

# **CALCUL DES ECHOGRAMMES ET DE LEURS PARAMETRES ASSOCIES PAR UNE METHODE DE RAYONS SONORES**

**J.J.EMBRECHTS**

Maître de Recherches du Fonds National de la Recherche Scientifique

## **1. Introduction**

Le but de ce travail est d'adapter un programme de simulation acoustique, basé sur la technique des rayons sonores, afin de lui permettre de calculer, le plus précisément possible, les échogrammes et leurs paramètres associés. En particulier, il s'agira d'analyser en détail l'influence de certaines données liées à l'exécution du programme, à savoir le nombre de rayons tirés, l'intervalle de temps permettant de discrétiser l'échogramme, la taille du récepteur (qui ne peut être ponctuel ! ) et les conditions d'arrêt des rayons sonores.

Ces données, que l'on pourrait appeler les "paramètres d'exécution" du programme, sont inhérentes à toute méthode de tir aléatoire de rayons sonores. Les sujets que nous allons traiter dans cet article ont donc un caractère général.

Les "paramètres d'exécution" ne devraient pas, en principe, influencer les résultats du calcul. Ou du moins, devrait-on pouvoir déterminer des valeurs seuils, à partir desquelles leur impact devient minime : c'est notamment le cas du nombre de rayons tirés. Et pourtant, l'on verra dans la suite que certaines influences sont loin d'être négligeables. Nous nous proposons ici d'indiquer quelques recettes, afin de limiter l'impact de ces paramètres, dans le cadre des calculs d'échogrammes.

Le logiciel qui sera adapté a déjà été décrit dans plusieurs publications antérieures [1,2,3,4]. Jusqu'à présent, il a été principalement appliqué au calcul des répartitions de niveaux sonores dans les espaces intérieurs [5] : bien qu'il soit capable de calculer des échogrammes et des temps de réverbération, cette option a été peu utilisée encore, principalement pour des raisons de précision du calcul. En effet, si les niveaux de pression acoustique peuvent être estimés avec une bonne précision [3], il a été remarqué que les grandeurs temporelles (dont l'échogramme) demandaient un temps de calcul trop important avant de pouvoir fournir des résultats corrects.

Actuellement, vu la nette amélioration des performances des ordinateurs, il nous a semblé intéressant de remettre ce problème à l'ordre du jour. Cela permettra d'ouvrir de nouvelles perspectives d'applications au logiciel, notamment en Acoustique des Salles, où l'on considère de plus en plus l'échogramme et ses paramètres associés comme grandeurs fondamentales et indices d'une "bonne acoustique".

## 2. Echogramme et paramètres associés

L'échogramme est la réponse impulsionnelle d'une salle, pour des positions fixées de la source (ponctuelle) et du récepteur. Il s'agit donc de l'évolution temporelle de la pression sonore au récepteur, si l'on émet une impulsion sonore à la source en  $t=0$ . Etant donné le temps de propagation de la source au récepteur, l'échogramme démarre vraiment, non pas en  $t=0$ , mais en :

$$t_{dir} = \frac{\text{distance source-récepteur}}{\text{vitesse du son}} \quad (1)$$

La figure 1 montre un échogramme mesuré, où l'on voit apparaître cet instant de départ, qui va influencer la définition de tous les paramètres associés à l'échogramme. Remarquons également que l'impulsion produite lors d'une mesure n'est jamais parfaite, et que le diagramme présenté à la figure 1 est en fait la convolution de la réponse impulsionnelle de la salle avec le signal émis par la source.

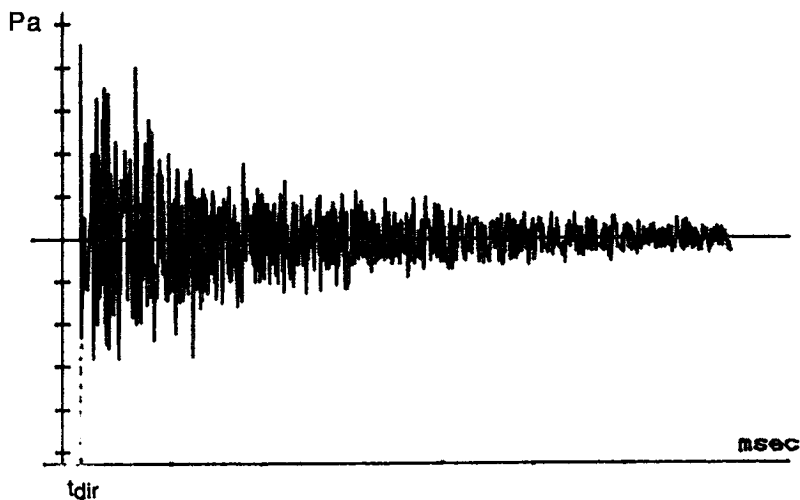


Figure 1 : Echogramme mesuré et instant de départ  $t_{dir}$ .

Les échogrammes calculés par une méthode de rayons sonores auront une allure différente de celle de la figure 1. En premier lieu, parce qu'il est possible ici de faire l'hypothèse d'une impulsion parfaite à la source.

Mais la différence la plus importante découle du principe même de la méthode : en effet, il est impossible de déterminer la pression en un instant "t" donné, de la même manière qu'il est impossible de déterminer la pression en un point donné de l'espace. Pour comptabiliser les contributions des rayons sonores au récepteur, il faut nécessairement le faire dans un intervalle de temps non nul, ainsi que sur une certaine surface ou dans un certain volume récepteur [1,2].

La conséquence de cela, c'est que l'on ne peut calculer la réponse impulsionnelle  $h(t)$ , mais sa moyenne énergétique dans des intervalles temporels successifs de même taille  $\Delta t$  :

$$E(t_i \leq t < t_i + \Delta t) = E_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} h^2(t) dt \quad (2)$$

La figure 2 montre à quoi ressemble un échogramme calculé par la méthode des rayons sonores. Nous voyons apparaître ici le premier paramètre d'exécution  $\Delta t$  : plus il est petit, meilleure sera la résolution de l'échogramme, mais aussi plus long sera le temps de calcul pour une même précision requise [1,2].

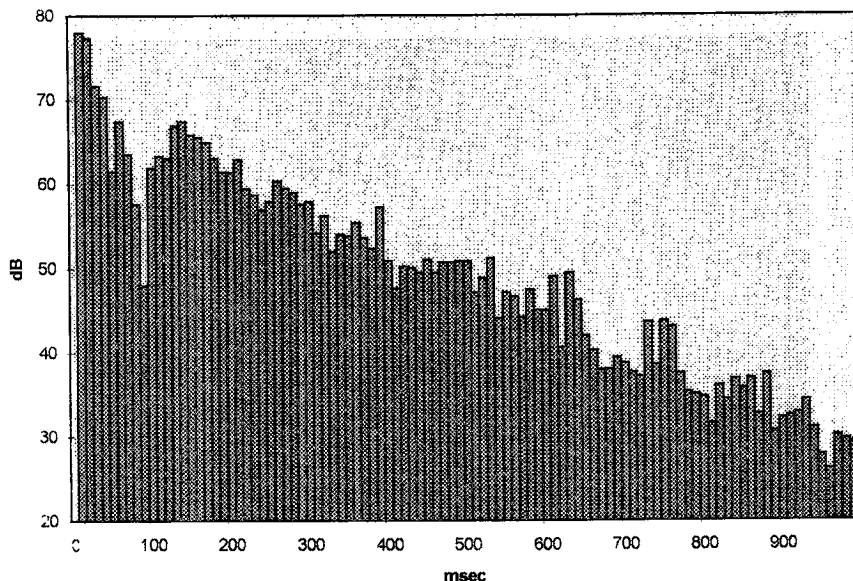


Figure 2 : Echogramme calculé.

La première adaptation de notre logiciel consistera à déterminer le nombre maximum d'intervalles de temps permis, lors d'un calcul d'échogramme. Initialement fixé à 10, ce nombre a ensuite été jugé largement insuffisant. Un compromis doit être ici trouvé entre une bonne résolution temporelle et une taille-mémoire du tableau des résultats raisonnable : ce compromis nous a conduit à considérer 100 intervalles maximum, ce qui correspond à un  $\Delta t$  minimum de 10msec pour une analyse de l'échogramme sur 1 seconde.

Les implications pratiques de cette adaptation du logiciel sont décrites dans l'ouvrage [6].

