

FACTEURS D'ABSORPTION EQUIVALENTS DES STRUCTURES DE BAFFLES PARALLELES SUSPENDUS

APPROCHE GEOMETRIQUE CONSIDERANT LA DIRECTION DES ONDES SONORES INCIDENTES

J.J.EMBRECHTS

Chercheur Qualifié du Fonds National de la Recherche Scientifique

J.NEMERLIN

Ir. Chef de Laboratoire
Chef du Département CEDIA du Service d'Acoustique
de l'Université de Liège

1. Introduction

Les programmes de simulation du champ sonore en espace clos sont très gourmands en temps de calcul, qu'ils soient basés sur la technique des sources images ou sur celle des rayons sonores. Cette consommation en temps de calcul est, entre autres, liée au nombre de surfaces N_s constituant l'espace fermé. En particulier, dans la méthode décrite en [7], la proportionnalité est de l'ordre de N_s , puisqu'à chaque réflexion, la recherche de la surface suivante touchée par le rayon sonore demande l'examen de toutes les surfaces afin d'en déterminer la plus proche.

Dans le cas de structures de baffles suspendus, la modélisation demande l'introduction d'un nombre élevé de plans et on comprend dès lors que le temps de calcul devienne un problème primordial.

Afin de résoudre ce problème, il semble intéressant de pouvoir remplacer toute la structure par un plan équivalent situé au niveau inférieur des baffles (dans le cas d'une structure suspendue). Le but de cet article est de déterminer quel facteur d'absorption attribuer à ce plan équivalent, en relation avec le facteur d'absorption intrinsèque des baffles.

Notre approche tient compte de l'angle d'incidence des ondes sonores sur le baffle. En effet, comme les baffles sont en général suspendus au plafond, c'est principalement sous incidence oblique que les ondes sonores directes les attaquent. Il a donc été décidé d'introduire cette dépendance et cela se fera dans le cadre d'une simulation à trois dimensions.

2. Construction du modèle : principe

La construction du modèle est basée sur les deux principes suivants :

- d'une part, il semble intéressant, notamment dans les logiciels de simulation, de pouvoir remplacer une structure de baffles parallèles suspendus par un plan absorbant unique situé au niveau inférieur (cfr figure 1). La complexité géométrique de la description d'une telle structure en est ainsi grandement atténuée. Le facteur d'absorption équivalent doit donc se rapporter au plan absorbant équivalent:

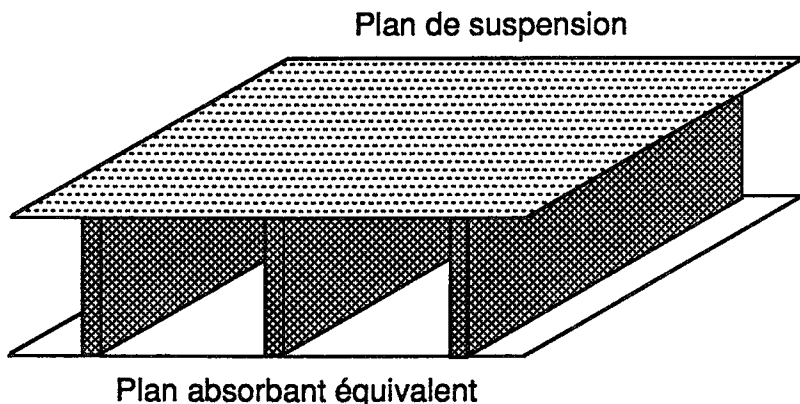


Figure 1
Illustration du plan absorbant équivalent au niveau inférieur des baffles

- d'autre part, il semble tout autant intéressant de comparer les facteurs d'absorption équivalents obtenus par calcul avec ceux mesurés en chambre réverbérante, là où règne un champ sonore que l'on peut qualifier de diffus. Par conséquent, le facteur d'absorption équivalent doit être calculé lorsque la structure est attaquée par un champ sonore diffus au niveau du plan équivalent. Cette situation reflète en outre assez bien les conditions de champ sonore en espace clos, particulièrement en milieu industriel.

La structure de baffles parallèles suspendus est considérée comme une structure périodique et nous nous attachons à une cellule élémentaire. Celle-ci est fermée par le plan absorbant équivalent.

Pour chaque direction d'incidence du champ sonore diffus, nous allons examiner les réflexions à l'intérieur de la cellule (jusqu'à un certain ordre) en nous

basant sur les principes de l'acoustique géométrique. Cette technique introduit vis-à-vis de notre modèle les limitations usuelles en basses (interférences) et hautes fréquences (diffusion). De plus, nous ne tenons pas compte de l'atténuation géométrique ni de l'atténuation par l'air car les distances parcourues à l'intérieur même de la cellule sont supposées négligeables par rapport au chemin déjà parcouru par l'onde.

Pour introduire la dépendance du facteur d'absorption en fonction de l'angle d'incidence, nous faisons référence à une étude d' Albert London [1] , dans laquelle figurent les relations suivantes :

$$\alpha(\theta) = 1 - \left(\frac{z_{\theta} \cos \theta - 1}{z_{\theta} \cos \theta + 1} \right)^2$$

$$z_{\theta} = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha_0}}{1 - \sqrt{1 - \alpha_0}} \quad (1)$$

Dans ces équations, α_0 est le facteur d'absorption du matériau sous incidence normale et z_{θ} est ce que London appelle "l'impédance équivalente réelle" du matériau. Pour une discussion plus détaillée de cette formulation, nous renvoyons le lecteur intéressé à l'article original.

Nous disposons donc d'une relation directe entre le facteur d'absorption pour un angle d'incidence θ quelconque et le facteur d'absorption sous incidence normale, une donnée qui peut être obtenue, par exemple, suite à une mesure dans le tube à ondes stationnaires.

Ces considérations étant précisées, il faut à présent définir ce que l'on appelle un champ sonore diffus incident. La figure 2 représente la situation générale, à savoir un plan réflecteur (d'impédance finie) vers lequel se dirigent une infinité d'ondes planes.

1ère hypothèse : l'amplitude des ondes planes incidentes est indépendante de l'angle θ : $A(\theta) = A_0$, pour tout θ .

2ème hypothèse : le nombre d'ondes planes incidentes dans un angle solide unitaire centré autour de la direction θ est constant. Donc, l'énergie incidente est proportionnelle à la valeur de l'angle solide.

3ème hypothèse : la phase des ondes est distribuée au hasard et l'on peut donc additionner leurs énergies respectives.

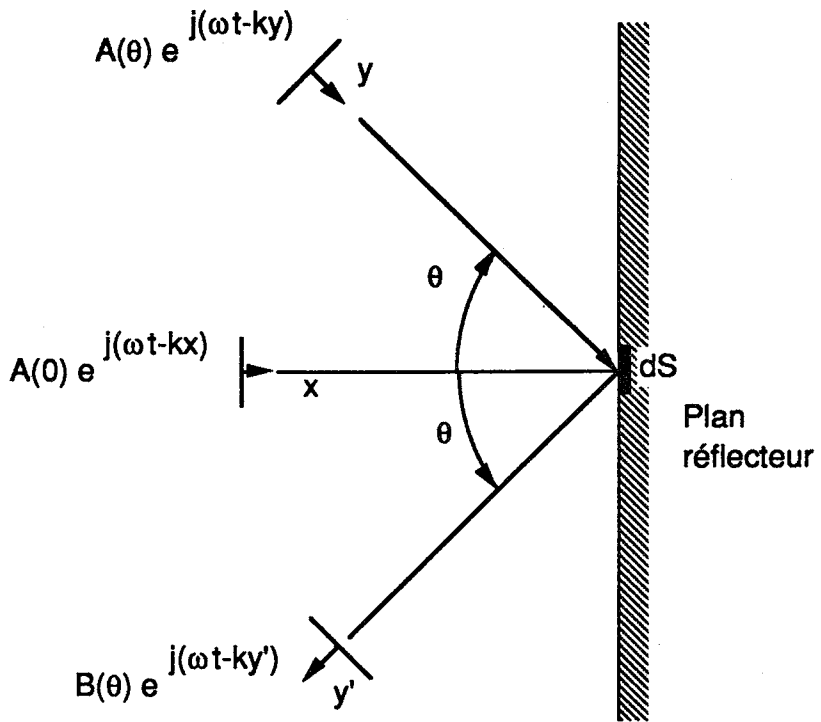


Figure 2
Ondes planes incidentes sur un plan réflecteur d'impédance finie

Il existe deux manières de comptabiliser l'énergie incidente.

