

# Exploitation d'une Intelligence Artificielle éclairée par un modèle relatif à la création mathématique

**Résumé.** *Poincaré et Hadamard ont modélisé l'invention mathématique. Leur modèle éclaire un enjeu très contemporain : il montre pourquoi un travail conscient reste indispensable pour exploiter efficacement une Intelligence Artificielle.*

**Mots clés.** Poincaré ; Hadamard ; création mathématique ; incubation ; illumination ; Intelligence Artificielle.

## Introduction

L'essor des intelligences artificielles génératives donne parfois l'illusion que la créativité pourrait être « externalisée »<sup>1</sup> : il suffirait de demander, et la machine produirait. Pourtant, les mathématiciens Henri Poincaré<sup>2</sup> et Jacques Hadamard<sup>3</sup>, en étudiant le processus d'invention mathématique, ont mis en évidence un modèle en quatre étapes qui s'applique étonnamment bien à l'usage moderne de l'IA.

Une bonne connaissance de ce modèle débouche sur une conclusion pratique intéressante : loin de remplacer l'effort humain, l'IA rend le travail conscient encore plus crucial.

### 1. Préparation : nourrir la machine... et son propre esprit

Dans le modèle de Poincaré-Hadamard, la préparation consiste en l'accumulation de connaissances, exemples, tentatives diversifiées, même infructueuses. C'est une phase délibérée, active et consciente, parfois laborieuse, au cours de laquelle le problème étudié doit être clairement identifié.

Avec une IA, cette étape correspond à formuler une demande précise, contextualisée, réfléchie. Une requête mal formulée produit une réponse vague, tandis qu'une question structurée peut ouvrir la voie à des résultats pertinents.

Exemple. Un étudiant en mathématiques demande à une IA : « Explique-moi les équations différentielles. »

Avec une question aussi imprécise, la réponse<sup>4</sup> sera forcément banale du type suivant : « *une équation différentielle est une équation qui relie une fonction inconnue à ses dérivées* ». Peut-être la machine ajoutera-t-elle quelques généralités en précisant, par exemple, « *qu'une*

---

<sup>1</sup> Etre externalisé (ou *outsourcing* en anglais) signifie que tout ou partie d'une activité, d'un processus ou d'une fonction d'une entreprise est transféré à un prestataire externe spécialisé au lieu d'être géré en interne.

<sup>2</sup> Henri Poincaré (1854–1912) est l'un des derniers « savants universels » : mathématicien, physicien théoricien, philosophe des sciences. Son œuvre couvre la topologie, la mécanique céleste, la théorie du chaos naissante, l'électromagnétisme et les fondements des mathématiques. Il a profondément marqué la compréhension du processus créatif en mathématiques en décrivant son expérience personnelle ; il a ainsi proposé l'un des premiers modèles modernes de la créativité scientifique.

<sup>3</sup> Jacques Hadamard (1865–1963) fut un grand analyste et géomètre, connu pour ses contributions à la théorie des nombres (théorème des nombres premiers), aux équations aux dérivées partielles et à l'analyse fonctionnelle. Il est aussi l'héritier direct de Poincaré sur le plan psychologique. Il a systématisé les idées de celui-ci en confirmant et affinant le schéma poincaréen décrivant le processus d'invention mathématique en quatre étapes : préparation, incubation, illumination, vérification.

<sup>4</sup> Dans tout cet article, les réponses fournies par l'IA sont en italique.

dérivée décrit une variation traduisant une vitesse, une croissance (ou décroissance) et donc qu'une équation différentielle décrit comment quelque chose change ». Elle donnera aussi éventuellement un exemple simple tel que «  $y' = 3y$  » en ajoutant peut-être cette précision : « la vitesse de croissance de  $y$  est proportionnelle à  $y$  lui-même. C'est typiquement le cas d'une population qui se multiplie ; la solution est  $y(t) = C e^{3t}$  ». L'IA pourra aussi donner les grandes familles d'équations différentielles :

- *Équations différentielles ordinaires (EDO). La fonction dépend d'une seule variable (souvent le temps). Par exemple :  $y'' + y = 0$*
- *Équations aux dérivées partielles (EDP). La fonction dépend de plusieurs variables (temps + espace). Par exemple :  $\partial u / \partial t = k \partial^2 u / \partial x^2$ .*

La machine est également capable d'indiquer comment les résoudre en proposant plusieurs méthodes selon la forme de l'équation.