Il faut ensuite évaluer les paramètres temporels associés à l'échogramme calculé. Le premier d'entre eux est la clarté  $C_{80}$  ("clarity", ou "early-to-late index"), dont la définition est la suivante :

$$C_{80} = 10 \log \left( \frac{\int_{t_{dir}}^{t_{dir}+0.08} h^2(t) dt}{\int_{t_{dir}+0.08}^{\infty} h^2(t) dt} \right) \quad \text{dB} \quad (3)$$

Les variables temporelles sont bien entendu exprimées en secondes. A partir de cette définition, l'algorithme suivant est appliqué à l'échogramme de la figure 2, décrit par l'équation (2) :

- additionner les énergies  $E_i$ , telles que  $t_i \geq (t_{dir}+0.08)$ , comme contributions au dénominateur de (3);
- additionner les énergies  $E_i$ , telles que  $t_i + \Delta t \leq (t_{dir}+0.08)$ , comme contributions au numérateur de (3);
- partager l'énergie  $E_i$  associée à l'intervalle de temps contenant  $(t_{dir}+0.08)$ , entre le numérateur et le dénominateur, et de la manière suivante :

$$E_i * \frac{t_{dir}+0.08 - t_i}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \text{numérateur}$$

$$E_i * \frac{t_i + \Delta t - t_{dir} - 0.08}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \text{dénominateur}$$

Le second paramètre temporel est la définition  $D_{50}$  ("early-to-total sound energy ratio") :

$$D_{50} = 100 \frac{\int_{t_{dir}}^{t_{dir}+0.05} h^2(t) dt}{\int_{t_{dir}}^{\infty} h^2(t) dt} \quad (\%) \quad (4)$$

Le calcul de ce paramètre à partir de l'échogramme calculé est effectué comme pour la clarté, en additionnant les énergies propres à chaque intervalle de temps considéré.

Le troisième paramètre est le centre de gravité de l'échogramme, ou "temps du centre de gravité" (centre time), défini par :

$$TS = \frac{\int_{t_{dir}}^{\infty} t h^2(t) dt}{\int_{t_{dir}}^{\infty} h^2(t) dt} \quad (\text{sec.}) \quad (5)$$

Le calcul du dénominateur est effectué comme pour la définition D<sub>50</sub>. Pour le calcul du numérateur, il faut tout d'abord intégrer par parties :

$$\int_{t_i}^{t_i+\Delta t} t h^2(t) dt = \left( t \int_{t_i}^t h^2(\tau) d\tau \right)_{t=t_i+\Delta t}^{t=t_i+\Delta t} - \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \left( \int_{t_i}^t h^2(\tau) d\tau \right) dt \quad (6)$$

Le premier terme donne  $((t_i+\Delta t) \Delta t E_i)$ . Quant au second, il faut émettre l'hypothèse (déjà adoptée pour la clarté) que l'intégrand évolue linéairement en fonction du temps dans l'intervalle  $[t_i, t_i+\Delta t]$ :

$$\int_{t_i}^t h^2(\tau) d\tau = (t-t_i) E_i$$

ce qui donne, pour le deuxième terme de (6) :

$$\frac{(\Delta t)^2 E_i}{2}$$

et, en regroupant les deux termes :

$$\Delta t E_i \left( t_i + \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (7)$$

Le numérateur de l'expression (5) est donc calculé en additionnant les contributions de tous les intervalles de temps, à savoir les produits de l'énergie  $E_i$  par le temps milieu de l'intervalle. Eventuellement, un traitement particulier du premier intervalle sera nécessaire : l'instant milieu  $\left( t_i + \frac{\Delta t}{2} \right)$  y sera remplacé par  $\left( \frac{t_{dir} + t_i + \Delta t}{2} \right)$ .

Le quatrième paramètre est l'énergie totale contenue dans l'échogramme. Souvent, ce paramètre est exprimé en dB, relativement à l'énergie obtenue en champ libre, à 10m de la source. Si  $h_i(t)$  représente la réponse impulsionnelle de la même source, en champ libre et à 10m :

$$G = 10 \log \left( \frac{\int_{t_{dir}}^{\infty} h^2(t) dt}{\int_{t_{dir}}^{\infty} h_i^2(t) dt} \right) \text{ dB} \quad (8)$$

Pratiquement, les énergies partielles  $E_i$  (2) sont exprimées en carrés de pression ( $\text{Pa}^2$ ) et additionnées pour obtenir le numérateur de (8). Le résultat de la somme est ensuite transformé en dB, et on lui retranche la pression (dB) en champ libre, calculée de manière classique pour une source ponctuelle.

Les deux derniers paramètres sont issus de la fonction "énergie cumulée", appelée également "courbe de décroissance R(t)". Il s'agit en fait de l'intégrale de la réponse impulsionnelle (au carré), d'un instant "t" donné à l'infini :

$$R(t) = 10 \log \left( \frac{\int_t^{\infty} h^2(t) dt}{\int_{t_{dir}}^{\infty} h^2(t) dt} \right) \text{ dB} \quad (9)$$

Le temps de réverbération est exprimé à partir de la pente de cette décroissance, comme le temps nécessaire à l'énergie pour décroître de 60 dB. La théorie simple du champ sonore diffus (Sabine, Eyring) suppose que cette fonction, mesurant la décroissance de l'énergie après arrêt de la source, est linéaire. En pratique, dans une salle réelle, ce n'est pas une droite. Il faut donc estimer la pente, en déterminant au préalable la droite de régression linéaire sur la portion de la courbe comprise entre -5 et -35 dB. Appelons cette pente "a<sub>reg</sub>" (en dB/sec). Dès lors, le temps de réverbération T<sub>30</sub> est [7, p.240] :

$$T_{30} = \frac{-60}{a_{reg}} \quad (\text{sec.}) \quad (10)$$

De la même manière, le temps de décroissance initiale EDT ("early decay time") est donné par l'équation (10), dans laquelle la pente est estimée cette fois sur les dix premiers dB de la décroissance.

En ce qui nous concerne, il s'agira de construire la courbe de décroissance "par points", c'est-à-dire de calculer sa valeur à certains instants de la décroissance. Ces instants seront les débuts d'intervalle Δt. Par exemple, l'énergie résiduelle en t<sub>i</sub>, permettant d'évaluer le numérateur de (9) en t=t<sub>i</sub>, sera donnée par la somme de l'énergie E<sub>i</sub> (2) et de toutes les énergies E<sub>j</sub>, associées aux intervalles ultérieurs (j>i). Les droites de régression seront déterminées à partir de cette courbe de décroissance, définie "par points".

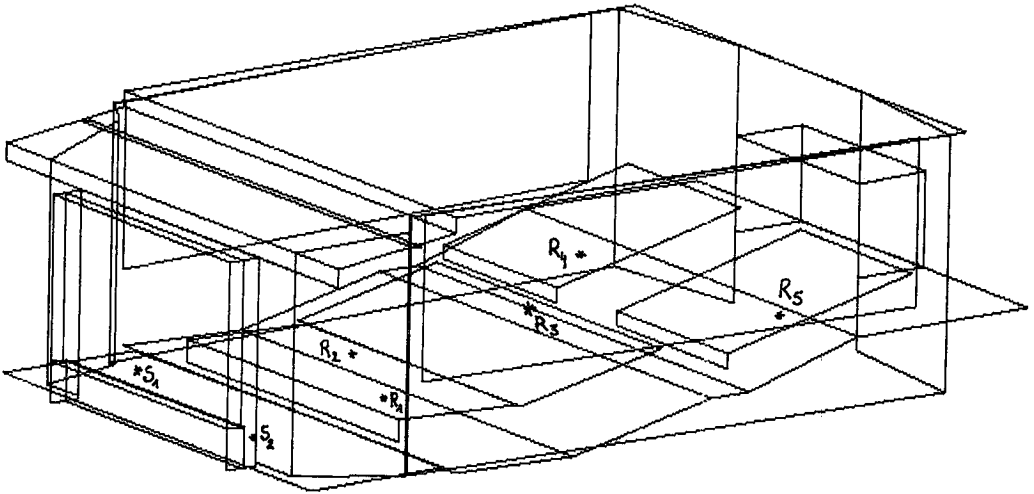
#### Remarque

Dans les définitions ci-dessus, il a été supposé que l'échogramme était calculé jusqu'à son terme. Or, nous avons vu qu'en pratique, un nombre maximum d'intervalles Δt est imposé et, donc, que l'échogramme calculé est tronqué du côté des instants éloignés. L'influence de cette troncature sur le calcul des paramètres temporels associés sera analysée plus loin.

### 3. Situation-test

Dans la suite de l'étude, nous allons calculer les six paramètres de l'échogramme définis précédemment, en examinant plus particulièrement l'influence des "paramètres d'exécution", tels le nombre de rayons sonores tirés, ou encore l'étendue de l'intervalle Δt.

Plutôt que de raisonner dans l'absolu, nous baserons cette étude sur un cas de résolution. Il s'agit de la situation-test proposée par le Dr. M. Vorländer, pour une comparaison internationale des logiciels de simulation en Acoustique des Salles [8,9]. La salle simulée est un auditorio du PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig), où travaille le Dr. M. Vorländer : cet auditorio est représenté à la figure 3.



