

L'apprentissage du nombre à l'école maternelle

Adeline MASSUIR
Sabine BARTHOLOMÉ

École communale de Magnée
adelinemassuir@gmail.com

« Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept... », cette comptine numérique nous est familière; nous la récitons dès notre plus jeune âge. Lorsque ce sont nos enfants qui nous la récitent, nous pouvons aisément nous méprendre sur leur capacité à compter, tant cela nous est devenu naturel. Toutefois, le fait qu'ils soient en mesure de réciter cette comptine, aussi loin qu'ils en soient capables, ne signifie pas pour autant qu'ils sont en mesure de dénombrer les objets d'une collection donnée.

Dans cet article, nous commencerons par regarder les attendus du tronc commun concernant l'apprentissage des nombres à l'école maternelle. Ensuite, nous verrons en quoi consiste mathématiquement un dénombrement à ce niveau scolaire. La troisième section sera dévolue aux difficultés liées à l'apprentissage des nombres éprouvées par les enfants de maternelle. Enfin, nous épinglerons les conditions nécessaires à l'apprentissage des nombres, à travers l'une ou l'autre mises en situation effectives en classe de maternelle.

1. Les attendus du tronc commun

Appréhender et découvrir les nombres fait partie d'un processus d'apprentissage indispensable à la vie quotidienne. Les attendus du programme d'études pour l'enseignement maternel¹ en fin de troisième maternelle se divisent en cinq catégories : estimer, comparer, situer/ordonner, composer/décomposer et opérer. Un enfant doit par exemple être capable de reconnaître à vue des collections d'objets : si quatre pommes se trouvent sur la table, il doit pouvoir annoncer « il y a quatre pommes » (notons que pour tous les nombres cités, il s'agit bien entendu d'un minimum); et si les fruits sont placés de manière structurée, selon les dispositions des points sur les faces d'un dé par exemple, il doit être à même d'annoncer leur quantité sans avoir besoin de les compter, et ce jusqu'à six objets. Il est attendu des enfants qu'ils puissent dénombrer des collections de neuf objets en désignant les objets à l'aide du doigt. Deuxième attendu, la comparaison se manifeste dans l'usage à bon escient des termes « plus que », « moins que », « autant que », etc. On attend aussi des élèves la reconnaissance de positions : savoir qui est premier, ou deuxième, dans une file par exemple. D'autre part, la conscience d'un nombre en tant que tel implique de savoir le décomposer : 4, c'est « 2 et 2 », mais c'est aussi « 1 et 3 », ou « 1 et 1 et 1 et 1 ». Enfin, les prémices des calculs habituels comme l'addition, la soustraction,

la multiplication et la division apparaissent à l'aide d'un vocabulaire adapté : ajouter, retirer, faire des paquets, partager.

En outre, il est attendu des élèves la reconnaissance des symboles numériques, ainsi que la récitation de la comptine numérique (jusqu'à 29) car celle-ci joue un rôle essentiel dans l'acte du dénombrement. Nous y revenons ci-après.

Pour ce faire, il est évidemment déconseillé avec des enfants de 3 à 5 ans d'utiliser la formalisation classique des mathématiques. Au contraire, il est préférable d'utiliser le jeu, les situations de la vie quotidienne, et surtout du matériel permettant des manipulations. Nous en donnons quelques exemples dans la dernière section.

2. Les aspects cardinal et ordinal des nombres (naturels)

Nous venons de voir ce qu'un enfant arrivant en première année primaire doit connaître à propos des nombres et des opérations sur ces derniers. Cela paraît en effet raisonnable qu'un enfant soit à même d'identifier et de désigner le bus qu'il souhaitera emprunter, de dénombrer et de mesurer pour répondre à la question « combien ? », de comparer des quantités ou des mesures en comparant les nombres qui les déterminent, ou encore de calculer sur certains nombres pour en déterminer d'autres en fonction des besoins.

Pour les mathématiciens, la notion de nombre est basée sur une théorie axiomatique développée par Peano (1889). Cependant, il est clair qu'un enfant de 6 ans n'a pas encore conceptualisé le nombre avec un tel formalisme, il le mobilise plutôt à travers ses usages dans différentes situations faisant appel à deux aspects des nombres que le mathématicien distingue : leurs caractères *cardinal* et *ordinal*. Le premier renvoie à la *quantité* d'une collection d'objets. Mathématiquement, deux collections d'objets ont même quantité si à chaque objet d'une collection on peut associer exactement un objet de l'autre, sans qu'un élément de l'un ou de l'autre reste isolé. Cet appariement est appelé la « correspondance terme à terme », et constitue la clé qui met en évidence la quantité comme caractéristique commune entre ces deux ensembles. Dans les faits,

lorsque l'on considère deux collections d'objets, elles auront toujours soit le même nombre d'éléments, auquel cas leurs éléments respectifs pourront être appariés, soit l'une en possèdera plus que l'autre, et il restera au moins un élément isolé dans l'une des deux collections. Quant au caractère ordinal, il renvoie à un ordre dans la comptine numérique : « un, deux, trois, quatre... », qui est une suite de mots-nombres.

