

## Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur (3e série)

Joseph Plateau

---

### Citer ce document / Cite this document :

Plateau Joseph. Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur (3e série). In: Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Tome 30, 1857. pp. 1-56;

doi : <https://doi.org/10.3406/marb.1857.3530>;

[https://www.persee.fr/doc/marb\\_0775-3225\\_1857\\_num\\_30\\_1\\_3530](https://www.persee.fr/doc/marb_0775-3225_1857_num_30_1_3530);

---

Fichier pdf généré le 25/03/2024

RECHERCHES  
EXPÉRIMENTALES ET THÉORIQUES  
SUR  
**LES FIGURES D'ÉQUILIBRE**  
D'UNE  
MASSE LIQUIDE SANS PESANTEUR:  
PAR  
J. PLATEAU.

---

TROISIÈME SÉRIE <sup>1</sup>.

(PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DE L'ACADÉMIE, LE 4 AOÛT 1869.)

<sup>1</sup> Voir, pour la première et la deuxième série, les tomes XVI et XXIII des *Mémoires de l'Académie*.  
TOME XXX.



**RECHERCHES**  
EXPÉRIMENTALES ET THÉORIQUES  
SUR  
**LES FIGURES D'ÉQUILIBRE**  
D'UNE  
MASSE LIQUIDE SANS PESANTEUR.

---

THÉORIE DES MODIFICATIONS QUE SUBISSENT, SOUS L'INFLUENCE DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES, LES VEINES LIQUIDES LANCÉES PAR DES ORIFICES CIRCULAIRES.

§ 1. Dans la série précédente, nous avons déduit des propriétés de nos figures liquides l'explication théorique de la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires et soustraites à toute influence perturbatrice; il nous reste maintenant à étudier, également sous le point de vue théorique, les curieux phénomènes qui se produisent lorsque des mouvements vibratoires sont communiqués au liquide. En partant, ainsi que nous l'avons annoncé, d'une idée émise par Savart, nous ferons voir comment ces mouvements combinent leurs effets avec ceux des forces figuratrices qui déterminent la transformation graduelle en masses isolées, et dès lors tous les phénomènes dont il s'agit s'expliqueront d'une manière naturelle.

Après avoir essayé d'établir, à l'aide d'une hypothèse ingénieuse, que

l'ébranlement occasionné dans la masse du liquide du vase par l'écoulement lui-même peut exciter, dans cette masse, des vibrations dirigées normalement au plan de l'orifice, Savart a montré que de semblables vibrations auraient pour résultat la formation de renflements et d'étranglements alternatifs sur la surface de la veine, parce que la portion de cette dernière qui sortirait pendant la durée d'une vibration dirigée de dedans en dehors éprouverait une compression qui en augmenterait l'épaisseur, tandis que la portion qui sortirait pendant la durée d'une vibration dirigée de dehors en dedans, éprouverait, au contraire, une traction qui l'amincirait. Maintenant, l'on a vu, par notre travail, que la formation des renflements et des étranglements de la veine est due à une cause tout autre que des mouvements vibratoires, savoir à l'instabilité de l'équilibre de figure; mais lorsque des mouvements vibratoires sont transmis de l'extérieur au liquide du vase, et existent conséquemment en réalité dans ce liquide, lorsque, par exemple, on met en communication avec les parois du vase un instrument sonore en vibration, alors les mouvements dont il s'agit doivent nécessairement tendre à exercer sur la veine l'action que Savart a conçue; et si ces mêmes mouvements sont d'une période convenable, leur action concourra évidemment avec celles des forces figuratrices.

Nous examinerons bientôt la chose de plus près; mais auparavant nous devons revenir sur un point de la théorie que nous avons exposée à l'égard des veines non soumises à cette influence.

§ 2. Ainsi qu'on l'a vu (2<sup>me</sup> série, §§ 72, 74 et 82), lorsque l'écoulement a lieu suivant la verticale descendante, si l'on imagine que le mouvement de translation du liquide soit exactement uniforme, les lois de la transformation des cylindres s'appliquent nettement à la veine, et l'on en déduit aisément les lois indiquées par Savart, lois qui régissent, comme nous le savons, la longueur de la partie continue et le son que rend le choc de la partie discontinue contre une membrane tendue. Mais ce cas de l'uniformité du mouvement de translation n'est point réalisable; on ne peut qu'en approcher en augmentant la charge (*Ibid.*, §§ 72 et 75), et, dans toute la longueur de la partie continue, le mouvement de translation est toujours plus ou moins accéléré; d'où il résulte nécessairement qu'en