*Figure 3 : Auditorio-test du PTB  
(résultats publiés avec l'aimable autorisation du Dr. Vorländer).*

Deux positions de sources ont été fixées dans cet espace :  $S_1$  et  $S_2$ . Nous travaillerons seulement avec la source  $S_2$ . En outre, cinq positions de récepteurs ont été définies :  $R_1$  à  $R_5$  (cfr. figure 3).

Nous renvoyons le lecteur intéressé par les détails concernant cet auditorio aux articles publiés par le Dr. M. Vorländer. Ces détails sont peu importants dans l'exercice qui nous intéresse ici. Seuls comptent les résultats des simulations qui vont être analysés dans la suite.

#### 4. Influence du nombre de rayons tirés N

Un nombre "N" de rayons sonores sont émis à partir de la source S<sub>2</sub>. Faisons varier ce nombre entre 10<sup>4</sup> et 10<sup>6</sup>, et examinons son influence sur les résultats du calcul de l'échogramme. Les autres paramètres d'exécution ont été fixés pour cette expérience aux valeurs suivantes :

- $\Delta t = 8$  msec, ce qui donne une analyse de l'échogramme sur 800 msec;
- l'énergie minimum transportée par le rayon sonore : 0.01 % (- 40 dB) de son énergie initiale (en dessous de cette énergie, on l'arrête);
- taille des récepteurs :  $\pm 1\text{m}^2$  (surfaces réceptrices parallèles à la surface occupée par les sièges).

A titre d'exemple, l'échogramme obtenu au récepteur R<sub>1</sub> (N=10<sup>6</sup> rayons) est illustré à la figure 4.

N=999999 Dt=8msec Récepteur 1

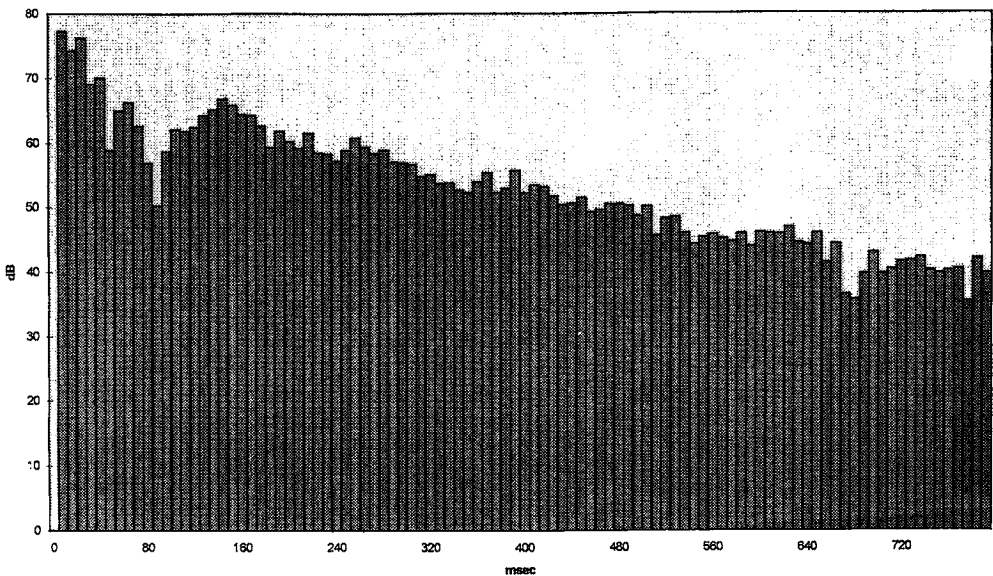


Figure 4: Echogramme calculé au récepteur R<sub>1</sub> (N=10<sup>6</sup> rayons).

Les résultats du calcul des paramètres temporels associés à l'échogramme sont indiqués aux figures 5 à 9. L'énergie totale (paramètre G) ne sera pas analysée ici : un article antérieur [3] lui a déjà été consacré.



C80 (dB)

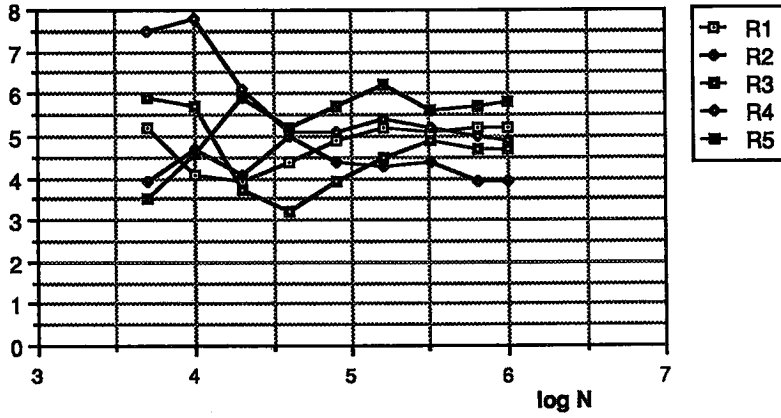


Figure 5 : Evolution de la clarté  $C_{80}$  aux récepteurs, en fonction du nombre de rayons.

D50 (%)

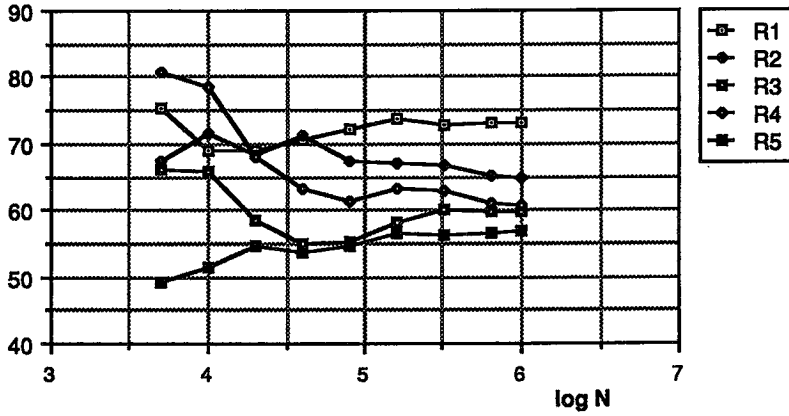


Figure 6 : Evolution de la définition  $D_{50}$  aux récepteurs, en fonction du nombre de rayons.

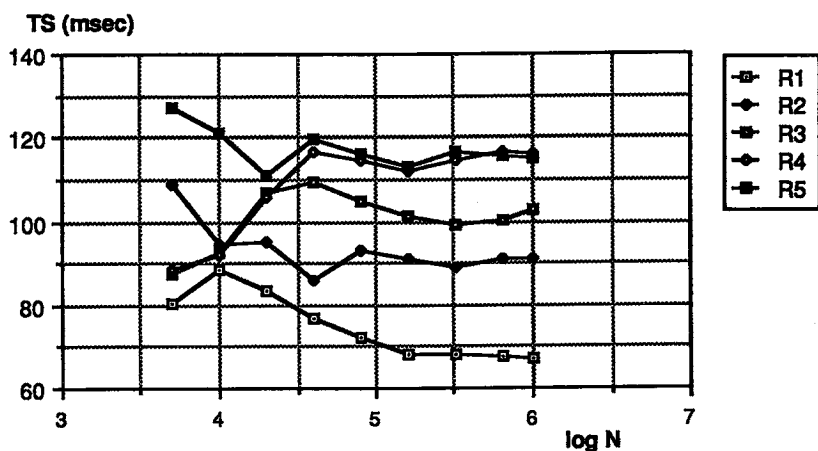


Figure 7 : Evolution du temps centre de gravité TS aux récepteurs, en fonction du nombre de rayons.

**Remarque**

Les valeurs données à la figure 7 pour le temps TS résultent d'une ancienne version de l'algorithme, et doivent encore être diminuées de  $t_{dir}$ . Cette opération n'a cependant aucune influence sur les conclusions qui seront tirées de cette figure.

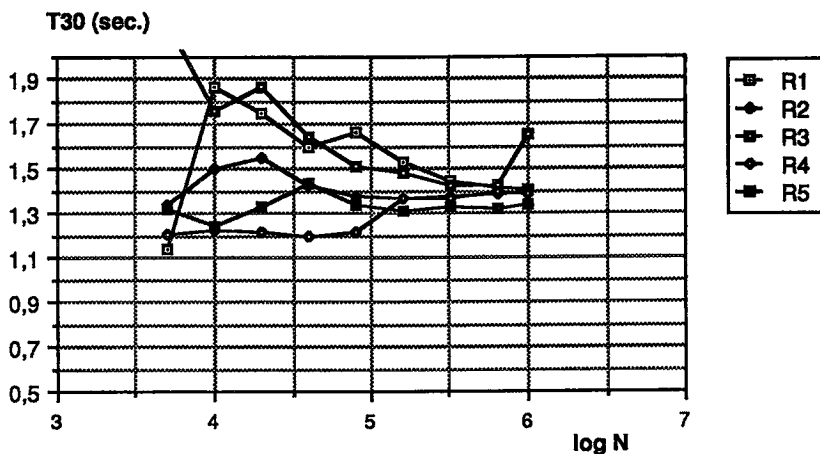


Figure 8 : Evolution du temps de réverbération  $T_{30}$  aux récepteurs, en fonction du nombre de rayons.

