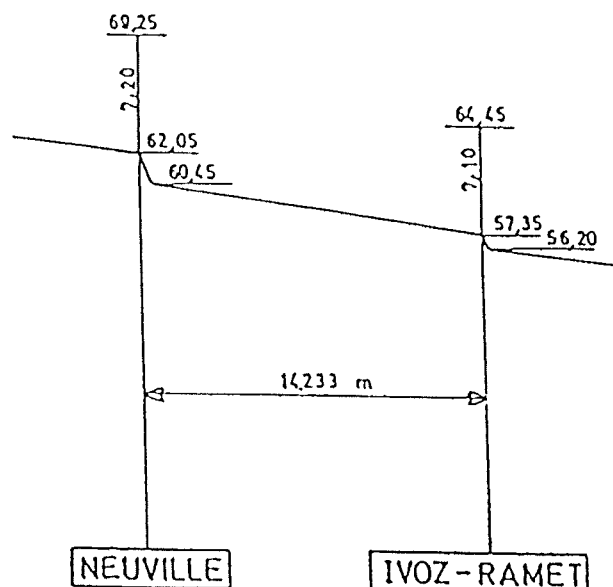


Fig. 2 - Vue en long du bief entre Ampsin et Yvoz-Ramet.

Les profils en travers, trapézoïdaux ou rectangulaires, ont été transmis pour certaines abscisses par le Service de la Meuse Liégeoise. Des sections interpolées ont alors été ajoutées à la discrétisation pour respecter au mieux les conditions sur les nombres de courant requises par les méthodes.

Le terme de frottement désigné par F dans les formules (2) et (4) s'écrit conformément à la définition de Manning :

$$F = \frac{Q|Q|}{K^2 \Omega R^{4/3}} \quad (19)$$

avec

K le coefficient de Manning
 R Le rayon hydraulique défini comme le rapport entre la surface mouillée Ω et le périmètre mouillé.

La valeur $K = 30$ adoptée pour l'ensemble des sections discrétisées concorde avec celles issues d'études traitant des mêmes zones de la Meuse [5].

IV.4. Conditions aux limites et initiales

L'ensemble des documents fournis par la Socolié permettent de reconstituer la stratégie adoptée aux barrages pendant dix heures de modélisation. La courbe des débits tubiné et perdu au barrage peut être évaluée en fonction du temps aussi bien en amont qu'en aval.

Les deux courbes, données à la figure 3, constituent les seules conditions aux limites du système. Aucune imposition n'est faite sur les hauteurs d'eau.

L'état initial du système constitue la dernière donnée nécessaire à un problème bien posé. Il est le résultat d'une superposition d'ondes provenant de l'exploitation inconnue du bief avant la période étudiée. A défaut de données plus précises, la solution initiale choisie est une surface du plan d'eau variant

