

PRÉCISION DU POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE LA CONSTELLATION

Matthieu LONCHAY

« Quelle est la précision du positionnement par satellites ? »





1. INTRODUCTION

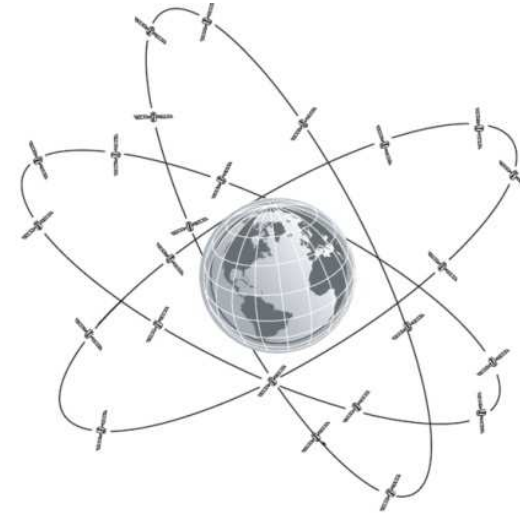
2. POSITIONNEMENT ABSOLU

3. POSITIONNEMENT RELATIF

4. CONCLUSIONS

● La géométrie de la constellation influence la précision.

- GNSS : Global Navigation Satellite System
- Niveaux de performances toujours croissants
 - ✓ *Précision*
 - ✓ *Fiabilité*
 - ✓ *Couverture spatio-temporelle*
- Sources d'erreurs :
 - ✓ *Ionosphère*
 - ✓ *Troposphère*
 - ✓ ...
- Effet amplificateur de la géométrie de la constellation
- Indicateur de qualité : DOP (« *Dilution Of Precision* »)



➔ **Objectif :** Meilleure compréhension de l'impact de la géométrie de la constellation sur la précision du positionnement par satellites :

- Positionnement Absolu (PA) avec mesures de codes (SPSE)
- Positionnement Relatif (PR) avec mesures de codes (SE)



1. INTRODUCTION

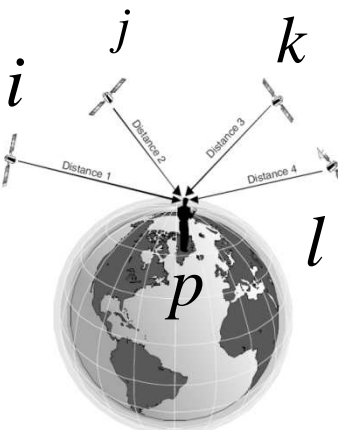
2. POSITIONNEMENT ABSOLU

3. POSITIONNEMENT RELATIF

4. CONCLUSIONS

- Les mesures GNSS sont entâchées d'erreurs.

$$D_p^i = \sqrt{(X^i - X_p)^2 + (Y^i - Y_p)^2 + (Z^i - Z_p)^2}$$

$$P_p^i(t) = \boxed{D_p^i} + \underbrace{T_p^i}_{\text{Troposphère}} + \underbrace{I_p^i}_{\text{Ionosphère}} + \underbrace{M_{p,m}^i}_{\text{Multi-trajet}} + \underbrace{c(\Delta t^i(t_e) - \Delta t_p(t))}_{\text{Erreur d'horloge}} + \underbrace{\mathcal{E}_{p,m}^i}_{\text{Bruit de mesure}}$$


The diagram shows a globe with a receiver at position p . Four satellites, labeled i , j , k , and l , are shown in the sky. Lines connect the receiver to each satellite, with labels 'Distance 1', 'Distance 2', 'Distance 3', and 'Distance 4' respectively.

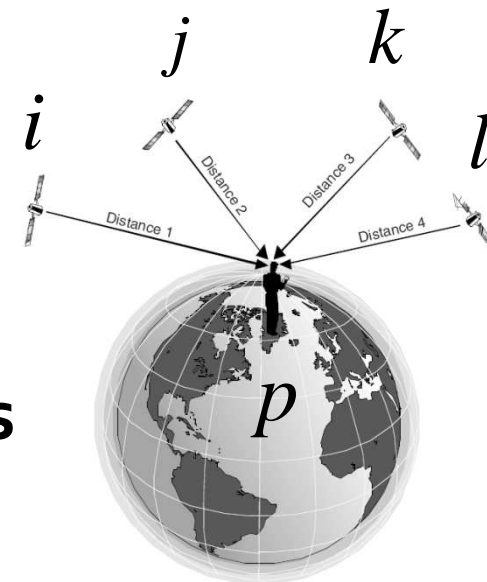
- Une position est estimée au moyen d'un ajustement par moindres carrés.

$$P_p^i(t) = f(\underbrace{X_p, Y_p, Z_p, \Delta t_p}_{\substack{\uparrow \\ \text{4 paramètres inconnus (u = 4)}}})$$

- 4 paramètres inconnus ($u = 4$)
- Observations redondantes ($n \geq 4$)

➔ Ajustement par moindres carrés

$$A\underline{x} + \underline{W} - \underline{v} = 0$$



- L'ajustement par moindres carrés intègre la géométrie de la constellation.

$$\underline{x} = N^{-1} A^T W$$

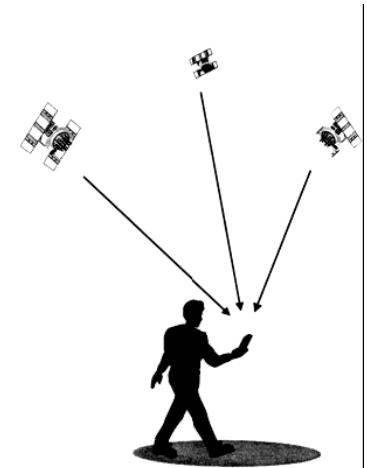
- Design matrix:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(X^1 - X_{p,0})}{D_{p,0}^1} & -\frac{(Y^1 - Y_{p,0})}{D_{p,0}^1} & -\frac{(Z^1 - Z_{p,0})}{D_{p,0}^1} & 1 \\ -\frac{(X^2 - X_{p,0})}{D_{p,0}^2} & -\frac{(Y^2 - Y_{p,0})}{D_{p,0}^2} & -\frac{(Z^2 - Z_{p,0})}{D_{p,0}^2} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{(X^n - X_{p,0})}{D_{p,0}^n} & -\frac{(Y^n - Y_{p,0})}{D_{p,0}^n} & -\frac{(Z^n - Z_{p,0})}{D_{p,0}^n} & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{matrix}} \right\} n$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{u}$

- Matrice normale:

$$N = A^T A$$



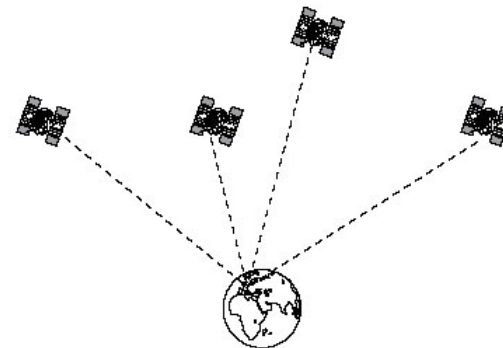
● La géométrie dégrade la précision du positionnement.

▪ Matrice des cofacteurs: $Q_{\hat{x}} = N^{-1} =$

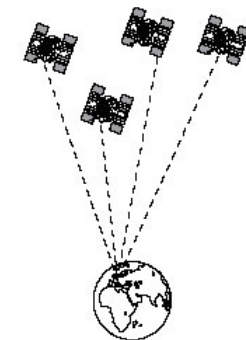
$$\begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{tX} & q_{tY} & q_{tZ} & q_{tt} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{POS} = \underline{DOP} \sigma_P$$

« Dilution Of Precision » 

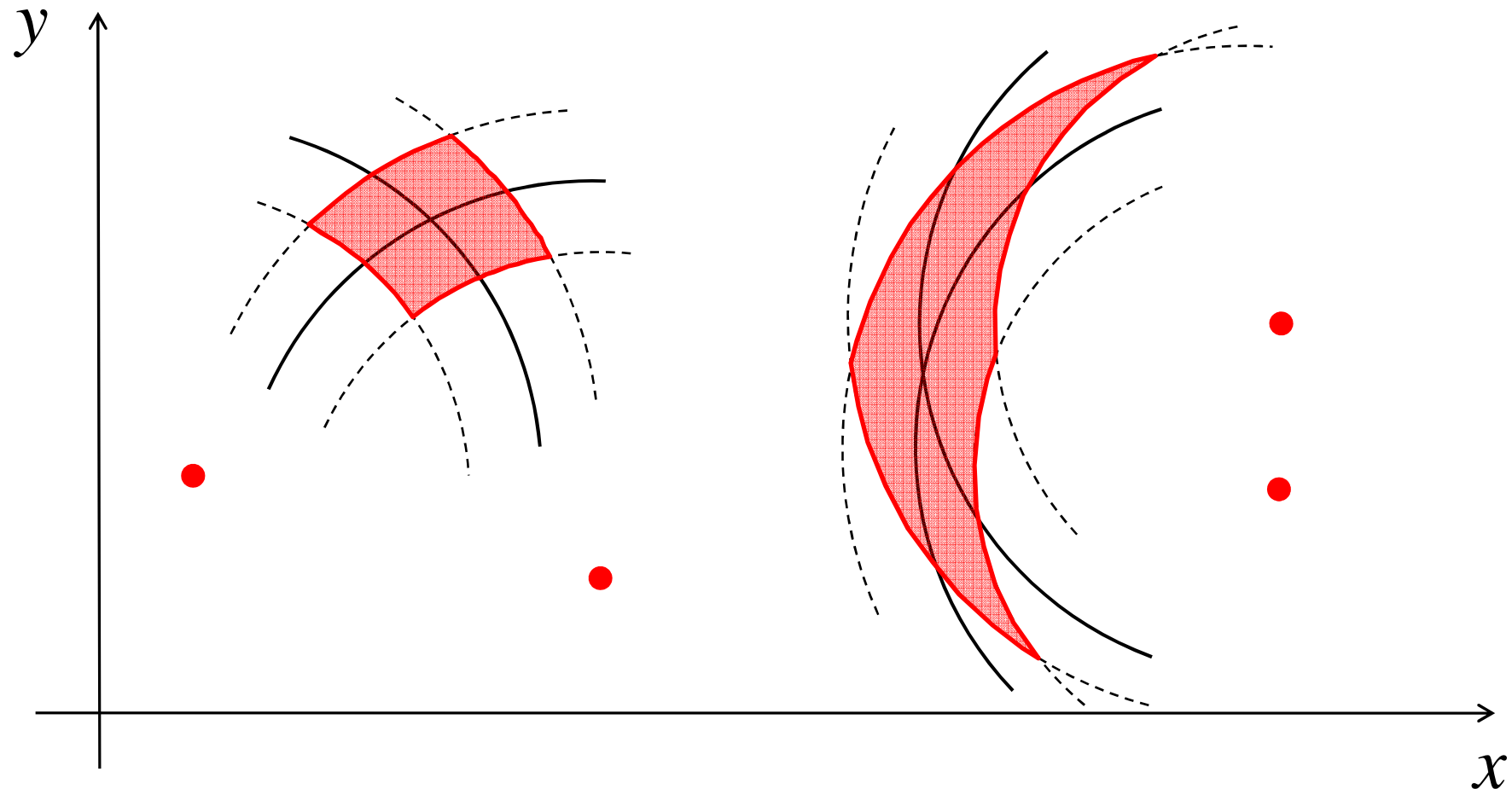


*DOP
faible*



*DOP
élevé*

- L'influence de la géométrie sur la précision peut être illustrée par un exemple concret.