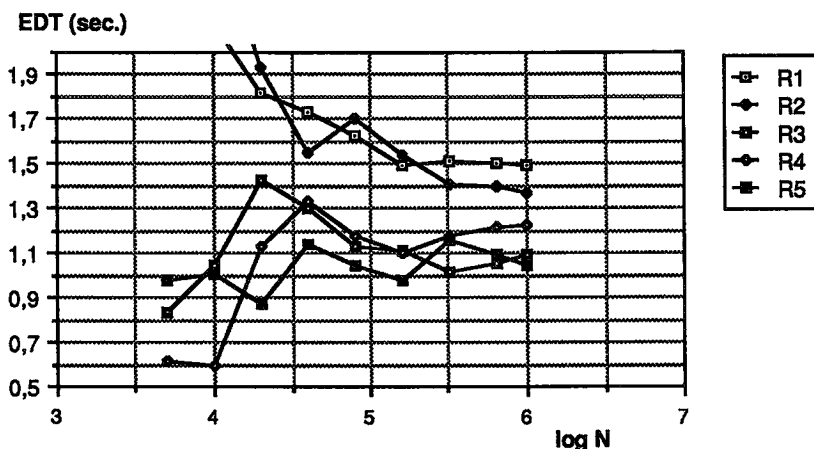


Figure 9 : Evolution du temps de décroissance initiale EDT aux récepteurs, en fonction du nombre de rayons.

Selon Vorländer [9], l'écart minimum de signification de la clarté  $C_{80}$  est de 0.5 dB. Dès lors, nous pouvons conclure d'après la figure 5 que les résultats de clarté sont stables dès  $N=80000$  rayons, pour tous les récepteurs. Le même raisonnement peut être mené pour chaque paramètre, ce qui donne les nombres minimums de rayons présentés au tableau 1.

Tableau 1  
Nombres minimums de rayons nécessaires à la stabilité  
des paramètres temporels calculés

Paramètre	figure	Ecart significatif [9]	N minimum
$C_{80}$	5	0.5 dB	80000
$D_{50}$	6	5 %	40000
TS	7	10 msec.	20000
$T_{30}$	8	5 %	160000 (*)
EDT	9	5 %	320000

(\*) sauf effet parasite observé au récepteur  $R_3$  ( $N=10^6$  rayons).

Constatons que certains paramètres atteignent leur stabilité plus rapidement que d'autres, et que ce sont principalement les paramètres liés à la courbe de décroissance de l'énergie ( EDT et  $T_{30}$  ) qui sont les plus difficiles à estimer. Nous verrons plus loin que cette difficulté est liée au principe même du calcul de ces paramètres :

- d'une part (et surtout pour  $T_{30}$ ), leur calcul fait intervenir de manière significative la queue de l'échogramme, qui est entachée d'erreurs statistiques importantes;
- d'autre part (surtout pour EDT), la portion de la décroissance considérée n'est pas linéaire, ce qui rend la pente de la droite de régression sensible aux erreurs statistiques et au choix des instants discrets auxquels la décroissance est évaluée.

Globalement, un nombre minimum de 320000 rayons est nécessaire pour atteindre la stabilité de tous les paramètres dans cet exemple.

Ceci est sans compter l'effet parasite observé, pour le temps de réverbération, au récepteur  $R_3$  ( $N=10^6$  rayons). Nous allons tout d'abord détecter la cause de ce phénomène, et nous proposerons ensuite un moyen de l'éviter. Il est important que l'utilisateur puisse avoir confiance dans les résultats du programme, d'autant plus que ce phénomène se produit à une valeur élevée du nombre de rayons  $N$ , pour laquelle on pourrait s'attendre au contraire à une erreur statistique fortement atténuée.

Afin d'analyser la cause de cet effet pervers, nous avons tracé l'échogramme correspondant à cette situation : cfr. figure 10. Constatons effectivement qu'une énergie  $E_i$  est largement surévaluée en  $t \approx 690$  msec (pic dans l'échogramme). Ce phénomène n'apparaît pas lors des expériences menées avec des nombres de rayons inférieurs (160000, 320000 et 640000 rayons). L'influence de ce pic (de l'ordre de 15 dB) sur la courbe de décroissance de l'énergie est immédiate, et explique de manière évidente la surévaluation du temps de réverbération : cfr. figure 11.

N=999999 Dt=8 msec Récepteur 3

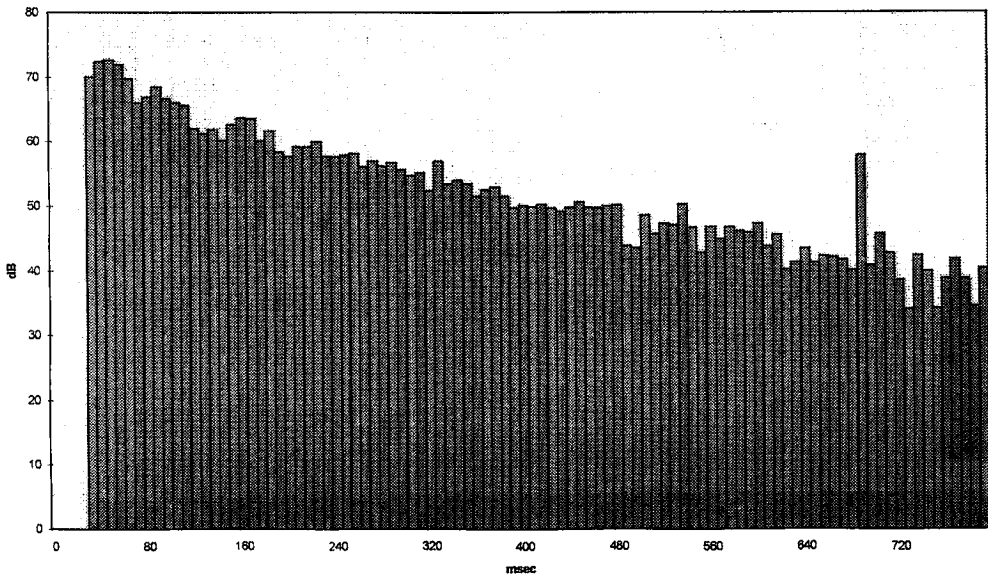
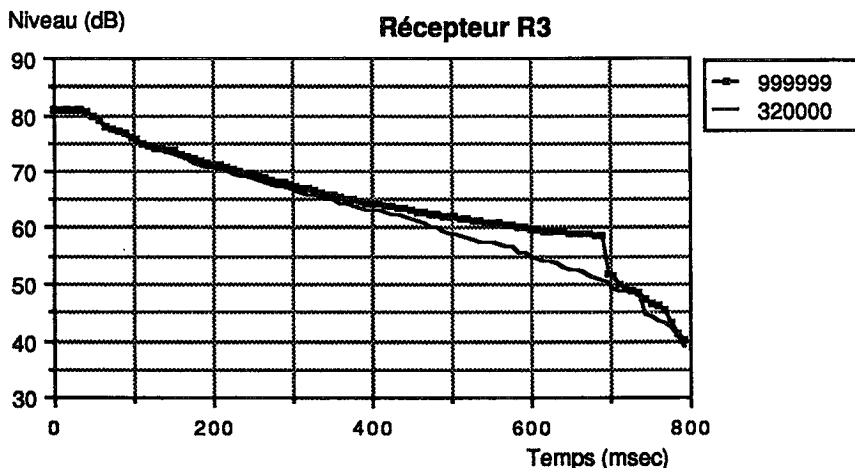


Figure 10 : Echogramme calculé au récepteur  $R_3$ , pour  $N = 10^6$  rayons.



*Figure 11 : Décroissance de l'énergie au récepteur R3 après arrêt de la source en  $t=0$ , pour  $N = 320000$  rayons et  $N = 10^6$  rayons.*

L'explication la plus probable de ce phénomène est qu'un rayon sonore (ou un nombre restreint de rayons) induise une contribution fortement entachée d'erreurs statistiques. Ce rayon représenterait, par exemple, la contribution d'une source image dont la probabilité d'influencer le récepteur R<sub>3</sub> serait très faible, mais qui, par le jeu du tir aléatoire, aurait été choisie parmi l'échantillon des rayons sonores tirés au hasard. Cette explication a été confirmée par un tir de rayons différents (un tir déterministe, au lieu d'être aléatoire), pour lequel le phénomène a disparu.