l'absence des forces figuratrices, la veine irait en s'amincissant indéfiniment du haut en bas. Dès lors, la figure liquide n'étant plus exactement cylindrique, les lois de la transformation des cylindres ne peuvent plus s'y appliquer sans quelque modification, et nous avons pensé (*Ibid.*, § 76) que puisque le volume des divisions <sup>1</sup> d'un cylindre est d'autant moindre que le diamètre de ce cylindre est plus petit, les divisions de la veine devaient subir, pendant leur descente, une diminution graduelle de volume dans un certain rapport avec l'amincissement ci-dessus. Or, malgré sa légitimité apparente, ce n'était là qu'une hypothèse, et nous l'avons présentée à tort comme l'expression de la réalité. D'abord, en effet, elle nous a conduit à une conséquence difficile à admettre, savoir (*Ibid.*, §§ 76 et 77) que le liquide descend plus rapidement que les divisions, et que, se mouvant ainsi dans une sorte de canal de dimensions alternativement plus larges et plus étroites, sa vitesse éprouve une suite de variations périodiques; en outre, si les divisions perdaient de leur volume dans le trajet de la partie continue, il s'ensuivrait que le volume de chaque masse isolée serait moindre que celui d'une division naissante, et comme il doit nécessairement passer, dans le même temps, la même quantité de liquide à toutes les distances de l'orifice, le nombre des masses qui viendraient heurter par seconde une membrane tendue serait plus grand que celui des divisions qui naîtraient par seconde à la section contractée, résultat inconciliable, on en jugera bientôt, avec notre théorie de l'influence des mouvements vibratoires sur la veine.

Mais on peut faire une autre hypothèse également probable à priori, qui n'entraîne point les difficultés que nous venons de signaler, et qui d'ailleurs, ainsi que nous le verrons, est appuyée par des résultats d'expérience. Au lieu de regarder chaque division comme indépendante de ses voisines, et comme amoindrissant ainsi librement et par degrés son volume à cause de l'amincissement de la veine, de manière que toutes celles qui se trouvent rangées, à un instant donné, sur la partie continue aient des volumes dé-

<sup>1</sup> On se rappelle que nous avons nommé *divisions* d'un cylindre liquide les portions de ce cylindre dont chacune se convertit en une sphère isolée, et que, pendant la transformation, toutes les divisions sont limitées par les cercles de gorge des étranglements.

croissants depuis la supérieure jusqu'à l'inférieure, il est aussi vraisemblable d'admettre que ces divisions sont solidaires les unes des autres, et qu'en vertu de cette solidarité, elles doivent avoir toutes un égal volume, mais que, par suite de l'amincissement de la veine, ce volume uniforme est intermédiaire entre ceux qui conviendraient isolément aux deux divisions extrêmes; ce même volume serait conséquemment d'autant moindre que la veine tend davantage à s'amincir, ou, en d'autres termes, d'autant moindre que la charge est plus faible. Alors toute complication disparaît : les divisions descendent avec la vitesse même du liquide sans modifier leur volume initial; le liquide ne passe point de division en division, et ainsi sa vitesse de translation ne subit point de variations périodiques; enfin, chaque division qui abandonne la section contractée ne fournit la matière que d'une masse isolée, et par conséquent le nombre des masses qui viennent choquer, dans un temps donné, une membrane tendue, est toujours égal à celui des divisions qui passent dans le même temps à la section contractée. Seulement, quand on diminuera ou qu'on augmentera la charge, les divisions prendront, dès leur naissance, un volume moindre dans le premier cas et un volume plus grand dans le second, volume qu'elles conserveront ensuite dans tout le trajet de la partie continue.

Il est essentiel de remarquer ici que ces variations dans le volume des divisions naissantes exigent nécessairement des variations correspondantes dans leur longueur, et qu'ainsi ces mêmes divisions doivent être plus courtes ou plus longues suivant que la charge est plus faible ou plus forte.

§ 2<sup>bis</sup>. Nous adopterons donc, comme plus simple et comme accordant la théorie avec les faits, la nouvelle hypothèse que nous venons de présenter, et il faudra rectifier dans ce sens le paragraphe 76 de la 2<sup>me</sup> série.

Cette même hypothèse nous conduit, comme la première, à reconnaître deux genres d'influences, agissant en sens opposés sur la loi qui régit la longueur de la partie continue quand on fait varier la charge; mais ici encore, on va le voir, les choses se simplifient.

D'abord rappelons-nous que si le mouvement de translation était uniforme, la proportionnalité à la racine carrée de la charge serait toujours satisfaite, même à partir de charges très-faibles (2<sup>me</sup> série, §§ 72 et 73).

Maintenant, si les divisions descendent avec la vitesse accélérée du liquide, et si l'on suppose qu'il ne résulte de là aucun changement dans la durée de leur transformation, elles parcourront pendant cette durée un espace plus considérable, en sorte que la partie continue sera plus longue, que si l'accélération n'existait pas, et l'excès, comparé à la longueur qu'aurait la partie continue dans le cas du mouvement uniforme, sera notable sous une charge faible ou modérée, tandis qu'il sera négligible sous une charge très-forte, celle-ci rendant le mouvement de translation dans la partie continue sensiblement uniforme. D'après cela, quand on passera de la première de ces deux charges à la seconde, le rapport des longueurs des parties continues qui leur correspondent respectivement sera plus rapproché de l'unité qu'il ne le serait si l'accélération était nulle, c'est-à-dire plus rapproché de l'unité que celui des racines carrées des charges.

