

## Comment des théories didactiques permettent-elles de penser le transfert en mathématiques ou dans d'autres disciplines ?

Maggy Schneider,  
Facultés universitaires de Namur, Belgique

**RESUME** Le courant pédagogique dit « des compétences » remet la question du transfert au cœur du débat sur les priorités de l'enseignement. Cet article questionne une lecture contestable de la théorie des situations didactiques, portée par une idéologie des situations-problèmes, qui attribue aux situations adidactiques un rôle important dans les mécanismes de transfert. Il montre que les théories didactiques (la théorie des situations didactiques et la théorie anthropologique du didactique) sont des cadres conceptuels suffisamment larges pour traiter efficacement la question du transfert, alors que ce concept même n'y apparaît pas, et développe que les travaux qui se réclament de ces théories font apparaître des gestes didactiques qu'il conviendrait d'analyser et de théoriser dans le cadre de cette problématique.

### SUMMARY

The “competence-based” pedagogical movement lays the emphasis back on the importance of transfer. This article questions a disreputable interpretation of the theory of “didactical situations”, backed by an ideology of “task-based” teaching”, which gives “a-didactical situations” an important role in transfer mechanisms. It shows that didactical theories (theory of didactical situations and the anthropological theory of didactics) are conceptual frameworks which are broad enough to deal efficiently with the problem of transfer while it doesn't include that particular concept, and defends the idea that the research based on these theories shows didactical gestures which are worth analysing and theorising on in keeping with this problem.

**Mots-clés :** transfert, théorie des situations didactiques, théorie anthropologique du didactique, décontextualisation et dépersonnalisation, métacognition, aspects contractuels

Le courant pédagogique dit « des compétences » remet la question du transfert au cœur du débat sur les priorités de l'enseignement. D'abord, par son origine dans le monde professionnel à travers le concept d'intelligence situationnelle qui suppose de mobiliser et d'intégrer des savoirs et savoir-faire dans des circonstances variées et inédites (Ph. Zarifian, 1988). Ensuite, par ses modalités d'application. Ainsi, comme l'ont analysé B. Rey et al. (2002) à propos des socles de compétences au niveau du collège en Belgique : « L'élève compétent, ce n'est pas celui qui sait seulement accomplir une opération stéréotypée en réponse à un signal préétabli. Il doit savoir choisir les procédures à mettre en œuvre dans des situations toujours nouvelles, il doit savoir élaborer une démarche originale ». Bref, il s'agit bien dans les deux cas de pouvoir choisir de manière pertinente des savoirs et des procédures pour résoudre un problème nouveau, sans indice explicite facilitant ce choix et souvent en dehors de la période d'apprentissage. Le concept de transfert rend compte de cette situation, même si, comme le fait remarquer P. Perrenoud (2002), ce concept est relativement ambigu car couvrant, suivant les cas, des réalités aussi diverses que le transfert d'une technique apprise pour résoudre un problème nouveau au sein d'un même cours, le transfert d'un concept d'une discipline à l'autre ou encore des compétences méthodologiques.

Louable en tant que discours d'intention, la mouvance des compétences risque de conduire à une forme d'implosion didactique privant les élèves de ces outils culturels que sont les savoirs constitués comme réponses des humains à des types de questions jugées fondamentales et fédérées précisément par le savoir commun qui permet de les traiter. En effet, par un mécanisme que j'ai décrit ailleurs (M. Schneider, à paraître), le mythe du transfert déplace l'accent sur des compétences communes à plusieurs disciplines telles que « synthétiser » qui deviennent des principes organisateurs des programmes scolaires en Belgique comme dans d'autres pays, écrasant de ce fait les spécificités épistémologiques et conduisant à un phénomène de « décatégorisation » des questions étudiées à l'école. Or, il y a tout lieu de penser que ces compétences prennent des formes très particulières d'une discipline à l'autre, en fonction de leur épistémologie propre et donc de la nature des questions étudiées, ainsi que je l'ai illustré en mathématiques pour les trois compétences : *faire preuve d'esprit critique, formuler et valider des hypothèses, communiquer* (M. Schneider, 2004).

Considérant l'importance accordée au transfert comme une donnée à la fois incontournable et intéressante, j'ai cherché à problématiser cette question au sein des théories didactiques françaises: la théorie des situations didactiques (TSD) de G. Brousseau et la théorie anthropologique du didactique (TAD) d'Y. Chevallard. Nonobstant le fait que le concept de transfert en est absent, ces théories constituent, à mon avis, des cadres conceptuels suffisamment larges pour traiter la question et produire quelques référents utiles, non

seulement au sein des mathématiques mais aussi, au delà des exemples traités ici, pour d'autres disciplines. En l'espace de cet article, je m'en tiens à ces deux théories, sans exclure que d'autres grilles de lecture, issues e.a. du monde anglo-saxon, permettent de problématiser efficacement la question du transfert.

## 1. Une lecture idéologique contestable de la théorie des situations didactiques

### 1.1. Des situations adidactiques aux situations-problèmes

Si la théorie des situations didactiques de G. Brousseau est citée à propos des compétences ou du transfert, c'est souvent par le biais du concept de situation-problème qui renvoie, dans cette théorie, à celui de situation adidactique, même si le concept de situation-problème souffre d'une polysémie certaine qui l'éloigne du concept de situation adidactique, ainsi que l'ont montré M. Favre (1999), ou, plus récemment, M. Schneider et A. Mercier (à paraître). Le premier en évoquant e.a. l'hétérogénéité des transformations visées par P. Meirieu (1990) à travers une situation-problème : changement qualitatif, de registre, construction de concept, passage du déclaratif à l'opératoire ... Les seconds en illustrant que plusieurs situations-problèmes imaginées dans la noosphère se caractérisent par l'absence d'un enjeu de savoir et que, par conséquent, elles ne s'inscrivent nullement dans une situation didactique, c'est-à-dire une institution didactique porteuse d'une volonté d'enseigner. Quoi qu'il en soit, cette référence fréquente à la notion de situation-problème dans le courant pédagogique des compétences n'est sans doute pas étonnante dans la mesure où cette notion fédère toute une part des espoirs associés à ce courant. Comme le souligne M. Crahay (préprint) : « L'approche par compétences implique de mettre l'élève en situation problème. Cette idée semble aujourd'hui faire consensus ».

### 1.2. Des situations adidactiques vues comme préfigurations de situations non didactiques

Je voudrais épingle, dans cette section, des renvois à la théorie des situations ou, plus généralement aux situations-problèmes, relevant d'un mécanisme de légitimation qui me semble abusif. Tout d'abord, dans leur « cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des enseignants », P. Jonnaert et C. Vander Borght (1999) empruntent à G. Brousseau le concept de situation adidactique dont ils font un maillon d'une évolution temporelle caractéristique du transfert des apprentissages : entre les situations didactiques et les situations non didactiques, les situations adidactiques semblent constituer un intermédiaire lors d'une « utilisation de plus en plus indépendante par rapport au contexte scolaire des connaissances et des compétences acquises ». De même, X. Roegiers (2000) voit dans les situations adidactiques des situations-problèmes concrètes que « l'élève appréhende, seul ou avec d'autres », ce qui lui apparaît une caractéristique importante des situations dans lesquelles s'exerce la compétence car c'est une « situation que l'apprenant, tout comme n'importe quelle autre personne, pourrait résoudre dans un cadre non scolaire, ce qui n'a rien d'étonnant puisqu'une compétence devrait être intériorisée d'une façon telle qu'elle puisse être mobilisée en dehors de tout contexte scolaire ». Chez M.-J. Perrin, 1999, on retrouve cette idée de situation adidactique qui préfigure une situation non didactique : « La situation adidactique est, à l'intérieur de la situation didactique, une situation où l'élève est amené à interagir avec un milieu épuré de ses intentions didactiques, en quelque sorte une simulation d'une situation non didactique future ». De même que chez C. Margolin, 2004, pour qui « Le fil conducteur des situations non didactiques est au fondement de la théorie des situations. Le système d'enseignement existe parce que nous devons, hors de l'école, disposer des savoirs permettant de réagir à des situations non didactiques », la situation adidactique étant, pour cette auteure, la « transposition didactique d'une situation non didactique fondamentale ». Mais il faut remarquer que ces didacticiennes ne font aucune mention explicite de quelque transfert que ce soit et que leurs propos se prêtent à une double interprétation sur laquelle je reviendrai. D'autres chercheurs sont moins prudents en adoptant un ton militant en faveur de « l'efficacité des situations-problèmes » qui seraient « une modalité d'apprentissage favorisant une modification durable des représentations et des schèmes » tout en ayant « des effets sur l'intelligence et la créativité » (A. Dalongeville et M. Huber, 2000). Le qualificatif « durable » renvoie ici à une certaine pérennité d'une représentation adéquate entre la situation initiale qui en a favorisé l'émergence et toute autre situation nouvelle analogue et concerne donc implicitement le phénomène de transfert. Enfin, je terminerai par le regard que porte R. Brissiaud (1995) sur la théorie des situations didactiques, regard qui m'apparaît révélateur d'implicites dans les autres observations décrites *supra* et significatif du phénomène que je veux pointer ici. En référence à sa propre problématique où il lie transfert d'apprentissage et développement comme étant tous deux à charge des élèves, ce dernier reproche à G. Brousseau de ne pas parler de transfert : « Si encore Brousseau parlait de « transfert d'apprentissage », comme le fait Meirieu, il s'approcherait de la notion de développement, mais, au contraire, sa théorie des situations s'est construite à partir d'un **refoulement** de la problématique du transfert d'apprentissage ». En gros, la critique porte sur ce que R. Brissiaud voit comme un implicite de la théorie des situations didactiques : les problèmes de transfert s'aplaniraient lorsqu'on transforme les situations d'enseignement en situations d'apprentissage au rebours d'un enseignement composé en deux temps : l'apprentissage de l'algorithme d'abord et son application