L'ordinateur peut aussi exhiber un exemple concret et intuitif tel que : « Supposons que tu chauffes un café et qu'il refroidit. D'après la loi de Newton du refroidissement,  $T'(t) = -k(T(t) - T_{air})$  » ; de plus, il peut encore signaler que « la vitesse de refroidissement est alors proportionnelle à l'écart de température. La solution est une décroissance exponentielle. »

Il peut même résumer la situation à l'aide d'un tableau synthétique comme le suivant :

<b>Idée</b>	<b>Explication</b>
<i>Une équation différentielle</i>	<i>Relie une fonction à ses dérivées</i>
<i>Ce qu'elle décrit</i>	<i>Un phénomène qui change</i>
<i>Pourquoi c'est utile</i>	<i>Modéliser la nature, la physique, la biologie, l'économie...</i>
<i>Comment on les résout</i>	<i>Méthodes analytiques ou numériques</i>

Toutes ces réponses sont certes correctes, mais assez triviales et, somme toute, peu intéressantes.

Si l'étudiant en question reformule, après réflexion, sa requête et demande cette fois : « Explique-moi comment résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre avec un exemple physique simple, comme le refroidissement d'un objet. »

La qualité de la réponse change radicalement. Par exemple, l'IA peut répondre en six items.

*« Voici une explication claire et progressive pour comprendre comment résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre, illustrée par un exemple physique très parlant : le refroidissement d'un objet.*

*a) Qu'est-ce qu'une équation différentielle linéaire du premier ordre ?*

*C'est une équation qui relie une fonction  $y(t)$  et sa dérivée  $y'(t)$ , sous la forme :*

*$y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$ . Elle est dite linéaire car  $y$  et  $y'$  apparaissent de manière linéaire (pas de  $y^2$ ,  $\sin(y)$ , etc.).*

*b) Méthode générale de résolution. Pour résoudre :  $y' + a(t)y = b(t)$ , on utilise parfois un outil très efficace, à savoir le « facteur intégrant ».*

*c) Exemple physique : le refroidissement d'un objet (loi de Newton). La loi de Newton du refroidissement affirme que la vitesse de refroidissement est proportionnelle à l'écart entre la*

température de l'objet et celle du milieu. Si  $T(t)$  est la température de l'objet et  $T_{ext}$  celle de l'environnement (constante), alors :

$dT/dt = -k(T - T_{ext})$ , où  $k > 0$  est une constante dépendant du matériau.

d) Mise sous forme standard : On réécrit :  $dT/dt + kT = kT_{ext}$ . C'est bien une équation linéaire du premier ordre, avec  $a(t) = k$  et  $b(t) = kT_{ext}$ .

e) Résolution en quatre étapes

Étape 1 : facteur intégrant :  $\mu(t) = e^{\int k dt} = e^{kt}$

Étape 2 : multiplication :  $e^{kt} dT/dt + k e^{kt} T = k T_{ext} e^{kt}$ . Le membre de gauche devient :  $d/dt (e^{kt} T)$ .

Étape 3 : par intégration, on obtient :  $e^{kt} T = \int k T_{ext} e^{kt} dt + C$ . Comme  $T_{ext}$  est constant, il vient :  $e^{kt} T = T_{ext} e^{kt} + C$ .

Étape 4 : isoler  $T$  :  $T(t) = T_{ext} + C e^{-kt}$ . On détermine ensuite  $C$  avec la condition initiale  $T(0) = T_0$ , ce qui donne :  $T_0 = T_{ext} + C$ , d'où  $C = T_0 - T_{ext}$ . La solution finale est donc :  $T(t) = T_{ext} + (T_0 - T_{ext}) e^{-kt}$ .

f) Interprétation physique : l'objet se rapproche exponentiellement de la température ambiante ; plus  $k$  est grand, plus le refroidissement est rapide ; l'écart  $T(t) - T_{ext}$  décroît comme  $e^{-kt}$ .

C'est exactement ce qu'on observe lorsqu'on laisse un café se refroidir sur la table. »

Cet exemple détaillé montre évidemment que la phase de préparation est capitale ; elle réclame de penser avant de poser sa question à la machine.

## 2. Incubation : laisser reposer pour mieux interroger

Poincaré et Hadamard insistent sur l'importance des périodes où l'on cesse de travailler consciemment, laissant l'esprit réorganiser les idées. C'est ce qui est appelé l'incubation. Avec l'IA, cette incubation prend une forme nouvelle et consiste alors en ces points : relire la réponse obtenue, laisser émerger ce qui manque, repérer les zones floues et imaginer éventuellement de meilleures questions.