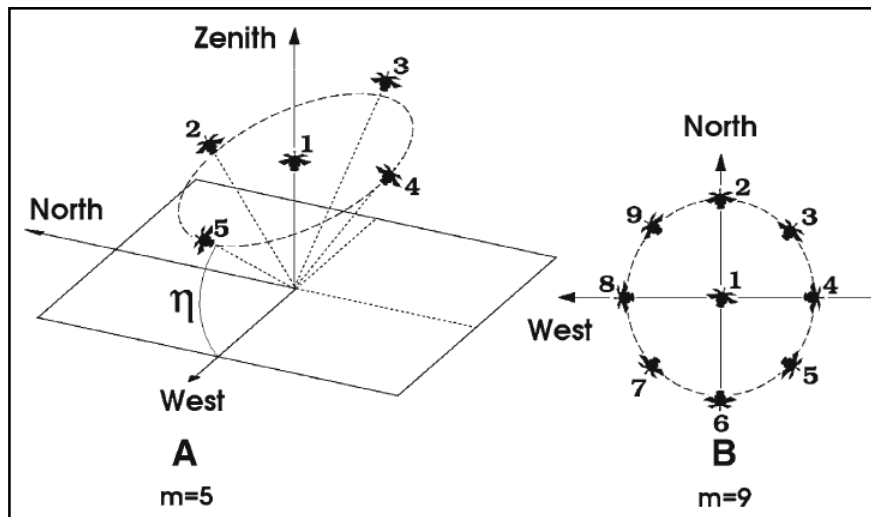


● Le DOP varie dans le temps et dans l'espace.

- Satellites GPS
- Distribution hautement symétrique



Forme analytique
du DOP



LONCHAY
Matthieu
M2 GEOM.

Année académique 2008-2009

DOPA

Variation de la géométrie de la constellation en fonction de la latitude/longitude

Données Sélection: **Résultats**

Latitude (°):
Longitude (°):

Graphiques:
 Graphique PRN/Time

Masque (°): **Ok**

Progression:

M/S/G/D

Initialisation

Paramètres de sortie:

- GDOP
- PDOP
- TDOP
- HDOP
- VDOP
- NB SAT

Infos:

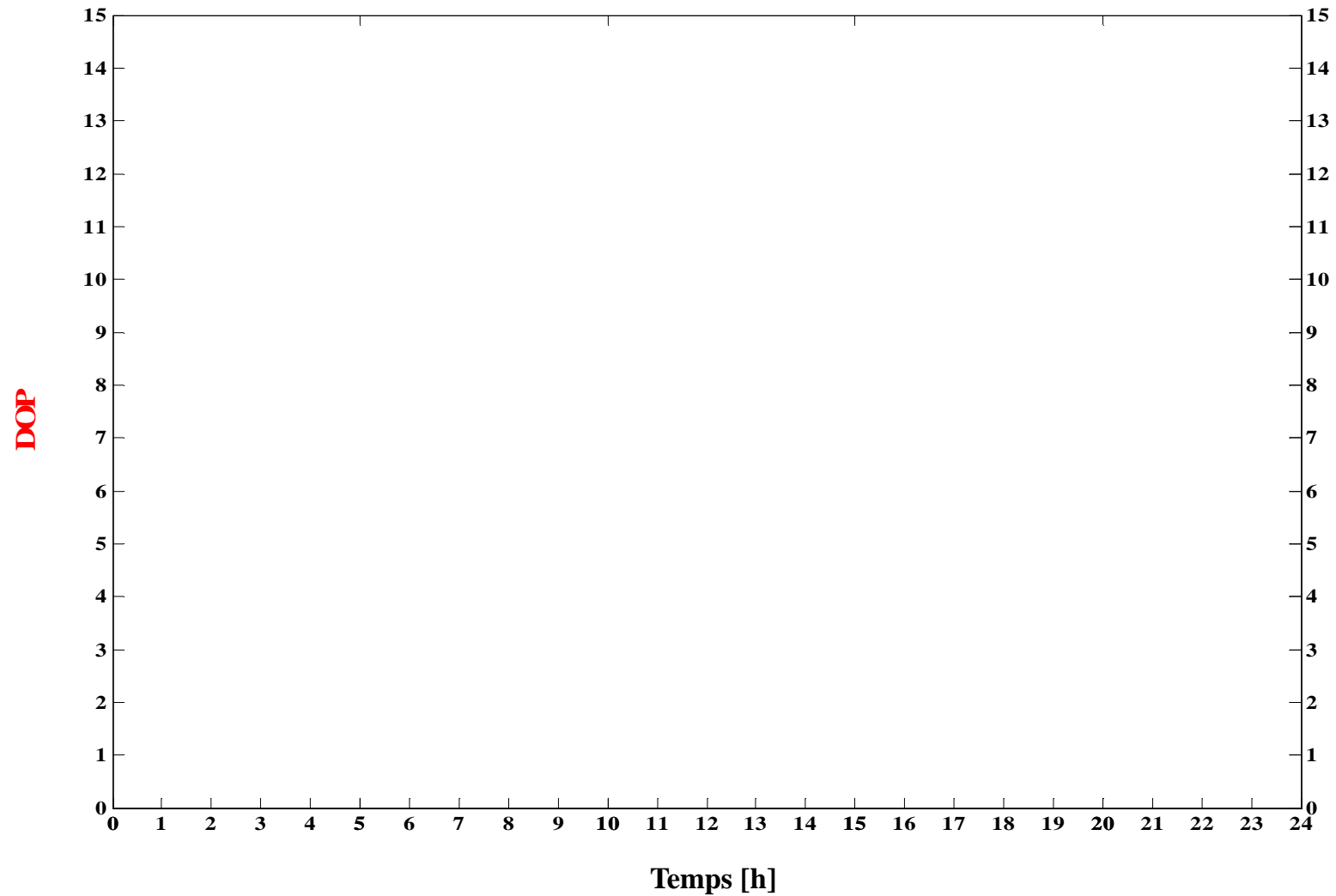
Dossier de données:	Data
Dossier de résultats:	
Nb fichiers:	11
Latitude (°):	v
Longitude (°):	15
Durée ép. obs (s):	30
Durée obs (s):	86400
Nb époques:	2881
YY:	2009
DOY:	001