ensuite. Voici, en effet, comment R. Brissiaud s'exprime : « Dans la théorie des situations de Brousseau, l'enseignement n'est plus « conçu en deux parties », il n'y est plus question des « 'mystérieux transferts d'apprentissage' que 'l'élève effectue si, et seulement si, il a une intelligence suffisante'. La théorie des situations est une tentative de théorisation de l'enseignement/apprentissage visant à ce que le problème des 'mystérieux transferts', c'est-à-dire du développement ne se pose plus ». C'est là, me semble-t-il, une interprétation de la TSD pour le moins hâtive, en tout cas peu étayée. J'y reviendrai.

Comme on le voit, l'ensemble de ces propos pourrait bien relever d'une certaine épistémologie spontanée à propos des situations-problèmes : en gros, un enseignement organisé à partir de celles-ci favoriserait les transferts. Cependant, dans ces propos ou dans d'autres, la nature des transferts reste floue : on parle de connaissances, de compétences, de représentations, d'autonomie des élèves et de créativité. Et les raisons à l'appui de cette épistémologie ne le sont pas moins. Bref, un discours non falsifiable et qui relève donc du seul registre idéologique.

### 1.3. Une référence abusive au socio-constructivisme

Ce discours peut être interprété à la lumière d'une lecture indue des théories socio-constructivistes de l'apprentissage qui assurerait une forme de légitimité à la « réforme » des compétences, faute de pouvoir trouver ailleurs, par exemple chez les psychologues cognitivistes, des résultats rassurants sur le transfert ainsi qu'en témoigne la synthèse de B. Rey (1996). J'y reviendrai. Cependant, c'est faire fi des conditions d'émergence de ces théories socio-constructivistes. Loin d'être des modèles d'enseignement, ainsi que le présentent d'aucuns (P. Stordeur, 2004), ces théories se situent dans le cadre de la psychologie génétique en proposant tant une modélisation du développement de l'intelligence chez l'enfant et l'adolescent (en termes de stades) qu'un modèle de l'apprentissage (en termes de déséquilibration et d'équilibration majorante) qui permet de rendre compte des observations faites sur des individus lorsqu'ils passent d'un stade à l'autre. Mais ces théories n'étudient pas les apprentissages scolaires et n'autorisent aucune conclusion sur les effets d'un modèle d'enseignement qu'elles pourraient inspirer. Elles ne permettent pas non plus de problématiser une quelconque relation entre les situations proposées aux enfants et les apprentissages qu'ils réalisent. Elles ne peuvent donc pas être avancées, comme elles le sont dans maintes formations en Belgique du moins, en tant que « preuves scientifiques » d'un certain impact positif sur les apprentissages de modèles d'enseignement socio-constructivistes.

### 1.4. Des théories didactiques qui ne sont pas des modèles normatifs d'enseignement mais des cadres conceptuels susceptibles d'éclairer la question du transfert

Y aurait-il, dans la théorie même des situations didactiques, cet implicite idéologique que lui prête R. Brissiaud et que le socio-constructivisme légitimerait ? Il ne me plaît de le voir ainsi, considérant cette théorie comme une modélisation conceptuelle de phénomènes liés aux interactions savoir/élèves/professeur dans une institution scolaire, théorie relevant donc d'une posture non prescriptive qui s'est affirmée dans la théorie anthropologique du didactique d'Y. Chevallard (1992). Il est vrai que, en tant que dispositif didactique, les situations adidactiques relèvent jusqu'à un certain point du *paradigme constructiviste* de l'apprentissage au sens d'une certaine conception de la connaissance non pas comme « copie de l'objet ou formes *a priori* prédéterminées dans le sujet » mais comme « construction perpétuelle par échanges [...] entre la pensée et l'objet ». (J. Piaget). Cependant, eu égard à la nécessité d'une institutionnalisation didactique sur laquelle je reviendrai, la théorie des situations didactiques ne peut s'apparenter à ce que G. Brousseau appelle le *constructivisme radical*, soit une théorie pédagogique qui affirme que l'élève ne peut s'approprier les connaissances que s'il les produit lui-même dans des situations non didactiques appropriées et que cela suffit. Officiellement en tous cas, la théorie des situations didactiques ne s'est proposée ni comme modèle normatif d'enseignement basé sur le dogme socio-constructiviste, ni comme moyen de preuve des impacts positifs d'un tel modèle sur l'apprentissage des élèves. D'ailleurs, mesurer un quelconque impact des situations-problèmes ou des situations adidactiques sur le transfert des apprentissages est une entreprise *a priori* très périlleuse, voire utopique dans sa généralité. Cette question se soit d'être grandement spécifiée dans un cadre institutionnel donné, pour un savoir donné, ... et problématisée dans une théorie didactique qui octroie un sens opérationnel aux concepts tels que celui de situation-problème. C'est aussi une question qui soulève d'énormes difficultés méthodologiques, comme on s'en doute, surtout si l'on envisage des transferts au delà de l'institution scolaire, ainsi que le font certains auteurs cités *supra*. Là n'était pas l'entreprise de G. Brousseau comme dit plus haut. Tout au plus, a-t-il établi que des élèves de l'école élémentaire ayant bénéficié d'un enseignement organisé autour de situations adidactiques réussissent aussi bien que les autres les épreuves nationales, ce qui n'est pas négligeable, a dit-il lors d'une présentation de la TSD à ICMI en 2004, étant donné les « perturbations » apportées au système.

On pourrait toutefois regretter que le concept de transfert soit absent de la théorie des situations didactiques de G. Brousseau si ce n'est en creux, au détour d'une phrase, par exemple comme rupture du contrat didactique: « le conflit va reprendre quand il s'agira de choisir un algorithme pour un problème donné ». Cependant, je pense que cette théorie et celle d'Y. Chevallard, en tant que modélisations des phénomènes d'enseignement, permettent de penser le problème du transfert avec une certaine efficacité et que les travaux qui s'en réclament font apparaître des gestes didactiques qu'il conviendrait d'analyser et de théoriser dans le cadre de la problématique du transfert. Ce pas de côté permettrait peut-être d'éviter des lectures abusives, d'ordre idéologique, de la théorie des situations didactiques.

## 2. Contextualisation, décontextualisation et réflexivité dans la didactique des mathématiques

A partir d'une synthèse d'un vaste panorama des dispositifs pédagogiques propres à favoriser le transfert et étudiés dans les sciences de l'éducation, M. Crahay (préprint) dégage trois phases importantes : « Bref, pour assurer la mobilisation des connaissances en des contextes diversifiés, il faut sans doute articuler trois moments didactiques : d'abord, une phase de construction des apprentissages en contexte ; ensuite, une phase de décontextualisation ou de transfert (ou encore de diversification contextuelle) et, enfin, une phase de retour réflexif ou méta-cognitif sur ces apprentissages ».

J'illustre ci-dessous comment ces trois moments sont pris en compte dans les théories didactiques en tâchant de revenir succinctement aux sources et aux exemples paradigmatisques pour faciliter la vie au lecteur non averti.

### 2.1. Situation fondamentale et contextualisation, dévolution et institutionnalisation

Le concept de situation fondamentale est un concept clé dans la théorie de G. Brousseau et se définit comme suit : « Chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation adidactique qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale » (G. Brousseau, 1998). Et c'est à partir de là qu'on peut interpréter les propos de M.-J. Perrin et C. Margolinas cités supra : si l'on n'a pas établi qu'une première rencontre du savoir par le biais d'un jeu de situations adidactiques favorise les transferts, il n'en reste pas moins vrai que ceux-ci ont peu de chances de se produire si l'élève n'a pas appréhendé le savoir comme réponse optimale à une situation donnée qui sera alors fondamentale pour ce savoir. Quant aux situations adidactiques, elles consistent en questions contextualisées, inspirées par les situations fondamentales et qui peuvent être dévolues aux élèves, en ce sens que le milieu qu'elles engendrent se prête à une construction collective du savoir par les élèves sans apport du professeur propre à dénaturer cette construction, c'est-à-dire sans « effets du contrat didactique ». Bref, ces situations adidactiques se prêtent aux dialectiques d'action, de formulation et de validation : en gros, les élèves engagent un modèle implicite d'action sur le milieu, modèle qui devient explicite à travers ses effets sur le milieu et qui peut-être validé ou invalidé par référence à celui-ci. Et c'est bien sur ce milieu lequel peut comporter des facettes matérielles, cognitives et sociales que le professeur peut s'appuyer pour dévoluer vraiment la question étudiée aux élèves sans effets indésirables de contrat.