L'utilisateur efficace n'accepte pas toujours la première réponse comme un verdict : il la laisse « infuser » pour mieux rebondir.

## 3. Illumination : le moment où la bonne question apparaît

Dans le modèle classique, l'illumination est l'étincelle : la solution surgit, comme dans le cas bien connu d'Archimède lorsqu'il trouva soudainement la solution du problème étudié<sup>5</sup>.

Avec l'IA, l'illumination correspond souvent au moment où l'utilisateur comprend précisément ce qu'il doit demander.

C'est paradoxal : une IA ne donne pas seulement des réponses, elle peut aider à découvrir de bonnes questions.

---

<sup>5</sup> Selon la tradition, Archimède aurait eu son illumination alors qu'il prenait un bain. Chargé de déterminer si la couronne du roi Hiéron II était faite d'or pur sans l'abîmer, il remarqua que l'eau montait lorsqu'il entra dans la baignoire. Il comprit alors que le volume d'eau déplacé correspondait au volume de son corps, et qu'il pouvait appliquer ce principe pour mesurer la densité de la couronne. Transporté par la découverte, il serait sorti nu dans les rues de Syracuse en criant « Eurêka ! » (ce qui signifie « J'ai trouvé ! »).

Cette légende est une belle illustration de la façon dont une idée scientifique peut surgir instantanément lors d'actes du quotidien.

Cette étape est pourtant profondément humaine. Elle naît d'un dialogue préalable entre l'utilisateur, ses connaissances et les suggestions de la machine.

#### 4. Vérification : l'esprit critique reste souverain

Poincaré et Hadamard insistent sur la dernière étape consistant à tester, vérifier, consolider. Aucune illumination n'a de valeur sans contrôle rigoureux.

Avec l'IA, cette phase est essentielle pour vérifier les calculs, repérer les approximations, confronter les résultats à des sources fiables et reformuler afin d'obtenir une version plus précise. Pour bien comprendre pourquoi cette étape est capitale, il est important de se rappeler qu'une IA travaille à partir de données qui lui sont soumises et exploite des algorithmes spéciaux. Voici quel en est le principe de fonctionnement. Les algorithmes d'IA, qui sont dits « par apprentissage statistique », apprennent à partir de données. Ils analysent de très nombreux exemples pour repérer des liens comme des régularités ou des corrélations. À partir de ces observations, ils construisent une fonction mathématique capable de prédire un résultat (comme, par exemple, reconnaître une image ou traduire une phrase). Plus ils reçoivent de données pertinentes, plus leurs prédictions deviennent précises, car ils ajustent progressivement leurs paramètres internes pour réduire leurs erreurs.

Les fonctions mathématiques utilisées en apprentissage statistique peuvent varier, mais elles appartiennent toutes à une même famille : des fonctions paramétriques capables de modéliser une relation entre des données d'entrée et une sortie. Les grandes catégories, expliquées simplement, sont les suivantes :

1. Fonctions linéaires. Ce sont les plus simples, de la forme  $f(x) = a \cdot x + b$ . Elles servent à estimer une relation proportionnelle entre variables (par exemple, pour prédire un prix en fonction du poids de l'objet considéré).
2. Fonctions non linéaires. Elles permettent de modéliser des phénomènes plus complexes. Ce sont par exemple des polynômes, fonctions exponentielles, sigmoïdes, etc.
3. Réseaux de neurones : compositions de fonctions. Un réseau de neurones<sup>6</sup> est une superposition de fonctions comprenant des fonctions linéaires (multiplication par des poids), et suivies de fonctions d'activation non linéaires. Très schématiquement, un réseau de neurones calcule une solution du type :  $f(x) = f_n(f_{n-1}(\dots f_1(x)\dots))$ .
4. Fonctions de probabilité. Certains modèles apprennent des distributions statistiques comme des régressions logistiques (fonction sigmoïde ou en forme de grand S), des modèles bayésiens, des mélanges de gaussiennes. Ils prédisent des probabilités plutôt que des valeurs directes.
5. Fonctions de décision. Dans les arbres de décision ou forêts aléatoires, la fonction est une suite de règles conditionnelles (du type « si/alors ») qui partitionnent l'espace des données.