Cependant, la solution de ce problème ne consiste pas simplement à remplacer le tir aléatoire de rayons par un tir déterministe, c'est-à-dire un échantillonnage où tous les rayons sont distribués de manière prédéterminée dans l'espace. Un tir déterministe pourrait également générer des rayons "parasites". Ainsi, lors de nos expériences, si l'effet pervers avait disparu pour le temps de réverbération en R<sub>3</sub>, une autre instabilité s'était manifestée pour le temps de décroissance initiale (EDT) au récepteur R<sub>1</sub>.

La solution de ce problème consiste plutôt à identifier et à éliminer les rayons parasites. Ainsi, il faut se rappeler que la contribution d'un rayon au récepteur est proportionnelle à l'énergie qu'il transporte, et qui décroît de réflexion en réflexion, mais aussi inversement proportionnelle au cosinus de l'angle d'incidence [1-4]. Il faut également considérer que la contribution d'une source image est proportionnelle à la probabilité de tirer un rayon la représentant : voir annexe. Plus cette source image est d'ordre élevé, et donc plus les rayons sonores associés sont longs, plus cette probabilité diminue.

Si  $n_j$  rayons sont tirés dans l'angle solide associé à cette source image, cette probabilité sera estimée par  $\frac{n_j}{N}$ . Statistiquement parlant, le processus fonctionne normalement, tant que le nombre  $n_j$  est suffisamment élevé. Les problèmes surviennent lorsque la probabilité devient inférieure à  $\frac{1}{N}$  : le choix au hasard d'au moins un rayon dans l'angle solide associé à la source image conduit alors à une nette surévaluation de sa contribution. Si, de plus, il s'agit de rayons rasants (angle d'incidence  $\hat{i}$ ), cet effet est amplifié par la proportionnalité en  $\frac{1}{\cos \hat{i}}$ .

Les rayons fortuits "indésirables" ont donc été identifiés comme les rayons rasants, et suffisamment longs, c'est-à-dire associés à une probabilité faible. Deux processus d'élimination sont à présent proposés à l'utilisateur du programme de simulation :

- élimination des rayons rasants ( $\cos \hat{i} < 0.1$ ) associés à une probabilité faible de la source image (inférieure à  $\frac{0.5}{N}$ ), ce qui se traduit par la condition :

$$\frac{N \cos \hat{i} \Delta A}{6 r^2} < 1 \quad (11)$$

où  $\Delta A$  est l'aire de la surface réceptrice, et "r" la distance parcourue par le rayon jusqu'à son point d'impact. Les détails du calcul sont repris en annexe;

- une simplification du processus précédent, à savoir l'élimination des rayons rasants ( $\cos \hat{i} < 0.1$ ), dont la longueur est supérieure à 100 mètres ( $\approx 300$  msec).

Nous montrons également en annexe que l'on peut considérer comme faible la contribution totale ainsi négligée au récepteur. Grâce à ce processus d'élimination des rayons rasants, l'effet pervers à 690 msec, qui était observé à la figure 10, a disparu. Jusqu'à présent, ce processus s'est montré pleinement satisfaisant.

Il faut signaler ici que ce problème constitue un inconvénient des récepteurs surfaciques, par rapport aux récepteurs volumiques. En effet, la proportionnalité inverse en  $(\cos \hat{i})$ , qui amplifie l'effet fortuit et pervers, est une caractéristique propre à ce type de récepteur.

## 5. Influence de l'intervalle de temps $\Delta t$

L'utilisateur du programme de simulation est invité à définir ce paramètre d'exécution qui, rappelons-le, influence la résolution de l'échogramme et le temps de calcul. De plus, comme le nombre d'intervalles maximum a été fixé à 100, la période totale sur laquelle on analyse l'échogramme est également limitée.

Il serait dommage que le choix de  $\Delta t$  influence les résultats du calcul de manière significative, ce qui induirait chez l'utilisateur un sentiment de méfiance vis-à-vis du programme. Comment éviter ce problème, et quelles indications donner à l'utilisateur pour bien choisir cet intervalle, telles vont être les questions abordées au cours de cette étude.

Voyons tout d'abord les résultats de trois simulations, avec des intervalles  $\Delta t$  différents. Le nombre de rayons a été fixé ici à 320000, afin d'atteindre une stabilité suffisante des paramètres temporels calculés à partir de l'échogramme. Les intervalles de temps choisis ont été déduits du temps de réverbération aux récepteurs, soit environ 1.4 secondes. Pour analyser l'échogramme sur une décroissance approximative de 40 dB (0.9 sec.), il faudrait 100 intervalles de 9 msec. Nous avons choisi pour notre test :  $\Delta t = 8, 10$  et 16 msec. Les résultats des simulations sont illustrés aux figures 12 à 16.

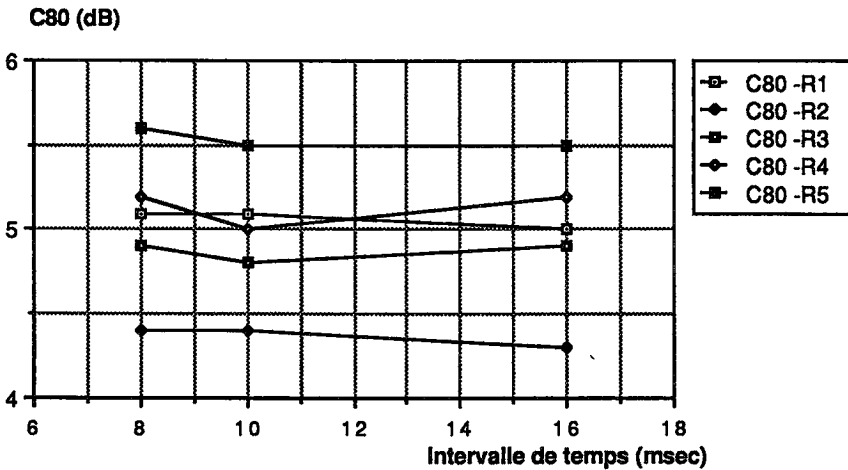


Figure 12 : Evolution de la clarté  $C_{80}$  aux récepteurs, en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

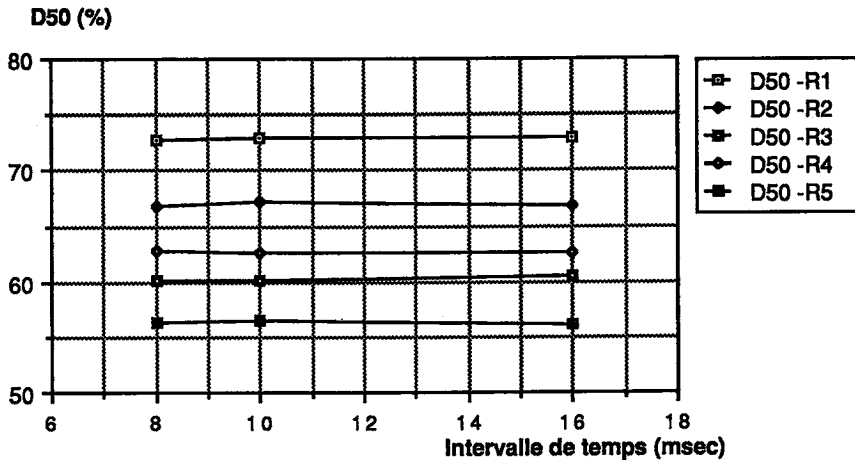


Figure 13 : Evolution de la définition  $D_{50}$  aux récepteurs, en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

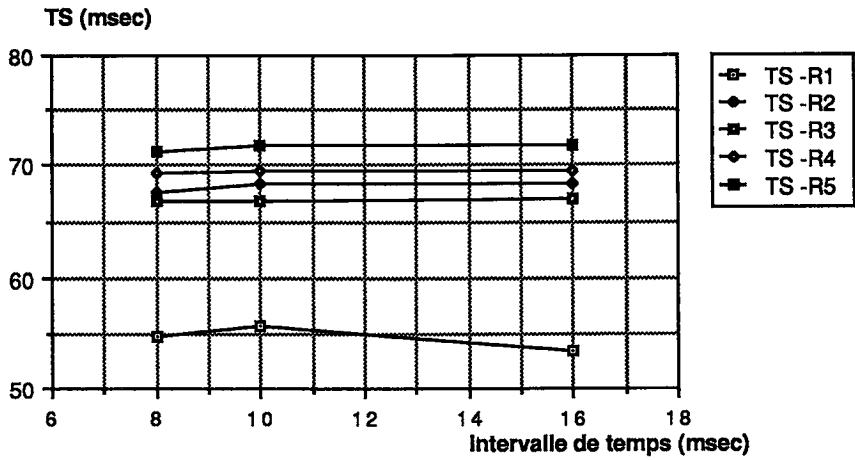


Figure 14 : Evolution du temps centre de gravité TS aux récepteurs, en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .



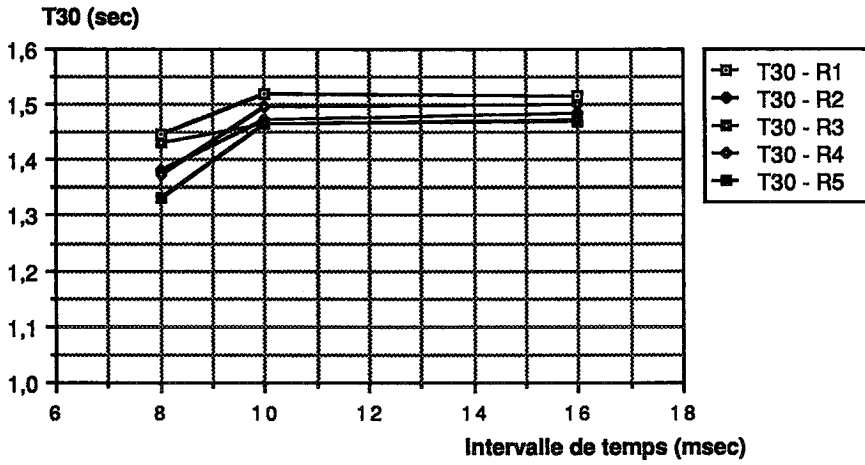


Figure 15 : Evolution du temps de réverbération  $T_{30}$  aux récepteurs, en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

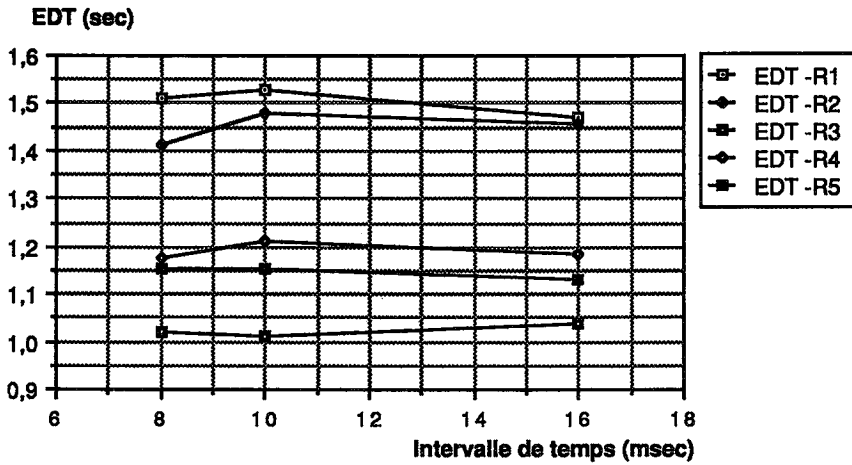


Figure 16 : Evolution du temps de décroissance initiale EDT aux récepteurs, en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

Ces figures montrent que tous les paramètres temporels sont stables, c'est-à-dire indépendants de l'intervalle  $\Delta t$ , sauf le temps de réverbération.

La queue de l'échogramme doit ici être mise en cause, car elle influence la pente de la décroissance énergétique et le temps de réverbération. Les résultats de  $T_{30}$  sont significativement différents à  $\Delta t = 8$  msec, car :

- l'échogramme est coupé trop tôt;
- l'énergie résiduelle correspondant aux rayons plus longs que la fin de l'échogramme n'est pas comptabilisée.

A première vue, on pourrait donc s'attendre à une meilleure stabilité de  $T_{30}$  en réintroduisant cette énergie résiduelle, avant l'intégration arrière de l'échogramme permettant de calculer la courbe de décroissance énergétique. Cette technique a été testée, en corrigeant l'algorithme de la manière suivante :

- poursuite des rayons après la fin de l'échogramme, et arrêt sur l'énergie minimum transportée uniquement;
- calcul de l'énergie résiduelle des longs rayons aux récepteurs, et réintroduction dans le calcul de la décroissance énergétique (compensation "brute");
- élimination des rayons longs et rasants (voir point précédent).

Quelques résultats partiels de cette simulation sont présentés au tableau 2. Il s'agit de résultats particulièrement défavorables : on constate en effet que, loin d'avoir résolu le phénomène d'instabilité à  $\Delta t = 8$  msec, nous en avons introduit une autre. Quelle est la bonne valeur pour les récepteurs  $R_4$  et  $R_5$ , parmi toutes celles du tableau 2 ?

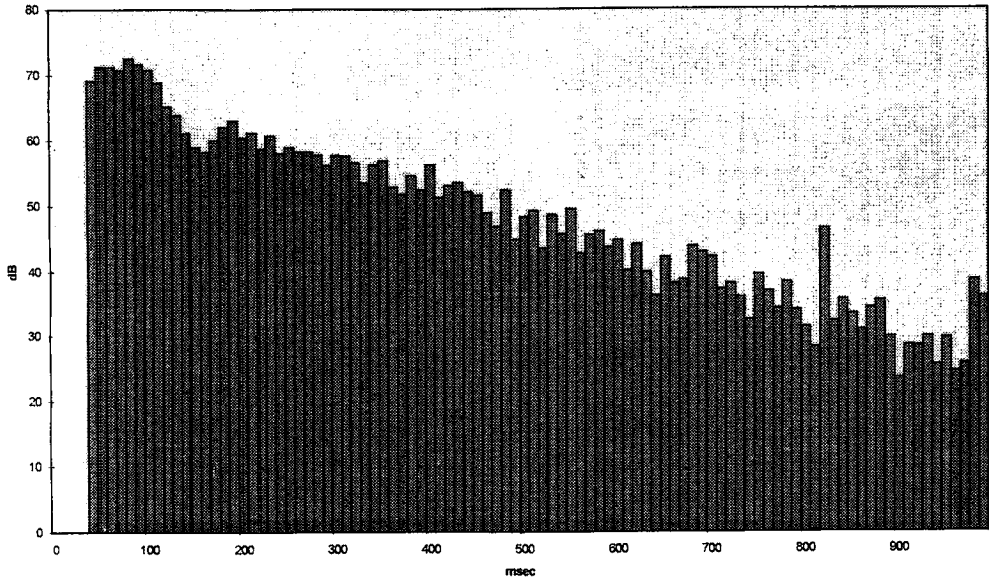
Tableau 2  
Temps de réverbération (sec) calculés aux récepteurs  $R_4$  et  $R_5$ , sans et avec compensation brute par l'énergie résiduelle des rayons longs (N = 320000 rayons).

$\Delta t$	Récepteur $R_4$		Récepteur $R_5$	
	Sans compensation	Avec comp.	Sans compensation	Avec comp.
8 msec	1.37	1.64	1.33	1.61
10 msec	1.50	1.84	1.47	1.80
16 msec	1.50	2.10	1.47	1.94

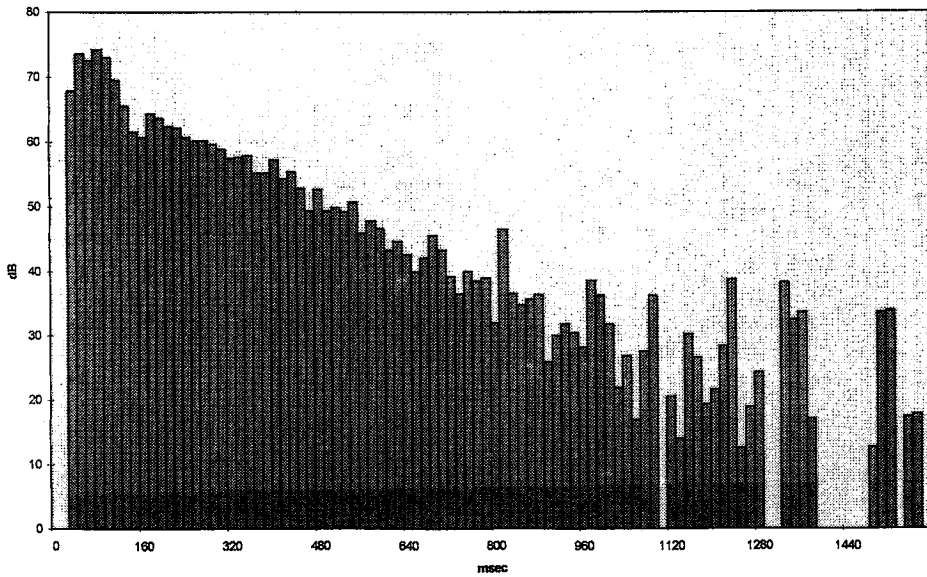
En réalité, la compensation "brute" n'est pas une solution, car il faut introduire dans le calcul une donnée fortement entachée d'erreurs statistiques, à savoir l'énergie résiduelle. Ceci est illustré par la figure 17, où sont représentés les échogrammes calculés au récepteur  $R_5$ , pour  $\Delta t = 10$  msec et  $\Delta t = 16$  msec. On y voit clairement l'influence néfaste de l'erreur statistique sur la queue de l'échogramme, même après suppression des rayons longs et rasants.