- Constellation GPS réelle

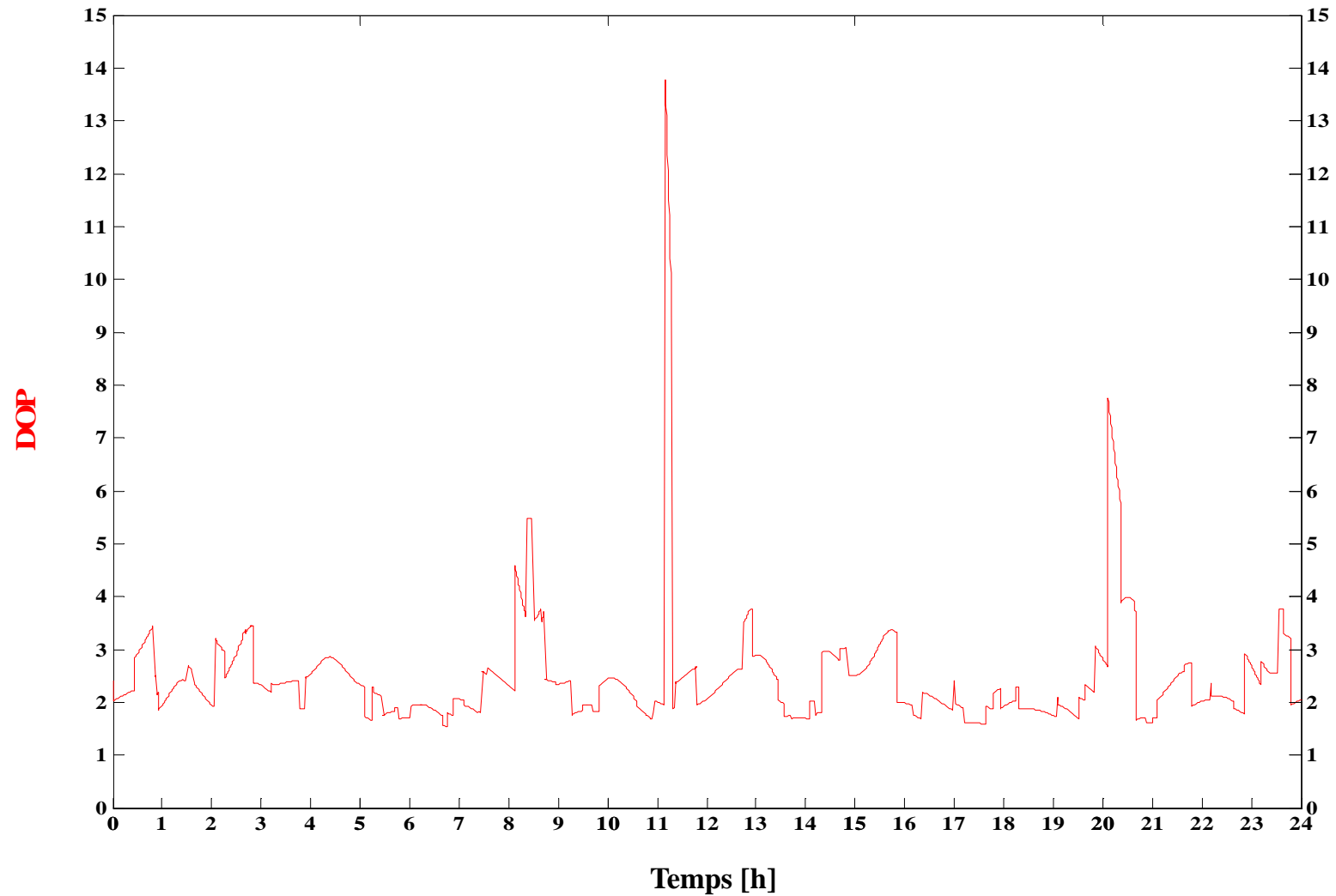


Variabilité spatio-temporelle
du DOP

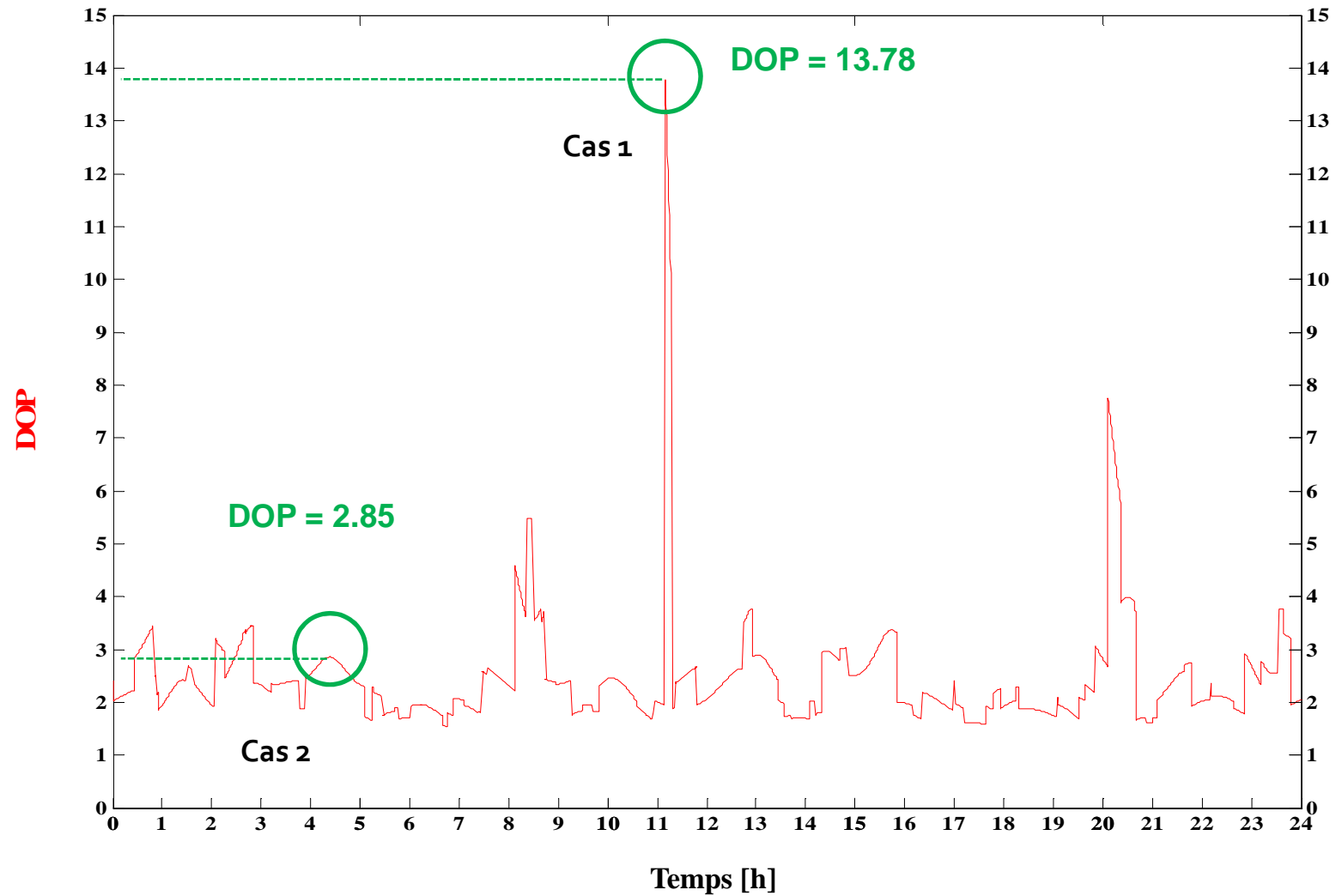
● Le DOP varie dans le temps et dans l'espace.



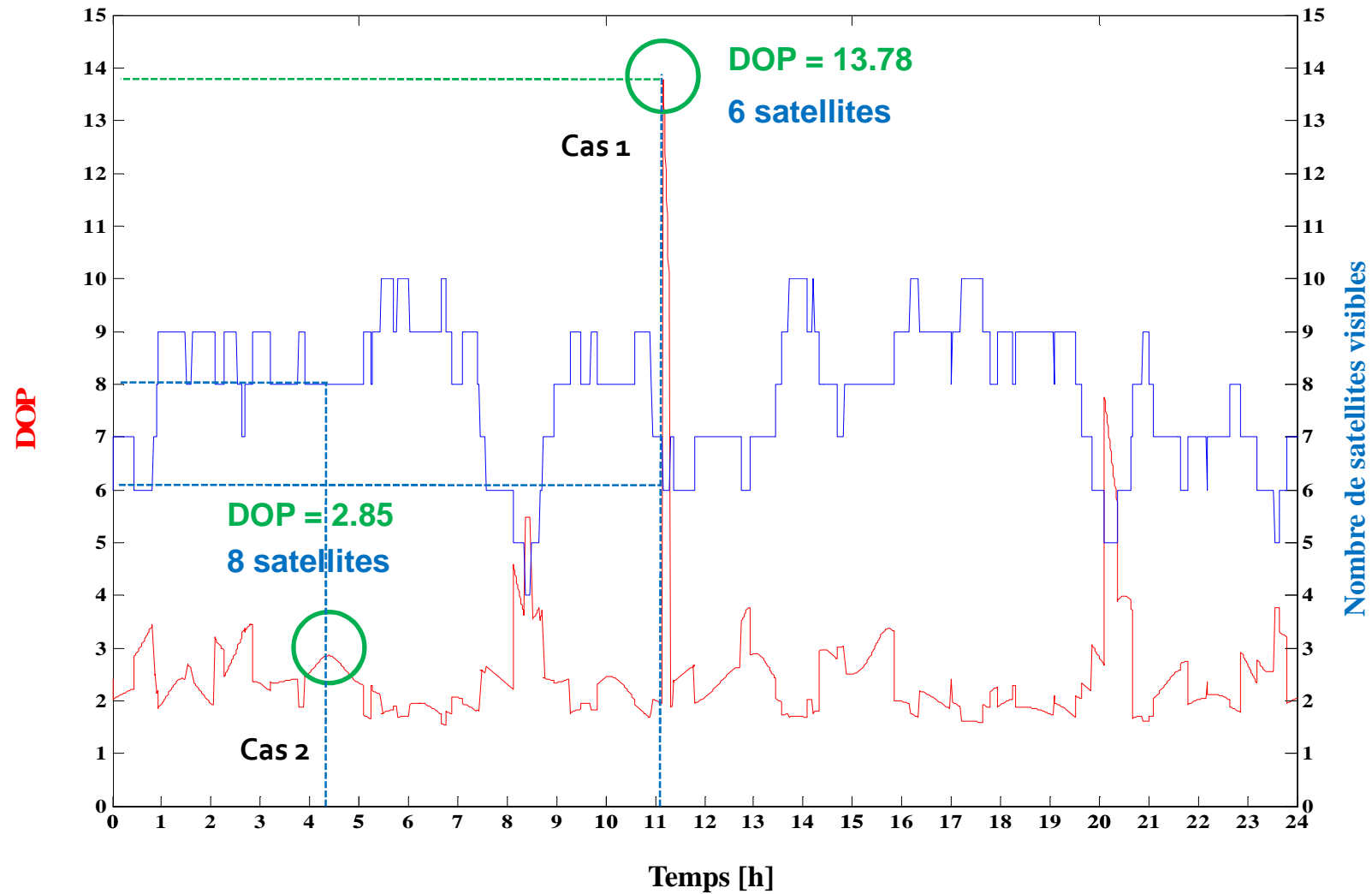
● Le DOP varie dans le temps et dans l'espace.



● Les hautes valeurs de DOP sont ponctuelles.

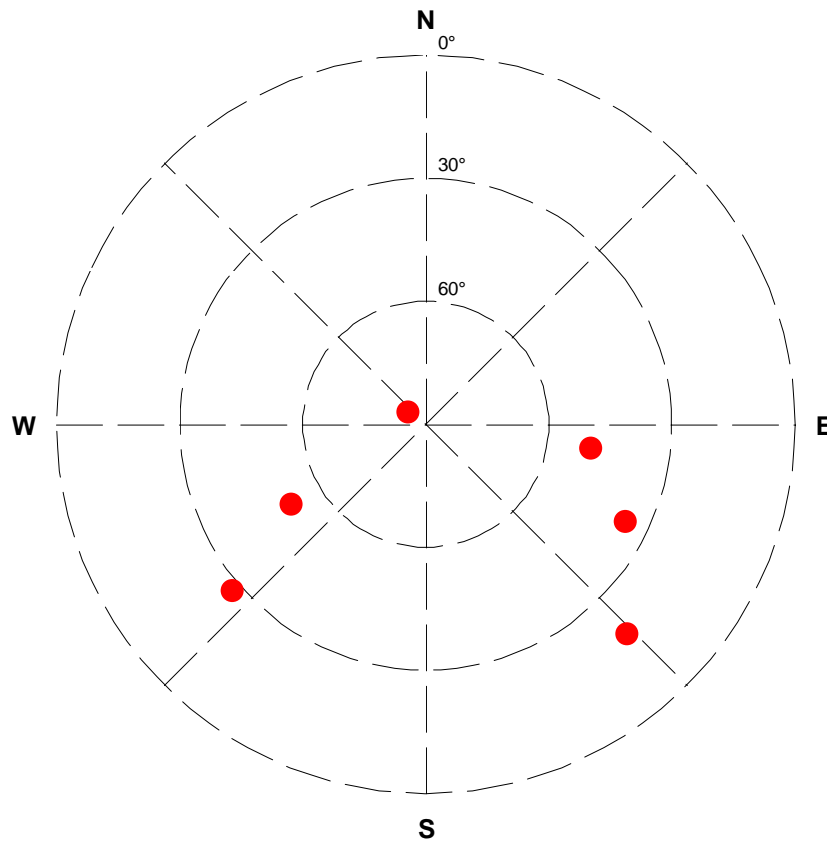


● Le nombre de satellites visibles influence le DOP.



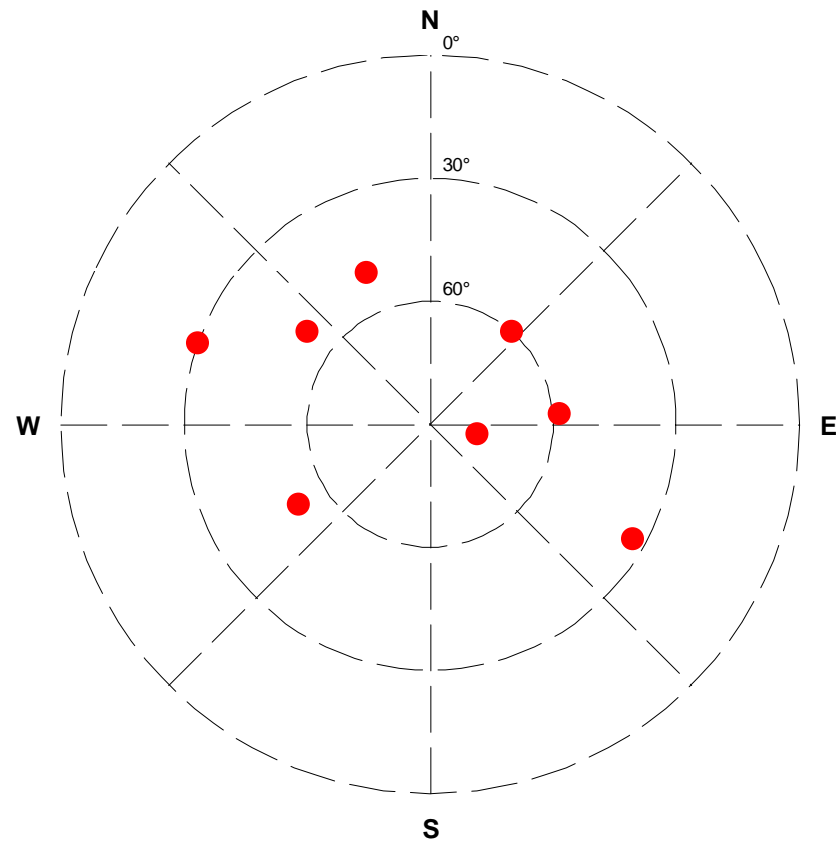
- Le nombre de satellites visibles influence le DOP.

