



PRÉCISION DU POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE LA CONSTELLATION

Promotion: Professeur **René WARNANT**

Mémoire présenté par **Matthieu LONCHAY**
pour l'obtention du diplôme de Master en Sciences Géographiques
orientation Géomatique & Géométrie

Année académique 2008-2009

1. INTRODUCTION

□ Motivations

- Niveau de performances croissant

- ✓ *Précision*
- ✓ *Couverture spatio-temporelle*

- Sources d'erreurs

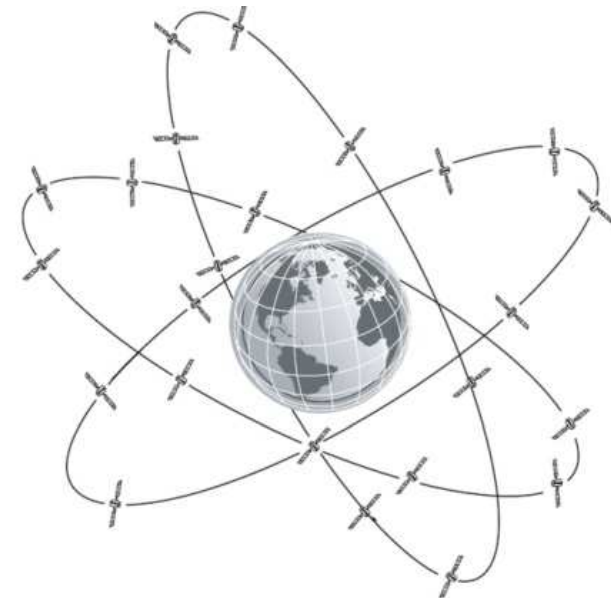
- ✓ *Ionosphère*
- ✓ *Troposphère*
- ✓ ...

- Effet de la géométrie de la constellation

- Qualité de la géométrie de la constellation: DOP/RDOP

→ Objectif: Compréhension de l'influence de la géométrie de la constellation satellitaire sur la précision du positionnement par GNSS.

- PA avec mesures de codes (SPSE)
- PR avec mesures de codes (SE)



(PIEPLU 2006)

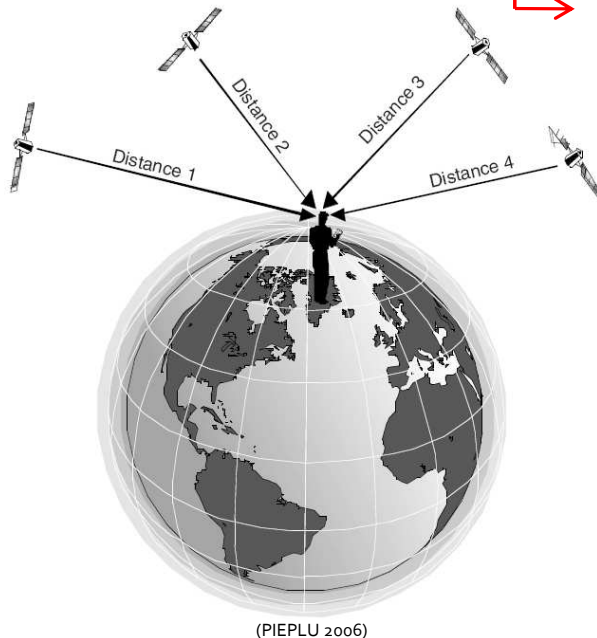
2. POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

□ Positionnement absolu avec mesures de codes (SPSE)

▪ Modèle mathématique: équations d'observation

$$P_p^i(t) = \boxed{D_p^i} + T_p^i + I_p^i + M_{p,m}^i + c(\Delta t^i(t_e) - \underline{\Delta t_p(t)}) + \varepsilon_{p,m}^i$$

$$D_p^i = \sqrt{(X^i - \underline{X_p})^2 + (Y^i - \underline{Y_p})^2 + (Z^i - \underline{Z_p})^2}$$



✓ Redondance des observations (≥ 4)

✓ Ajustement par moindres carrés

✓ Estimation des paramètres inconnus (4)

$$\underline{A}\underline{X} + \underline{W} - \underline{v} = 0$$

X_p
 Y_p
 Z_p
 Δt_p

2. POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

□ Positionnement absolu avec mesures de codes (SPSE)