- D'une part, on considère que la pression totale au carré résultant des ondes incidentes est :

$$p_i^2 = |A|^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta = 2\pi |A|^2 \quad (2)$$

tandis que la pression totale au carré résultant des ondes réfléchies est :

$$p_r^2 = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} |B(\theta)|^2 \sin\theta \, d\theta \quad (3)$$

Or, rappelons l'expression de $\alpha(\theta)$ en fonction du coefficient de réflexion :

$$\alpha(\theta) = 1 - |C_r|^2 = 1 - \left| \frac{B(\theta)}{A} \right|^2 \quad (4)$$

d'où l'on tire, finalement :

$$\alpha^* = 1 - \frac{p_r^2}{p_i^2} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\theta) \sin\theta \, d\theta}{2\pi} \quad (5)$$

Cette approche est défendue par London [1] dont nous avons d'ailleurs repris la notation α^* pour représenter le facteur d'absorption en champ diffus. Conceptuellement, on considère que l'énergie incidente est déterminée par celle de l'onde sonore juste avant la réflexion et que l'énergie réfléchie est déterminée par l'onde sonore juste après la réflexion sur le plan réflecteur.

- D'autre part, on pourrait considérer que l'énergie incidente est celle qui atteint effectivement un élément de surface dS du plan réflecteur. A la figure 2, la puissance d'une onde d'angle d'incidence θ atteignant dS est proportionnelle à :

$$I \, dS \cos\theta + |A|^2 \cos\theta \quad (6)$$

et la fraction absorbée est proportionnelle à :

$$\alpha(\theta) |A|^2 \cos\theta \quad (7)$$

En passant, comme précédemment, à la somme de toutes les énergies incidentes, il vient que le facteur d'absorption en champ diffus s'exprime cette fois par :

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta}{\pi} \quad (8)$$

Cette approche plus classique est exposée notamment par [2,4]. La nuance entre les deux approches est assez subtile. D'une part, on considère que les ondes rasantes font partie de l'énergie incidente. D'autre part, on considère qu'elles ne l'influencent pas car elles ne "pénètrent" pas dans la surface réfléchissante. Il semble bien que l'équation (5) définissant α^* soit plus proche de la définition du facteur $\alpha(\theta)$ à partir du coefficient de réflexion. Néanmoins, les deux méthodes peuvent être testées et comparées à la situation réelle en chambre réverbérante. D'après London [1], l'équation (5) correspond mieux aux résultats expérimentaux.

En ce qui concerne la structure de baffles suspendus, l'expression de $\alpha(\theta)$ doit être déterminée pour chaque angle θ , en fonction de la géométrie et des propriétés acoustiques du baffle. A la figure 3, on obtiendra en chaque élément de surface dS du plan absorbant équivalent, une valeur $\bar{\alpha}(dS)$ ou $\alpha^*(dS)$. La moyenne sur toute la surface de ce plan fictif donnera le facteur d'absorption équivalent de la structure $\alpha_{\text{éq}}$:

$$\alpha_{\text{éq}} = \frac{1}{S} \int \int_{\text{Plan fictif}} (\alpha^* \text{ ou } \bar{\alpha})(dS) dS \quad (9)$$

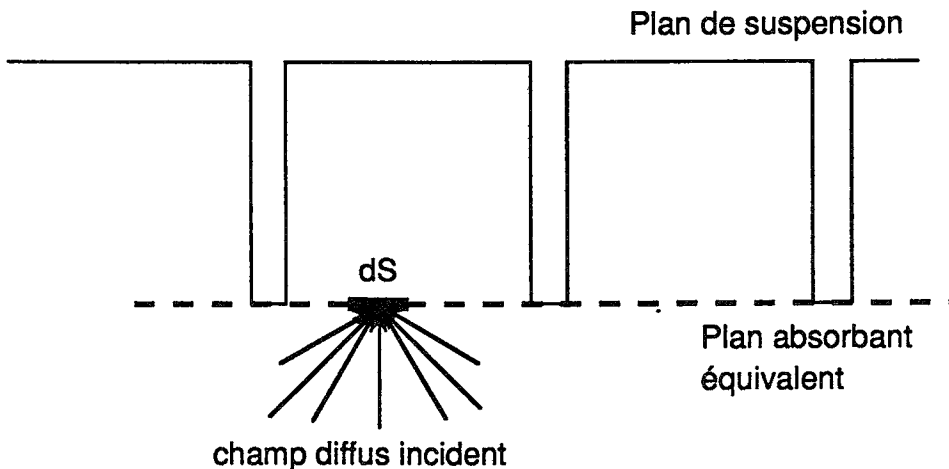


Figure 3
Champ sonore diffus incident sur un élément de surface dS du plan absorbant équivalent.

3. Construction du modèle : formulation mathématique

La figure 4 représente une cellule de la structure de baffles dont la dimension longitudinale est supposée infinie. Juxtaposés à cette cellule ont été dessinés les espaces images par rapport au baffle de gauche, par rapport au plan de suspension et l'espace image d'ordre 2 (plan de suspension-baffle ou baffle-plan de suspension, selon le cas).

Attachons en dS , élément de surface du plan absorbant équivalent, un système d'axes cartésien (x, y, z) , ainsi qu'un système de coordonnées polaires (θ, ϕ) . La figure 5 est une illustration de ce choix. La figure 5.a nous montre le parcours d'une onde (d'un rayon) sonore à travers les espaces réel et images. La figure 5.b est une coupe dans le plan vertical $(\phi = \text{constante})$ contenant ce trajet. Calculons les longueurs suivantes :

$$l = \frac{d}{\cos \phi}$$

$$l_x = \frac{x}{\cos \phi} \quad (10)$$

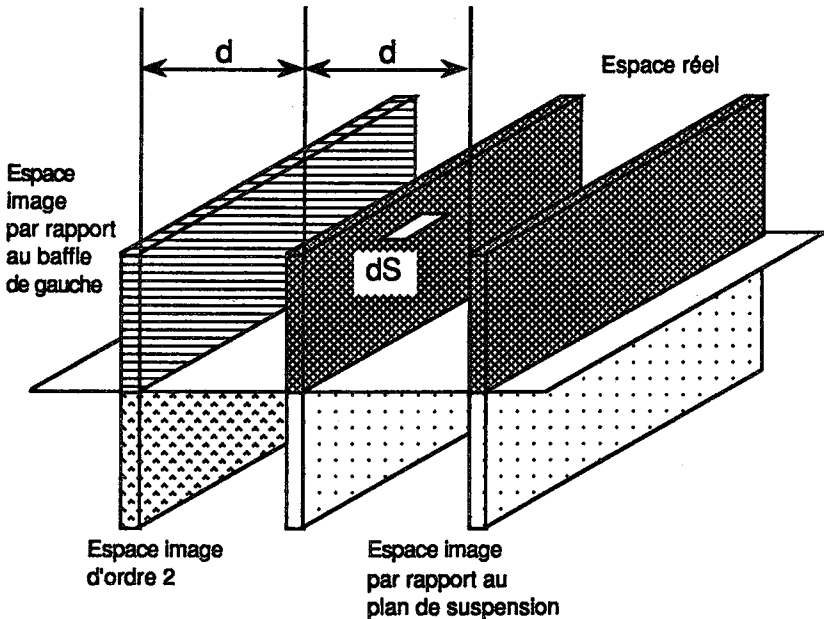


Figure 4

Représentation d'une cellule de la structure de baffles (espace réel) et des cellules images d'ordre 1 et 2 pour une onde se propageant vers le baffle de gauche. d est la distance interne entre deux baffles et dS est l'élément de surface du plan absorbant équivalent considéré.