A la dévolution fait pendant le processus d'institutionnalisation par lequel “Quelqu'un d'extérieur vient pointer les activités de l'élève et identifie celles qui ont un intérêt, un statut culturel” (G. Brousseau, 1998). En effet, Les situations adidactiques doivent permettre aux élèves de réaliser des apprentissages sans apport extérieur de connaissances, le rôle du professeur se réduisant pratiquement à des actes logistiques même s'il incombe à ce dernier la conception ou, à tout le moins, le choix de la situation adidactique susceptible de provoquer l'apprentissage souhaité. Dans ce processus d'institutionnalisation, le professeur joue le rôle d'intermédiaire entre les élèves et le savoir qu'il doit enseigner sur mandat de l'institution scolaire et, à travers elle, de la société. Aux yeux des élèves, il apparaît donc comme le seul garant pouvant attester que l'apprentissage visé est bien réalisé et que, par conséquent, l'enseignement a été effectif.

### 2.2. Décontextualisation et dépersonnalisation

Une bonne articulation des processus de dévolution et d'institutionnalisation suppose non seulement des apports d'information de la part du professeur, ne fût-ce que des notations qui ont un caractère conventionnel, mais aussi des “mécanismes” de décontextualisation et de dépersonnalisation chez l'élève que j'illustre ci-dessous à travers l'exemple de la situation des feuilles de papier. Il s'agit de distinguer et de désigner 5 tas d'environ 200 feuilles de même format, de même couleur, mais d'épaisseurs différentes. L'instrument de mesure disponible (un pied à coulisse ou un double-décimètre) ne permet pas de mesurer l'épaisseur d'une quelconque de ces feuilles. On demande aux élèves d'imaginer un code qui permettrait à quelqu'un de

reconnaître un type de feuilles choisi parmi tous. Les codes sont éprouvés lors d'un jeu de communication : des équipes de 4 ou 5 enfants vont se séparer chacune en « émetteurs » et « récepteurs ». Les groupes d'émetteurs choisissent un tas de feuilles tandis que les groupes récepteurs sont isolés derrière un rideau. Les premiers transmettent aux seconds un message qui doit leur permettre d'identifier le tas choisi. Le savoir visé est le concept de fraction mobilisé ici à titre de mesure de grandeur. Il vient de l'identification du modèle d'équipollence de couples de nombres précisant un nombre de feuilles et leur épaisseur globale. La décontextualisation est prise en compte par le fait que l'institutionnalisation fait suite à une diversification de situations de communication semblables à celles des feuilles de papier : des émetteurs doivent désigner à l'adresse de récepteurs des clous choisis parmi des tas de clous de poids différents, des récipients choisis parmi des verres de diverses capacités, des baguettes prises parmi plusieurs de longueurs différentes. A chaque fois, l'objet unité est suffisamment grand par rapport aux mesures des objets à désigner pour que les élèves soient obligés de prendre plusieurs objets de la même sorte et de convertir à terme leur mode de désignation en mesure fractionnaire. Par ailleurs, les couples produits dans ces différentes situations sont nommés « nombres » parce qu'on éprouve chaque fois le fait qu'ils possèdent les mêmes propriétés que les nombres : ils s'ajoutent, se multiplient avec les entiers, etc. Cette décontextualisation-là est un processus de généralisation essentiel dans l'identification d'un savoir et son institutionnalisation. Et c'est cette décontextualisation qui devrait permettre à l'élève de dégager les mesures fractionnaires des situations rencontrées pour les percevoir comme des mesures d'objets quelconques rendues nécessaires parce que l'échalon de mesure est plus grand que les objets à mesurer.

Quant au mécanisme de dépersonnalisation qui me paraît tout aussi important pour des raisons sur lesquelles je reviendrai, il est enclenché par un dispositif qui consiste à changer les élèves d'équipes d'un moment à l'autre, ce qui empêche de déterminer des gagnants et des perdants. Par contre, le jeu de communication permet de déclarer quelles sont les stratégies gagnantes, c'est-à-dire les codages efficaces qui permettent aux récepteurs de déterminer le tas de feuilles choisi par les émetteurs. Il permet surtout de faire émerger le modèle de l'équipollence des couples de nombres par les « accidents » qui provoquent les messages incohérents entre eux, par exemple ceux qui ne respecteraient pas qu'un doublement du nombre de feuilles d'un même type se solde par un doublement de l'épaisseur globale. Ce qui montre bien que ce ne sont donc pas les performances des individus ou leur compétence individuelle à résoudre des problèmes qui sont sur la sellette dans cette théorie, mais les connaissances elles-mêmes, ainsi « dépersonnalisées », contrairement à ce qui se passe à propos des situations-problèmes telles qu'envisagées souvent dans la réforme des compétences. On est donc loin de cette lecture de l'adidacticité que fait X. Roegiers (2000), dans laquelle on peut voir se profiler - comme ailleurs (e.a. J.-P. Cazzaro et al., 2001) - une conception des « situations-problèmes » comme enjeu d'entraînement et d'évaluation formative à la compétence de résolution de problèmes : « Ce caractère adidactique des situations dans lesquelles l'apprenant est invité à mobiliser ses acquis est lié au fait que, dans une approche par les compétences, et une fois l'ensemble des apprentissages menés, on laisse à l'apprenant la liberté de choisir la démarche qu'il veut : non pas la meilleure, mais celle qui *lui* apparaît comme la meilleure. En effet, l'exercice d'une compétence est un exercice strictement individuel. Il faut donc apprendre à l'élève à l'exercer seul » (X. Roegiers, Ib.). Au contraire, dans la théorie de G. Brousseau, les élèves ne sont pas, chacun pour soi, des résolveurs de problèmes mais, collectivement, des analystes de savoirs.

### 2.3. Une réflexivité croissante dans les milieux de référence et d'apprentissage ; des gestes d'étude

Une réflexivité de plus en plus grande est requise de la part des élèves depuis la dialectique d'action jusqu'à l'institutionnalisation. Au début, l'élève est confronté à un milieu matériel (en un sens large) de même qu'aux réactions de ses pairs vis-à-vis du même milieu. Les rétroactions produites guident son action. A partir d'un moment, on demande à l'élève non plus seulement d'agir, mais d'objectiver cette action en la formulant et/ou en la validant. L'élève doit réaliser alors que le professeur a d'autres visées sur lui que de le faire agir exclusivement : le but réel est d'imaginer des procédures qui deviendront plus tard des savoirs et qui vont permettre dans l'immédiat d'assurer à coup sûr une action efficace. Le milieu devient alors un *milieu de référence* tel que décrit par I. Bloch (2000) à propos, entre autres de la situation d'agrandissement d'un puzzle, autre situation emblématique de la théorie de G. Brousseau : « [...] le milieu de référence « pièces construites du puzzle » est finalisé pour l'élève par la nécessité de reconstruire le puzzle avec ses différents morceaux, et la recherche des conditions qui peuvent conduire à cette réussite. Autrement dit, le milieu de référence est celui où l'élève prend prise sur la situation, c'est-à-dire celui où ses connaissances se transforment en savoirs (en connaissances utiles), où l'élève saisit ce qu'il y a à comprendre - à ce niveau - de la situation : par exemple pour le puzzle, qu'il existe une méthode (ou des méthodes) qui permet de réussir « à tous les coups », et que cette méthode ne consiste pas à ajouter 3 à toutes les dimensions. Le contrat, dans le milieu de référence de l'élève, n'est plus de tâtonner pour y arriver mais de déterminer **pourquoi** et **comment** on y arrive ».

L'institutionnalisation requiert de l'élève davantage encore de réflexivité. Il doit prendre conscience de la place que prend la situation adidactique dans l'ensemble de son apprentissage : ce qui, dans les procédures qu'il a engagées, est caractéristique de la situation, ce qui a été identifié par d'autres comme savoirs, la classe de problèmes que ces procédures permettent de résoudre et son domaine de variabilité, les démarches relatives à ces savoirs et attendues de lui dans la suite des événements ... La situation devient alors pour lui un *milieu d'apprentissage*. Ce recul est, dans les ingénieries conçues par G. Brousseau, favorisé par un geste didactique à propos des exercices d'application, geste qu'il me semble pertinent de mettre en évidence et dont la consigne suivante adressée aux élèves rend parfaitement compte : « Certains de ces énoncés se ressemblent beaucoup et pourraient être mis ensemble. Nous aurions ainsi moins de catégories et de problèmes-types à apprendre. Cherchez des problèmes qui se résolvent ou s'expliquent de la même façon. Nous discuterons ensemble les regroupements. En même temps, nous chercherons ce qui peut les rendre différents » (G. Brousseau et N. Brousseau, 1987).