- Matrices caractéristiques: AMC

Matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(X^1 - X_{p,0})}{D_{p,0}^1} & \frac{(Y^1 - Y_{p,0})}{D_{p,0}^1} & \frac{(Z^1 - Z_{p,0})}{D_{p,0}^1} & 1 \\ \frac{(X^2 - X_{p,0})}{D_{p,0}^2} & \frac{(Y^2 - Y_{p,0})}{D_{p,0}^2} & \frac{(Z^2 - Z_{p,0})}{D_{p,0}^2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(X^n - X_{p,0})}{D_{p,0}^n} & \frac{(Y^n - Y_{p,0})}{D_{p,0}^n} & \frac{(Z^n - Z_{p,0})}{D_{p,0}^n} & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice normale

$$N = A^T P A$$

$$\longrightarrow Q_{\hat{x}} = N^{-1}$$

Matrice des cofacteurs

$$Q_{\hat{x}} = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{tX} & q_{tY} & q_{tZ} & q_{tt} \end{bmatrix}$$

- Qualité de la géométrie de la constellation: **DOP**

$$\sigma_{POS} = DOP \sigma_P$$

$$GDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ} + q_{tt}}$$

$$PDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ}}$$

$$TDOP = \sqrt{q_{tt}}$$

$$HDOP = \sqrt{q_E + q_N}$$

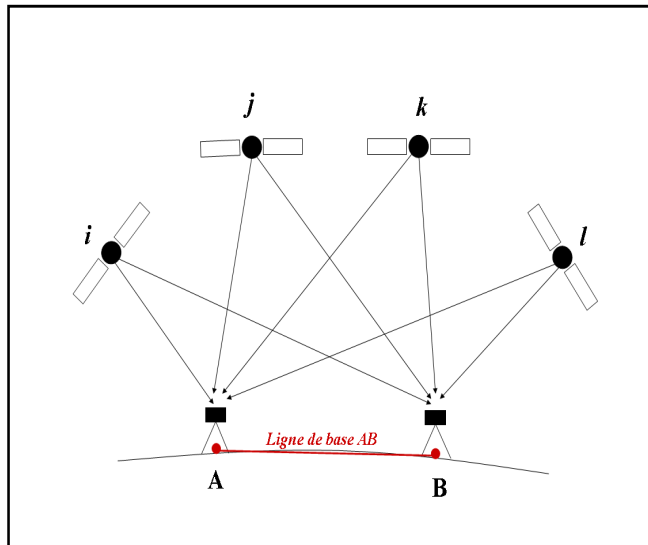
$$VDOP = \sqrt{q_N}$$

2. POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

□ Positionnement relatif avec mesures de codes (SE)

- Modèle mathématique: équations d'observation

$$P_{AB}^{ij}(t) = P_{AB}^i - P_{AB}^j = D_{AB}^{ij} + T_{AB}^{ij} + I_{AB}^{ij} + M_{AB,m}^{ij} + \epsilon_{AB}^{ij}$$



Matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \frac{(X^i - X_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(X^j - X_{B,0})}{D_{B,0}^j} & \frac{(Y^i - Y_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Y^j - Y_{B,0})}{D_{B,0}^j} & \frac{(Z^i - Z_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Z^j - Z_{B,0})}{D_{B,0}^j} \\ \frac{(X^i - X_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(X^k - X_{B,0})}{D_{B,0}^k} & \frac{(Y^i - Y_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Y^k - Y_{B,0})}{D_{B,0}^k} & \frac{(Z^i - Z_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Z^k - Z_{B,0})}{D_{B,0}^k} \\ \frac{(X^i - X_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(X^l - X_{B,0})}{D_{B,0}^l} & \frac{(Y^i - Y_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Y^l - Y_{B,0})}{D_{B,0}^l} & \frac{(Z^i - Z_{B,0})}{D_{B,0}^i} - \frac{(Z^l - Z_{B,0})}{D_{B,0}^l} \end{bmatrix}$$

Matrice normale N

Matrice des cofacteurs

$$\sigma_{POS} = RDOP \sigma_{DD}$$

|| 3. OBJECTIFS

□ Positionnement absolu avec mesures de codes (SPSE)

→ Caractérisation de la variabilité spatio-temporelle du DOP (PDOP)

- *Heure*
- *Longitude*
- *Latitude*
- *Hémisphère*

→ Corrélation entre les composantes du DOP

→ Identification de géométries critiques de la constellation

□ Positionnement relatif avec mesures de codes (SE)