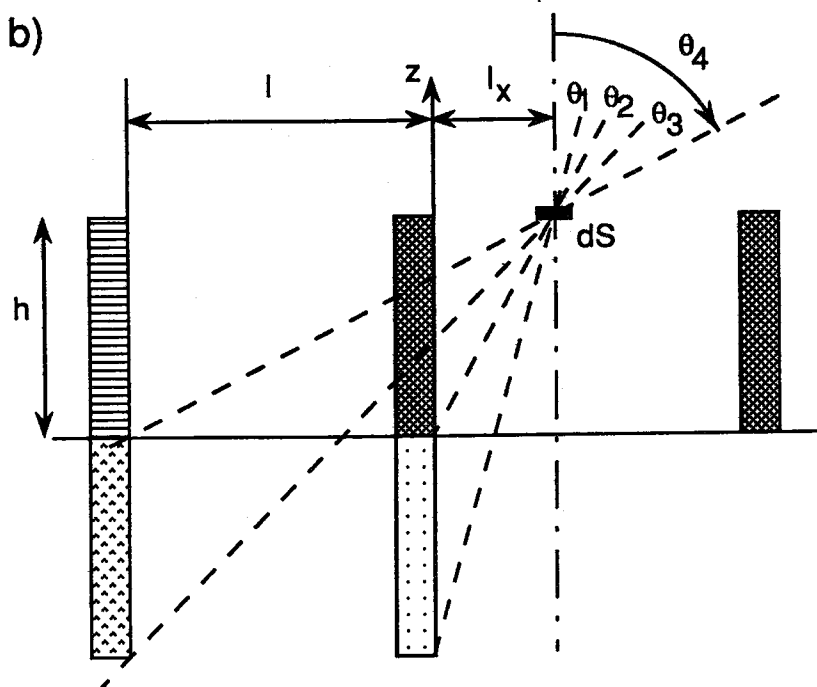
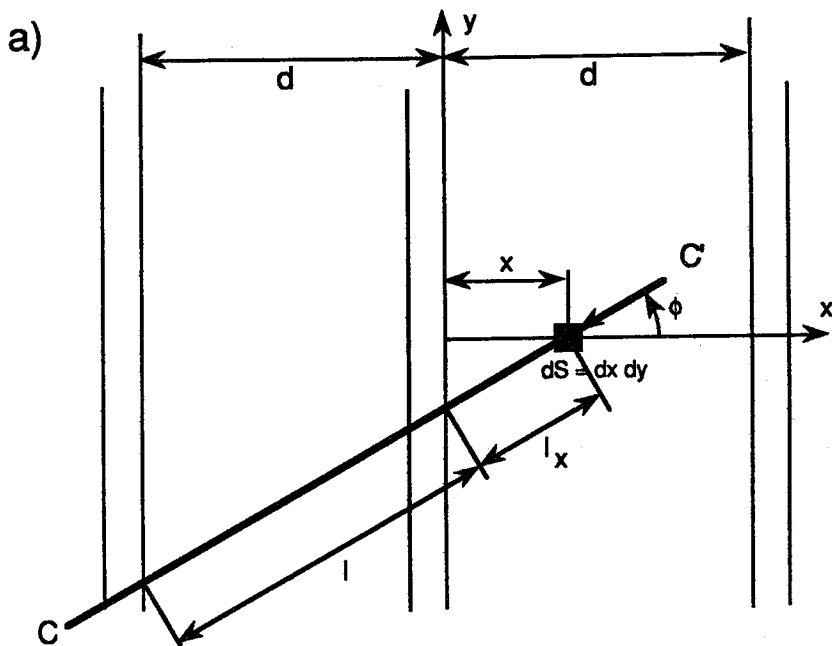


Figure 5
 a) Vue en plan de la figure 4. b) Coupe CC' ($\phi = \text{cste}$)

Au vu de la figure 5.b, déterminons les domaines suivants :

a) $0 \leq \theta < \theta_1$

Le rayon sonore se réfléchit sur le plan de suspension des baffles (que nous appellerons aussi le "fond" par la suite) et sort de la structure. La fraction d'énergie absorbée est notée $\alpha_1(\theta)$ pour le fond ou la paroi traitée.

$$\theta_1 = \text{atan} \left(\frac{x}{2 h \cos \phi} \right) \quad (11)$$

b) $\theta_1 \leq \theta < \theta_2$

Le rayon sonore se réfléchit sur le fond, puis sur le baffle de gauche, avant de sortir de la structure. La fraction d'énergie absorbée est, cette fois :

$$\begin{aligned} \alpha_1(\theta) + (1 - \alpha_1(\theta)) \alpha_2(\theta') \\ \cos \theta' = \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (12)$$

où α_2 est le facteur d'absorption du matériau constituant le baffle.

En effet, l'angle d'incidence sur le baffle θ' doit être évalué, non pas dans la coupe transversale de la figure 5.b, mais dans l'espace à trois dimensions. Il dépend donc de l'angle ϕ .

On peut montrer que θ_2 est inférieur à θ_3 , pour tout angle ϕ , et que, dès lors, tout rayon sonore suivant le chemin fond-baffle sort de la structure, sans rencontrer le baffle opposé. En effet :

$$\begin{aligned} \theta_2 = \text{atan} \left(\frac{x}{h \cos \phi} \right) ; \theta_3 = \text{atan} \left(\frac{x+d}{2 h \cos \phi} \right) \\ \text{et} \quad \frac{\text{tg } \theta_2}{\text{tg } \theta_3} = \frac{2x}{x+d} \leq 1 \quad \text{car } x \leq d \end{aligned} \quad (13)$$

c) $\theta_2 \leq \theta < \theta_3$

Le rayon sonore se réfléchit sur le baffle de gauche, puis sur le fond, avant de sortir de la structure. La fraction d'énergie absorbée est :

$$\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_1(\theta)$$

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \phi \quad (14)$$

d) $\theta_3 \leq \theta < \theta_4$

Le rayon sonore se réfléchit sur le baffle de gauche, puis sur le fond, avant de rencontrer le baffle de droite. Il poursuit ensuite éventuellement sa course dans la structure avant de sortir. La fraction d'énergie absorbée est :

$$\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_1(\theta) + (1 - \alpha_2(\theta')) (1 - \alpha_1(\theta)) \alpha_2(\theta') + o(1 - \alpha_2)^2$$

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \phi \quad (15)$$

Le calcul de la série mathématique de l'équation (15) sera limité : nous négligeons les termes d'ordre supérieur ou égal à $(1 - \alpha_2)^2$, puisque l'absorption du baffle proprement dit est, en général, élevée.

$$\theta_4 = \text{atan} \left(\frac{x+d}{h \cos \phi} \right) \quad (16)$$

e) $\theta_4 \leq \theta \leq \pi/2$

Le rayon sonore se réfléchit sur le baffle de gauche, puis sur celui de droite, avant de poursuivre son chemin dans la structure. La fraction d'énergie absorbée est :

$$\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_2(\theta') + o(1 - \alpha_2)^2$$

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \phi \quad (17)$$

De ce raisonnement, nous pouvons à présent déduire l'expression générale du facteur d'absorption en champ diffus relatif à l'élément de surface dS . Nous appliquerons, pour cela, la formule (5) (approche de London), en remarquant que le calcul est semblable pour l'approche classique (8).

Tirons d'emblée parti de la symétrie géométrique en faisant remarquer que l'absorption d'une onde incidente dans la direction (θ, ϕ) est identique à celle de l'onde incidente dans la direction $(\theta, 2\pi - \phi)$. Exprimons dès lors (cfr 5) :

$$\alpha^* = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta \quad (18)$$

Considérons en premier lieu les directions $0 \leq \phi \leq \pi/2$ correspondant aux ondes se propageant de droite à gauche à la figure 5. Pour une direction ϕ donnée:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta &= \int_0^{\theta_1(\phi)} \alpha_1(\theta) \sin\theta \, d\theta \\ &+ \int_{\theta_1(\phi)}^{\theta_2(\phi)} (\alpha_1(\theta) + (1 - \alpha_1(\theta)) \alpha_2(\theta')) \sin\theta \, d\theta \\ &+ \int_{\theta_2(\phi)}^{\theta_3(\phi)} (\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_1(\theta)) \sin\theta \, d\theta \\ &+ \int_{\theta_3(\phi)}^{\theta_4(\phi)} (\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_1(\theta) + (1 - \alpha_2(\theta'))(1 - \alpha_1(\theta)) \alpha_2(\theta')) \sin\theta \, d\theta \\ &+ \int_{\theta_4(\phi)}^{\frac{\pi}{2}} (\alpha_2(\theta') + (1 - \alpha_2(\theta')) \alpha_2(\theta')) \sin\theta \, d\theta \end{aligned} \quad (19)$$

En regroupant les intégrales d'intégrant semblable, nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
\int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta &= \alpha_1 \left(1 - \cos \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x+d}{h \cos \phi} \right) \right) \right) \\
&+ (1-\alpha_1) \left(F_1 \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x}{2h \cos \phi} \right) \right) + F_1 \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x+d}{2h \cos \phi} \right) \right) \right) \\
&+ 2 \alpha_1 F_1 \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x+d}{h \cos \phi} \right) \right) - (1-\alpha_1) \cdot F_2 \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x+d}{2h \cos \phi} \right) \right) \\
&- \alpha_1 F_2 \left(\operatorname{atan} \left(\frac{x+d}{h \cos \phi} \right) \right)
\end{aligned} \tag{20}$$

avec :

$$\begin{aligned}
F_1(u) &= \int_u^{\frac{\pi}{2}} \alpha_2(\theta') \sin \theta \, d\theta \\
F_2(u) &= \int_u^{\frac{\pi}{2}} \alpha_2^2(\theta') \sin \theta \, d\theta
\end{aligned}$$

et, par (1) et (12) :

$$\alpha_2(\theta') = 1 - \left(\frac{z_\theta \sin \theta \cos \phi - 1}{z_\theta \sin \theta \cos \phi + 1} \right)^2 \tag{21}$$

Dans cette expression, nous avons supposé que le facteur d'absorption du plan de suspension des baffles (α_1) soit indépendant de l'angle d'incidence. Ce choix est justifié par le fait que α_1 est, en général, peu élevé et que sa variation en fonction de l'angle d'incidence est alors du second ordre. Bien entendu, il est toujours possible d'en tenir compte en calculant l'expression complète (19).