Figure 17 : Echogrammes calculés au récepteur R<sub>5</sub> ( $\Delta t = 10$  et 16 msec).

N=320000 Dt=10 msec Récepteur R5



N=320000 Dt=16msec Récepteur R5



Lorsque l'énergie résiduelle est trop surévaluée, elle influence nettement la courbe de décroissance énergétique qui, au lieu d'être quasi-linéaire, s'incurve et dénature le calcul de la droite de régression (figure 18).

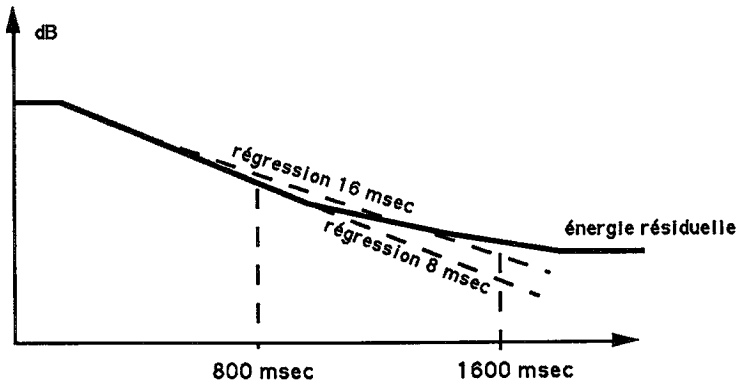


Figure 18 : Décroissance schématique de l'énergie au récepteur, pour  $\Delta t = 8$  et  $16$  msec, et influence de l'énergie résiduelle due aux rayons longs.

Finalement, il a été décidé de mettre au point une méthode propre de troncature et de lissage de l'échogramme. Il s'agit, en bref :

- de tronquer l'échogramme à un instant  $t_K$ , si possible indépendant de  $\Delta t$ ;
- de remplacer la queue de l'échogramme ainsi tronqué par une décroissance linéaire (en dB), dont les coefficients sont, autant que possible, indépendants de  $\Delta t$ ;
- de remplacer l'énergie résiduelle calculée, par l'énergie résiduelle obtenue sur base du lissage linéaire.

Cette méthode s'appuie tout d'abord sur la courbe de décroissance énergétique "brute" (du type de la figure 18) qui, même influencée par l'énergie résiduelle, est très stable en fonction de  $\Delta t$ , pour  $N$  fixé. Les instants  $t_{10}$  et  $t_K$ , correspondant respectivement à  $-10$ dB et  $-V_K$  dB, sont déterminés sur l'axe des temps. Ces instants sont pratiquement indépendants de  $\Delta t$ .

Ensuite, une régression linéaire est effectuée sur l'échogramme (dB), entre  $t_{10}$  et  $t_K$ , ce qui donne la droite de régression :

$$10 \log \frac{E_i}{E_{ref}} \approx a \left( t_i + \frac{\Delta t}{2} \right) + b \quad (12)$$

On peut montrer que les coefficients "a" et "b" de la droite (12) sont relativement indépendants de l'intervalle de temps  $\Delta t$ . Le fait de travailler à présent sur l'échogramme élimine la queue de l'échogramme et l'énergie résiduelle du calcul

des paramètres temporels associés, et notamment du temps de réverbération. La seule influence de cette queue aura été, finalement, dans la détermination de  $t_K$ .

Cependant, un cas particulier doit être mentionné : celui où l'instant  $t_K$  dépasse la fin de l'échogramme ( $\Delta t$  trop court). Dans ce cas,  $t_K$  est remplacé par l'instant final de l'échogramme ( $100 \Delta t$ ), et l'on perd l'indépendance vis-à-vis de  $\Delta t$ . Il est alors recommandé à l'utilisateur de recommencer avec un intervalle de temps plus long.

Enfin, les énergies partielles  $E_i$  sont remplacées dans la queue de l'échogramme (après l'instant " $t_K$ ") par leur approximation (12) : c'est l'opération de lissage. Quant à l'énergie résiduelle, elle est remplacée par (en supposant la même décroissance exponentielle) :

$$E_{\infty} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_e}^{\infty} h^2(t) dt = \frac{E_{ref}}{10^{-a\Delta t/20} - 10^{-a\Delta t/20}} 10^{(at_e+b)/10} \quad (13)$$

où  $t_e$  est l'instant final de l'échogramme ( $=100 \Delta t$ ).

Quelle valeur choisir pour  $V_K$  ? Séparons la décroissance de la figure 18 en trois zones : de 0 à -10 dB (décroissance initiale, "early decay"), de -10 à -35 dB (réverbération) et au-delà de -35dB (bruit). La seconde zone comprend :

- une partie non influencée par la queue de l'échogramme (de -10 à  $-V_K$  dB);
- une partie influencée : de  $-V_K$  à -35 dB.

La valeur de  $V_K$  dépend essentiellement du type d'échogramme, et de la précision avec laquelle la queue de l'échogramme et l'énergie résiduelle sont estimées (et, donc, indirectement du nombre de rayons). Plus  $-V_K$  (dB) se rapproche de -10 dB, moins la droite de régression sera influencée par les erreurs statistiques sur la queue de l'échogramme, mais aussi plus cette droite sera estimée sur une petite partie de la décroissance, petite partie qui, en outre, risque de ne pas être parfaitement linéaire. Le compromis se situe entre -25 et -30 dB.

Le tableau 3 montre la bonne stabilité obtenue en fonction de  $\Delta t$ , pour cet algorithme. Observons cependant que le choix de  $V_K$  influence le temps de réverbération de manière significative : c'est inévitable, car la décroissance n'est pas parfaitement linéaire. Même si l'on parvenait à tirer un nombre infini de rayons (erreur statistique nulle), ce problème ne serait pas résolu. Ici se pose encore une fois la signification du paramètre "temps de réverbération", lorsque la décroissance énergétique (dB) n'est pas linéaire : quelle est vraiment sa signification, quand on sait que la partie de la courbe sur laquelle on l'évalue induit des écarts supérieurs à ce qui est perçu subjectivement ?

**Tableau 3**  
Temps de réverbération (sec) calculés aux récepteurs R<sub>2</sub> et R<sub>5</sub>, avec le nouvel algorithme décrit ci-dessus (N = 320000 rayons).

Δt	Récepteur R <sub>2</sub>		Récepteur R <sub>5</sub>	
	V <sub>K</sub> = 25 dB	V <sub>K</sub> = 30 dB	V <sub>K</sub> = 25 dB	V <sub>K</sub> = 30 dB
8 msec	1.24	1.38	1.42	1.36
10 msec	1.25	1.40	1.41	1.37
16 msec	1.28	1.42	1.44	1.38

Le tableau 4 montre l'influence du nombre de rayons, à Δt constant. Son impact est au pire de 90 msec (récepteur 5), c'est-à-dire à la limite du significatif (6% sur T<sub>30</sub>). Le choix de V<sub>K</sub> = 30 dB semble meilleur à ce point de vue.

**Tableau 4**  
Temps de réverbération (sec) calculés aux récepteurs R<sub>2</sub> et R<sub>5</sub>, avec le nouvel algorithme décrit ci-dessus (Δt = 8 msec).

N	Récepteur R <sub>2</sub>		Récepteur R <sub>5</sub>	
	V <sub>K</sub> = 25 dB	V <sub>K</sub> = 30 dB	V <sub>K</sub> = 25 dB	V <sub>K</sub> = 30 dB
320000	1.24	1.38	1.42	1.36
640000	1.24	1.36	1.51	1.34
999999	1.28	1.38	1.50	1.39

Impact de l'énergie résiduelle sur le calcul des paramètres temporels associés à l'échogramme

L'expression (13) montre comment faire intervenir cette énergie dans la courbe de décroissance, et donc dans le calcul des paramètres EDT et T<sub>30</sub>.

Pas de problème, en ce qui concerne les paramètres C<sub>80</sub> (ajout de (13) au dénominateur de (3)), D<sub>50</sub> (ajout de (13) au dénominateur de (4)) et G (ajout de (13) au numérateur de (8)).