3. La théorie de Piaget

En 1941, les psychologues Piaget et Szeminska se penchent sur l'émergence de la notion de nombre chez les enfants (voir notamment Piaget *et al.*, 1949). À l'aide d'expériences avec des colliers de perles, ils identifient deux conditions indispensables pour que le nombre soit accessible à l'enfant : la *conservation du tout* et la *sérialisation des éléments*, qui, comme nous allons le voir, sont deux notions qui ne sont pas étrangères aux concepts de cardinaux et d'ordinaux des mathématiciens.

La conservation du tout est étroitement liée à la correspondance terme à terme, comme le montre l'expérience suivante menée par Piaget : six perles bleues sont distribuées à un enfant ainsi qu'un petit paquet de perles rouges, et on demande alors à l'enfant de disposer autant de perles rouges que de perles bleues. Le psychologue a identifié trois stades dans les réactions des enfants. À un premier stade, l'enfant va simplement coller les perles les unes aux autres, et affirmer qu'il y a la quantité demandée de perles rouges lorsque les espaces occupés par les perles des deux couleurs sont identiques. La deuxième phase apparaît lorsque l'enfant met une perle rouge en face de chaque perle bleue. On pourrait alors penser qu'avec cette mise en correspondance, l'enfant a acquis la capacité de dénombrer. Pourtant, si l'expérimentateur vient agrandir les espaces entre les perles bleues (ou rouges), l'enfant ayant pourtant observé qu'il n'y a eu ni retrait ni ajout de perle va alors annoncer qu'à présent, les perles sont disponibles en quantités différentes, car l'équivalence visuelle a disparu. Le dernier stade est atteint lorsque l'enfant soutient, malgré les modifications dans la disposition des perles, que les quantités restent équivalentes. Avant cette dernière étape, il n'y a en réalité que des figures perceptives qui sont les prémices du nombre chez le tout-petit.

Pour Piaget, il y a conservation du tout lorsque l'enfant a pris conscience que le tout est une combinaison de parties, que l'on peut disposer comme on le souhaite. Pour ce faire, il a identifié une notion clé : la réversibilité. Voici l'expérience qu'il présente pour s'en rendre compte. Proposons à des élèves une boîte contenant des perles en bois, la plupart de couleur brune, et deux ou trois perles de couleur blanche. On demande alors : « Est-ce que dans cette boîte il y a plus de perles en bois que de perles brunes ? » Tous les enfants, sans exception, ont répondu au psychologue qu'un collier formé avec les perles brunes serait plus grand que celui constitué de perles en bois. Stupéfiant pour un adulte, c'est en fait parfaitement logique pour les enfants, qui n'ont pas encore acquis le concept de réversibilité. Pour eux, comme un collier aura été fabriqué avec les perles brunes, il ne restera à leur disposition que deux perles blanches pour constituer un collier en bois. Ils ne fabriquent pas des colliers hypothétiques : ils n'ont pas encore une pensée réversible, leur raisonnement consiste à reproduire l'action matérielle par la pensée. Ainsi, dès que les perles brunes ont été utilisées dans le premier collier, elles ne peuvent être disponibles pour un second : l'enfant ne peut pas penser simultanément au tout et à la partie.

Venons-en à présent à la sériation des éléments. Si l'on distribue un petit paquet de bâtonnets de différentes longueurs et qu'on demande à un enfant de maternelle de s'en servir pour construire un escalier, pour peu que les différences de taille soient légères, la tâche n'est pas si évidente. Piaget a à nouveau identifié trois stades. En premier lieu, la non-conservation, où l'enfant compare les bâtonnets deux à deux, construisant ainsi des couples qu'il ne sait alors plus comparer entre eux. Ensuite, la deuxième étape est constituée d'une recherche empirique, en comparant des petits ensembles de bâtons, en se corrigeant par essai-erreur. Enfin, l'enfant acquiert une méthode, par exemple en cherchant le plus petit des bâtons, puis le deuxième plus petit, etc. ; il est dans un stade opératoire.