Les formules (19) et (20) sont relatives, nous l'avons mentionné plus haut, aux directions $0 \leq \phi \leq \pi/2$. Le résultat de (19) ou (20) est une fonction de x et de ϕ : notons-le $I(x, \phi)$. En introduisant cette notation dans la définition du facteur d'absorption en champ diffus, il vient que :

$$\alpha^*(dS) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(x, \phi) d\phi + \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(d-x, \phi) d\phi \quad (22)$$

En effet, la figure 5 montre que la résolution de l'intégrale (19) pour un angle $\pi/2 \leq \phi \leq \pi$ correspond au cas $(\pi - \phi)$ si l'on prend soin de remplacer (x) par $(d - x)$.

Finalement, $\alpha^*(dS)$ est indépendant de y et l'équation (9) exprimant le facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles devient :

$$\alpha_{\text{éq}} = \frac{1}{d+e} \left(e \alpha_3 + \frac{2}{\pi} \int_0^d dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(x, \phi) d\phi \right) \quad (23)$$

Remarquons que le terme $e\alpha_3$ rend compte de l'absorption de la tranche du baffle, d'épaisseur e et de facteur d'absorption en champ diffus α_3 .

Le calcul de (23) en fonction des dimensions (d, e, h) et des facteurs d'absorption $(\alpha_1, \alpha_2(z_e), \alpha_3)$ est assez complexe. Nous l'évaluerons de manière numérique dans le cas suivant (cfr. annexe 1) :

- épaisseur de la tranche négligeable : $e=0$;
- facteur d'absorption du fond négligeable : $\alpha_1 = 0$;
- approche de London : cfr. équation (18).

Le facteur d'absorption équivalent ne dépend donc plus que de deux paramètres :

- le facteur d'absorption du baffle sous incidence normale α_{20} : en abscisse à la figure 6;
- le rapport géométrique $\frac{d}{h}$ entre la distance inter-baffles et la hauteur de ceux-ci.

La figure 6 illustre la dépendance entre $\alpha_{\text{éq}}$ (23) et α_{20} : il s'agit d'une évolution décroissante en fonction de $\frac{d}{h}$ et croissante en fonction de α_{20} , sauf aux

valeurs de $\frac{d}{h}$ faibles où il existe un maximum proche de $\alpha_{20} = 1$. Cette figure appelle deux remarques :

- en $\frac{d}{h} = 0$, on néglige le terme prépondérant α_3 , le facteur d'absorption de la tranche, qui devient, dans ce cas limite, le facteur d'absorption équivalent (cfr. équation (23));
- aux faibles valeurs de α_{20} et principalement en $\frac{d}{h}$ faible, on néglige les termes d'ordre $(1 - \alpha_2)^2$, ce qui introduit une erreur par défaut dans le calcul de α_{6q} . Cette erreur est accrue par le choix de $\alpha_1 = 0$.

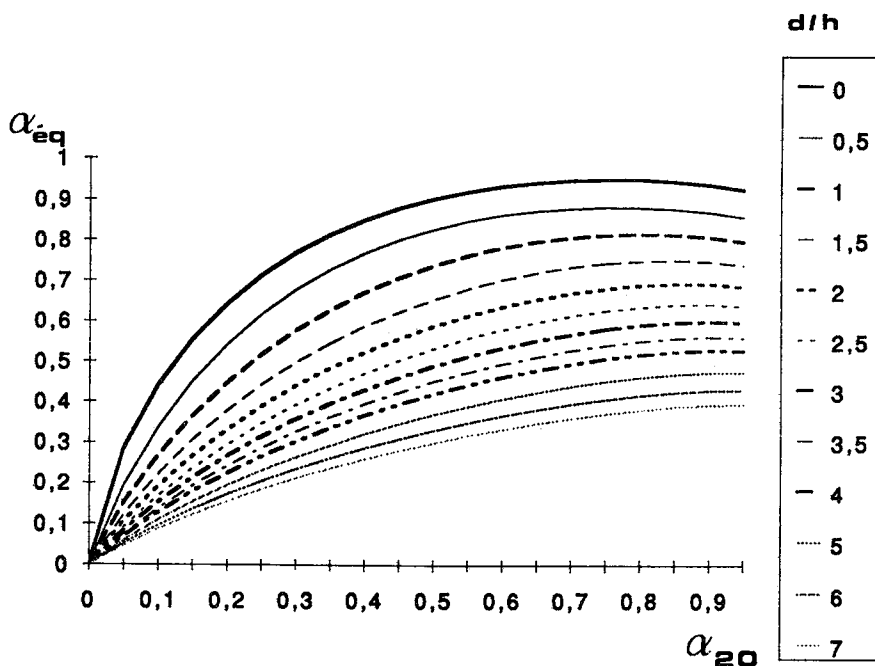


Figure 6
Facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles parallèles en fonction de α_{20} par le calcul numérique de (23) : $e=0$ et $\alpha_1 = 0$. $\frac{d}{h}$ est le rapport géométrique de la structure.

A titre de comparaison, la figure 7 illustre la dépendance entre α_{6q} et α_2 lorsque ce dernier facteur est indépendant de l'angle d'incidence (cfr. annexe 1). On remarque une différence significative entre les deux calculs qui se traduit généralement par α_{6q} plus élevé lorsque l'on tient compte de l'angle d'incidence par le modèle de London (éq. (5) et (18)). Par contre, lorsque α_{20} est proche de 1,

$\alpha_{\text{éq}}$ est plus important lorsque le facteur d'absorption du baffle est supposé indépendant de l'angle d'incidence.

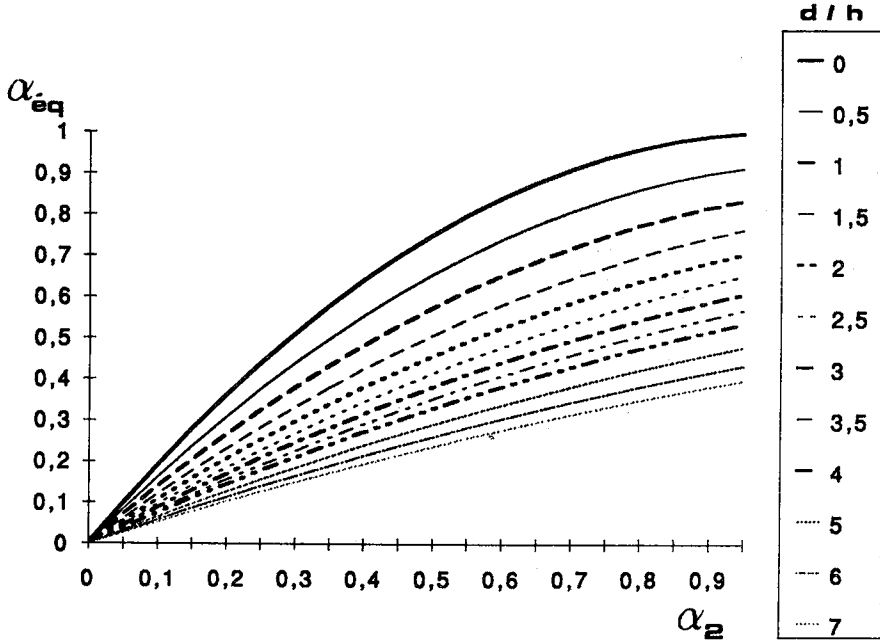


Figure 7

Facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles parallèles en fonction de α_2 supposé indépendant de l'angle d'incidence : $\epsilon=0$ et $\alpha_1 = 0$.

La figure 8 montre la décroissance de $\alpha_{\text{éq}}$ en fonction de $\frac{d}{h}$. Remarquons de nouveau qu'aux faibles valeurs de $\frac{d}{h}$, il existe un optimum pour α_{20} compris entre 0.7 et 1.