---

<sup>6</sup> Un réseau de neurones artificiels est un modèle informatique inspiré du fonctionnement du cerveau humain. Il est composé de nombreuses unités appelées « neurones », organisées en couches, qui transforment progressivement des données d'entrée pour produire un résultat. En voici les principes généraux de fonctionnement. Chaque neurone reçoit des informations, les combine selon des poids (ayant des valeurs ajustables), puis transmet un signal aux neurones suivants. Le réseau apprend en ajustant ces poids pour réduire ses erreurs, un peu comme un humain qui s'améliore avec l'expérience. Grâce à cet apprentissage, il peut reconnaître des images, traduire des textes, prédire des tendances, etc. En résumé, c'est un système capable d'apprendre à partir de données et de résoudre des tâches complexes sans être explicitement programmé pour chaque étape.

Dans toutes les situations, l'algorithme cherche une fonction  $f$  qui transforme des données d'entrée en une sortie satisfaisante, en ajustant ses paramètres pour minimiser l'erreur entre la solution trouvée et la réponse idéale attendue.

Quoiqu'il en soit, il convient d'être conscient du fait qu'une IA interrogée produit à chaque demande une réponse toujours plausible, souvent d'ailleurs assez bien rédigée. De façon imagée mais suggestive, tout se passe comme si l'IA répondait à toutes les questions posées en essayant constamment de satisfaire au mieux l'interrogateur.

C'est pourquoi, plus les données introduites dans l'appareil sont nombreuses et fiables et plus les algorithmes sont de qualité, alors plus la réponse obtenue est proche d'une réponse idéale. Mais il faut rester conscient du fait qu'une IA ne fournit pas, en principe, une réponse certaine et définitive : celle-ci est en effet la réponse la plus probable trouvée par la machine qui tient compte de ses données et de ses algorithmes du moment présent ; elle peut produire des réponses plausibles qui sont incorrectes ; avec « aplomb », la machine peut donc fournir une réponse non adéquate, mais néanmoins assez crédible.

Il est dès lors capital, et sous la responsabilité humaine du demandeur, de vérifier soigneusement, éventuellement de critiquer la réponse fournie par la machine, puis, si nécessaire, de recommencer le processus afin d'essayer de l'améliorer ou de la préciser en posant d'autres questions.

### Exemples concrets

Afin d'illustrer certains propos qui précèdent, nous exhibons deux exemples réels d'exploitation d'une IA.

1) Voici une manière d'illustrer la différence entre, d'une part, le modèle de Poincaré-Hadamard et, d'autre part, l'usage efficace d'une IA. Pour ce faire, nous prenons un même exemple concret, à savoir la construction d'un modèle mathématique pour prédire la propagation d'une rumeur dans un réseau social.

Dans le cas de l'application du modèle de Poincaré-Hadamard, l'invention mathématique apparaît comme étant un processus humain dont les quatre phases peuvent se présenter comme suit :

Phase	Description	Manifestation dans l'exemple
<b>1. Préparation</b>	Accumulation d'informations, exploration, essais infructueux	Le mathématicien se renseigne à propos de modèles épidémiologiques, les graphes, les réseaux sociaux ; il tente des équations simples
<b>2. Incubation</b>	Travail inconscient, mise en sommeil du problème	Il laisse le problème de côté ; l'esprit combine silencieusement les idées
<b>3. Illumination</b>	Surgissement soudain d'une idée nouvelle	« Et si je modélisais la rumeur comme une infection SIR mais avec un taux de saturation lié au degré du nœud ? »
<b>4. Vérification</b>	Mise en forme rigoureuse, calculs, preuves	Il formalise un système d'équations différentielles, vérifie la cohérence, teste sur des données

Les caractéristiques de ce modèle sont le rôle central de l'intuition et de l'inconscient, ainsi que le va-et-vient entre le « moi conscient et le « moi subliminal », le surgissement d'idées imprévues, la lente maturation personnelle et la créativité comme phénomène psychologique.

Dans le cas de l'exploitation efficace d'une IA, le processus est très différent : il est explicite, rapide, orienté optimisation, sans incubation inconsciente. Voici comment un utilisateur pourrait exploiter une IA afin de construire le même modèle. Il distinguerait les cinq étapes typiques suivantes :

1. Formulation du problème : « Je veux modéliser la propagation d'une rumeur dans un réseau social. »
2. Exploration assistée. L'IA propose immédiatement des modèles épidémiologiques (par exemple, SIR, SIS ou SEI <sup>7</sup>), des modèles basés sur des graphes (par exemple ceux de DeGroot <sup>8</sup>), des modèles stochastiques (comme un processus de Markov <sup>9</sup>)
3. Génération d'un modèle initial. L'IA peut produire un système d'équations différentielles, une simulation sur réseau, un pseudo-code <sup>10</sup> ou un script Python <sup>11</sup>.
4. Affinage rapide. L'utilisateur demande, par exemple, « Ajoute un paramètre de saturation lié au degré du nœud. ». Alors l'IA modifie immédiatement le modèle.
5. Validation computationnelle. L'IA génère des simulations, des visualisations et des comparaisons entre variantes du modèle.

