

# Numerical investigation of a multi-step one-shot method for frequency domain acoustic full waveform inversion

ALEJANDRO W. SIOR

## *ABSTRACT*

Full waveform inversion is an imaging method consisting of the spatial reconstruction of the parameter field of a wave propagation problem through the optimization of a misfit functional between the synthetic solution of the problem and the observed solution. Full waveform inversion is typically articulated in two distinct layers: the inner layer involves solving the forward and adjoint problems for the calculation of the misfit gradient, and the outer layer performing the optimization. For large scale problems, the forward and adjoint problems need to be solved using an iterative domain decomposition method.

The one-shot paradigm couples these iterative solutions with the optimization steps by limiting the number of forward and adjoint solver iterations to a small number, thus producing an inexact gradient.

In this master's thesis, the practical feasibility and performance usefulness of the one-shot paradigm are investigated in the context of full waveform inversion in the frequency domain. Inversion with a variant of the one-shot algorithm proposed by Bonazzoli, Haddar, and Vu (2022) with gradient descent for minimization and an Optimized Restricted Additive Schwarz-preconditioned stationary iterative solver for the forward and adjoint problems is tested, and its cost is measured in terms of the number of forward and adjoint iterations. Then, a Gauss-Newton method based on the one-shot paradigm and an adaptive gradient descent is introduced and compared with other algorithms.

For the inversion of the linearized inverse problem, the results indicate that the multi-step one-shot paradigm may allow converging with a reduced number of forward and adjoint solver iterations for a given step size, while increasing step size robustness. The Barzilai-Borwein method is introduced for step size adaptiveness and is shown to be robust to one-shot estimated gradients, provided that sufficient forward and adjoint iterations are performed. The resulting Gauss-Newton algorithm for the inversion of the full inverse Helmholtz problem shows comparable performances to state-of-the-art methods.

# Investigation numérique d'une méthode multi-step one-shot pour l'inversion de forme d'onde acoustique complète en domaine fréquentiel

ALEJANDRO W. SIOR

## RÉSUMÉ

L'inversion de forme d'onde complète est une méthode d'imagerie consistant en la reconstruction spatiale du champ de paramètres d'un problème de propagation d'ondes par l'optimisation d'une fonctionnelle d'erreur entre la solution synthétique du problème et la solution observée. L'inversion de forme d'onde complète s'articule généralement en deux couches distinctes : une couche interne consistant à résoudre les problèmes direct et adjoint pour le calcul du gradient de la fonctionnelle, et une couche externe effectuant l'optimisation. Pour les problèmes de grande taille, les problèmes direct et adjoint doivent être résolus à l'aide d'une méthode itérative à décomposition de domaine.

Le paradigme one-shot couple ces solutions itératives aux étapes d'optimisation en limitant le nombre d'itérations des solveurs direct et adjoint à un nombre restreint, produisant ainsi un gradient inexact.

Dans ce mémoire de master, la faisabilité pratique et l'intérêt en termes de performance du paradigme one-shot sont investigués dans le contexte de l'inversion de forme d'onde complète en domaine fréquentiel. L'inversion avec une variante de l'algorithme one-shot proposé par Bonazzoli, Haddar et Vu (2022), utilisant la descente de gradient pour la minimisation et un solveur itératif stationnaire préconditionné par une méthode de Schwarz additive restreinte optimisée pour les problèmes direct et adjoint, est testée et son coût mesuré en nombre d'itérations directes et adjointes. Ensuite, une méthode de Gauss-Newton fondée sur le paradigme one-shot et une descente de gradient adaptative est introduite et comparée à d'autres algorithmes.

Pour l'inversion du problème inverse linéarisé, les résultats indiquent que le paradigme multi-step one-shot pourrait permettre de converger avec un nombre réduit d'itérations des solveurs direct et adjoint pour une taille de pas donnée, tout en augmentant la robustesse au choix de cette taille. La méthode de Barzilai-Borwein est introduite pour l'adaptation de la taille de pas et s'avère robuste face aux gradients estimés par la méthode one-shot, si un nombre suffisant d'itérations directes et adjointes est effectué. L'algorithme de Gauss-Newton résultant pour l'inversion du problème inverse complet présente des performances comparables aux méthodes de pointe actuelles.