Enfin, la figure 9 montre le rapport entre le facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles parallèles et le facteur d'absorption d'un baffle en champ diffus. Ce dernier est donné par [1] :

$$\alpha_{\text{diff}} = \frac{4}{z_{\theta}} \left(\ln(z_{\theta} + 1) - \frac{z_{\theta}}{z_{\theta} + 1} \right)$$

$$z_{\theta} = z_{\theta}(\alpha_{20}) \text{ par (1)}$$

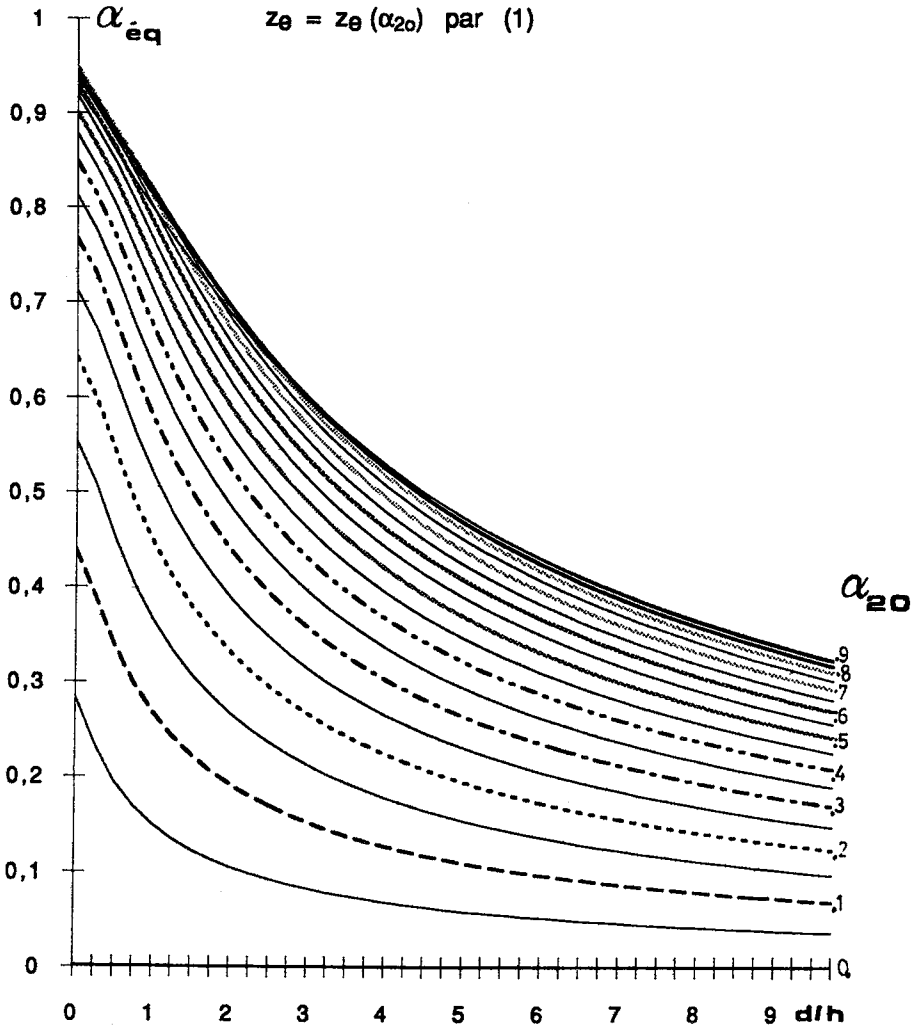


Figure 8

Facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles parallèles en fonction de $\frac{d}{h}$ par le calcul numérique de (23) : $\epsilon=0$ et $\alpha_1 = 0$. α_{20} est le facteur d'absorption du baffle sous incidence normale.

Remarquons qu'il existe un rapport géométrique maximum $\frac{d}{h}_{\max}$ en dessous duquel l'efficacité $\frac{\alpha_{\text{éq}}}{\alpha_{\text{dif}}}$ est supérieure à 1. Ce rapport $\frac{d}{h}_{\max}$ est de l'ordre de l'unité; il varie légèrement avec α_{20} .

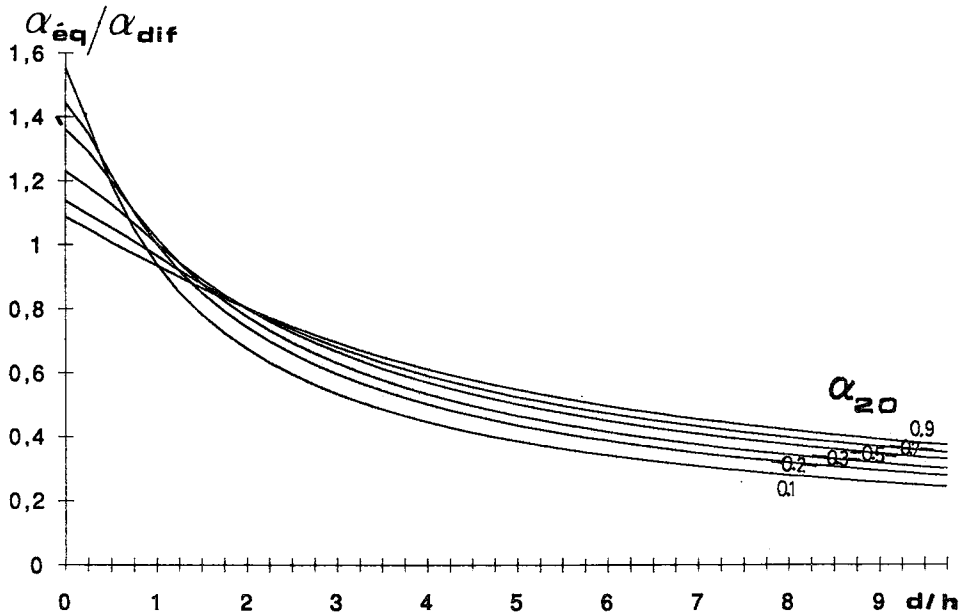


Figure 9

Rapport d'efficacité entre le facteur d'absorption équivalent de la structure de baffles parallèles et le facteur d'absorption d'un baffle en champ diffus, en fonction de $\frac{d}{h}$. α_{20} est le facteur d'absorption du baffle sous incidence normale.

4. Transmission à travers le baffle

Dans l'exposé précédent, nous avons émis implicitement l'hypothèse que toute l'énergie incidente était, soit absorbée, soit réfléchie. Dans ce cas, le facteur d'absorption est simplement donné par :

$$\alpha(\theta) = 1 - |C_r(\theta)|^2 \quad (24)$$

où $C_r(\theta)$ est le coefficient de réflexion déterminé, par exemple, à partir de mesures dans le tube à ondes stationnaires.

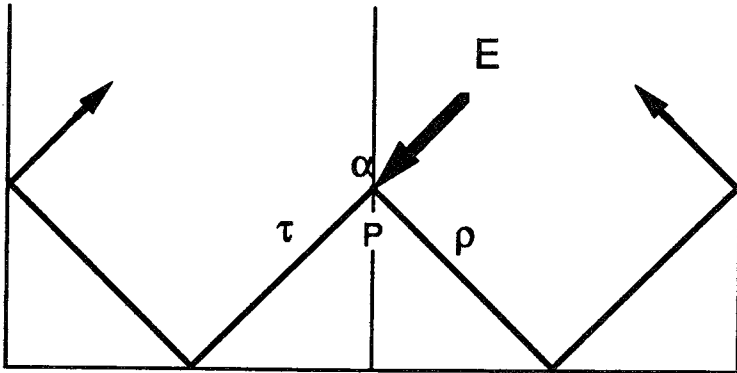


Figure 10

Onde plane incidente en P, d'énergie E, et trajet des ondes réfléchi (ρ) et transmise (τ).

Or, il existe en réalité une partie de l'énergie qui est transmise à travers le baffle. Pour en tenir compte de manière simple, basons-nous sur le raisonnement suivant. La figure 10 illustre le trajet d'une onde plane dont l'énergie, avant d'arriver sur le baffle en P, est E. L'énergie absorbée est αE . L'énergie sonore réfléchi, soit ρE , continue à se propager dans la cellule entre deux baffles avant d'en sortir. Le rayon sonore perdra encore, au cours de ce trajet, la fraction K d'énergie. Sans tenir compte de la transmission, nous en aurions conclu que la fraction d'énergie absorbée A était égale à :

$$A = \alpha_S + \rho K = \alpha_S + (1 - \alpha_S) K \quad (25)$$

C'est d'ailleurs le raisonnement qui nous a conduit à établir les égalités (12) à (17). Dans cette formule, le facteur d'absorption est noté α_S (symbole pour "alpha simplifié" = $1 - \rho$) pour le différencier du vrai facteur d'absorption α_V qui tient compte de la transmission.