→ Influence de la combinaison des DD dans la matrice A

→ Corrélation PDOP/RPDOP en fonction de la longueur de la ligne de base

→ Identification de géométries critiques de la constellation

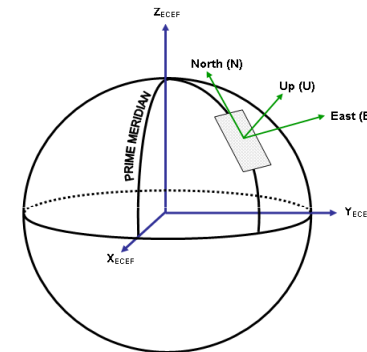
→ SoDIPE-RTK

4. POSITIONNEMENT ABSOLU

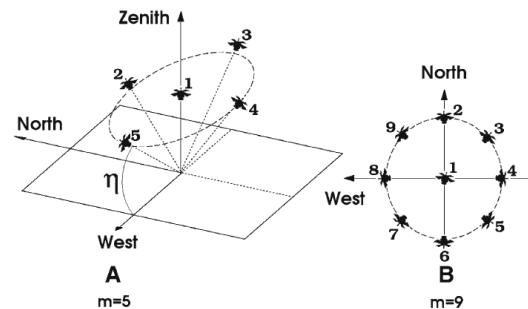
❑ Méthodologie

- Données GPS
- Système de coordonnées topocentriques NEU - χ^n

$$A = \begin{bmatrix} -\cos\eta^1 \sin\chi^1 & -\cos\eta^1 \cos\chi^1 & -\sin\eta^1 & 1 \\ -\cos\eta^2 \sin\chi^2 & -\cos\eta^2 \cos\chi^2 & -\sin\eta^2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos\eta^n \sin\chi^n & -\cos\eta^n \cos\chi^n & -\sin\eta^n & 1 \end{bmatrix}$$



- Etude d'une constellation hautement symétrique



- Développement d'un outil d'analyse: « DOPA »

LONGCHAY
Matthieu
M2 GEOM.

Année académique 2008-2009

DOPA

Variation de la géométrie de la constellation en fonction de la latitude/longitude

Données **Résultats**

Sélection
Latitude (°):
Longitude (°):

Graphiques:
☒ Graphique PRN/Time

Masque (°):
Ok

Progression:
M/S/G/D

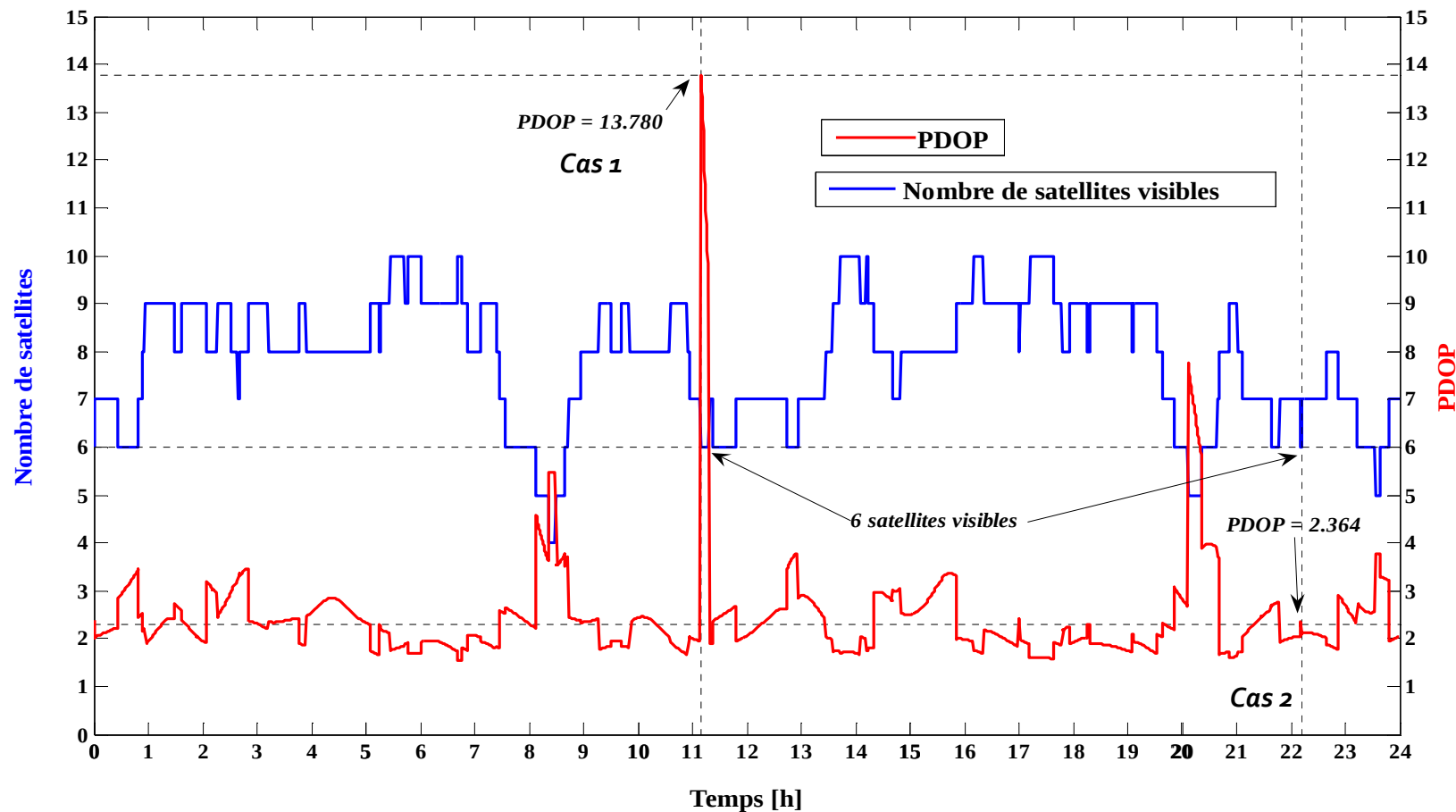
Paramètres de sortie:
☐ GDOP
☐ PDOP
☐ TDOP
☐ HDOP
☐ VDOP
☐ NB SAT