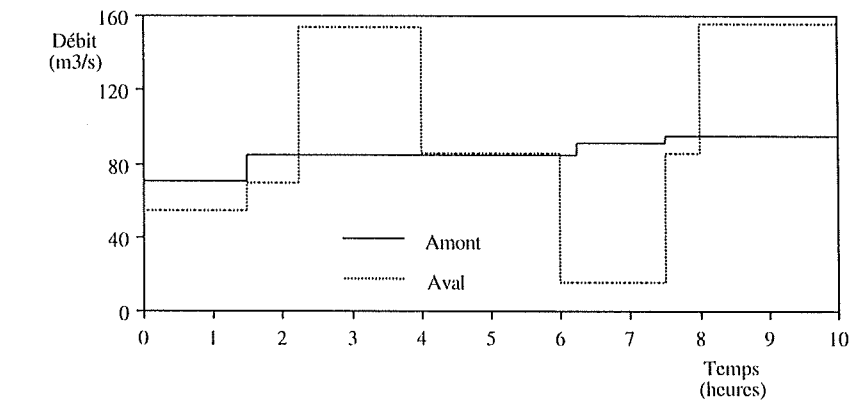


Fig. 3 - Evolution temporelle des débits imposés à Ampsin et à Ramet

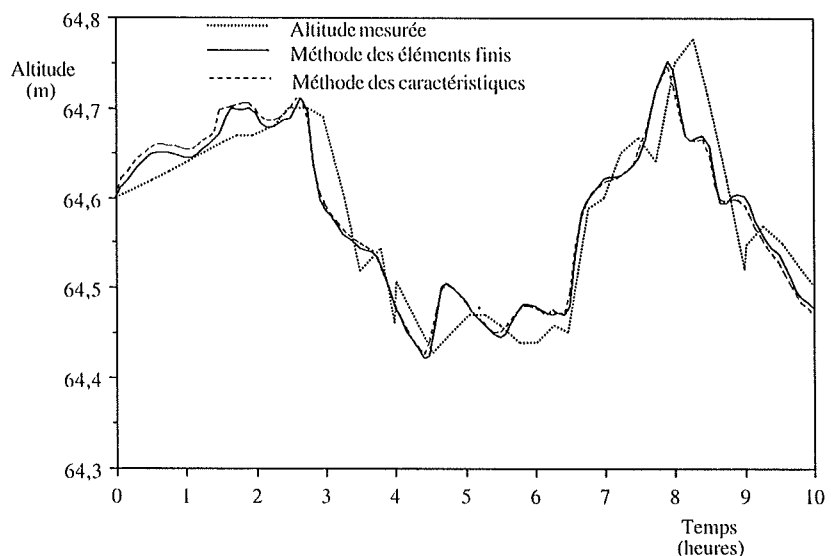


Fig. 4 - Evolution temporelle de la surface libre à Ampsin.

linéairement entre les deux cotes mesurées en $t = 0$, à savoir 64,60 m à Ampsin et 64,62 m à Ramet. La distribution initiale du débit en long adopte également une variation linéaire, de 70 m^3/s à Ampsin jusque 54 m^3/s à Ramet.

V. RESULTATS ET DISCUSSION

La discrétisation spatiale adopte des pas variant entre 425 m et 1085 m. Pour respecter les conditions de qualité numérique des méthodes [3], le pas de temps utilisé est de une minute.

Les figures 4, 5, 6 et 7 comparent les altitudes mesurées de la surface libre aux altitudes fournies par les simulations. Partant de l'amont, elles correspondent respective-

ment aux sites de Ampsin, Hermalle (abscisse 2956 m), Engis (abscisse 10091 m) et enfin Yvoz-Ramet.

On constate une très bonne concordance entre les deux méthodes, qui est confirmée par la comparaison de l'évolution du débit pour la section d'abscisse 6036 m (figure 8).

Les figures 4 à 7 mettent en évidence une très bonne corrélation entre modèles et réalité. Les évolutions des niveaux réels sont reproduites à la fois quant à leur amplitude et leur vitesse de propagation, et ce malgré certaines incertitudes.

Elles portent tout d'abord sur les conditions initiales d'écoulement dans le bief, fixées faute de mieux de façon arbitraire. L'imprécision

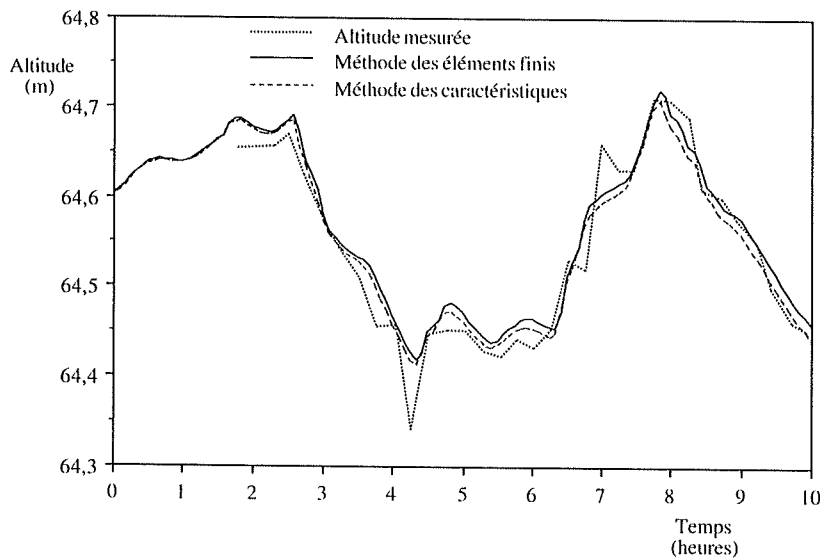


Fig. 5 - Evolution temporelle de la surface libre à Hermalle.