Pour étudier la fraction transmise de l'énergie τE , supposons le baffle infiniment mince à la figure 10, ce qui est assez représentatif ($e \ll d$ en pratique). Nous en déduisons deux remarques :

- l'onde transmise se propage dans le prolongement de l'onde incidente, car les réfractions aux deux interfaces sont trop rapprochées que pour la faire dévier;
- le chemin suivi par l'onde transmise sera l'image de l'onde réfléchi par rapport au plan du baffle.

Par conséquent, la fraction d'énergie K perdue par le rayon sonore réfléchi est aussi celle perdue par le rayon transmis et la fraction totale d'énergie absorbée A est, en réalité :

$$A = \alpha_V + \rho K + \tau K = \alpha_V + (1 - \alpha_V) K \quad (26)$$

Nous retrouvons l'expression (25), mais dans laquelle α_V est cette fois égal à $(1 - \rho - \tau)$. En conclusion, les équations établies au point 3 tiennent compte de l'énergie transmise à condition que $\alpha_2(\theta')$ soit la fraction d'énergie absorbée et non simplement $1 - |C_r(\theta')|^2 = \alpha_2(\theta') + \tau(\theta')$.

Il reste à savoir comment mesurer $\alpha_2(\theta')$.

Considérons tout d'abord le cas de l'incidence normale ($\theta' = 0$) puisque le modèle de $\alpha_2(\theta')$ fait appel à la quantité $\alpha_{20} = \alpha_2(\theta' = 0)$: cfr équations (1) et (21). Une mesure classique dans le tube à ondes stationnaires est celle de la figure 11. L'échantillon de baffle absorbant est posé sur un fond réfléchissant. Dans cette situation, on ne mesure pas vraiment le facteur d'absorption correspondant à la situation du baffle sur sa tranche, car on néglige, de nouveau, la transmission de l'onde sonore.

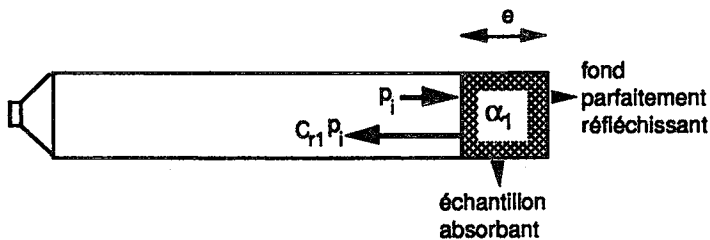


Figure 11

Mesure classique d'un échantillon de matériau absorbant d'épaisseur e au tube à ondes stationnaires. Le fond est parfaitement réfléchissant. Le coefficient de réflexion mesuré est C_{r1} . Le facteur d'absorption correspondant est α_1 .

Ce qu'il faudrait mesurer, en fait, c'est le facteur d'absorption dans la situation de la figure 12 où le tube est infiniment long derrière l'échantillon, ce qui empêche le retour d'une onde réfléchie sur la face arrière. Malheureusement, cette mesure, bien que possible, est plus compliquée à réaliser que la précédente et, de plus, elle ne fournirait que le coefficient de réflexion, ce qui est insuffisant pour déterminer le facteur d'absorption α_2 .

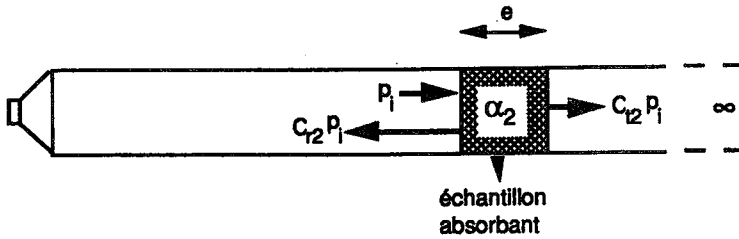


Figure 12
Mesure d'un échantillon de matériau absorbant d'épaisseur e au tube à ondes stationnaires avec tube infiniment long derrière l'échantillon. Le coefficient de réflexion mesuré est C_{r2} .

Il n'existe pas de relation générale permettant de déduire directement α_2 , et donc C_{r2} et C_{t2} (figure 12), d'une mesure de C_{r1} à la figure 11. Par contre, l'équation de propagation des ondes planes appliquée aux deux situations des figures 11 et 12 va nous permettre de déterminer α_2 à partir de quantités mesurables.

Pour cela, établissons le schéma équivalent des deux situations. L'échantillon de matériau absorbant, d'épaisseur e , est représenté par une ligne de transmission fermée, soit sur une impédance infinie (figure 11), soit sur l'impédance caractéristique du tube infini $\rho_0 c$ (figure 12). En général, nous garderons le symbole Z_L pour une charge quelconque (figure 13).

A l'entrée de l'échantillon, la pression est p_1 et la vitesse v_1 . Ces quantités sont exprimées à partir de la théorie du tube à ondes stationnaires : p_1 est composé de l'onde incidente p_i sur l'échantillon et de l'onde réfléchie $C_r p_i$. De même, la vitesse v_1 comprend une composante incidente et une composante réfléchie :

$$p_1 = p_i (1 + C_r)$$

$$v_1 = \frac{p_i}{\rho_0 c} (1 - C_r) \tag{27}$$

Ces équations nous permettent de compléter le schéma électrique équivalent et d'y faire apparaître la pression incidente p_i : cfr figure 13. Dans ce schéma, la ligne électrique a été remplacée par son quadripôle équivalent en T.

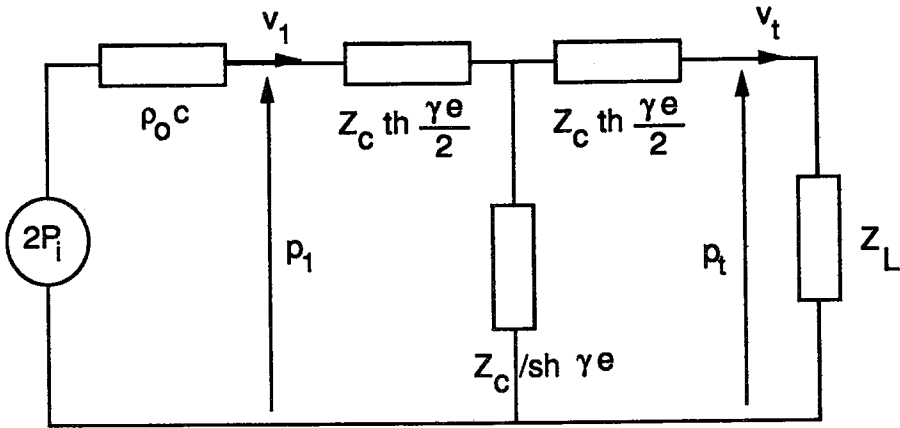


Figure 13

Schéma électrique équivalent d'une mesure au tube à ondes stationnaires. Les variables sont p , la pression (équivalent de la tension), et v , la vitesse (équivalent de l'intensité électrique). Pour les autres symboles, voir texte.

p_1 et v_1 sont donc la pression et la vitesse à l'entrée de l'échantillon absorbant, tandis que p_t et v_t représentent la pression et la vitesse transmises à la sortie de ce dernier. Z_c est l'impédance caractéristique de la ligne électrique équivalente au matériau absorbant et γ sa constante de propagation. Dans le cas d'un matériau non résistif (sans perte), $Z_c = \rho_m c_m$ et $\gamma = j\omega/c_m$ [3] où ρ_m et c_m sont, respectivement, la densité (kg/m^3) et la vitesse de l'onde sonore (m/sec) dans le matériau. Dans le cas d'un matériau résistant à la propagation de l'onde, Z_c et γ sont complexes en général [4, p.252]. Ils peuvent être déterminés par deux mesures dans le tube à ondes stationnaires avec fond réfléchissant [5] ou encore par d'autres techniques [6].

A partir de la connaissance de Z_c et γ , caractéristiques du matériau absorbant obtenus par mesures, nous allons à présent exprimer C_r et C_t , les coefficients de réflexion et de transmission à la figure 13.