Infos:
Dossier de données: Data
Dossier de résultats:
Nb fichiers: 11
Latitude (°): v
Longitude (°): 15
Durée ép. obs (s): 30
Durée obs (s): 86400
Nb époques: 2881
YY: 2009
DOY: 001

Initialisation

4. POSITIONNEMENT ABSOLU

□ Identification de cas critiques: observations



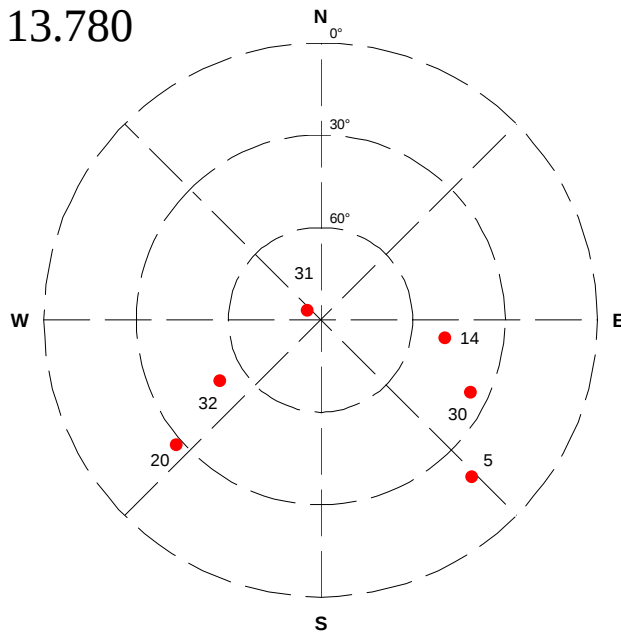
($\varphi = 45^\circ S$, $\lambda = 0^\circ E$, $h = 0 m$, $M15^\circ$, 01/01/2009)

4. POSITIONNEMENT ABSOLU

□ Identification de cas critiques: comparaison

Cas 1

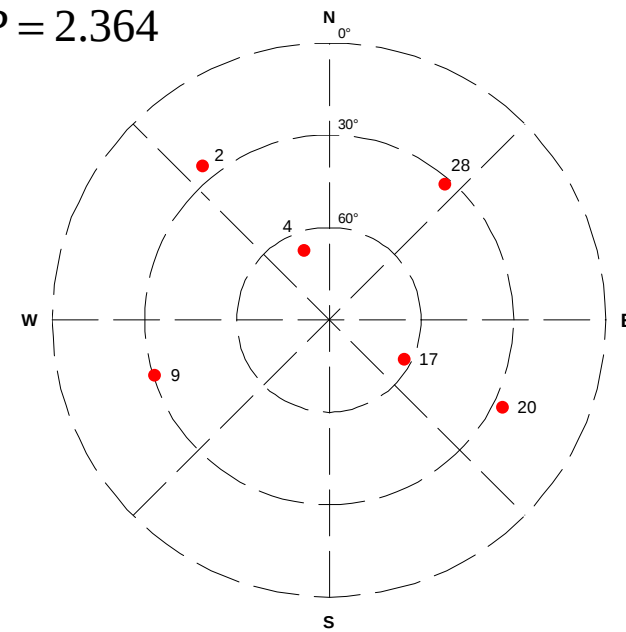
$PDOP = 13.780$



$$Q_{\hat{x}} = \begin{pmatrix} 0.500 & 0.130 & -0.164 & -0.066 \\ 0.130 & 0.870 & 0.010 & 0.188 \\ -0.164 & 0.010 & 4.219 & 2.627 \\ -0.066 & 0.188 & 2.627 & 1.822 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} Nb.Sat = 6 \\ \underline{\det(N) = 0.043} \end{array}$$

Cas 2

$PDOP = 2.364$



$$Q_{\hat{x}} = \begin{pmatrix} 1.515 & -8.854 & 10.559 & 9.999 \\ -8.854 & 78.823 & -91.347 & -86.710 \\ 10.559 & -91.347 & 109.457 & 102.874 \\ 9.999 & -86.710 & 102.874 & 97.145 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} Nb.Sat = 6 \\ \underline{\det(N) = 3.470} \end{array}$$