La conservation du tout avec la correspondance terme à terme se rapporte ainsi à la notion de cardinal, tandis que la sériation des éléments s'apparente aux ordinaux. Selon Piaget, les deux sont indispensables à l'acquisition du nombre (afin d'être capable d'itérer l'unité), et ce sont ces deux aspects des nombres que l'on va travailler au travers de situations en classe avec les enfants de maternelle.

4. En classe

L'apprentissage du nombre émerge de la comparaison de collections diverses d'objets. Deux gestes sont à l'œuvre dans cette comparaison entre deux collections distinctes. Le premier consiste en une mise en correspondance des objets de l'une avec les objets de l'autre, le second geste consiste à énumérer les objets de ces collections. Ces gestes peuvent être travaillés quotidiennement dans la classe, par exemple en demandant à un enfant de distribuer à chacun de ses copains de classe un crayon, ou une feuille, ou tout autre matériel, mis à la disposition des enfants.

Prenons l'exemple de la distribution d'un crayon à chaque enfant de la classe par l'un d'eux. Le premier geste de mise en correspondance consiste à prendre le pot dans lequel se trouvent les crayons et à en donner un à chaque enfant l'un après l'autre jusqu'à épuisement des crayons dans le pot (si l'enseignant n'a pas été suffisamment prévoyant), ou jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'enfant à qui donner un crayon. Toutefois, cet appariement des crayons avec les enfants peut être fait sans pour autant que l'enfant distributeur soit en mesure d'annoncer le nombre de crayons qu'il a distribués ou le nombre d'enfants à qui il a donné un crayon. Il peut aisément s'acquitter de cette tâche sans ressentir la nécessité de dénombrer (figure 1) : il lui suffit d'épuiser l'une des collections, de crayons ou d'enfants. Chacun des enfants aura bien reçu un crayon, pour autant qu'il y en ait en suffisance au départ.

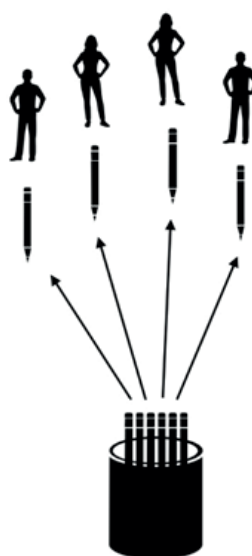


Fig. 1. Mise en correspondance enfants/crayons.

D'autre part, cette mise en correspondance peut être rendue laborieuse si le pot de crayons est délocalisé par rapport aux élèves de la classe. La distribution nécessiterait alors des allers-retours peu commodes, à moins que l'enfant à qui l'on demande d'accomplir la tâche ne dispose des moyens de construire une collection intermédiaire entre les enfants de la classe et les crayons qu'il doit aller chercher. De fait, si l'on fournissait par exemple à cet enfant (et uniquement à cet enfant) du papier et un crayon, celui-ci pourrait alors — à l'instar d'un adulte qui constituerait une liste de courses — se constituer une sorte de « liste » réalisée en marquant d'un trait sur un papier les enfants qu'il passerait en revue un à un (figure 2). Une fois cette liste en main, il irait chercher le nombre adéquat de crayons où se situe le pot, en les prenant un à un dans ce dernier par une mise en correspondance de ceux-ci avec les traits de sa liste. L'enfant aurait alors répondu à l'attente de son enseignant, sans toutefois avoir eu à dénombrer les élèves de la classe, les traits de sa liste, ou les crayons qu'il est allé chercher.

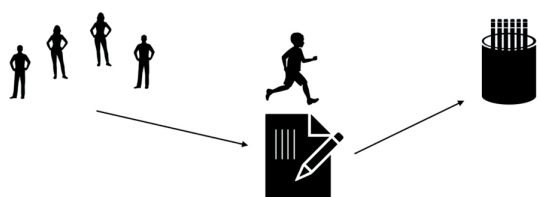


Fig. 2. Mise en correspondance par l'intermédiaire d'une « liste » de traits.

Ainsi, délocaliser les crayons est un choix didactique qui ne suffit pas. Il faut encore forcer l'enfant à se servir de la comptine numérique comme liste intermédiaire entre la collection d'enfants dans la classe et la collection de crayons, en l'empêchant de se construire une liste intermédiaire alternative. La comptine numérique peut en effet jouer ce rôle de collection (équipotente) intermédiaire entre deux collections données. C'est une liste de « mots-nombres » : « un, deux, trois, quatre... », chacun associé à une quantité déterminant le cardinal d'ensembles.