Cas 1



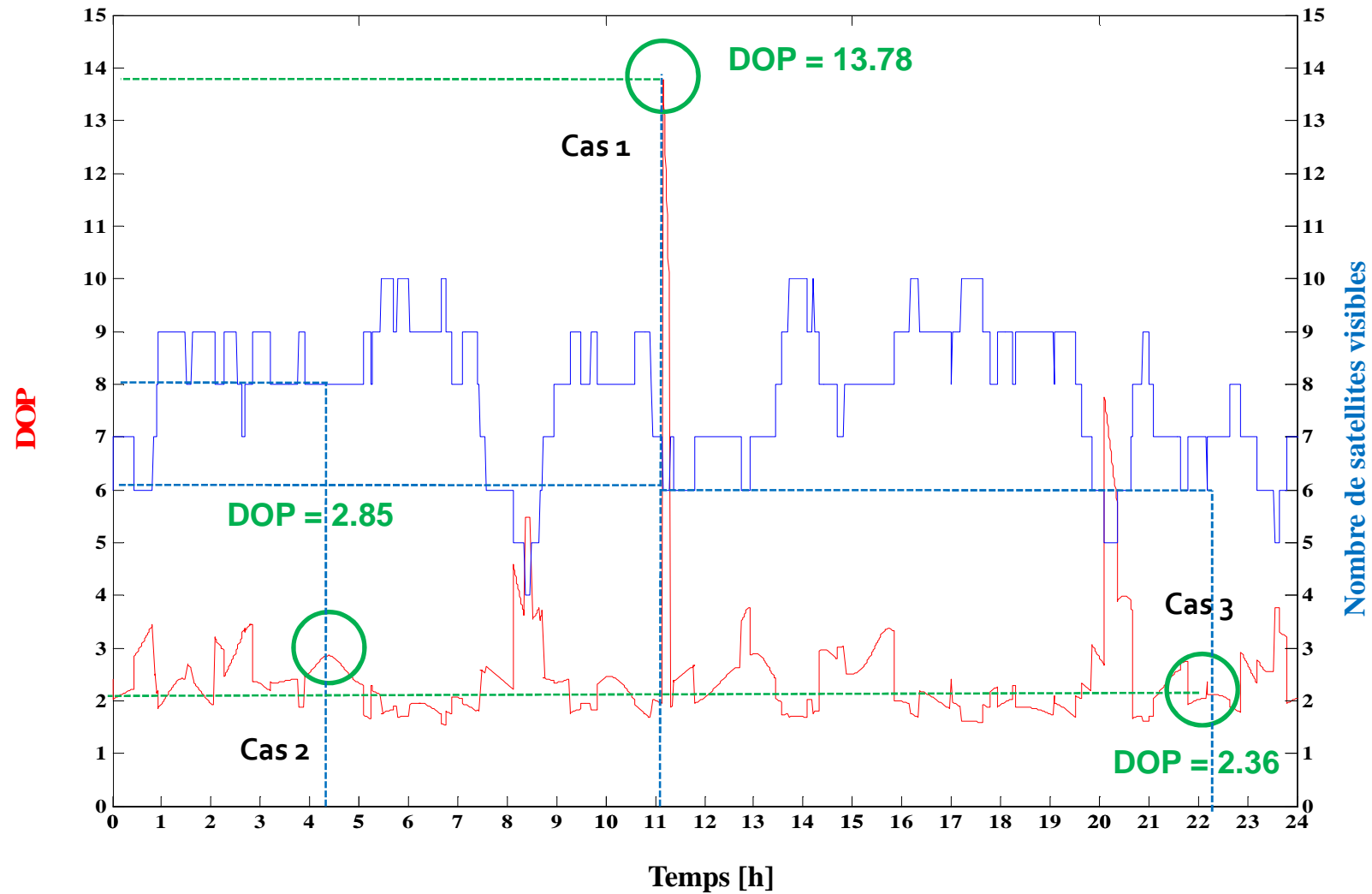
DOP = 13.78

Cas 2



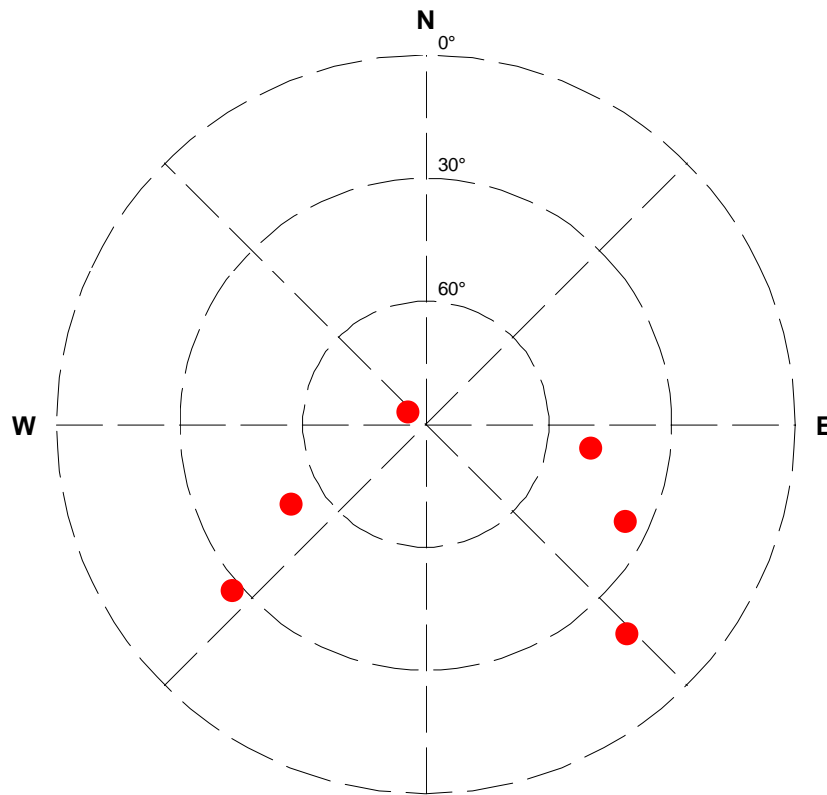
DOP = 2.85

● La distribution des satellites influence le DOP.



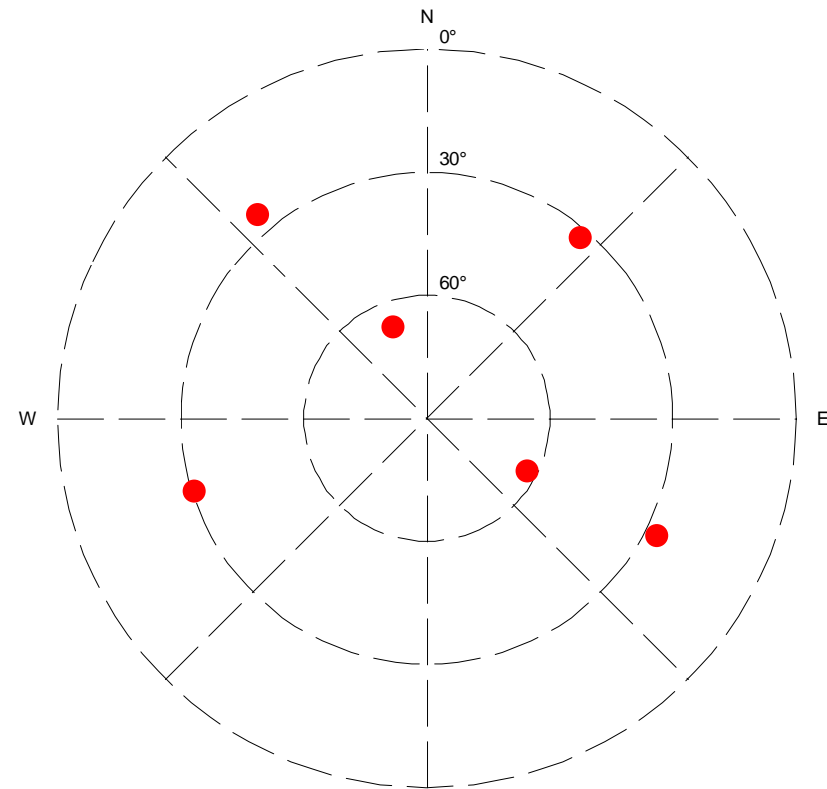
● La distribution des satellites influence le DOP.

Cas 1



$$|N|_{DOP}^S = 0.04$$

Cas 3



$$|N|_{DOP}^S = 3.47$$

- Les hautes valeurs du DOP sont liées à des états singuliers de la matrice normale.

$$|N| = 0$$



N est singulière

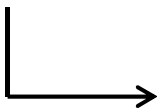


Relation(s) linéaire(s)
entre les rangées de N



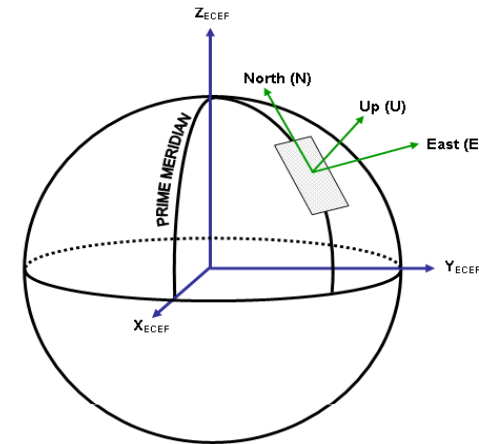
Relation(s) linéaire(s)
entre les rangées de A

$$Q_{\hat{x}} = N^{-1} = (A^T A)^{-1}$$


DOP

● Une géométrie conique engendre une singularité.

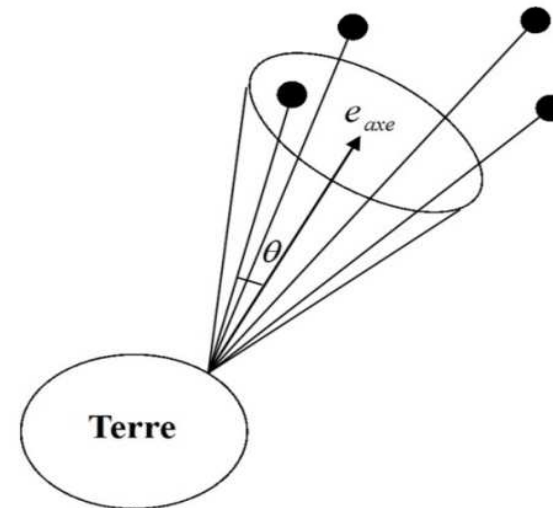
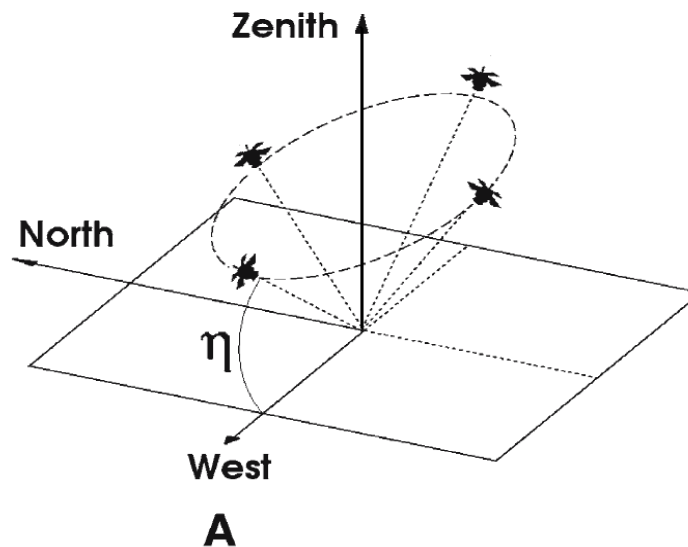
- Forme topocentrique de la matrice A:



● Une géométrie conique engendre une singularité.