Exprimons tout d'abord C_r à l'aide des équations (27) et de la résolution du circuit de la figure 13 :

$$\frac{p_1}{v_1} = \rho_0 c \frac{1 + C_r}{1 - C_r} = Z_c \frac{Z_L \operatorname{ch} \gamma e + Z_c \operatorname{sh} \gamma e}{Z_c \operatorname{ch} \gamma e + Z_L \operatorname{sh} \gamma e} \quad (28)$$

$$\Rightarrow C_r = \frac{Z_c \coth \gamma l (Z_L - \rho_0 c) + Z_c^2 - Z_L \rho_0 c}{Z_c \coth \gamma l (Z_L + \rho_0 c) + Z_c^2 + Z_L \rho_0 c} \quad (29)$$

Pour déterminer ensuite le coefficient de transmission C_t , exprimons la relation entre la vitesse transmise v_t et la vitesse à l'entrée de l'échantillon v_1 :

$$v_t = \frac{Z_c v_1}{Z_c \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l} \quad (30)$$

et, par (27) :

$$p_t = \frac{Z_c Z_L}{Z_c \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l} \frac{p_i}{\rho_0 c} (1 - C_r) \quad (31)$$

En remplaçant C_r par sa valeur (29), il vient :

$$C_t = \frac{p_t}{p_i} = \frac{2}{\sinh \gamma l} \frac{Z_c Z_L}{Z_c \coth \gamma l (Z_L + \rho_0 c) + Z_c^2 + Z_L \rho_0 c} \quad (32)$$

et le facteur de transmission est tel que :

$$\tau = \frac{\frac{1}{2} \Re \{ p_t v_t^* \}}{\frac{1}{2 \rho_0 c} |p_i|^2} = \rho_0 c \frac{|p_t|^2}{|p_i|^2} \Re \left\{ \frac{1}{Z_L^*} \right\} = \rho_0 c |C_t|^2 \Re \left\{ \frac{1}{Z_L^*} \right\} \quad (33)$$

Remarquons, en particulier, que lorsque Z_L tend vers l'infini, nous retrouvons les expressions classiques de l'impédance d'un tube fermé sur un fond parfaitement réfléchissant. Par (28) ou (32) :

$$\frac{p_1}{v_1} = \rho_0 c \frac{1 + C_r}{1 - C_r} = Z_c \coth \gamma e$$

$$\tau(33) \rightarrow 0 \quad (34)$$

Lorsque $Z_L = \rho_0 c$, situation équivalente de la figure 12, il vient, par (29), (32) et (33) :

$$C_r = \frac{Z_c^2 - (\rho_0 c)^2}{2 \rho_0 c Z_c \coth \gamma e + Z_c^2 + (\rho_0 c)^2}$$

$$C_t = \frac{2}{\sinh 2 \gamma e} \frac{Z_c \rho_0 c}{2 \rho_0 c Z_c \coth \gamma e + Z_c^2 + (\rho_0 c)^2}$$

$$\tau = |C_t|^2 \quad (35.a)$$

Finalement, on peut exprimer le facteur d'absorption α_{20} recherché en fonction des caractéristiques du matériau Z_c et γ et de son épaisseur e :

$$\alpha_{20} = 1 - |C_r|^2 - |C_t|^2 \quad (35.b)$$

Il s'agit bien du facteur d'absorption de l'échantillon de baffle absorbant sous incidence normale, en tenant compte de la transmission. En ce qui concerne $\alpha_2(\theta')$ pour une incidence θ' quelconque, on peut alors insérer α_{20} dans les équations (1) et (21).

Cependant, pour être tout à fait correct, il faut signaler que les équations (1) reproduites de l'article de A. London [1] ont été établies sans tenir compte de l'onde transmise. Il est possible de les retravailler pour y remédier : nous renvoyons le lecteur intéressé par ces développements à l'annexe 2. L'introduction dans le modèle de ce degré de complexité supplémentaire présente cependant un inconvénient : dans les équations initiales de London, un seul paramètre (α_{20}) est nécessaire pour décrire la dépendance angulaire du facteur d'absorption; or, on peut voir à l'annexe 2 que cela ne suffit plus lorsque l'on considère l'expression exacte tenant compte de la transmission. Deux paramètres sont alors nécessaires : Z_c et γ .

5. Conclusion

Nous avons présenté, sous forme d'abaques, les résultats du calcul numérique du facteur d'absorption équivalent. A l'aide de ces diagrammes et de la connaissance de α_{20} , le facteur d'absorption des baffles mesuré sous incidence normale, on peut ainsi déterminer $\alpha_{\theta q}$.

Le calcul numérique a montré que $\alpha_{\theta q}$ décroît avec le rapport géométrique $\frac{d}{h}$ entre la distance inter-baffles et la hauteur de ceux-ci. $\alpha_{\theta q}$ a également tendance à croître avec α_{20} .

L'efficacité de la structure, exprimée par le rapport $\frac{\alpha_{\theta q}}{\alpha_{diff}}$, décroît avec $\frac{d}{h}$.

L'analyse des diagrammes montre que l'absorption des baffles suspendus serait supérieure à celle des baffles à plat (à surface traitée égale) à condition que le rapport géométrique $\frac{d}{h}$ soit inférieur à une valeur seuil dont l'ordre de grandeur est l'unité, c'est-à-dire lorsque la distance inter-baffles est inférieure à la hauteur de ceux-ci.

Nous nous proposons dans l'avenir de confronter ces conclusions avec d'autres formalismes et avec des mesures d'absorption en chambre réverbérante.

Enfin, nous avons présenté un formalisme permettant de tenir compte de la transmission des ondes sonores à travers les baffles. Le facteur d'absorption équivalent calculé doit alors être basé sur la connaissance des paramètres de propagation Z_C et γ à l'intérieur du matériau du baffle.

Annexe 1.

Calcul numérique du facteur d'absorption équivalent et test dans le cas où α_2 est indépendant de l'angle d'incidence

Le calcul de l'intégrale (23) exprimant le facteur d'absorption équivalent est effectué dans le cas suivant :

- épaisseur de la tranche négligeable : $e=0$;
- facteur d'absorption du fond négligeable : $\alpha_1 = 0$;
- approche de London : cfr. équation (18).

Nous avons résolu numériquement (23) par la méthode d'intégration dite "rectangulaire". Celle-ci consiste à transformer l'intégrale en une somme par décomposition du domaine d'intégration en intervalles finis. Le domaine d'intégration est le suivant :

$$\begin{aligned} 0 \leq \theta &\leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \phi &\leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq x &\leq d \end{aligned} \tag{A.1}$$

En prenant 40 intervalles par dimension, ce qui conduit à 40³ évaluations de la fonction, on obtient une valeur suffisamment précise du facteur $\alpha_{\text{éq}}$.

Pour vérifier cela, nous avons calculé l'expression (23) avec α_2 indépendant de l'angle d'incidence. Dans ce cas, l'expression analytique peut être déterminée. Si $\alpha_1 = 0$ et $e = 0$, alors :

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{éq}} &= \frac{2 \alpha_2}{\pi} \left(\text{asin} \left(\frac{2}{\sqrt{\lambda^2 + 4}} \right) + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{\lambda^2 + 4}{4} \right) \right) \\ &+ \frac{2 \alpha_2 (1 - \alpha_2)}{\pi} \left(2 \text{asin} \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \right) - \text{asin} \left(\frac{2}{\sqrt{\lambda^2 + 4}} \right) + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{4\lambda^2 + 4}{\lambda^2 + 4} \right) \right) \\ \lambda &= \frac{d}{h} \end{aligned} \tag{A.2}$$

Cette fonction de α_2 et $\lambda = \frac{d}{h}$ est représentée à la figure 7. Le calcul numérique par la méthode d'intégration rectangulaire a conduit à des écarts par rapport à (A.2) de l'ordre de 0.3% ($\frac{d}{h}$ faible) à 0.05% ($\frac{d}{h}$ élevé).

Comme la fonction $\alpha_2(\theta)$ est du même ordre de grandeur que α_2 constant (comprise entre 0 et 1), il est hautement probable que les erreurs relatives lors du calcul de (23) avec intervention de l'angle d'incidence soient semblables aux valeurs citées ci-dessus.

Les auteurs remercient M. HINIC, Ir. de Recherche au CEDIA, pour sa participation au calcul numérique du facteur d'absorption équivalent.

Annexe 2.

Expression générale de la dépendance angulaire du facteur d'absorption en tenant compte de l'énergie transmise

Etudions la situation de la figure A.1. Une onde plane atteint un échantillon d'épaisseur e de matériau absorbant sous une incidence θ . L'échantillon est supposé de dimensions infinies dans les directions \vec{y} et \vec{z} .