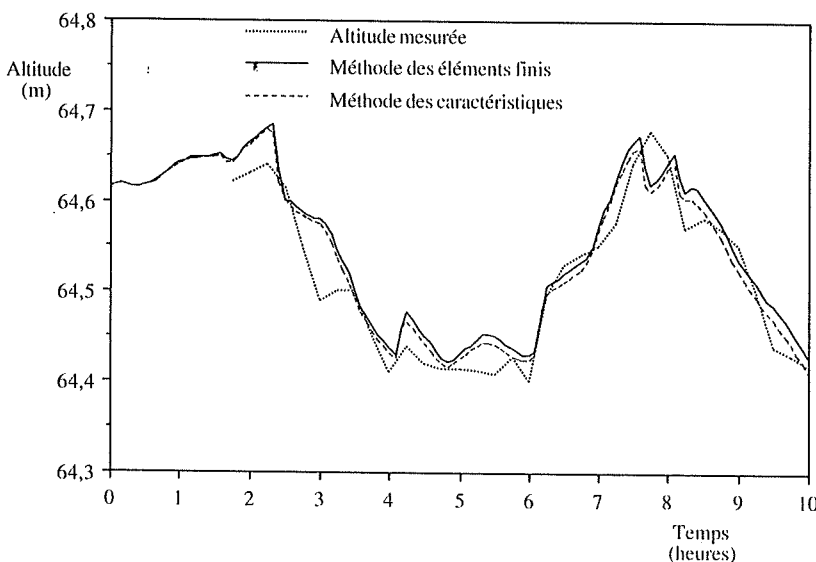


Fig. 6 - Evolution temporelle de la surface libre à Engis.

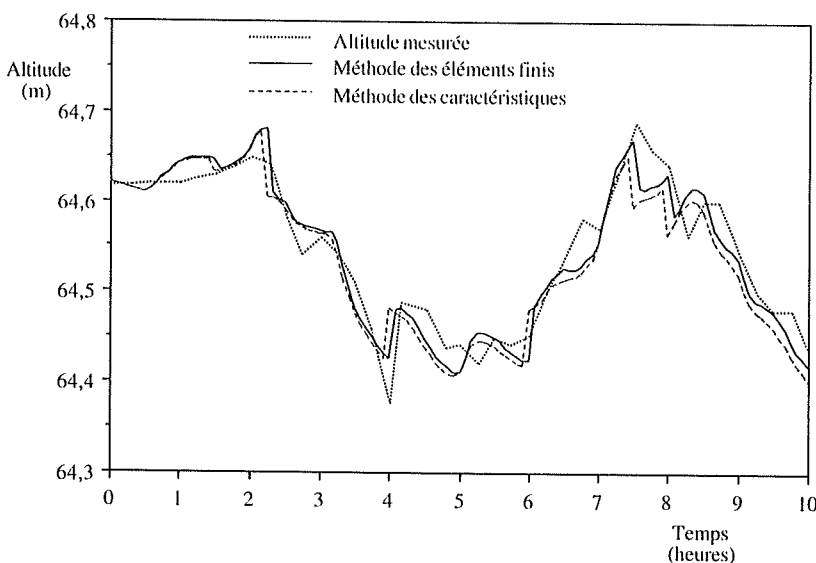


Fig. 7 - Evolution temporelle de la surface libre à Ivoz-Ramet.

sur les altitudes simulées aux deux extrémités du bief dans les premiers temps de la simulation en est la conséquence.

Par ailleurs, l'évolution des débits imposés à l'amont et l'aval comporte plusieurs incertitudes, notamment sur les débits de fuite aux barrages, l'heure exacte et la vitesse de variation des régimes. Ceci est à l'origine des décalages entre les maxima des débits observés à Ampsin aux alentours de la huitième heure de simulation.

Enfin, les relevés de débit ont été réalisés toutes les 15 minutes, ce qui peut occulter certaines variations brusques des niveaux.

Pour terminer, la figure 9 présente une évolution temporelle de la ligne d'eau dans tout le bief.

VI. CONCLUSION

La formulation mathématique d'écoulement à surface libre en section quelconque conduit à des résultats concordant avec la réalité.

L'erreur sur les hauteurs entre modèles et réalité, nettement inférieure à la fourchette dans laquelle le turbinage est autorisé, montre qu'une simulation mathématique de la gestion peut donner des renseignements utiles sur la façon plus optimale de coordonner les manoeuvres aux différents ouvrages.

REMERCIEMENTS

Nous remercions la Socolié pour sa grande disponibilité.

VII. BIBLIOGRAPHIE

[1] A.I.P.C.N., *La gestion automatisée des cours d'eau canalisés et ses problèmes hydrauliques*, Rapport du Groupe de Travail n° 8 du Comité technique permanent I, Supplément au bulletin n° 68, 1990.

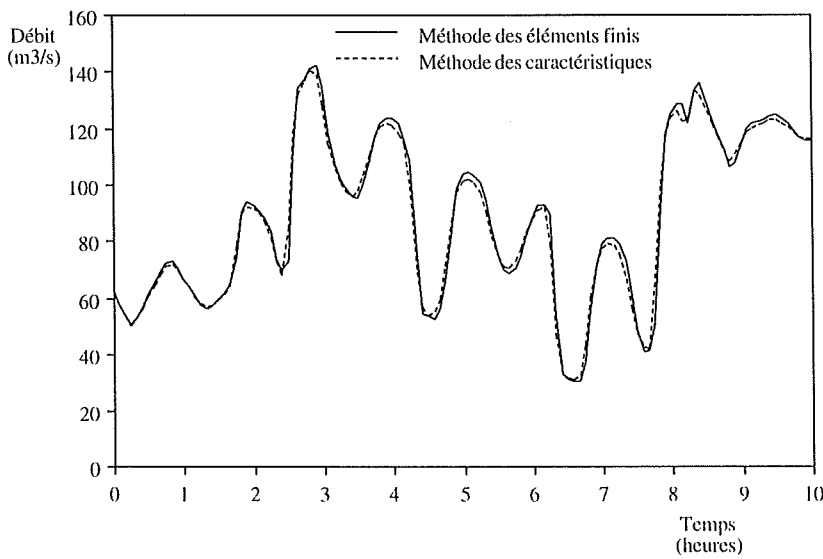


Fig. 8 – Evolution temporelle du débit à l'abscisse 6036 m.