- Forme topocentrique de la matrice A:

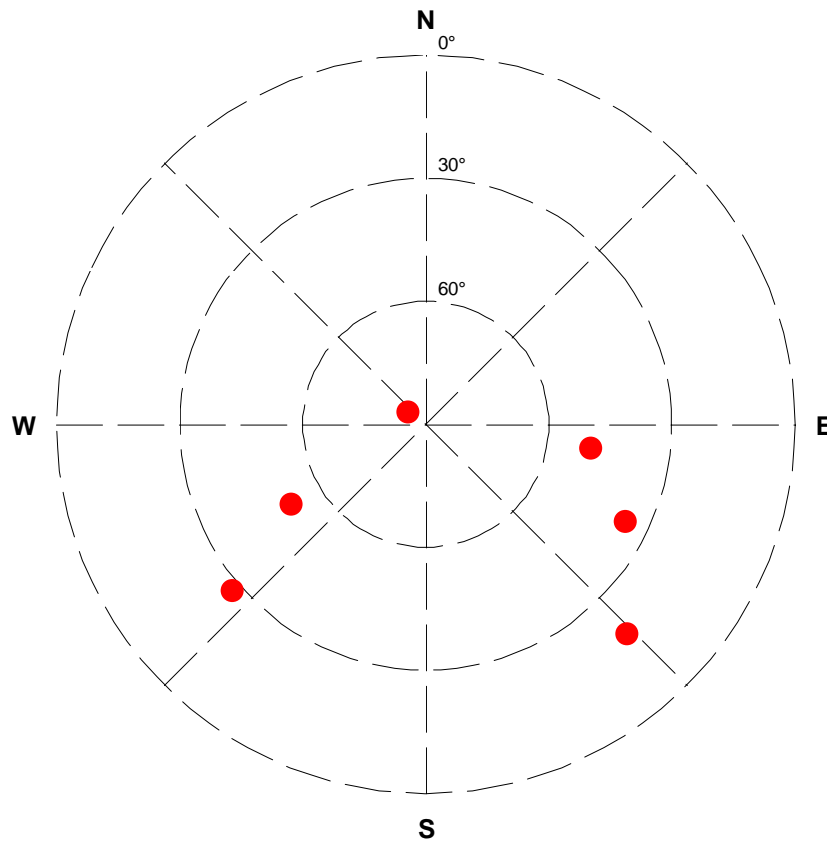
$$A = \begin{bmatrix} -\cos\eta^1 \sin\chi^1 & -\cos\eta^1 \cos\chi^1 & -\sin\eta^1 & 1 \\ -\cos\eta^2 \sin\chi^2 & -\cos\eta^2 \cos\chi^2 & -\sin\eta^2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos\eta^n \sin\chi^n & -\cos\eta^n \cos\chi^n & -\sin\eta^n & 1 \end{bmatrix}$$



➔ Ajustement d'un cône 3D sur des géométries réelles

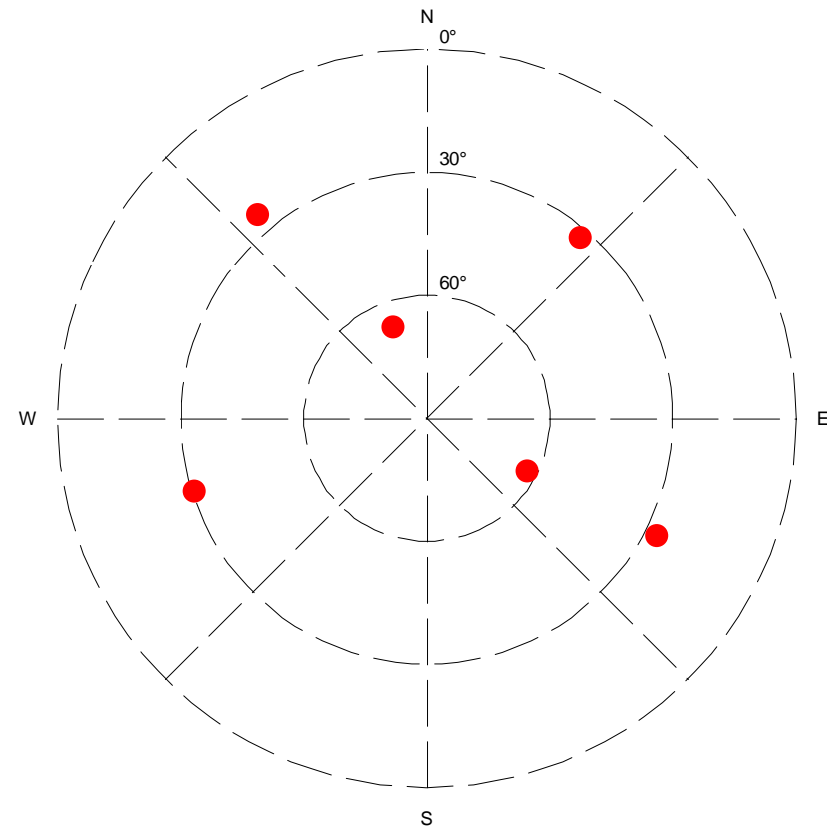
- Une géométrie conique explique une haute valeur de DOP.

Cas 1



DOP = 13.78

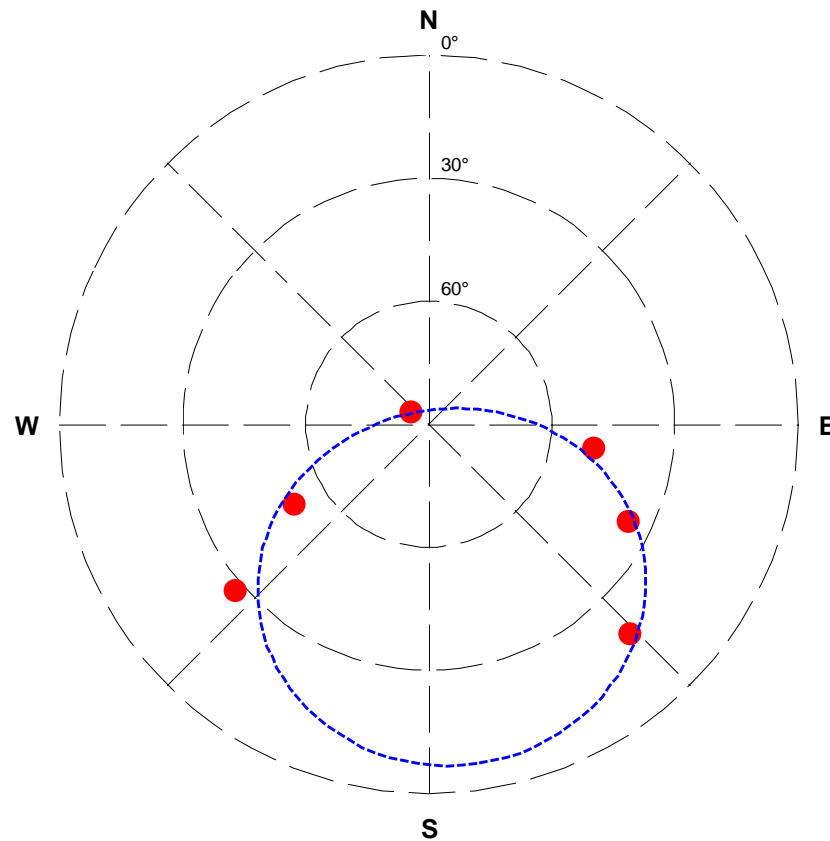
Cas 3



DOP = 2.36

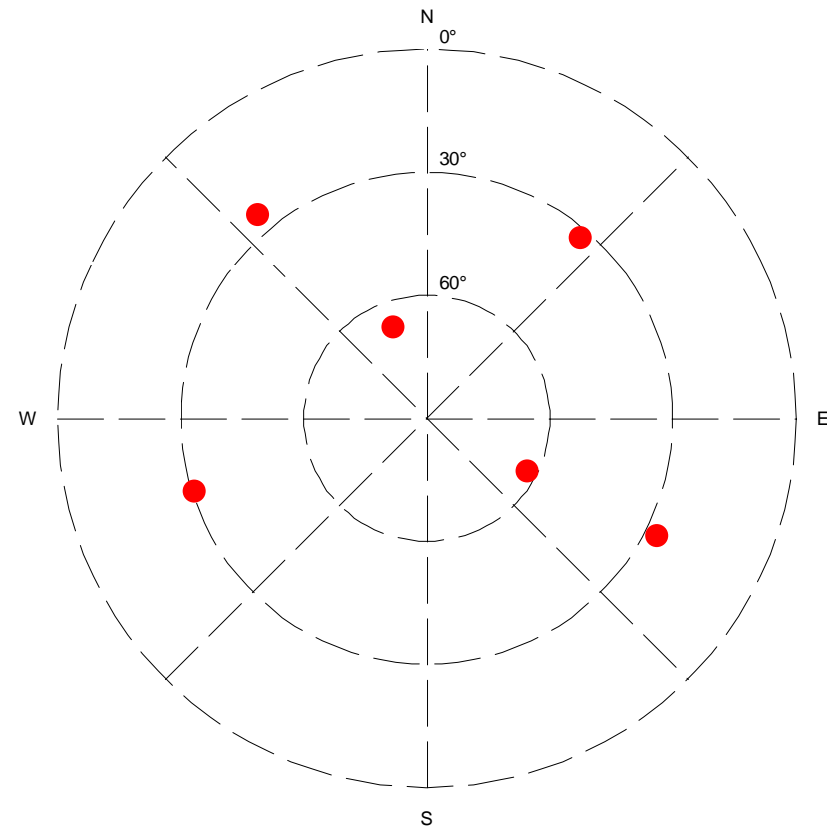
- Une géométrie conique explique une haute valeur de DOP.