Ce geste prend toute sa signification dans la théorie anthropologique du didactique d'Y. Chevallard (1992) qui modélise l'enseignement des mathématiques en termes d'étude d'une œuvre. Au delà du moment de la première rencontre, qui ne suppose pas forcément un travail de la part de l'élève sur des situations adidactiques, d'autres moments de l'étude sont envisagés autour d'une dialectique fondamentale entre des problèmes, d'une part, et les techniques qui permettent de les résoudre, d'autre part : « étudier des problèmes est un moyen permettant de créer et de mettre au point une technique relative aux problèmes de même type, technique qui, elle même sera ensuite les moyens de résoudre de manière quasi routinière des problèmes de ce type ». Cette dialectique conduit Y. Chevallard à définir l'activité mathématique et toute autre activité d'ailleurs y compris didactique, en termes de praxéologies, soit des articulations entre types de tâches, techniques, technologies et théories, le discours technologique et/ou théorique ayant, entre autres, une fonction de justification et d'explication d'une technique donnée eu égard à une classe de problèmes donné. La forme de réflexivité que suppose ce discours me semble très justement rendue par cette analyse de C. Castella et A. Mercier (1994) sur ce qu'est une technique d'étude et ce qui la distingue d'une « ritualisation procédurale » : « Si nous voulons que l'élève soit en mesure de prendre en compte les informations issues des situations mathématique et institutionnelle du problème, nous devons transformer le rapport focalisé sur la procédure de résolution, en un rapport détendu par rapport à cette dernière [...]. Une *technique d'étude* (Y. Chevallard, 1990) n'est pas une procédure ou une méthode qu'il s'agit d'apprendre et de contrôler *dans ses étapes*, mais elle travaille la fonctionnalité d'un savoir dans la résolution d'un problème qu'il s'agit de roder dans des conditions standard, de tester dans des conditions limites, d'infirmer peut-être en bordure du champ ».

#### 2.4. Une catégorisation forte des questions étudiées

Comme on peut le voir dans cette description, les deux théories majeures de didactique des mathématiques envisagent les processus de contextualisation, décontextualisation et réflexivité par le biais d'une catégorisation forte des problèmes traités. Au travers du concept de situation fondamentale, la théorie de G. Brousseau organise cette catégorisation en se polarisant sur le sens d'un savoir donné, c'est-à-dire le type de questions auxquelles il répond de manière optimale. Souvent ce sens est multiple : c'est le cas des rationnels que l'on peut envisager sous un aspect de commensuration, de fractionnement ou encore d'opérateur d'agrandissement. Les praxéologies d'Y. Chevallard, quant à elles, permettent également de procéder à une catégorisation critériée par le biais des techniques de résolution : ainsi, le calcul des dérivées permet-il de résoudre des problèmes de tangentes aussi bien que de vitesses. Mais, de toute façon, les problèmes peuvent être eux-mêmes classés en types de tâches, le mot « type » permettant de souligner que les savoirs mathématiques sont construits, non pas pour résoudre un problème isolé, mais un ensemble de problèmes proches dont le type sera précisément lié à la technique de résolution, voire caractérisé par elle. J'ajouterais, parce que ceci me paraît éclairant en regard d'un certain discours sur les compétences, que Y. Chevallard distingue type et genre de tâches, par le fait que le type ne peut se définir, comme le genre, par un seul verbe tel que « calculer » mais appelle, de plus, un déterminatif : « calculer la somme de deux entiers » ne revient pas au même que « calculer une primitive ».

#### 2.5. Un accord avec des résultats de la psychologie cognitive

Cette catégorisation en classes de problèmes ou types de tâches s'accorde particulièrement bien à certains résultats des psychologues cognitivistes ayant travaillé la question du transfert. En effet, plusieurs recherches mettent en évidence un comportement sensiblement différent entre les experts et les novices confrontés à un problème qui relève de la compétence des premiers. Ainsi, A.H. Schoenfeld (1989) observe que les uns et les autres exploitent différemment les différentes étapes d'une résolution de problèmes ; en particulier, les experts passent beaucoup plus de temps que les novices à analyser les données du problème. Cette

observation, est à rapprocher d'une autre faite par plusieurs chercheurs (J. H. Larkin et al. 1980, M. T. H. Chi et al. 1982) à propos de problèmes de physique : les experts passent ce temps à situer le problème dans une classe bien identifiée, en se référant à une organisation fortement hiérarchisée de classes de problèmes qu'ils ont en mémoire. Et, il ne me paraît inutile d'y adjoindre une remarque faite par M. Crahay (préprint) sur le comportement de ce qu'on appelle, dans certaines entreprises, le crisis manager : « au fur et à mesure qu'il gère des crises, le crisis manager construit un savoir-faire d'expérience par lequel il se dote d'une classification des crises ainsi que d'un répertoire de procédures adaptées. Bref, au fur et à mesure que le crisis manager acquiert de l'expertise, la notion de crise se dissout progressivement ». Bref, une tendance bien humaine à catégoriser les questions dans un souci d'efficacité.

Ces expériences soulèvent un débat sur l'opportunité de fonder un apprentissage à la résolution de problèmes sur les stratégies générales plutôt que sur les stratégies spécifiques. On identifie facilement les secondes en mathématiques : par exemple, la méthode de programmation linéaire ou celle des dérivées pour optimiser une grandeur variable. Les stratégies générales sont, elles, indépendantes des contenus disciplinaires. Il s'agit, par exemple, du chaînage arrière, au sens de E. D. Gagné (1985), qui consiste à considérer d'abord, non l'état initial du problème comme dans le chaînage avant, mais le but désiré pour réduire progressivement l'écart entre ce but et l'état initial, ou encore le raisonnement par analogie sous-tendu par la question : « quel problème similaire ai-je déjà résolu ? Notons que cette question nous ramène aux stratégies spécifiques. Après avoir fait écho de ce débat sensible au sein de la psychologie cognitive, J. Tardif (1992 et 1999) souligne l'inefficacité des enseignements de stratégies générales, telle qu'éprouvée par plusieurs recherches dont il rapporte ainsi la conclusion : « l'enseignement de stratégies spécifiques de résolution de problèmes est une orientation qui rend le plus probable le transfert des apprentissages ». Il clôture sa réflexion sur la résolution de problèmes et le transfert par une synthèse relative aux facteurs influant sur l'enseignement et l'apprentissage des stratégies de résolution de problèmes. Les deux premiers facteurs sont le développement d'une base de stratégies spécifiques et l'organisation de ces connaissances dans la mémoire à long terme et le troisième a trait à la métacognition, à savoir l'importance d'un enseignement explicite des stratégies spécifiques et de leurs conditions d'utilisation.

Dans le même ordre d'idées, R. Noirfalise (1991) mise également sur des connaissances spécifiques plutôt que sur de prétendues capacités générales, se référant entre autres aux travaux de J. Pitrat (1986) qui montrent l'importance des connaissances (stratégies particulières) dans le jeu d'échecs. Il redéfinit le savoir procédural comme un savoir assurant une correspondance entre une classe de problèmes et ce que P. Meirieu (1990) appelle des programmes de traitement : « Pour un apprenant, la classe de problèmes n'est définie que quand il a appris un programme de traitement qui peut lui être appliqué ; le programme de traitement, de son côté, n'est vraiment maîtrisé que quand il a appris la classe de problèmes à laquelle il s'applique ». Ainsi donc, apparaît un certain consensus sur l'importance de la notion de classes de problèmes dans la problématique du transfert.

Enfin, C. Castela (2000) s'inspire de sources diverses, dont l'histoire des mathématiques et la psychologie, pour formuler l'hypothèse selon laquelle « une réponse à la nécessité où peut se trouver une personne de résoudre des problèmes de mathématiques est l'élaboration de complexes ou de types [de problèmes], organisations dont la raison d'être est, à l'origine du moins, purement fonctionnelle : repérer l'appartenance d'un problème à un type doit constituer une aide pour la résolution, c'est-à-dire rendre disponible des ressources qui, à l'usage, se révèlent souvent suffisamment efficaces ».