La situation précédente suggère quelques caractéristiques générales de l'exploitation d'une IA : pas d'incubation puisque tout est instantané, pas d'illumination soudaine car l'IA explore

---

<sup>7</sup> Pour le modèle SIR, la population est divisée en « Susceptibles » (peuvent être infectés), « Infectés » (malades et contagieux) et « Removed » (guéris ou immunisés) ; les individus passent de l'état S à I puis à R ; le modèle décrit bien les maladies conférant une immunité durable après infection.

Pour le modèle SIS, la population est divisée en « Susceptibles » et « Infectés » ; les individus passent de S à I puis à S ; le modèle est adapté aux maladies sans immunité durable, où l'on peut être réinfecté (ex. certains rhumes).

Pour le modèle SEI, la population est divisée en « Susceptibles », « Exposés » (infectés mais pas encore contagieux) et « Infectés » ; les individus passent de S à E puis à I ; le modèle intègre une période d'incubation, ce qui le rend utile pour les maladies avec délai avant contagion.

<sup>8</sup> Les graphes de DeGroot représentent un réseau d'individus qui mettent à jour leurs opinions en tenant compte de celles de leurs voisins. Chaque nœud correspond à un agent, et chaque arête pondérée indique le degré d'influence d'un agent sur un autre. Le modèle suppose que, de manière répétée, chacun forme une nouvelle opinion comme une moyenne pondérée des opinions de ceux auxquels il accorde du poids. Cette dynamique simple permet d'étudier comment émergent le consensus, la polarisation ou la domination d'un leader dans les processus d'opinion collective.

<sup>9</sup> Un processus de Markov est un modèle mathématique décrivant l'évolution d'un système qui passe d'un état à un autre de manière aléatoire. Sa particularité est la propriété de Markov stipulant que l'état futur ne dépend que de l'état présent, pas du passé. L'évolution du système est entièrement déterminée par des probabilités de transition entre les états, souvent regroupées dans une matrice. Ce cadre simple mais puissant permet de modéliser des phénomènes dynamiques comme la météo, les files d'attente ou l'évolution d'opinions.

<sup>10</sup> Un pseudo-code est une description structurée d'un algorithme, rédigée dans un langage proche du naturel mais organisé comme un programme. Il permet d'exprimer la logique d'un traitement sans se soucier de la syntaxe d'un langage de programmation. Grâce à sa lisibilité, il sert de passerelle entre l'idée et l'implémentation, facilitant la compréhension, la communication et la conception d'algorithmes.

<sup>11</sup> Un script Python est un petit programme écrit pour automatiser une tâche ou réaliser un traitement précis. Il se compose d'instructions exécutées de haut en bas, souvent organisées en fonctions pour structurer le code. On l'utilise pour manipuler des données, effectuer des calculs, interagir avec des fichiers ou piloter des outils externes. Sa force réside dans sa lisibilité et sa capacité à exécuter rapidement des opérations complexes avec peu de lignes de code.

systématiquement l'espace des possibilités, la créativité est combinatoire et non intuitive. Le rôle humain est loin d'être inexistant. Il consiste alors à définir le problème, juger la pertinence, orienter les choix, analyser de façon critique les réponses fournies par la machine, les améliorer ou les refuser, puis recommencer le processus jusqu'à obtenir une réponse acceptable.

2) Voici un exemple vécu (tout simple et amusant) montrant que la réponse fournie par la machine dépend fortement des informations contenues dans la question. Ceci met en évidence les limites de l'outil IA et les précautions qu'il est préférable de prendre quand on l'utilise.