Cas 1



DOP = 13.78

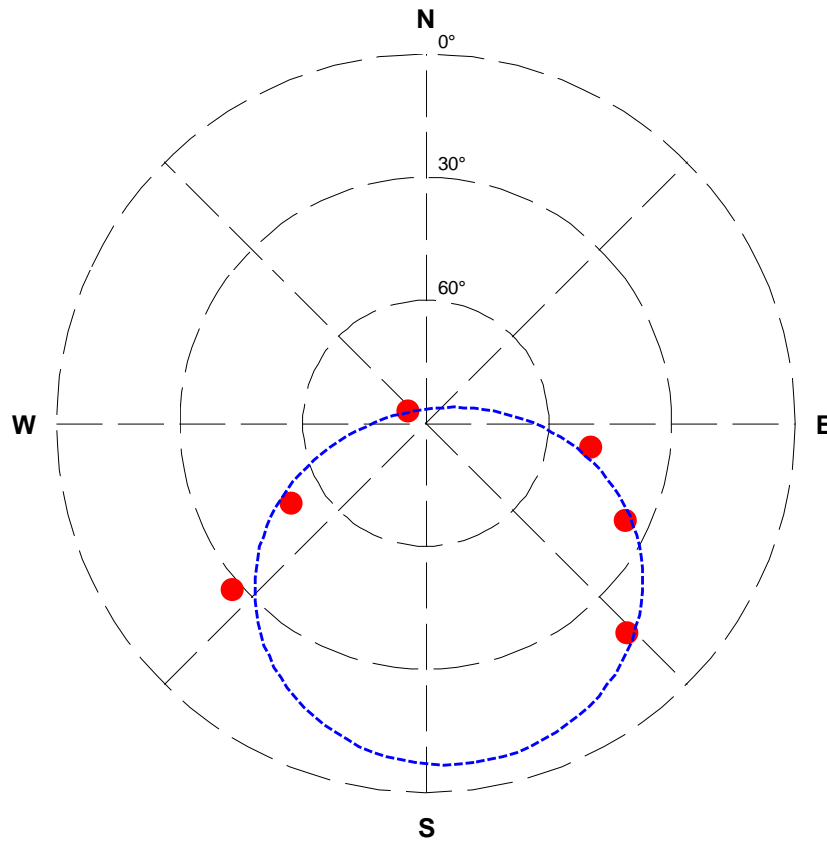
Cas 3



DOP = 2.36

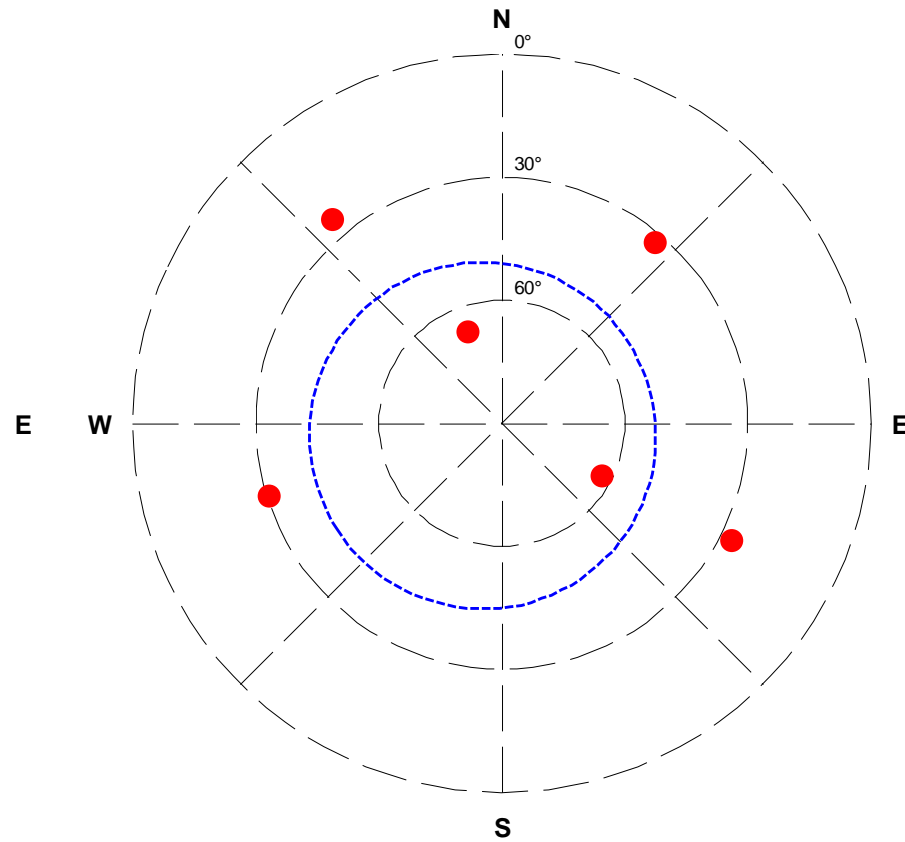
- Une géométrie conique explique une haute valeur de DOP.

Cas 1



DOP = 13.78

Cas 3



DOP = 2.36



1. INTRODUCTION

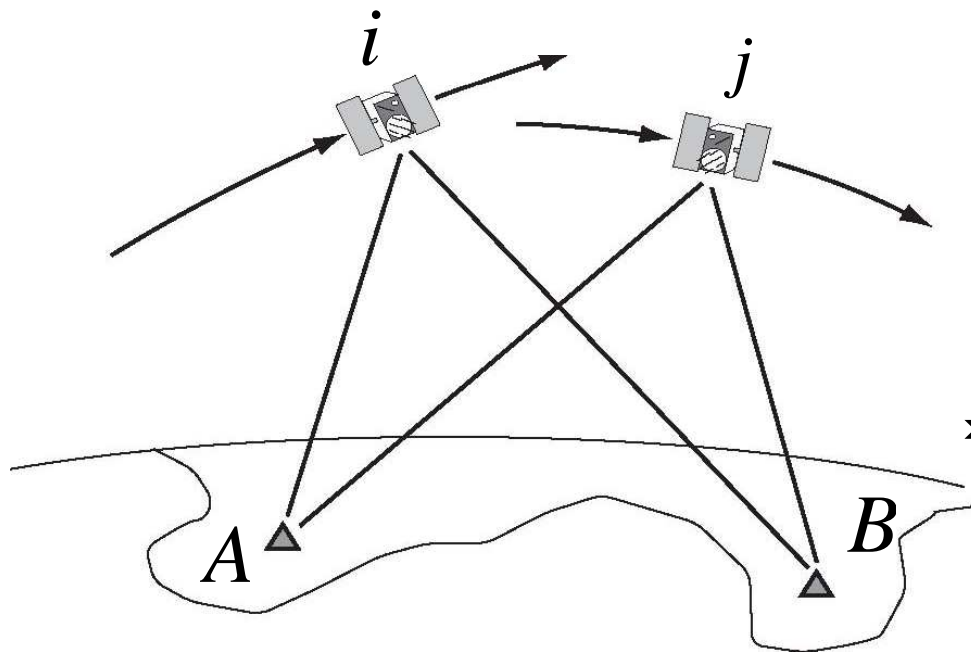
2. POSITIONNEMENT ABSOLU

3. POSITIONNEMENT RELATIF

4. CONCLUSIONS

● Quels sont les principes du positionnement relatif ?

$$P_{AB}^{ij}(t) = P_{AB}^i - P_{AB}^j = D_{AB}^{ij} + T_{AB}^{ij} + I_{AB}^{ij} + M_{AB,m}^{ij} + \varepsilon_{AB}^{ij}$$



$$P_{AB}^{ij}(t) = f(X_B, Y_B, Z_B)$$

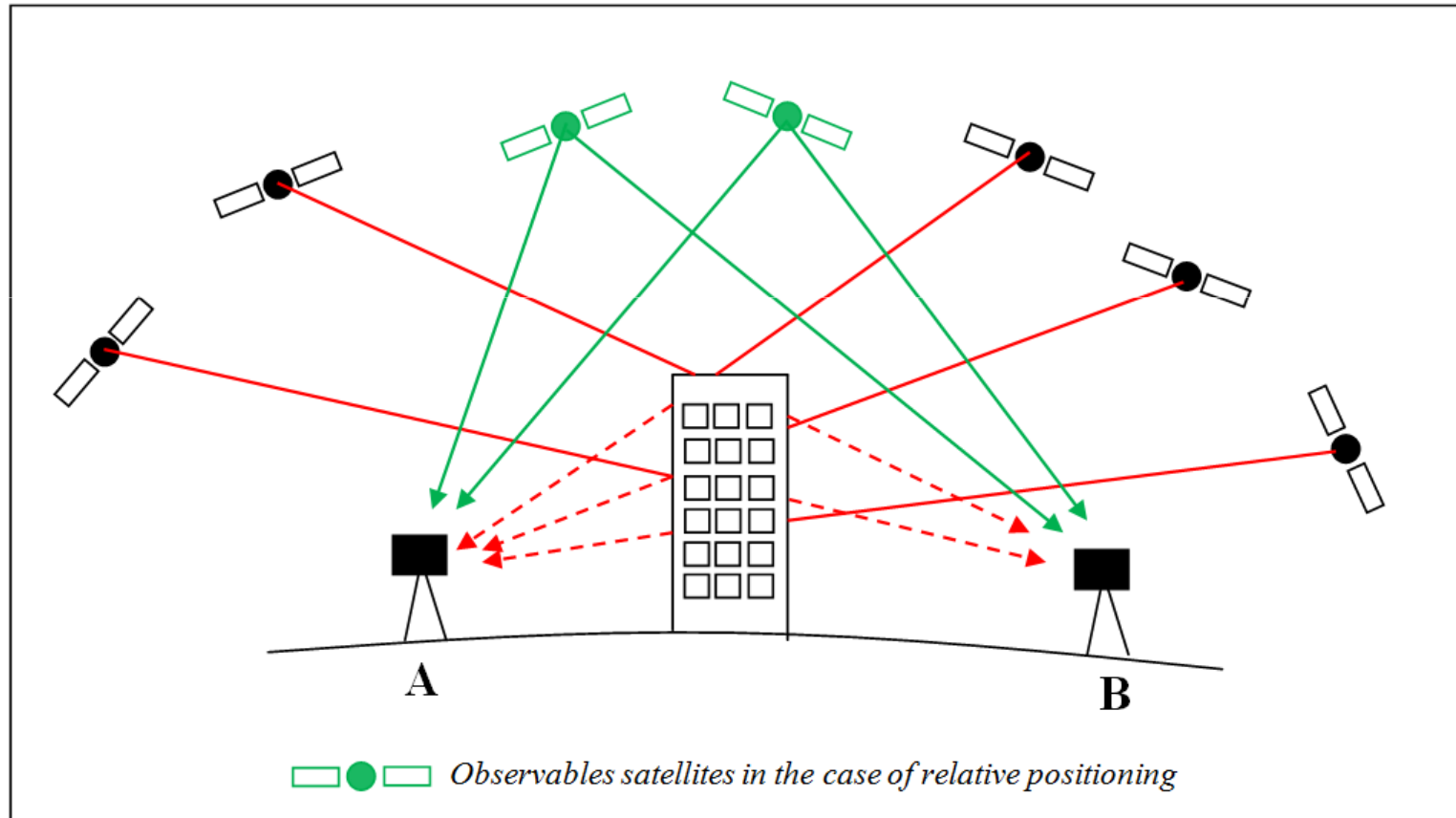
- 3 paramètres inconnus ($u = 3$)
- Observations redondantes ($n \geq 3$)