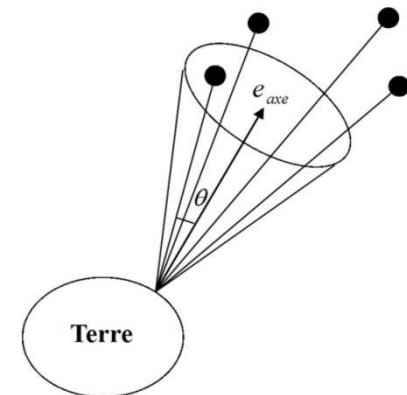
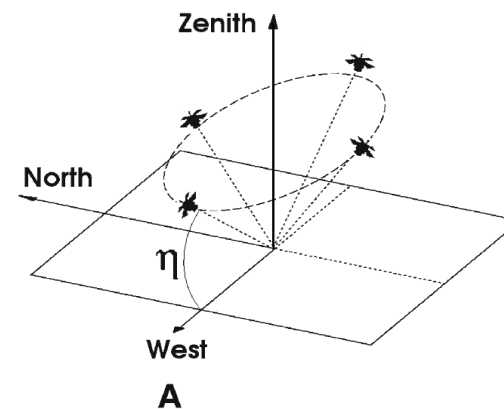
$(\varphi = 45^\circ S, \lambda = 0^\circ E, h = 0 m, M15^\circ, 01/01/2009)$

4. POSITIONNEMENT ABSOLU

□ Identification de cas critiques: raisonnement et démonstration

- Déterminant de N de valeur nulle $\rightarrow$ N singulière
- N singulière $\rightarrow$ A singulière
- Géométrie de la constellation $\Leftrightarrow$ relation linéaire entre rangées de A?

$$A = \begin{bmatrix} -\cos\eta^1 \sin\chi^1 & -\cos\eta^1 \cos\chi^1 & -\sin\eta^1 & 1 \\ -\cos\eta^2 \sin\chi^2 & -\cos\eta^2 \cos\chi^2 & -\sin\eta^2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos\eta^n \sin\chi^n & -\cos\eta^n \cos\chi^n & -\sin\eta^n & 1 \end{bmatrix}$$



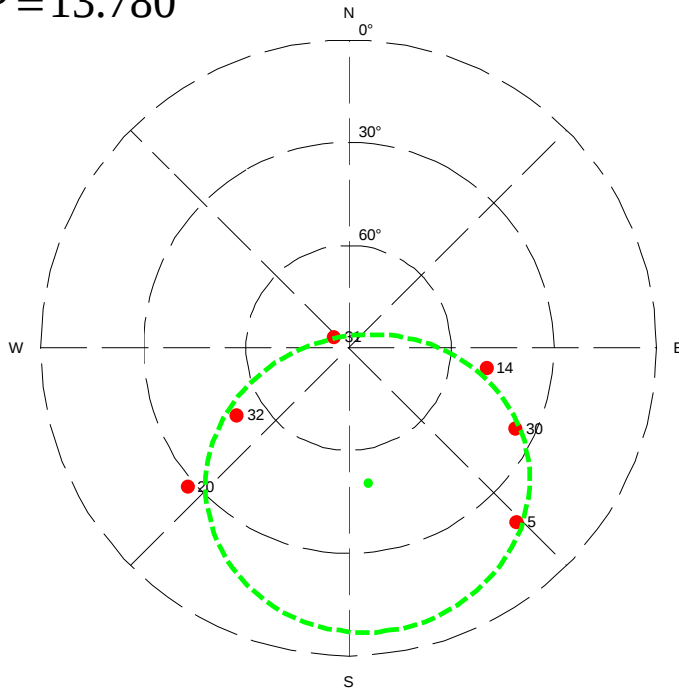
- Géométrie de la constellation de forme conique