### 3. Un discours métacognitif orienté vers le savoir

Dans la théorie anthropologique d'Y. Chevallard, le moment d'exploration d'une classe de problèmes et celui de mise au point d'une technique qui permet de les rendre routiniers participant, il me semble, d'une démarche authentiquement métacognitive, au sens étymologique du terme, car mobilisant immanquablement un discours sur la connaissance et son champ d'opérationnalité. Moyennant un certain cadrage didactique, une telle démarche est sans doute propre à favoriser l'acquisition de connaissances conditionnelles au sens de Tardif lesquelles consistent à savoir quand et pourquoi on doit mobiliser telle ou telle autre connaissance de type déclaratif ou procédural. Mais de quoi faudrait-il tenir compte dans ce cadrage ? Avant d'y venir, il me semble utile d'abord de contraster la forme de métacognition dont il est question plus haut avec ce que d'autres auteurs entendent par là et ensuite d'évoquer un débat à ce propos qui fut très vif au sein de la communauté des didacticiens des mathématiques et ce qu'il permet de mettre en évidence.

#### 3.1. Un discours métacognitif orienté vers l'individu ...

A propos de la métacognition, plusieurs auteurs dont D. Leclercq et M. Poumay (2003) dénoncent une certain flou conceptuel. Ce dernier définit, quant à lui, la métacognition comme des « Jugements, analyses et/ou régulations observables effectués par l'apprenant sur ses propres performances (processus ou produits d'apprentissages) », ceci avant, pendant ou après la performance ». Il s'agit, par exemple, d'estimer son propre score de réussite, de diagnostiquer chez soi une propension à répondre trop vite après avoir lu la question superficiellement ou de décider dorénavant de souligner les mots-clés d'un test. Cette forme de métacognition est dirigée vers l'individu et son fonctionnement idiosyncrasique en matière de cognition. Elle a inspiré, entre autres, les théories de gestion mentale même si ces dernières ne se réduisent pas à ce seul aspect et conduit, sur le terrain, à prôner une certaine forme d'introspection, qu'on pourrait peut-être repérer dans cet extrait d'un programme de sciences : « Au terme de tout apprentissage, il est très utile pour les élèves de réfléchir à la manière dont ils ont procédé. Bien souvent les élèves ne sont pas conscients de leur cheminement. Mettre celui-ci en évidence est très important pour leur permettre de le pratiquer seuls dans d'autres situations d'apprentissage. Cette réflexion métacognitive leur permet également de prendre conscience de leurs difficultés ». (programme de sciences, FESeC, 2000).

En d'autres lieux (B. Noël, 1991), le métacognitif renvoie à un enseignement de stratégies générales, de résolution de problèmes par exemple, inspiré des théories de traitement de l'information et axé sur des questions telles que : « ai-je toutes les informations nécessaires ? Ces stratégies sont sous-tendues par une hypothèse de transversalité dont B. Sarsay (1997) montre l'extrême fragilité ainsi que nous le verrons plus loin.

### 3.2. ... versus un discours métacognitif plus polarisé sur le savoir

Le discours métacognitif que je vois dans la théorie de G. Brousseau ou dans celle d'Y. Chevallard est, quant à lui, axé sur les savoirs, les questions auxquelles ils permettent de répondre et les pratiques qui leur sont liées dans telle ou telle institution. Il comporte d'office, me semble-t-il, une dimension épistémologique sur les mathématiques ne fût-ce que par le fait que l'enseignement de cette discipline véhicule d'autres savoirs que les savoirs proprement mathématiques et que Y. Chevallard, nomme les notions paramathématiques. Ces dernières « ne sont pas *normalement* des objets d'étude, mais des *notions-outils de l'activité mathématique* ». Elles ne font pas l'objet d'une construction, mais sont « préconstruites par monstration » (on se contente d'en montrer des exemples). Ainsi, les notions d'équation, de variable, de paramètre.

Sans nier une certaine complémentarité dans ces diverses formes de métacognition, tantôt orientées vers l'individu, tantôt vers le savoir, il me semble important de revenir au débat des psychologues cognitivistes dont j'ai fait écho plus haut et dont J. Tardif (Ib.) conclut la fragilité d'un enseignement de stratégies générales en regard de celui de connaissances spécifiques. Dans cet ordre d'idées, il me semble qu'on néglige souvent, en parlant de métacognition, ce recul que l'élève doit avoir sur le contenu enseigné, ses raisons d'être et sur les pratiques qui lui sont liées. Je rejoins là de nombreux didacticiens des mathématiques cités plus loin pour dénoncer une forme d'inflation d'un discours « méta », significative d'une dérive méthodologique : « L'apprentissage méthodologique de la résolution de problèmes vidait les mathématiques au profit de la lecture de l'énoncé, du tri d'information, etc. » (A. Robert et al., 1999, à propos de l'enseignement du premier degré en France). Et, malgré ce débat très vif dont je rendrai compte dans la section suivante, il semble bien qu'un consensus soit réel sur la nécessité d'axer un quelconque discours « méta » prioritairement sur le savoir. Ainsi, M.-J. Perrin (1999) commente-t-elle la position globale des didacticiens sur ce sujet : « l'acquisition de connaissances d'ordre métamathématique y est toujours fortement imbriquée avec l'acquisition de connaissances mathématiques. »

## 4. Les aspects contractuels du transfert

### 4.1. Le contrat didactique

Mais le débat même sur le levier « méta » qui a animé la communauté des didacticiens des mathématiques est intéressant à analyser car il fait apparaître des aspects contractuels du transfert. Le qualificatif « contractuel » renvoie ici au concept de contrat didactique de G. Brousseau et non à celui de contrat pédagogique de J. Filloux, 1974, avec lequel on le confond souvent. Le deuxième type de contrat « précise ce que la société, les parents, les élèves et les professeurs peuvent attendre les uns des autres. » (J. Filloux, Ib.) et se doit d'être le plus explicite possible. Le contrat didactique, quant à lui, fonctionne de manière beaucoup plus subtile et permet d'analyser des phénomènes didactiques si variés que ce seul texte ne peut rendre compte de son pouvoir d'interprétation. Je retiens ici que le contrat didactique est utilisé souvent en référence à un savoir particulier visé, objet transactionnel qui, par essence même, n'est *a priori* connu que du seul professeur. Mais l'élève sait que le professeur connaît ce savoir. A partir de là s'instaure entre l'un et l'autre une relation

particulière dont on peut craindre des effets pervers en ce qu'elle est inscrite dans un paradoxe, appelé paradoxe de la dévolution : « Plus le professeur [...] dévoile ce qu'il désire, plus il dit précisément à l'élève ce que celui-ci doit faire, plus il risque de perdre ses chances d'obtenir et de constater objectivement l'apprentissage qu'il doit viser en réalité. ». Comme nous allons le voir, ce concept de contrat didactique permet de comprendre le malentendu dont pourrait être porteuse une certaine façon d'envisager le discours métacognitif.

#### 4.2. Les limites d'un certain discours métacognitif

Dans les années 70 déjà, G. Brousseau met en cause ce qu'il appelle le glissement métacognitif dont l'enseignement des heuristiques à la manière de G. Polya constitue, pour lui, un exemple prototypique : « Lorsqu'une activité d'enseignement a échoué, le professeur peut être conduit à se justifier et pour continuer son action, à prendre ses propres explications et ses moyens heuristiques comme objets d'étude à la place de la véritable connaissance mathématique ». Comme expliqué à la section 2.1., pour dévoluer un apprentissage aux élèves, le professeur doit pouvoir s'appuyer sur un milieu dont le problème proposé et les échanges entre élèves peuvent constituer des éléments essentiels. S'il peut rompre le contrat didactique classique c'est parce qu'il peut renvoyer les élèves au milieu pour juger par eux-mêmes de l'efficacité de leurs procédures, pourvu que ce dernier puisse procurer les rétroactions nécessaires pour cela. Mais sur quoi peut s'appuyer le professeur pour dévoluer la démarche de résolution de problèmes, si ce n'est sur des conseils heuristiques, à la manière de G. Polya (1967), tels que “ Dessinez une figure, introduisez la notation appropriée, quelle est l'inconnue ... ” ? Or, de tels conseils ne semblent pas fournir un appui suffisamment consistant, aux dires des psychologues cognitivistes eux-mêmes (cf. section 2.5). Pourtant, à la lumière du contrat didactique, l'élève est en droit d'espérer du professeur la donnée d'un milieu efficace pour qu'il puisse se guider lui-même. G. Brousseau en conclut : “ On doit donc s'attendre à ce que l'élève reçoive toutes les indications du professeur sur le même mode : comme des moyens “ efficaces ” de résoudre des problèmes (tels que des algorithmes) et ceci même si le professeur les choisit de façon à ce qu'elles relancent la recherche de l'élève, l'encouragent, l'aident *sans* toucher à l'essentiel de ce qui doit rester à sa charge. Ainsi, les indications de type heuristique seront demandées, données et reçues au sein d'un malentendu, suggestions incertaines pour l'un, connaissances comparables aux algorithmes ou aux théorèmes de mathématiques pour l'autre ».