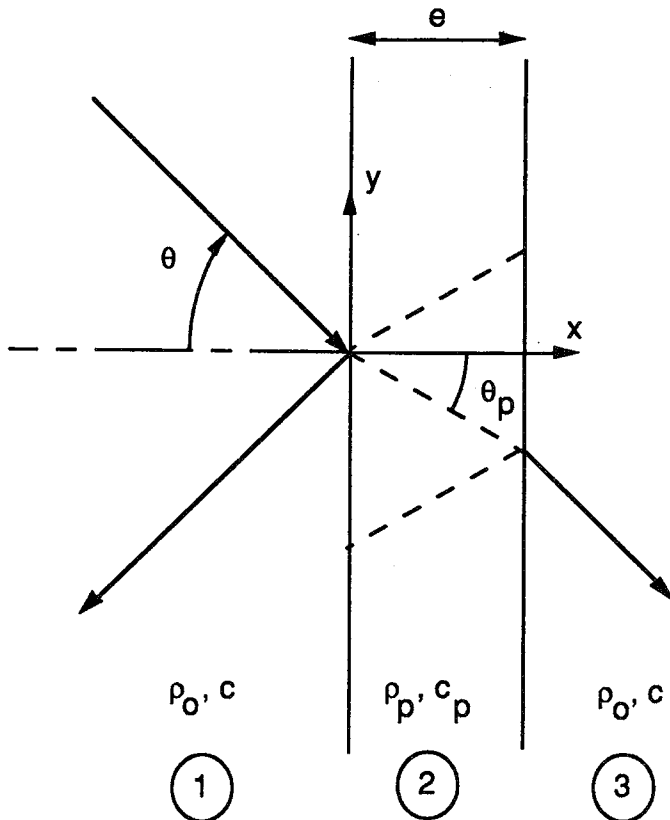


Figure A.1

Transmission d'une onde plane d'incidence θ à travers un échantillon de matériau absorbant d'épaisseur e . ρ_0 et ρ_p sont les densités en kg/m^3 de, respectivement, l'air et du matériau. La vitesse du son est de c (m/sec) dans l'air et c_p dans le matériau.

Réolvons l'équation de propagation dans les trois milieux de la figure A.1. Dans le milieu 1, soit l'air, les expressions de la pression p_1 et de la vitesse normale à l'interface v_{1n} sont classiques [4, p.259] :

$$p_1(x,y) = A(\omega) e^{j\omega t} \left(e^{j\frac{\omega}{c}(-x\cos\theta + y\sin\theta)} + C_r(\omega) e^{j\frac{\omega}{c}(x\cos\theta + y\sin\theta)} \right)$$

$$v_{1n}(x,y) = \frac{A(\omega)}{\rho_0 c} \cos\theta e^{j\omega t} \left(e^{j\frac{\omega}{c}(-x\cos\theta + y\sin\theta)} - C_r(\omega) e^{j\frac{\omega}{c}(x\cos\theta + y\sin\theta)} \right)$$

(A.3)

Dans ces expressions, ω est la pulsation forcée de l'onde incidente sinusoïdale. Dans le milieu 2, l'équation de propagation est la suivante [4, p. 254] :

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{\Phi}{\rho_p c_p^2} \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$$\vec{v}_2 = -\text{grad } \Psi$$

$$p_2 = \rho_p \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Phi \Psi$$

(A.4)

Ψ est le potentiel de vitesse et l'on voit apparaître le terme résistif contenant Φ , la résistance au flux. Dans l'air, et dans les matériaux non dissipatifs, $\Phi = 0$. La résolution de cette équation dans notre cas donne :

$$p_2(x,y) = (A'Ke^{-Kx} + B'Ke^{+Kx}) e^{j\frac{\omega}{c} y \sin\theta} (j\omega\rho c + \Phi) M e^{j\omega t}$$

$$v_{2n}(x,y) = K(A'Ke^{-Kx} - B'Ke^{+Kx}) e^{j\frac{\omega}{c} y \sin\theta} M e^{j\omega t}$$

$$K = \frac{\omega}{c_p} \sqrt{-\cos^2\theta_p + j \frac{\Phi}{\omega\rho c}}$$

$$\frac{\sin\theta_p}{c_p} = \frac{\sin\theta}{c} \quad (\text{loi de réfraction}) \quad (\text{A.5})$$

Enfin, dans le troisième milieu, nous avons simplement une onde plane progressive :

$$p_3(x,y) = A(\omega) C_t(\omega) e^{j\omega t} e^{j\frac{\omega}{c} ((e-x)\cos\theta + y\sin\theta)}$$

$$v_{3n}(x,y) = \frac{A(\omega)}{\rho_0 c} C_t(\omega) \cos\theta e^{j\omega t} e^{j\frac{\omega}{c} ((e-x)\cos\theta + y\sin\theta)} \quad (\text{A.6})$$

$C_t(\omega)$ est le coefficient de transmission. Remarquons que $p_3(e,y) = C_t(\omega) p_1(0,y)$. Les équations (A.3), (A.5) et (A.6) contiennent encore quatre inconnues : C_r , MA'_K , MB'_K et C_t que nous devons déterminer en exprimant la continuité de la pression et de la vitesse normale aux deux interfaces.

$p_1(0,y) = p_2(0,y)$ donne :

$$A(\omega) (1 + C_r(\omega)) = (j\omega\rho c + \Phi) M (A'_K + B'_K) \quad (\text{A.7.a})$$

$v_{1n}(0,y) = v_{2n}(0,y)$ donne :

$$A(\omega) \cos\theta (1 - C_r(\omega)) = K \rho_0 c M (A'_K - B'_K) \quad (\text{A.7.b})$$

$p_2(e,y) = p_3(e,y)$ donne :

$$A(\omega) C_t(\omega) = (j\omega\rho c + \Phi) M (A'_Ke^{-Ke} + B'_Ke^{+Ke}) \quad (\text{A.7.c})$$

$v_{2n}(e,y) = v_{3n}(e,y)$ donne :

$$A(\omega) \cos\theta C_t(\omega) = K \rho_0 c M (A'_Ke^{-Ke} - B'_Ke^{+Ke}) \quad (\text{A.7.d})$$

En résolvant les équations (A.7), on peut finalement exprimer :

$$C_r(\omega) = \frac{R^2(\theta) - 1}{2 R(\theta) \coth Ke + R^2(\theta) + 1}$$

$$C_t(\omega) = \frac{2}{\text{sh } Ke} \frac{R(\theta)}{2 R(\theta) \coth Ke + R^2(\theta) + 1}$$

$$R(\theta) = \frac{\cos\theta (j\omega\rho c + \Phi)}{K \rho_0 c} \quad (\text{A.8})$$

Remarquons que $C_r(\omega)$ et $C_t(\omega)$ sont des fonctions des quantités mesurées Z_c et γ , c'est-à-dire, respectivement l'impédance caractéristique du matériau et sa constante de propagation. En effet, égalons $\theta = 0$ dans les équations (A.8) et comparons à (35). Nous obtenons :

$$Z_c = R(0) \rho_0 c$$

$$\gamma = j \frac{\omega}{c_p} \sqrt{1 - j \frac{\Phi}{\omega\rho c}} \quad (\text{A.9})$$

c'est-à-dire, par (A.5) pour K et (A.8) pour $R(\theta)$:

$$R(\theta) = \frac{Z_c}{\rho_0 c} \cos\theta \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 \sin^2\theta}{\gamma^2 c^2}}}$$

$$K = \gamma \sqrt{1 + \frac{\omega^2 \sin^2\theta}{\gamma^2 c^2}} \quad (\text{A.10})$$

Finalement, le facteur d'absorption recherché est :

$$\alpha_2(\theta) = 1 - |C_r(\omega, Z_c, \gamma, \theta)|^2 - |C_t(\omega, Z_c, \gamma, \theta)|^2 \quad (\text{A.11})$$

La dépendance de α_2 en fonction de θ est, cette fois, très complexe : ici aussi, l'intégration numérique des formules (19) à (23) est inévitable. Elle peut s'effectuer de la même manière que précédemment (voir aussi l'annexe 1) en s'appuyant sur les formules (A.8), (A.10) et (A.11). Elle demande cependant la connaissance de Z_C et γ du matériau constituant le baffle.

Références

- [1] LONDON, A., The Determination of Reverberant Sound Absorption Coefficients from Acoustic Impedance Measurements, *Jnl. of the Acoust.Soc.Amer.*, 22(2), 1950, pp. 263-269.
- [2] MORSE, P.M., BOLT, R.H. and BROWN, R.L., Acoustic Impedance and Sound Absorption, *Jnl. of the Acoust.Soc.Amer.*, 12(2), 1940, pp.217-227.
- [3] DENDAL, J., Electroacoustique, 1ère partie, *Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège*, 1982.
- [4] MORSE, P.M. and INGARD, K.U., Theoretical Acoustics, *Mc Graw Hill*, New York (1968).
- [5] NEMERLIN, J., Transparence au son de parois doubles en tenant compte de l'amortissement dans l'interstice, *Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège*, 1972.
- [6] UTSUNO, H., TANAKA, T. and FUJIKAWA, T., Transfer function method for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous materials, *Jnl. of the Acoust.Soc.Amer.*, 86(2), 1989, pp. 637-643.
- [6] EMBRECHTS, J.J., Sound field distribution using randomly traced sound ray techniques, *Acustica*, 51(6), 1982, pp. 288-295.