A la question « Quelle a été l'influence du mathématicien français André Antibi en didactique des mathématiques ? », la réponse fournie par une IA fut, dans un premier temps, la suivante :

[IA] *Je n'ai malheureusement trouvé aucune information vérifiée concernant un mathématicien et didacticien français portant le nom d'André Antibi dans les sources reconnues en didactique des mathématiques ou dans les bases de données historiques académiques. Il se peut :*

- *Qu'il s'agisse d'une confusion avec un autre nom d'expert reconnu dans le domaine, comme par exemple Guy Brousseau, dont les travaux ont profondément marqué la didactique des mathématiques en France, en mettant en lumière l'importance des situations didactiques dans l'apprentissage.*
- *Qu'André Antibi soit une figure moins connue ou dont la notoriété ne repose pas sur des publications ou rapports largement diffusés dans la littérature académique.*
- *Ou encore qu'il s'agisse d'un personnage fictif ou d'un pseudonyme utilisé dans certains contextes spécifiques.*

*Si vous avez des précisions supplémentaires (dates, établissements, publications ou contexte particulier dans lequel ce nom apparaît), n'hésitez pas à les fournir. Ces informations me permettraient de mieux cerner votre demande et de vous offrir éventuellement des éléments de réponse plus précis sur le parcours et l'influence de la personne en question ou, le cas échéant, de vous rediriger vers les figures majeures de la didactique des mathématiques en France.*

*Quelques repères sur la didactique des mathématiques en France :*

#### *1. Guy Brousseau*

- *Parcours et Contributions : Professeur émérite ayant développé la théorie des situations didactiques, Brousseau a analysé comment l'enseignement se construit dans des contextes pédagogiques particuliers. Sa démarche a permis de repenser la manière d'aborder l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques en insistant sur le rôle des interactions et des contextes-problèmes en classe.*

#### *2. L'Émergence d'une Discipline*

- *Historique : La didactique des mathématiques s'est structurée en France dans les années 1970–1980, avec la mise en place de groupes de recherche et la publication d'études sur l'apprentissage, le rôle du professeur et l'élaboration de dispositifs pédagogiques innovants.*

#### *3. Influence et Retombées*

- *Impact sur l'enseignement : Les travaux dans ce domaine ont permis de développer des outils pour la formation des enseignants et d'améliorer la compréhension des processus cognitifs impliqués dans l'apprentissage des mathématiques.*

*Si votre question visait à explorer ces aspects ou à identifier avec précision l'influence d'un acteur particulier de cette discipline, je serais heureux de vous détailler davantage ces points ou de clarifier d'éventuelles confusions sur les noms et les personnalités impliquées.*

*Avez-vous, par hasard, d'autres indices ou précisions sur le parcours d'André Antibi ? Sinon, je pourrais vous proposer un panorama détaillé des contributions qui ont marqué la didactique des mathématiques en France et expliquer comment ces travaux continuent d'influencer l'enseignement aujourd'hui.*

Quand on donne à la machine des informations complémentaire (qui étaient d'ailleurs demandées) et, par exemple, quand on précise qu' « André Antibi était professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Il a dirigé plusieurs thèses doctorales en didactique dans cette Université. Il a aussi publié en collaboration de Guy Brousseau », alors la machine rectifie son analyse et fournit ces précisions :

[IA] *Les informations que vous apportez permettent de clarifier qu'André Antibi était bel et bien un acteur universitaire de la didactique des mathématiques, notamment au sein de l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Voici une synthèse présentant son parcours et son influence à partir des éléments partagés :*

*Parcours académique et professionnel*

- *Enseignement et Recherche : Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, André Antibi s'est imposé comme une référence locale dans le domaine de la didactique des mathématiques. Son engagement en enseignement et en recherche lui a permis de développer une réflexion approfondie sur la manière d'aborder l'apprentissage des mathématiques, en mettant l'accent sur la dimension cognitive et pédagogique de la discipline.*
- *Direction de thèses et Formation : En supervisant plusieurs thèses doctorales dans le domaine de la didactique, il a joué un rôle déterminant dans la formation d'une nouvelle génération de chercheurs spécialisés. Par son accompagnement, ses doctorants ont pu explorer des problématiques innovantes, allant de l'analyse des difficultés d'apprentissage à la mise en place de dispositifs pédagogiques adaptés.*
- *Collaborations scientifiques : La collaboration avec Guy Brousseau, figure emblématique de la didactique des mathématiques, souligne la qualité et la pertinence de ses recherches. Travailler aux côtés de Brousseau a sans doute permis de renforcer les liens entre la théorie des situations didactiques et les applications concrètes en classe, favorisant ainsi le transfert de concepts élaborés en laboratoire vers la réalité quotidienne des enseignants et des élèves.*

*Influence en didactique des mathématiques*

- *Élargissement du champ de recherche : Le travail d'André Antibi a contribué à enrichir le débat sur la nature même de l'enseignement des mathématiques. En intégrant des perspectives innovantes sur l'apprentissage et en encourageant une réflexion cri-*