C'est cette même analyse que fait R. Noirfalise (1994) pour expliquer l'inefficacité des fiches-méthodes qui, dans les années 90 en France, étaient présentées comme des outils de résolution de problèmes. Elles étaient pourtant riches de savoirs, répertoriant, par exemple, les diverses manières de démontrer que deux droites d'un plan sont parallèles. Cependant, comme dit ce didacticien : « On voit apparaître dans cette façon de faire, une méthode algorithmisée pour faire une démonstration (ou résoudre un problème). L'élève qui l'applique peut alors penser que le suivi de la méthode l'assure de réussir : n'applique-t-il pas ce qu'on lui demande de faire ! S'il ne réussit pas, c'est que les fiches méthodes ne sont pas bien faites ; la responsabilité en incombe alors au professeur ou à l'auteur du manuel qui n'a pas bien fait son travail). » Et de citer G. Brousseau : « Plus l'élève sera assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement personnel et plus il échouera ».

Ainsi donc, le concept de contrat didactique permettrait-il d'interpréter tant l'inefficacité d'un discours métacognitif plus général que celle d'outils pédagogiques plus concrets que sont les fiches méthodologiques.

#### 4.3. Des difficultés de transfert liées au contrat

Mais là ne s'arrête pas la portée du concept de contrat didactique dans la problématique du transfert. En matière de transfert d'une procédure mathématique connue à une situation nouvelle, C. Castella et A. Mercier (1994) poussent l'analyse plus loin en faisant l'hypothèse d'un fonctionnement sous contrat. Ils interprètent en effet des études de cas par la plasticité du contrat : « On peut dire que le contrat est rompu, pour un élève donné, lorsqu'il ne reconnaît plus ce qu'il devrait savoir faire : lorsque la faisabilité s'est perdue pour cet élève. La faisabilité se conserve tant que le problème est, au moins, *reconnu* [...]. Nous appelons *plasticité du contrat* la possibilité qu'il a de supporter cette variation, *sa propriété de pouvoir varier autour de sa norme, dans un domaine où il sera reconnu comme identique à lui-même* – ce qui garantit la faisabilité, par l'élève, des questions qui sont posées dans ce cadre. Une variation d'une composante du problème qui dépasserait le seuil de plasticité entraînerait la non-faisabilité des questions obtenues, la rupture du contrat ». Pour eux, cette plasticité du contrat est différentielle suivant la position que l'élève occupe dans la hiérarchie de la classe et les « bons » élèves sont ceux qui font le plus les frais des ruptures de contrat signalées plus haut, sans doute pour avoir développé un rapport personnel trop conforme au rapport attendu par l'institution scolaire jusqu'au moment où ce dernier rapport évolue pour attendre d'eux un rapport nouveau à un savoir ancien. Ces auteurs montrent, par cette analyse, la fragilité d'une ritualisation procédurale qui a pu séduire plus d'un chercheur ou d'un enseignant, comme dispositif didactique facilitant la disponibilité mentale de l'élève dans la gestion d'une situation nouvelle.

B. Sarsay (1997), quant à lui, dénonce l'illusion de l'hypothèse de transversalité selon laquelle le discours « méta » favoriserait les transferts indépendamment des situations. En notes de bas de page, il évoque qu'un tel discours occulte les difficultés protomathématiques inhérentes au contrat didactique que mentionne, dès son origine, la théorie de la transposition didactique (Y. Chevallard, 1985), difficultés parmi lesquelles se trouvent précisément la « reconnaissance de certaines occasions d'emploi des notions mathématiques » et le « maniement de la dialectique ressemblance/dissemblance ». Il montre, méthodes statistiques à l'appui, que « l'activation des procédures de résolution, par laquelle se manifeste le sens attribué à la 'tâche', ne saurait se comprendre *sans faire appel* à ces facteurs institutionnels d'Arrière-plan bien plus larges que ceux qui définissent le système 'sujet-tâche' ». En particulier, la production d'une réponse à une question atypique (problèmes « absurdes » ou dont les données sont incomplètes ou inutiles) « s'explique davantage par les modes de structurations des situations que par les compétences cognitives des élèves – pour autant que le niveau scolaire en constitue un indicateur pertinent. Les situations scolaires sont structurées socialement et les assertions qui y sont produites n'ont de sens que rapportées au cadre du contrat didactique. Le sens d'un énoncé est indissociable de la situation ». Dans sa thèse, B. Sarsay (1996) interprète la variabilité des réponses observées en termes de différences de « sensibilité au contrat didactique » liée à l'interaction de trois Arrière-plans (au sens d'« *habitus épistémologique* ») : l'arrière-plan scolaire, familial et le statut scolaire de l'élève.

Je terminerai cette section par une réflexion que m'inspire la synthèse ci-dessus. Cette dernière montre, à mon avis, le caractère exacerbé du paradoxe de la dévolution quand celle-ci concerne la reconnaissance d'emploi d'une procédure mathématique dans une situation nouvelle. Il ne s'agit plus ici de la construction collective d'un savoir comme dans le contexte de situations adidactiques mais, dans la plupart des cas, d'une reconnaissance opérée par un élève particulier que l'on évalue le cas échéant sur cette capacité à « reconnaître ». Mais précisément, l'opportunité nouvelle d'emploi d'une ancienne connaissance est ou n'est pas reconnue par l'élève. Qui plus est, toute « aide » à la reconnaissance prive l'élève de la quasi-totalité de son initiative et empêche le professeur de pouvoir évaluer le transfert. Cette situation extrêmement dichotomique est sans doute à l'origine de la position de professeurs que j'ai pu observer et qui se refusent à montrer à leurs élèves les différentes structures fonctionnelles structurant des problèmes relatifs à des suites de nombres pour sauvegarder le caractère inédit de ces problèmes et donc la pureté de la démarche de résolution de problèmes.

## 5. En guise de conclusion : mettre le transfert « sous contrat »

### 5.1. Le danger d'inscrire les situations-problèmes dans l'évaluation formative de la compétence « résolution de problèmes »

En guise de conclusion, je développe une certaine manière d'articuler résolution de problèmes et éventuelles situations adidactiques qui me paraît propre à favoriser les transferts au sein même des mathématiques. Avant cela, je souhaite monter les limites d'une autre conception *a contrario* de laquelle la mienne se définit. Il s'agit de considérer les « situations-problèmes » comme l'occasion d'une évaluation formative de la compétence « résolution de problèmes ». C'est celle défendue par J.P. Cassaro et al. (2001) qui veulent « structurer » l'enseignement des mathématiques et son évaluation par la résolution de problèmes. C'est aussi celle de X. Roegiers (2000), ainsi que nous l'avons montré plus haut.

Sans doute est-il vrai que les démarches engagées par les élèves à l'occasion des situations-problèmes qui leur sont proposées participent à un entraînement à la résolution de problèmes. D'une certaine façon, c'est bien le moins. Réciproquement, les démarches méthodologiques peuvent faciliter l'émergence des savoirs. Toutefois, cette vision des choses comporte des risques. Un premier écueil est lié à la nécessaire « dépersonnalisation » que suppose une bonne articulation des processus de dévolution et de d'institutionnalisation des situations adidactiques (cf. section 2.2) : il importe que l'élève se polarise sur le savoir mis en jeu et son efficacité à résoudre le problème, quelle que soit la personne qui propose ce savoir : lui-même, un de ses pairs ou, pourquoi pas, le professeur. *A contrario*, avoir conscience que la situation-problème lui sert de piste d'essai pour s'entraîner à la résolution de futurs problèmes inédits risque de recentrer les préoccupations de l'élève sur sa propre créativité ou sur la pertinence de ses choix à lui, et ainsi de « repersonnaliser » le jeu. Je vois une deuxième difficulté dans le choix même des situations adidactiques conçues, comme on l'a vu, pour mettre en jeu un savoir donné et/ou éprouver les limites d'un savoir ancien. Elles sont donc choisies prioritairement en référence à des savoirs ou à des obstacles précis. Et non en fonction des stratégies de résolution de problèmes qu'elles permettraient de mettre en évidence. La situation des feuilles de papier décrite plus haut n'est pas forcément intéressante de ce dernier point de vue. Je n'exclus évidemment pas qu'une situation puisse être porteuse à ces deux égards. Cependant, ainsi que l'observe C. Houdement (1998), plusieurs manuels alimentent leurs rubriques « résolution de problèmes » de problèmes qui n'en sont pas « dans la mesure

où ils ont été vidés de toute **intention mathématique** ». Pour ma part (M. Schneider, 2002a), j'ai pu constater le succès croissant des « situations-problèmes » impliquant principalement ce que j'appelle des *obstacles psychologiques*, en référence à la psychologie expérimentale des années 80, et qui désignent la difficulté de transgresser des habitudes mentales pour « penser à coté » comme, par exemple, penser à chercher la solution d'un problème géométrique dans l'espace alors que des restrictions mentales indues nous poussent à la chercher dans le plan.