Un second geste, celui de l'énumération, est alors nécessaire au dénombrement. C'est là que la comptine numérique devient incontournable (figure 3). Pour énumérer correctement une collection d'objets, l'enfant doit la structurer, c'est-à-dire la parcourir de façon ordonnée et contrôlée. Autrement dit,

dans la situation considérée, l'enfant doit choisir un premier élève et l'attribuer au mot-nombre « un », choisir ensuite un autre élève parmi les enfants restants et lui attribuer le mot-nombre « deux », et répéter cet acte tant que tous les enfants n'ont pas été choisis. Pour que cette énumération soit menée à bien, il faut également que l'enfant garde en mémoire les enfants auxquels il a déjà attribué un mot-nombre pour ne pas les compter une fois de trop. D'autre part, il faut qu'une fois un mot-nombre attribué à l'enfant restant, il soit conscient d'avoir épuisé l'ensemble du groupe. Le dernier mot-nombre de la comptine attribué garde alors en mémoire la quantité d'enfants et détermine du même coup la quantité de crayons à aller chercher. À nouveau, l'enfant devra s'emparer de cette quantité de crayons en les énumérant à leur tour, mais en s'arrêtant au dernier mot-nombre de la comptine déterminé par l'énumération des enfants en amont.

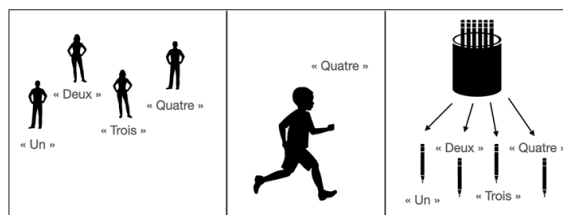


Fig. 3. La comptine numérique comme « liste » intermédiaire.

À cette liste de mots-nombres, il est possible d'associer un symbole à chacun des mots-nombres de cette comptine : « 1 », « 2 », « 3 », « 4 »... , par exemple. Ceux-ci ne sont que des symboles qui permettent une écriture synthétique de ces mots-nombres, mais qui pourraient également être exprimés par une liste de traits : I, II, III, IIII... ou encore de points, etc. (figure 4).

Ces différentes représentations, et bien d'autres, peuvent être mobilisées en classe pour aider les enfants. On fera usage de représentations telles qu'une collection de points disposés comme sur les faces d'un dé, pour les aider dans leurs tâches, tout en changeant la disposition des points d'une fois à l'autre afin de les amener à voir la quantité comme un invariant entre ces collections de points.

Quant à l'aspect ordinal des nombres, il est intrinsèque à la comptine numérique. La récitation de cette dernière donne implicitement un ordre à ces mots-nombres : « cinq » est plus grand que « trois », par exemple, parce que lorsque l'on récite la



Fig. 4. Différentes représentations des nombres de 1 à 10.

comptine on n'a pas encore dit « cinq » au moment où l'on dit « trois ». Cet aspect ordinal du nombre peut se représenter par une bande numérique (figure 5) qui sera mobilisée dans des situations quotidiennes, comme celle de mettre à jour le calendrier en début de journée.

Les situations quotidiennes ne manquent pas pour travailler ces aspects des nombres : demander aux enfants d'attribuer les trois places d'un podium, lors d'une course à pied organisée au cours d'éducation physique, est une occasion de travailler l'aspect ordinal des nombres, par exemple.

Conclusion

La connaissance de la comptine numérique n'est donc pas une condition suffisante pour permettre aux enfants d'acquérir leur première capacité de dénombrement. La capacité des enfants à dénombrer nécessite avant tout la mise en place des gestes de mise en correspondance et d'énumération que nous avons explicités. La comptine numérique y joue néanmoins un rôle crucial et nécessaire : la prise de conscience par l'enfant que le dernier mot de la comptine numérique prononcé (après énumération de la collection d'objets considérée) détermine la quantité d'objets dans cette collection.



Fig. 5. Calendrier de la classe.

Bibliographie

Colmez, P. (2009). *Éléments d'analyse et d'algèbre (et de théorie des nombres)*. Palaiseau (91128) : Éditions École Polytechnique.

Peano, G. (1889). *Arithmetices Principia Nova Methodo Exposita*. Turin : Bocca.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1941). *La Genèse du nombre chez l'enfant*. Paris : Delachaux & Niestlé.

Piaget, J., Boscher, B. & Châtelet, A. (1949). *Initiation au calcul (enfants de 4 à 7 ans) : la genèse du nombre chez l'enfant (suivi de) de la psychologie à la pédagogie du calcul (suivi de) l'apprentissage des nombres*. Bourrelier.

Note

- 1 Programmes et référentiels du tronc commun. WBE. https://www.wbe.be/fileadmin/sites/wbe/uploads/images/Programmes/MATERNEL_Montage_MARS_2023_INTERACTIF.pdf