[2] OWCZAREK J. A., *Introduction to Fluid Mechanics*, International textbook Company, 1968.

[3] POCHE Th., *Contribution à la modélisation mathématique de l'hémodynamique du système cardiovasculaire*, thèse de doctorat, L.H.C.N., 1991.

[4] PIROTON M., *Calcul de la propagation d'une onde de rupture de barrage*, Tribune de l'eau, vol. 44, n° 551, pp. 23-32, Mai/Juin 1991.

[5] DEHOUSSE N.M. et VERBRUGGE J.M., *Au sujet du débit de la Meuse liégeoise, au droit des barrages mobiles de Monsin, Yvoz-Ramet et Neuville-sous-Huy*, Revue Universelle des Mines n° 7, 1967.

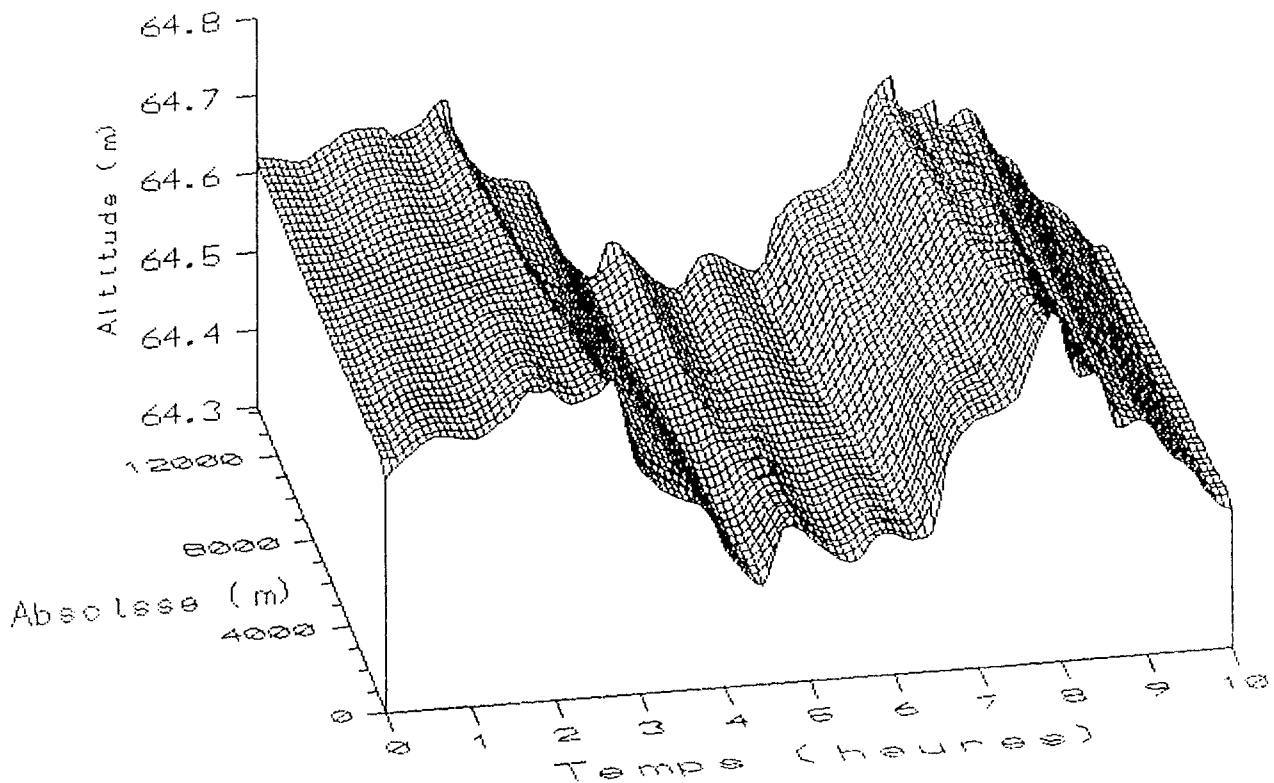


Fig. 9 – Evolution temporelle de la ligne d'eau dans le bief.