4. POSITIONNEMENT ABSOLU

❑ Identification de cas critiques: ajustement d'un cône 3D

Cas 1

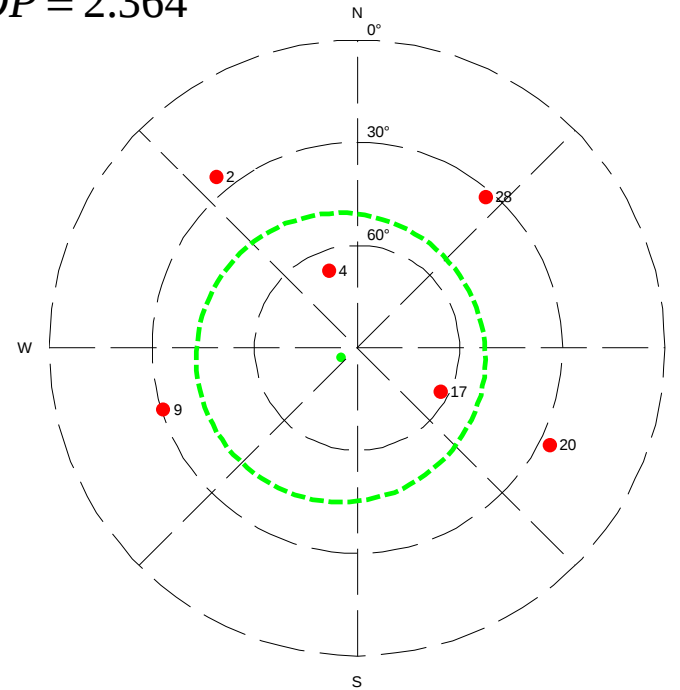
$PDOP = 13.780$



$$\hat{\sigma}_0^2 = 0.002$$

Cas 2

$PDOP = 2.364$



$$\hat{\sigma}_0^2 = 0.065$$

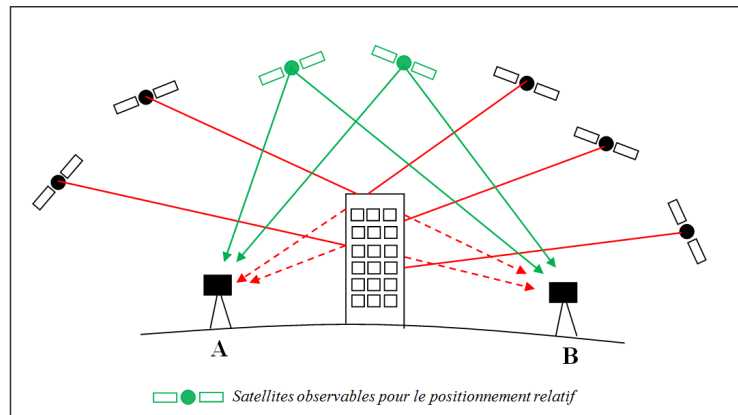
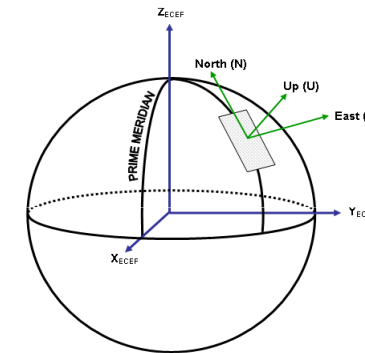
($\varphi = 45^\circ S$, $\lambda = 0^\circ E$, $h = 0 m$, $M15^\circ$, 01/01/2009)

5. POSITIONNEMENT RELATIF

❑ Méthodologie

- Données GPS
- Système de coordonnées topocentriques NEU - $\chi\eta$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \eta^1 \sin \chi^1 - \cos \eta^2 \sin \chi^2 & \cos \eta^1 \cos \chi^1 - \cos \eta^2 \cos \chi^2 & \sin \eta^1 - \sin \eta^2 \\ \cos \eta^1 \sin \chi^1 - \cos \eta^3 \sin \chi^3 & \cos \eta^1 \cos \chi^1 - \cos \eta^3 \cos \chi^3 & \sin \eta^1 - \sin \eta^3 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos \eta^1 \sin \chi^1 - \cos \eta^n \sin \chi^n & \cos \eta^1 \cos \chi^1 - \cos \eta^n \cos \chi^n & \sin \eta^1 - \sin \eta^n \end{pmatrix}$$



- Développement d'un outil d'analyse: « DOPR »

LONCHAY
Matthieu
M2 GEOM.

Année académique 2008-2009

DOPR

Sélection: RA
Latitude (°): 15
Longitude (°): 15

Time
DOY: 1
YY: 9

Sélection: RB
Latitude (°): 16
Longitude (°): 16

Données **Résultats**

Graphiques
☐ Graphique PRN/Time → A
☒ Graphique PRN/Time → B
☐ Graphique PRN/Time → AB