### 5.2. Faire jouer la « dynamique » des praxéologies

Compte tenu de ces difficultés ainsi que de l'analyse menée au long de cet article, je voudrais défendre une autre manière d'articuler résolution de problèmes et situations-problèmes. Je la schématiserai comme suit à partir d'une analyse plus ample faite dans M. Schneider, 2002a. Des questions relevant d'une même problématique seraient exposées d'entrée de jeu aux élèves ; elles leur seraient ensuite dévolues pourvu qu'elles aient pu se traduire en situations adidactiques, ou, à défaut, explorées par le professeur devant les élèves par le biais d'un discours métacognitif portant sur le savoir (auquel cas, on ne parlera évidemment pas de situation-problème, ... et l'objet principal de la dévolution sera l'exploration de la technique dans un champ de problèmes parents). De cet examen qui ferait ressortir l'essence commune de ces questions devrait émerger une technique type de résolution. Les questions seraient alors cristallisées en une classe de problèmes et le discours technologique qui valide cette “ technique ” (au sens large du terme) déboucherait sur un *embryon* (ou un *pan de théorie*), lequel institutionnaliserait la technique comme répondant à cette classe de problèmes. Les élèves seraient alors entraînés à la résolution de problèmes de cette classe et invités à explorer le domaine d'opérationnalité de la technique de résolution jusqu'à en éprouver les limites. Ils seraient enfin évalués sur leur capacité à transférer la méthode de résolution à de nouveaux problèmes de la même classe.

Cette perspective rejoint, en l'un ou l'autre point, la lecture que fait J. Gascon (1998) des praxéologies d'Y. Chevallard. J'y adjoindrais quelques précisions, données par C. Castella et A. Mercier (1994) pour définir l'opposé de ce qu'ils appellent une *ritualisation procédurale*, en particulier sur le choix du premier problème de la classe et le contrat associé : « [...] le contrat passé à l'occasion de la rencontre du problème prototypique doit pouvoir supporter les variations dues à l'exploration du champ qui va suivre, il doit pouvoir être reconnu comme identique à lui-même au travers de ses variétés, il doit garantir la faisabilité des questions que l'élève devra traiter de sa propre initiative. La représentativité du problème initial est donc un élément de la plasticité du contrat didactique à son endroit ».

A la lumière des travaux de didactique exploités ici, un tel canevas se justifie pleinement pourvu qu'il satisfasse à certaines précautions méthodologiques, principalement l'analyse épistémologique qui déterminera la classe, ou plutôt les classes de problèmes constitutives des différents sens du savoir visé. Par ailleurs, il est cohérent avec les résultats de la psychologie cognitive. Je reprendrai trois arguments qui m'apparaissent essentiels.

- Seule une classe entière de problèmes (et non pas un problème isolé) peut susciter le processus de décontextualisation sans lequel dévolution et institutionnalisation ne peuvent s'articuler convenablement.
- Ce canevas favorise l'identification de classes de problèmes par un discours cognitif approprié et, ce faisant, s'inspire du fonctionnement des experts - tel qu'observé par les psychologues cognitivistes - lorsqu'ils résolvent un problème qui relève de leur compétence en identifiant la classe à laquelle il appartient.
- La dévolution aux élèves d'un premier problème de la classe, d'un second, etc. et d'une réflexion sur leur essence commune leur demande un certain investissement tant psychologique qu'intellectuel. Ce dernier est en quelque sorte “ rentabilisé ” par l'entraînement systématique et l'évaluation portant sur des problèmes de la même classe. Il serait heureux de joindre à cette évaluation des questions de « restitution » portant sur « l'histoire » de la construction du savoir, telle que réalisée par les élèves et institutionnalisée en termes de classes de problèmes. Ce compromis scolaire, inscrit dans un contrat pédagogique et éprouvé d'une fois à l'autre, permet aux élèves d'accepter plus sereinement la rupture du contrat didactique classique que constitue la dévolution de problèmes. Il fait en quelque sorte partie du milieu. C'est ce dont m'a convaincu mon expérience de professeur du secondaire.

C'est en ce sens que je parlerais d'une « dynamique » des praxéologies : les techniques constituent une économie de pensée pour réaliser d'une manière efficace des tâches *a priori* difficiles, le prix à payer étant un discours technologique ou théorique qui assure la légitimité de la technique en regard de la tâche et en détermine les limites. Toute la « morale » des mathématiques est dans cette dynamique.

### 5.3. Le transfert travaillé par un brassage de plus en plus large de classes de problèmes

Dans une telle perspective, les savoirs construits outillent les élèves pour résoudre une classe particulière de problèmes, puis une autre et ainsi de proche en proche de sorte qu'ils disposent d'un arsenal de connaissances leur permettant de faire face à un nombre sans cesse croissant de types de problèmes.

Mais peut-on exercer et évaluer la compétence “résolution de problèmes” dans le scénario décrit ci-dessus, objecteront certains. De fait, à force de faire explorer aux élèves le domaine de validité d'une technique de résolution associée à une classe de problèmes, on ne peut guère, au terme de l'apprentissage en cours, que tester leur capacité à exploiter cette même technique pour résoudre un problème qu'ils identifient d'office, contrat didactique oblige, comme faisant partie de la classe étudiée. Cependant, un enjeu de transfert non négligeable se profile dès que l'élève, susceptible de maîtriser plusieurs classes de problèmes, doit reconnaître à quelle classe appartient tel ou tel problème qui lui est proposé, tout comme un expert le ferait d'ailleurs. D'où l'intérêt de proposer des évaluations où, de manière affichée et effective, différentes classes de problèmes sont brassées d'une année à l'autre, afin d'éviter les effets de contrat poussant l'élève à adopter telle méthode ou telle autre en fonction des contenus de programmes travaillés pendant l'année en cours. Ainsi, si un problème doit être modélisé par une fonction et que la question est posée en dernière année du secondaire en Belgique, il y a des chances actuellement pour qu'il s'agisse d'une fonction exponentielle ou logarithmique puisque les autres types de fonctions font partie des programmes d'autres années.

C'est au sens décrit ci-dessous que je vois le transfert « sous contrat ». Il s'agit essentiellement de définir d'emblée la variation du champ étudié et d'organiser son exploration par les élèves. Cette perspective se caractérise par un certain regard sur le concept de famille de tâches qui, dans la noosphère belge, rend compte de l'idée que plusieurs tâches peuvent avoir une parenté telle que le travail fait sur l'une d'elles favorise l'exécution d'une autre tâche de la même famille (J. Beckers, 2002). Comme je l'ai montré ailleurs (M. Schneider, à paraître), ce concept véhicule souvent une forme d'implicite qui relève de la « pierre philosophale » du transfert et se traduit par des exemples fort éloignés du concept de classes de problèmes : par exemple, « Etablir une synthèse et formuler une hypothèse explicative » est une famille de tâches de la formation historique. Au delà de ce caractère fort général des exemples, on peut envisager le concept de famille sous deux angles, ainsi que développé ci-dessous. Une famille de situations se définit par des paramètres qui caractérisent son champ de variabilité. Ce dernier peut être déterminé *a priori* en référence aux mathématiques elles-mêmes et/ou en fonction d'objectifs pédagogiques. Ainsi, en ce qui concerne l'évaluation de grandeurs inaccessibles, M. Schneider (2002b) distingue les paramètres suivants : le ou les théorèmes exploités (triangles semblables, théorème de Pythagore, résolution de triangles rectangles ou quelconques), le nombre de triangles ou de sous-figures utilisés, le fait que ces figures se situent ou non dans un même plan, le fait qu'elles puissent ou non être dessinées à l'échelle, le fait que l'énoncé soit ou non assorti d'emblée d'un dessin montrant un point de vue “approprié”, la possibilité ou l'obligation de prendre des mesures sur le terrain, la possibilité d'avoir recours à une calculatrice ... A partir de là, deux points de vue peuvent être envisagés. Le premier consiste à penser la famille de situations comme un espace à l'intérieur duquel le transfert va de soi, ou peu s'en faut, c'est-à-dire à considérer qu'une situation fait partie d'une famille donnée lorsque, nonobstant la variation des paramètres en jeu, le transfert des procédures pourra être attesté chez un certain nombre d'élèves qui ont déjà rencontré des situations de la même famille. Le second point de vue considère l'étude et la gestion de la variabilité des paramètres – décidée *a priori* – comme un objet d'enseignement. C'est le seul crédible, me semble-t-il, pour l'enseignement des mathématiques compte tenu des difficultés de transfert attestées par de nombreux chercheurs. Et, à force de viser d'emblée des transferts « haut de gamme » comme les appellent D. Perkins et G. Salomon (1989) de manière significative, on néglige d'apprendre aux élèves à faire des transferts « bas de gamme » à l'instar des experts, alors qu'un parcours plus progressif pourrait être envisagé.