➔ Ajustement par moindres carrés

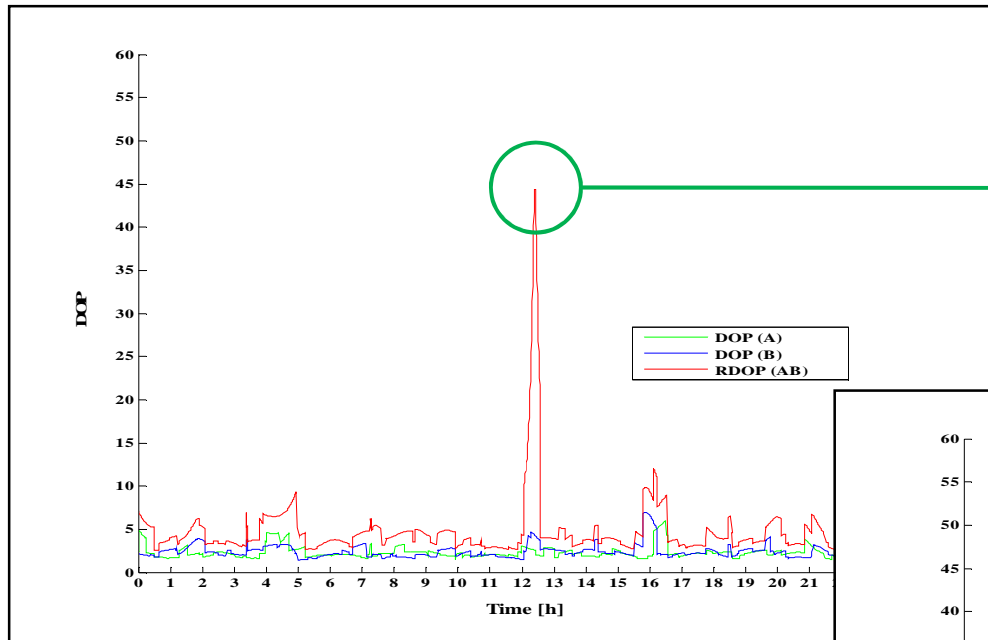
$$Q_{\hat{x}} = N^{-1} = (A^T A)^{-1}$$

↳ RDOP

● Quels sont les principes du positionnement relatif ?

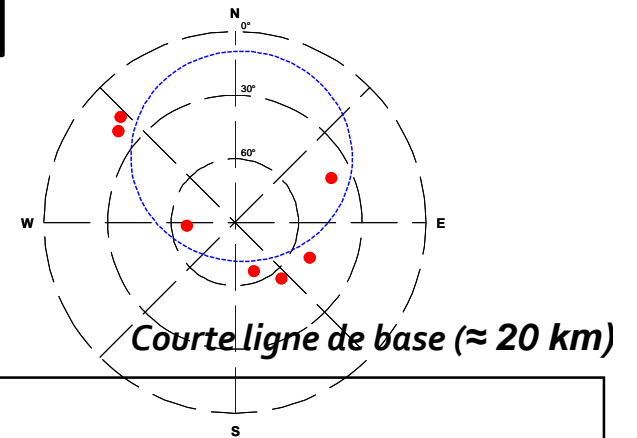


● **Existence d'une relation entre DOP et RDOP dépend de la longueur de la ligne de base.**



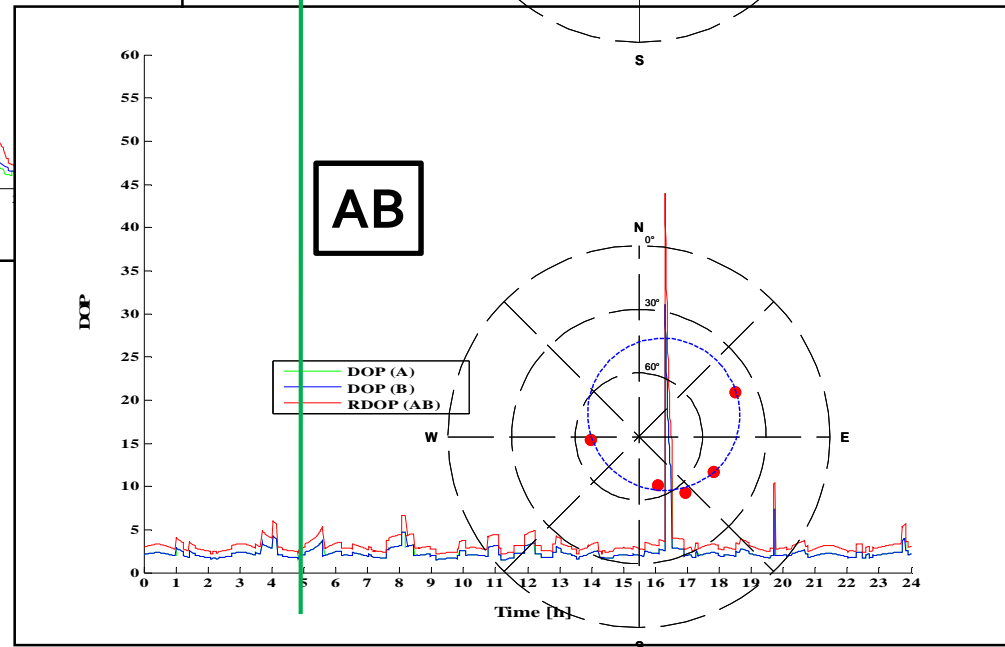
Longue ligne de base (≈ 1600 km)

B

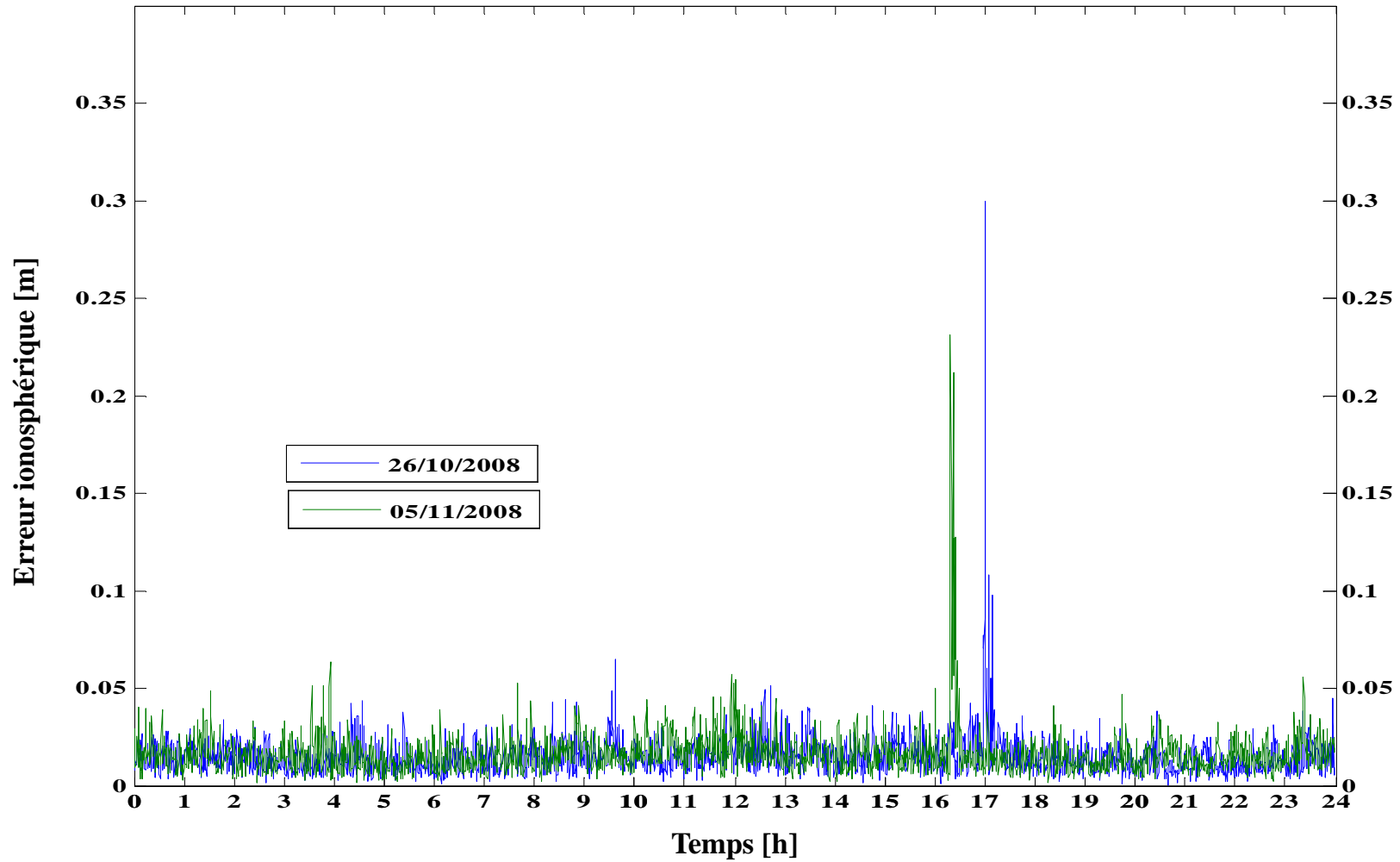


Courte ligne de base (≈ 20 km)

AB

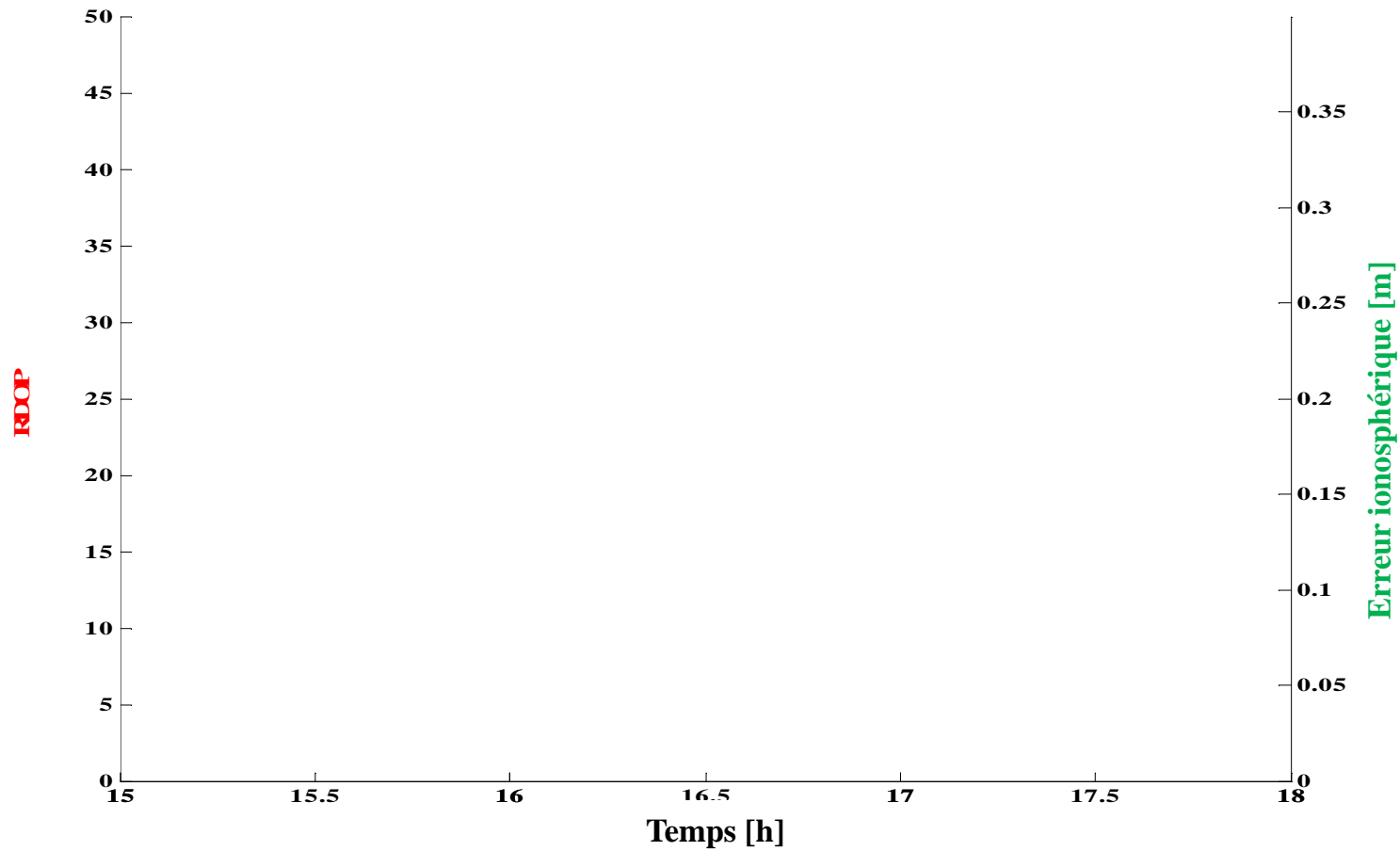


● SoDIPE-RTK calcule l'erreur de position ionosphérique.