Par contre, en ce qui concerne le numérateur de TS, il faut à nouveau faire l'hypothèse d'une décroissance linéaire, du type (12). Les calculs conduisent à l'expression suivante :

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_e}^{\infty} t h^2(t) dt = E_{\infty} \left( t_e - \frac{10}{a \ln(10)} \right) \quad (14)$$

## 6. Influence de l'énergie minimum imposée au rayon

Ce paramètre doit être inférieur ou égal à 0.01 % (-40 dB) pour couvrir la décroissance utile de l'échogramme.

On peut même affirmer, sur base des expériences menées dans le cadre de cette étude, que descendre en dessous de ce seuil n'influence pas les résultats du calcul ( sauf le libre parcours moyen des rayons sonores).

## 7. Influence de la taille du récepteur

Une simulation a été effectuée avec des surfaces réceptrices réduites au quart de leur surface originale ( $\approx 1 \text{ m}^2$ ).

Les résultats du calcul étaient sensiblement identiques, sauf pour les paramètres EDT et  $T_{30}$ , pour lesquels de légères variations ont été observées. Ceci illustre, une fois de plus, la moins bonne stabilité associée à la définition de ces deux paramètres.

Il est particulièrement difficile de donner ici une règle générale : tout dépend en réalité de la variation locale du champ sonore et de l'échogramme à l'endroit de leur évaluation.

## 8. Conclusions

Par ce travail, nous avons mis en évidence l'influence des paramètres d'exécution (nombre de rayons tirés  $N$ , intervalle de temps  $\Delta t$  pour la discrétisation, énergie minimum des rayons, ...) sur le calcul des paramètres temporels associés à l'échogramme.

Des procédures ont été proposées afin de déterminer les valeurs "optimales" de ces paramètres, c'est-à-dire des valeurs juste suffisantes pour obtenir des résultats stables. En particulier, un algorithme de troncature de l'échogramme a été mis au point, dans le but d'atténuer l'influence du paramètre  $\Delta t$ .

On a pu observer principalement le caractère instable des paramètres temporels EDT et  $T_{30}$  (temps de réverbération). Cette instabilité n'est pas uniquement due à la méthode de calcul, mais aussi à la définition même de ces paramètres, lorsque la décroissance de l'énergie sonore en fonction du temps n'est pas linéaire (en dB).

Dans ce cas, même si la précision du calcul était parfaite, la manière de déterminer la droite de régression influencerait significativement la pente de la droite, et donc les paramètres  $y$  associés.

Il nous semble important de tenir compte de cette observation, notamment lorsque l'on se hasarde à fixer des seuils subjectifs de signification des temps de réverbération.

## 9. Références

- [1] EMBRECHTS, J.J., Répartition du champ sonore par une méthode de tir aléatoire, *Mémoire de fin d'études, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège* (1981).
- [2] EMBRECHTS, J.J., Sound field distribution using randomly traced sound ray techniques, *Acustica*, 51(6), 1982, pp.288-295.
- [3] EMBRECHTS, J.J., Analyse de la précision d'une méthode prévisionnelle utilisant le concept de rayon sonore, *Bulletin d'Acoustique*, n°2, 1987, pp.35-55.
- [4] EMBRECHTS, J.J., Répartition du champ sonore par une méthode de tir aléatoire, *Cahier ABAV*, n°2, 1982, pp. 7-14.
- [5] EMBRECHTS, J.J., Study of sound propagation in rooms and in industrial halls using a sound ray method, *Inter Noise Congress*, Vol. 1, Munich (1985), pp. 417-420.
- [6] BECKERS, B., Acoustique des salles : étude numérique et expérimentale de l'aspect temporel, *Mémoire de fin d'études, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège* (1992).
- [7] KUTTRUFF, H., Room Acoustics, 3rd edition, *Elsevier Science Publishers, Barking* (Essex), 1991.
- [8] LUNDEBY, A., VIGRAN, T.E., BIETZ, H., VORLANDER, M., Uncertainties of Measurements in Room Acoustics, *Acustica*, 81(4), 1995.
- [9] VORLANDER, M., International round robin on room acoustical computer simulations, *ICA Congress*, Trondheim (1995).

## 10. Annexe : approximation théorique de l'échogramme calculé par tir aléatoire de rayons sonores

Le rayon  $n^{\circ}j$  peut être considéré comme issu de la source image  $S_j$ , située à la distance " $r_j$ " de la petite surface réceptrice  $\Delta A$  :  $r_j = c t_j$ , le temps " $t_j$ " tombant dans l'intervalle de temps  $[t_i, t_i + \Delta t]$  considéré (figure A1).

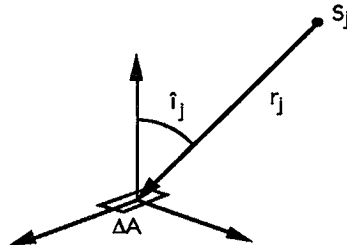


Figure A1 : Rayon sonore tombant sur la surface réceptrice  $\Delta A$ .



La contribution de cette source image de puissance  $W_j$  est (en pression) :

$$p_j^2 = \frac{\rho_0 c W_j}{4 \pi r_j^2} \quad (\text{A.1})$$

en tout point de  $\Delta A$ , à condition que tous les rayons menant de  $S_j$  à  $\Delta A$  suivent le même chemin, sans être déviés. Si tel est le cas, et si la surface réceptrice est de petite taille par rapport à la distance  $r_j$ , alors la probabilité associée à cette source image (c'est-à-dire la probabilité de tirer un rayon dans l'angle solide associé à cette source image) est :

$$\text{prob}(S_j) = \frac{\Delta A \cos i_j}{4 \pi r_j^2} \quad (\text{A.2})$$

Par conséquent, la contribution de la source image peut encore s'écrire :

$$p_j^2 = \left( \frac{\rho_0 c}{\Delta A} \right) \frac{W_j \text{prob}(S_j)}{\cos i_j} \quad (\text{A.3})$$

et elle est approchée (pour les rayons lointains) par :

$$\hat{p}_j^2 = \left( \frac{\rho_0 c}{\Delta A} \right) \frac{W_j}{\cos i_j} \frac{n_j}{N} \quad (\text{A.4})$$

où  $n_j$  est le nombre de rayons effectivement tirés au hasard dans l'angle solide associé à la source image (à supposer qu'ils suivent tous le même chemin).

La probabilité associée à la source image est inférieure à  $\frac{1}{N}$  si :

$$\frac{\Delta A \cos i_j}{4 \pi r_j^2} < \frac{1}{N} \quad \Rightarrow \quad \frac{N \Delta A \cos i_j}{12.6 r_j^2} < 1 \quad (\text{A.5})$$

Il nous faut à présent montrer que l'élimination des rayons rasants ne porte pas trop à conséquence sur l'évaluation des niveaux au récepteur. Le nombre de sources images contribuant au niveau sonore entre les instants  $t_i$  et  $t_i + \Delta t$  est le nombre de sources images contenues dans une couronne sphérique, centrée sur la surface réceptrice  $\Delta A$ , et comprise entre les rayons  $c t_i$  et  $c(t_i + \Delta t)$ . Statistiquement, pour les sources images éloignées participant à la réverbération, ce nombre est exprimé par [7] :

$$n_{s_i} = \frac{4 \pi r^2 c \Delta t}{V} \quad (\text{A.6})$$

où "r" est le rayon moyen de la couronne  $c \left( t_i + \frac{\Delta t}{2} \right)$ , et V, le volume de la salle. Cette approximation est valable, quelle que soit la forme de la salle [7].

La contribution totale de ces sources images est donnée par (cfr. A.1) :

$$\sum_{j=1}^{n_{s_i}} \frac{\rho_0 c W_j}{4 \pi r_j^2} \approx \frac{\rho_0 c^2 \Delta t}{V} \bar{W}_j \quad (\text{A.7})$$

Considérant uniquement les contributions des rayons rasants ( $\cos \theta < s$ ), on obtient en coordonnées sphériques, et en supposant que les sources images sont uniformément distribuées dans la couronne :

$$\int_0^{2\pi} \int_{\arccos(s)}^{\arccos(-s)} \frac{\rho_0 c W(\theta, \phi)}{4 \pi r^2} n_{s_i} \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{4 \pi r^2} \approx \rho_0 c \bar{W}_s \frac{c \Delta t}{V} s \quad (\text{A.8})$$

où  $\bar{W}_s$  est la puissance moyenne des sources images dans la portion de couronne négligée. Faisant de plus l'approximation que cette puissance moyenne ne s'écarte pas trop de la puissance moyenne globale  $\bar{W}_j$  (A.7), nous pouvons donner l'ordre de grandeur suivant : négliger les rayons rasants tels que  $\cos \theta < s=0.1$  conduit à une erreur relative systématique de 10% (0.5 dB) sur le niveau sonore dans l'intervalle  $n^{\text{oi}}$  de l'échogramme.