Il va de soi que les mathématiques se prêtent bien à un tel scénario, étant construites comme organisation rationnelle de tâches, techniques, technologies et théories (les praxéologies d'Y. Chevallard), à partir d'une forte catégorisation des questions étudiées. Mais, rien n'exclut *a priori* l'intérêt d'un tel programme pour d'autres disciplines comme je l'illustre dans M. Schneider (à paraître) : les sciences de la nature très certainement, mais aussi les sciences humaines jusqu'y compris l'étude de problèmes interdisciplinaires à travers sans doute des praxéologies mixtes dont on trouve les fondements chez M. Artaud (1993). Pourvu, comme déjà souligné, que la catégorisation des questions respecte les épistémologies spécifiques des disciplines enseignées, afin de préserver les outils culturels déjà construits pour s'attaquer aux problèmes pour lesquels on prétend vouloir rendre les élèves « compétents ».

Quant aux aspects de mon analyse relatifs au contrat didactique, je ferais volontiers l'hypothèse qu'ils s'appliquent *mutatis mutandis* aux autres disciplines ...

## BIBLIOGRAPHIE

- ARTAUD M. (1993), *La mathématisation en économie comme problème didactique, une étude exploratoire*, thèse de doctorat. Université d'Aix-Marseille II.
- BECKERS J. (2002), *Développer et évaluer des compétences à l'école : vers plus d'efficacité et d'équité*. Bruxelles : Editions Labor.
- BLOCH I. (2000), *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université Savoir, connaissances et conditions relatives à la validation*, thèse de doctorat. Université de Bordeaux I.
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19-1, 77-123.
- BRISSIAUD R. (1995), Un exemple d'opérationnalisation de la notion de zone de proche développement concernant la didactique de la soustraction. In Margolinas C. (ed.) *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble : La pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7-2, 33-115.
- BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- BROUSSEAU N., BROUSSEAU G. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : LADIST.
- CASTELA C. (2000), Un objet de savoir spécifique en jeu dans la résolution de problèmes : le fonctionnement mathématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20-3, 331-380.
- CASTELA C., A. MERCIER (1994), Peut-on enseigner des méthodes ? Comment les élèves apprennent-ils des méthodes ? *Bulletin de la Commission Inter-IREM de didactique des mathématiques* n°1.
- CAZZARO J.-P., NOËL G., POURBAIX F., TILLEUIL P. (2001), *Structurer l'enseignement des mathématiques par des problèmes*. Bruxelles : De Boeck.
- CHEVALLARD Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*(1991). , Grenoble La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12-1, 72-112.
- CHEVALLARD Y., MATHERON Y. (2002), Travaux personnels encadrés : un cadre d'analyse didactique pour un changement majeur dans l'enseignement au Lycée. *Nouveaux dispositifs d'enseignement en mathématiques dans les collèges et les lycées, Actes des journées de Dijon, 24-25 mai 2002*.
- CHI M.T.H., GLASER R., REES, E. (1982), Expertise in problem solving. In Sternberg R.J. (dir.), *Advances in the psychology of human intelligence*,(pp. 161-183). Hillsdale : NJ, Lawrence Erlbaum Associates,
- CRAHAY M. (à paraître), Dangers, incertitudes et incomplétude de la logique de la compétence en éducation, *Revue Française de Pédagogie* éditée par l'INRP, France.
- DALONGEVILLE A., HUBER M. (2000), *(Se) former par les situations-problèmes*. Lyon : Chronique Sociale.
- FABRE M. (1999), *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : PUF.
- FESeC (2000), *Programme n° D/2000/7362/017 d'histoire et de formation historique des 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> degrés des humanités générales et technologiques*. Bruxelles : Fédération de l'enseignement secondaire catholique.
- FESeC (2000), *Programme n° D/2000/7362/012 de sciences des 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> degrés des humanités générales et technologiques*. Bruxelles : Fédération de l'enseignement secondaire catholique.
- FILLOUX J. (1986), *Du contrat pédagogique. Le discours inconscient de l'Ecole*. Paris :Dunod.
- C. HOUDEMONT (1998), Le choix des problèmes pour la 'résolution' de problèmes', « *Grand N* » 63, 59-76.
- JONNAERT P., VANDER BORGHT C. (1999), *Créer des conditions d'apprentissage*. Bruxelles : De Boeck Université.
- GAGNE E.D. (1985), *The cognitive psychology of school learning*. Boston : Little, Brown and Company.
- GASCON J. (1998), Evolution de la didactica de las matematicas como disciplina científica, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18-1, 7-34.
- LARKIN J.H., McDERMOTT J., SIMON D.P., SIMON, H.A. (1980), Expert and novice performance in solving physics problems, *Science*, 208, 1335-1442.
- LECLERCQ D., POUMAY M. (2003), *Méthodes de formation et théories de l'apprentissage, Chap. 7, La métacognition*. Liège : Ulg, publication interne.
- MEIRIEU P. (1990), Guide pour la pratique du conseil méthodologique. *Cahiers pédagogiques*, 284-285, 61-67.
- MARGOLINAS C. (2004), *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger les recherches en Sciences de L'Education. Université de Provence.
- NOEL B. (1991), *La métacognition*, Bruxelles : De Boeck Université.
- NOIRFALISE R. (1991), Connaissances ou capacités ? *Repères-IREM*, 5, 5-22.
- NOIRFALISE R. (1994), Fiche 'Méthode' : une alerte? , *Repères-IREM*, 16, 5-10.

- PERKINS D., SALOMON G. (1989), Are Cognitive Skills Context-Bound ? *Educational Researcher* 17, 16-25.
- PERRENOUD P. (2002), D'une métaphore à l'autre : transférer ou mobiliser ses connaissances. In Dolz J. et Ollagnier E. (eds), *L'énigme de la compétence en education* (pp.45-60). Bruxelles : De Boeck Université.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1999), Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/3, 279-321.
- PITRAT J. (1986), Connaissances et métacognitions. In Lemoigne J.-L. (eds.) *Intelligence des mécanismes et mécanisme des intelligences* pp. 73-113. Paris : Ed. Fayard.
- POLYA G. (1967), *La découverte des mathématiques*. Paris : Dunod.
- REY B. (1996), *Les compétences transversales en question*. Paris : ESF.
- REY B., CARETTE V., KAHN S. (2002), *Lignes directrices pour la construction d'outils d'évaluation relatifs aux socles de compétences*. Bruxelles : Rapport de recherche du Service des Sciences de l'éducation de L'Université libre de Bruxelles.
- ROBERT A., LATTUATI M., PENNINCKXJ. (1999), *L'enseignement des Mathématiques au Lycée, Un point de vue didactique*. Paris : Ellipses.
- ROEGIERS X. (2000), *Une pédagogie de l'intégration. Compétences et intégration des acquis dans l'enseignement*. Bruxelles : De Boeck Université.
- SARRASY B. (1996), *La sensibilité au contrat didactique : Rôle des Arrières-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois*, thèse pour le doctorat de l'Université de Bordeaux II.
- SARRASY B. (1997), Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17/2, 135-166.
- SCHNEIDER M. (2002a), Problèmes et situations-problèmes : un regard pluraliste. *Mathématique et Pédagogie*, 137, 13-48.
- SCHNEIDER M. (2002b), A propos de l'évaluation des compétences en mathématiques : le cas de la résolution de problèmes ». In GRIFED Ed., *L'évaluation des compétences chez l'apprenant* (pp. 37-45). Louvain-la-Neuve : Presses universitaires de Louvain.
- SCHNEIDER M. (2004), Viser le “transversal” à travers du “bon disciplinaire” ou trois compétences transversales contextualisées au sein de l'enseignement des mathématiques. *Repères-IREM* 55, 51-70.
- SCHNEIDER M., (à paraître), Quand le courant pédagogique « des compétences » empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes, article accepté pour publication dans la *Revue Française de Pédagogie éditée par l'INRP, France*.
- SCHNEIDER M, MERCIER A. (à paraître), Situation adidactique, situation didactique, situation-problème : circulation de concepts entre théorie didactique et idéologies pour l'enseignement. *Actes du Colloque « Didactiques :quelles références épistémologiques ? »*, Bordeaux, mai 2005.
- SCHOENFELD A.H. (1989), Teaching mathematical thinking and problem solving. In Resnick L.B. et Klopfer L.E. (dir.) *Toward the thinking curriculum : Current cognitive research*, (pp. 83-104). Alexandria : VA : Association for Supervision and Curriculum Development.
- STORDEUR J. (1996), *Enseigner et/ou apprendre*, Bruxelles : De Boeck.
- TARDIF J. (1992), *Pour un enseignement stratégique*. Montréal : Les Editions Logiques.
- TARDIF J. (1999), *Le transfert des apprentissages*. Montréal : Les Editions Logiques.
- ZARIFIAN Ph. (1988), L'émergence du modèle de la compétence. In Stankiewicz F. *Les stratégies d'entreprise face aux ressources humaines. L'après taylorisme*. Paris : Economica..