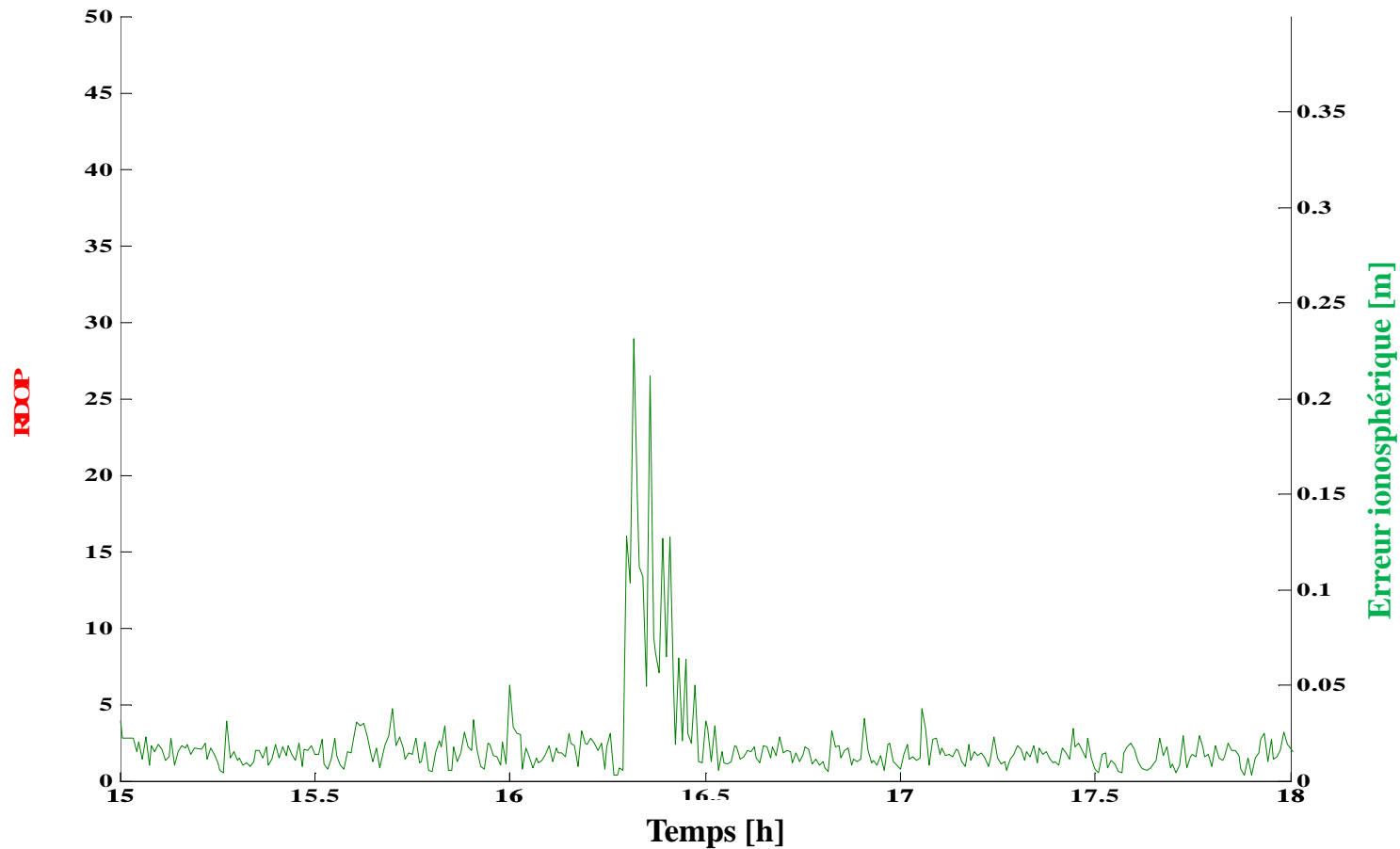
(Station A (GILL) → Station B (LEEU), M15°, 26/10/2008–05/11/2008)

● La géométrie explique certaines erreurs de position.



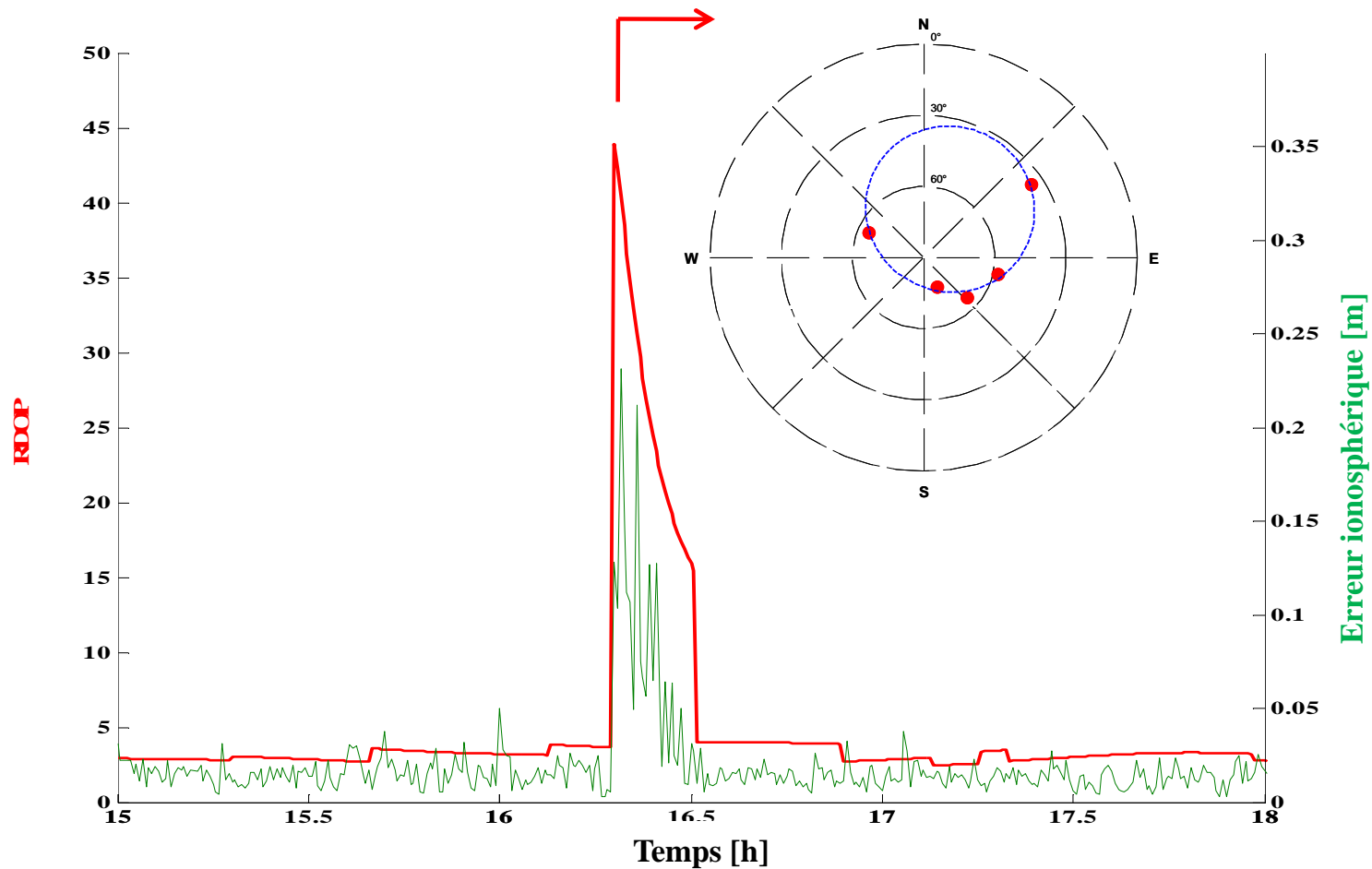
(Station A (GILL) → Station B (LEEU), $M15^\circ$, 26/10/2008–05/11/2008)

● La géométrie explique certaines erreurs de position.



(Station A (GILL) → Station B (LEEU), M15°, 26/10/2008–05/11/2008)

● La géométrie explique certaines erreurs de position.



(Station A (GILL) → Station B (LEEU), M15°, 26/10/2008–05/11/2008)



1. INTRODUCTION

2. POSITIONNEMENT ABSOLU

3. POSITIONNEMENT RELATIF

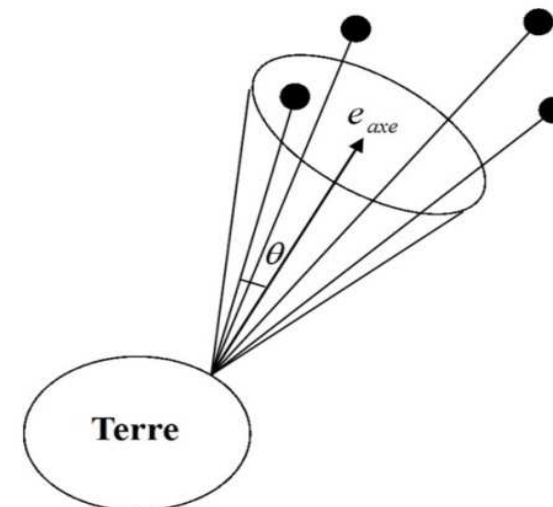
4. CONCLUSIONS

● Positionnement absolu

- Excellente couverture spatio-temporelle de la constellation GPS
- Identification de facteurs influençant la qualité de la géométrie de la constellation
- Identification d'une géométrie critique conduisant la matrice normale N vers un état singulier: **la géométrie de forme conique**

● Positionnement relatif

- Corrélation entre DOP et RDOP
- SoDIPE-RTK



*Dilution
Of
Precis*



PRÉCISION DU POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE LA CONSTELLATION

Matthieu LONCHAY