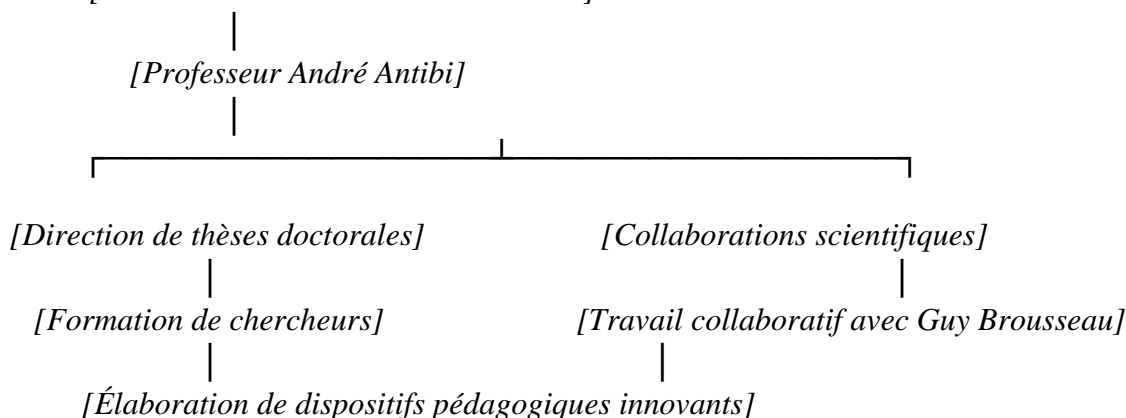
tique sur les méthodes traditionnelles, il a aidé à poser les bases de nouvelles approches pédagogiques.

- *Formation des futurs chercheurs et enseignants* : Sa direction de thèses et son implication dans la recherche ont eu un effet multiplicateur sur le terrain. Les doctorants et chercheurs qu'il a formés continuent, à leur tour, de faire évoluer les pratiques d'enseignement et d'accompagner des réformes pédagogiques dans divers contextes.
- *Synergies avec Guy Brousseau* : Sa collaboration avec Guy Brousseau a participé à renforcer l'intégration entre la théorie et la pratique. Ensemble, ils ont pu explorer comment les concepts issus de la didactique — tels que l'analyse des situations d'apprentissage — pouvaient être traduits en outils concrets pour accompagner le développement des compétences mathématiques chez les élèves.

*Illustration de l'environnement académique*

*Voici un schéma ASCII synthétique de l'écosystème dans lequel évoluait André Antibi :*

*[Université Paul Sabatier de Toulouse]*



*Conclusion et pistes complémentaires*

*Bien que moins médiatisé que certains grands noms nationaux, le parcours d'André Antibi représente un maillon essentiel dans l'évolution de la didactique des mathématiques en France, surtout dans le contexte toulousain.*

- *Impact local et durable* : Son implication dans la formation de chercheurs et sa capacité à forger des liens entre théorie et pratique ont eu des retombées durables sur l'enseignement de cette discipline.
- *Perspectives de recherche* : Pour mieux cerner l'étendue de son influence, il pourrait être intéressant d'examiner les publications co-signées avec Guy Brousseau et d'explorer les archives ou rapports de l'Université Paul Sabatier concernant les projets didactiques menés durant sa carrière.

*Le rôle d'André Antibi invite à réfléchir sur l'importance de l'encadrement et de la collaboration entre chercheurs pour faire évoluer les pratiques pédagogiques. Cette approche, qui mêle formation avancée et recherche appliquée, continue de nourrir aujourd'hui la dynamique de la didactique des mathématiques.*

*Si vous souhaitez explorer plus en détail certains aspects de ses travaux ou en savoir davantage sur l'héritage de collaborations telles que celle avec Guy Brousseau, plusieurs pistes s'offrent à vous :*

- *Analyser des publications conjointes ou mémoires dirigés dans le cadre de thèses.*

- *Se pencher sur l'évolution des dispositifs didactiques mis en place dans cette université et leur influence sur la formation des enseignants.*
- *Étudier comment ces approches ont influencé les réformes pédagogiques actuelles en France.*

*Cette mise en perspective ouvre la voie à une compréhension plus nuancée du rôle des universitaires dans la transformation de l'enseignement des mathématiques, incitant à valoriser tant la recherche théorique que son application pédagogique concrète.*

Chacun se fera personnellement une opinion sur la pertinence et la qualité des réponses données par l'IA !