Masque (°)
 15

Progression

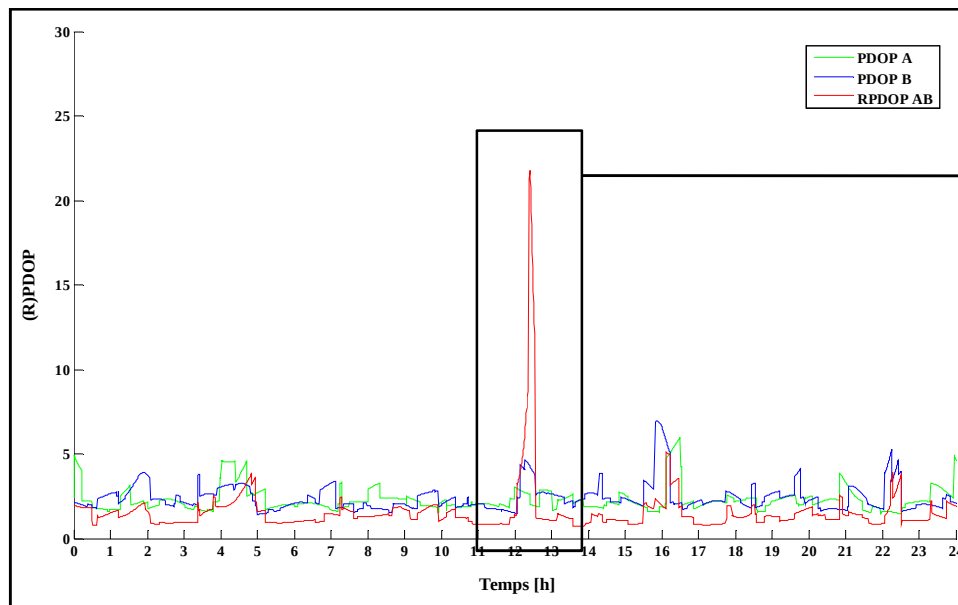
Message

Paramètres de sortie
☒ PDOP
☐ HDOP
☐ VDOP
☐ NB SAT

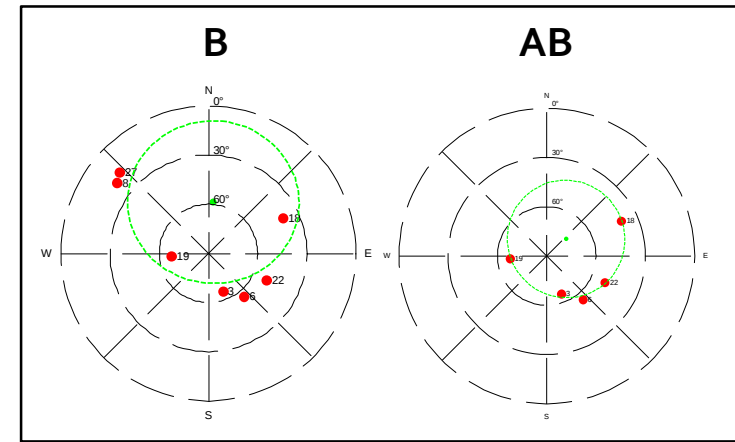
Infos
 Dossier de données:
 Dossier de résultats:
 Coord. A (°):
 Coord. B (°):
 Durée ép. obs (s):
 Durée obs (s):
 Nb époques:
 DOY:

5. POSITIONNEMENT RELATIF

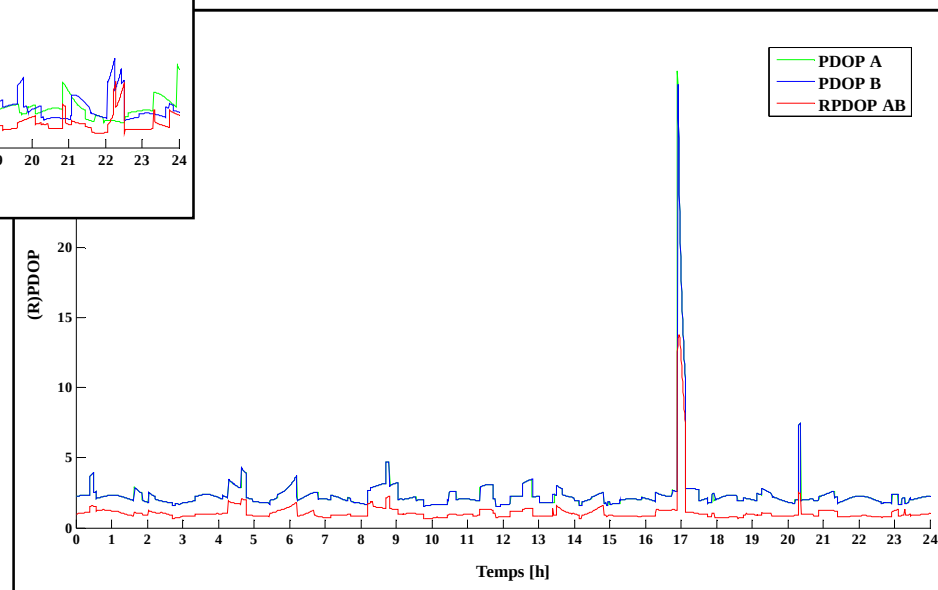
Corrélation PDOP/RPDOP



Longues lignes de base: ≈ 1600 km

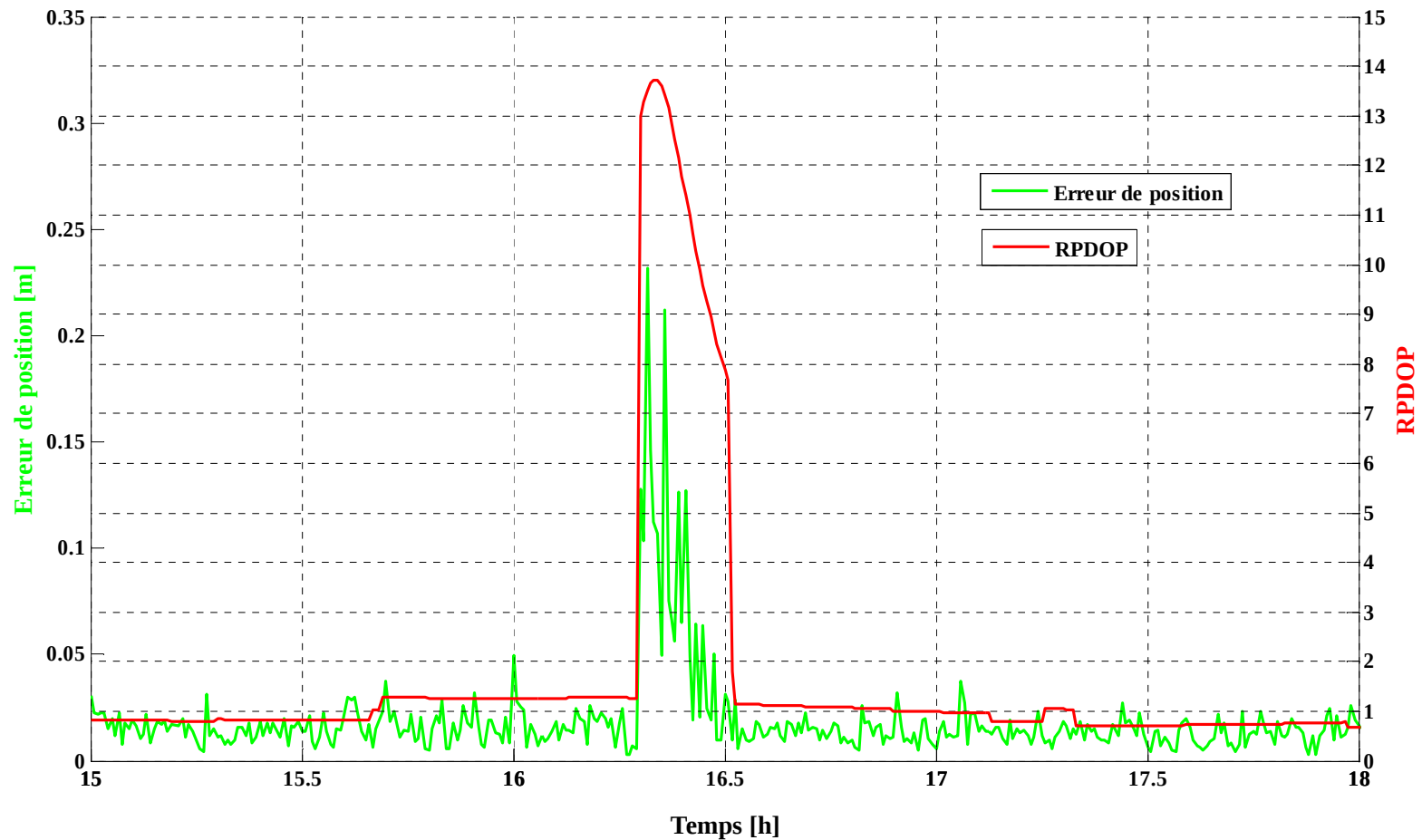


Courtes lignes de base: ≈ 20 km



5. POSITIONNEMENT RELATIF

Validation: SoDIPE-RTK



(STATION A (GILL) → STATION B (LEEU), $M15^\circ$, 05/11/2008)

|| 6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Positionnement absolu

- ✓ Masque d'élévation
 - ✓ Longitude
 - ✓ Latitude
 - ✓ Hémisphère
 - ✓ Corrélation entre composantes du DOP
 - ✓ Couverture de la constellation GPS
-
- ✓ Géométrie de forme conique

Positionnement relatif

- ✓ Combinaison des DD
 - ✓ Corrélation PDOP/RPDOP
 - ✓ SoDIPE-RTK
-
- ✓ Géométrie de forme conique

Perspectives

- ✓ Désactivation/lancement de satellites
- ✓ Autres géométries critiques de la constellation
- ✓ Comportement différencié des composantes du DOP

A satellite is shown in orbit above the Earth's cloud-covered surface. The satellite has a central black body and two large solar panel arrays, each composed of multiple blue rectangular cells. A bright, wide beam of light emanates from the satellite, shining down onto the Earth's surface. The background is the deep black of space, filled with numerous stars.

MERCI DE VOTRE ATTENTION

PRÉCISION DU POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

INFLUENCE DE LA GÉOMÉTRIE DE LA CONSTELLATION