### **Une comparaison des deux approches**

D'un point de vue métacognitif <sup>12</sup>, les deux approches consistant à exploiter personnellement le modèle de Poincaré – Hadamard ou de faire appel à une IA peuvent être comparées par ce tableau synthétique livré par [IA] :

<b>Aspect</b>	<b>Poincaré-Hadamard</b>	<b>IA moderne</b>
<i>Nature du processus</i>	<i>Psychologique, intuitif</i>	<i>Algorithmique, estimation statistique d'une réponse plausible</i>
<i>Temps</i>	<i>Lent, maturation</i>	<i>Instantané</i>
<i>Créativité</i>	<i>Illumination imprévisible</i>	<i>Exploration systématique</i>
<i>Rôle humain</i>	<i>Inventeur</i>	<i>Chef d'orchestre</i>
<i>Résultat</i>	<i>Modèle original, souvent inattendu</i>	<i>Modèle optimisé, rapide, adaptable</i>
<i>Attribution du travail</i>	<i>Les deux étapes extrêmes sont personnelles, les deux centrales sont externalisées</i>	
<i>Niveau d'appropriation</i>	<i>Elevé</i>	<i>Généralement faible</i>

### **Conclusion**

L'invention mathématique selon Poincaré-Hadamard est un processus humain profond, fondé sur l'intuition et l'inconscient. L'exploitation d'une IA est un processus d'ingénierie, laissé à la machine, fondé sur la vitesse, la systématisme et l'exploitation statistique de données existantes.

Les deux approches ne s'opposent pas, mais peuvent se compléter : l'une crée des idées, tandis que l'autre accélère leur exploration et leur mise en forme.

---

<sup>12</sup> Sans entrer dans des considérations savantes, on peut admettre que le terme « métacognition » se rapporte à « la pensée sur sa propre pensée ».

Le modèle de Poincaré–Hadamard montre que la créativité n’est pas un éclair isolé : c’est tout un cycle. Une IA s’insère dans celui-ci, mais ne le remplace pas. Son exploitation efficace exige une préparation rigoureuse, une incubation réfléchie, une illumination humaine et une vérification critique approfondie.

Sans chacune des quatre étapes du modèle de Poincaré-Hadamard, une IA produit possiblement une réponse superficielle (et parfois même incorrecte).

Une IA n’est donc pas un substitut à l’effort intellectuel ni une baguette magique. Elle augmente la portée du travail conscient, à condition que l’utilisateur reste pleinement acteur de sa démarche et fasse preuve d’un énorme esprit critique.

Pour terminer, voici un tableau, construit par [IA], qui récapitule le travail humain à effectuer lors de chacune des quatre étapes dans les deux situations considérées ; il met en évidence ce qu’une IA change et ce qu’elle ne remplace pas :

<i>Étape</i>	<i>Rôle humain (Poincaré–Hadamard)</i>	<i>Rôle avec IA</i>	<i>Transformation</i>
<i>Préparation</i>	<i>Accumuler, comprendre</i>	<i>Formuler, cadrer</i>	<i>Externalisation de la recherche d’information</i>
<i>Incubation</i>	<i>Travail inconscient</i>	<i>Calcul instantané</i>	<i>Accélération radicale</i>
<i>Illumination</i>	<i>Intuition personnelle</i>	<i>Suggestions générées</i>	<i>Multiplification des pistes</i>
<i>Vérification</i>	<i>Rigueur logique</i>	<i>Contrôle critique</i>	<i>Co-validation humain / machine</i>

## **Bibliographie**

- [1] Bair J., « La genèse de l’invention mathématique », *Tangente*, 159, 2014, pp. 8 – 9.
- [2] Bair J., « Souvenirs de rencontres avec le mathématicien et didacticien André Antibi » ; E-print ; *Orbi* (Uliege), 2022, <http://hdl.net/2268/296490>.
- [3] Bair J. « Mathématiques et méditation » ; E-print ; *Orbi* (ULiège), 2025, <https://hdl.handle.net/2268/337994>.
- [4] Hadamard J., « *Essai sur la psychologie de l’invention dans le domaine mathématique* », Paris, Gauthier-Villars, coll. *Discours de la méthode*, 1975 (rééd.), 134 pages.
- [5] Mallat S., « Fondements mathématiques de l’IA : comprendre les algorithmes avec les maths du lycée », conférence donnée dans le cadre du programme MathAData, <https://mathadata.fr>.
- [6] Poincaré H., « L’Invention mathématique », *L’Enseignement Mathématique*, tome 10, 1908, p. 1–16.

**Adresse électronique de l’auteur** : J.Bair@uliege.be.