Mais les divisions ne peuvent descendre d'un mouvement accéléré sans s'allonger en même temps (2<sup>me</sup> série, § 76), et de là naissent deux causes de diminution dans la durée de la transformation. Nous savons, en effet (2<sup>me</sup> série, § 66), que plus la longueur des divisions d'un cylindre surpasse la limite de la stabilité, plus est grande la rapidité de la transformation; et, d'une autre part, l'étiement qu'éprouvent ainsi les divisions de la veine doit amincir les étranglements plus que les renflements, parce que les premiers, tendant déjà à s'approfondir par l'action des forces figuratrices, n'opposent point de résistance à l'effet de l'étiement, tandis que les seconds résistent par la tendance contraire. Cette deuxième influence, savoir la diminution dans la durée de la transformation, diminution qui doit être d'autant plus prononcée que la vitesse de translation approche moins de l'uniformité, ou que la charge est plus faible, agit évidemment pour rendre la loi plus rapide que la proportionnalité à la racine carrée de la charge, et elle est conséquemment opposée à la première.

Enfin, il y a une troisième influence, inverse de la précédente, et ainsi de même sens que la première : comme nous l'avons fait remarquer en terminant le paragraphe 2, les divisions naissantes doivent être d'autant plus courtes que la charge est plus faible; or, d'après ce que nous avons dit ci-dessus, ce raccourcissement, en amoindrissant l'excès de la longueur



de chaque division sur la limite de la stabilité, doit tendre à augmenter la durée de la transformation.

Le paragraphe 78 de la deuxième série, relatif à la neutralisation des deux genres opposés d'influences, et, par suite, à la manifestation des lois de Savart à partir de charges modérées, demeure conséquemment tel qu'il est; seulement il ne faut pas oublier que les influences auxquelles il doit se rapporter maintenant ne sont pas tout à fait celles que nous avons indiquées dans le paragraphe 77 (2<sup>me</sup> série), et l'on voit qu'elles sont un peu plus simples.

Mais la seconde partie du paragraphe 82 (2<sup>me</sup> série), dans laquelle nous avons cherché à établir à priori les conditions de réalisation des lois énoncées par Savart à l'égard des sons que rendent les veines, ne peut être maintenue, car les considérations qui y sont exposées reposent sur la première hypothèse. En raisonnant d'après la nouvelle, nous dirons : pour un orifice déterminé, à mesure qu'on augmente la charge, la constitution de la veine approche de plus en plus de ce qu'elle serait s'il n'y avait point d'accélération, et conséquemment la longueur de ses divisions naissantes converge vers celle qu'elles prendraient dans le même cas; d'où il suit, en vertu de la première partie du même paragraphe 82, qu'à partir d'une moindre charge suffisamment forte, les lois de Savart seront nécessairement satisfaites. C'est là tout ce que la nouvelle hypothèse peut nous fournir au sujet des conditions dont il s'agit; elle ne nous permet point de déterminer la moindre charge sous laquelle celles-ci commencent à être remplies : car elle ne nous donne point d'éléments précis pour calculer la longueur des divisions naissantes.

Enfin le commencement du paragraphe 85 (2<sup>me</sup> série), qui établit, d'après l'autre hypothèse, l'uniformité approchée du mouvement de translation des cercles de gorge des étranglements dans la petite étendue qui correspond à une division naissante, doit être également rectifié. Dans la nouvelle hypothèse, le mouvement de translation des cercles de gorge est le mouvement même du liquide, et conséquemment on peut calculer avec exactitude, pour la charge et l'orifice employés par Savart, de combien la vitesse a augmenté à une distance de la section contractée sextuple du

diamètre de cette même section, c'est-à-dire évidemment supérieure à la longueur d'une division naissante, et l'accroissement que l'on obtient ainsi surpasse à peine un centième. La nouvelle hypothèse établit donc aussi bien que la première l'uniformité très-approchée du mouvement de translation des cercles de gorge dans la petite étendue en question, et par conséquent tout le reste du paragraphe se trouve légitimé.

§ 5. Ces rectifications faites, entrons en matière. Rappelons d'abord, en résumé, quelles sont, d'après les recherches de Savart, les modifications que reçoit la veine dans les circonstances qui nous occupent, c'est-à-dire lorsqu'elle est sous l'influence des mouvements vibratoires. Dans les quatorze premiers N<sup>os</sup> qui suivent, il s'agit des veines verticalement descendantes.

1<sup>o</sup> La partie continue se raccourcit.

2<sup>o</sup> L'épaisseur de la portion limpide paraît augmentée.

5<sup>o</sup> Chacune des masses qui s'isolent à l'extrémité inférieure de la partie continue se trouve d'abord aplatié dans le sens vertical, et, par suite, son diamètre horizontal est plus grand que celui de la sphère qu'elle tend à constituer.

4<sup>o</sup> Les masses étant ainsi abandonnées à elles-mêmes sous une forme aplatie, et tendant à prendre la forme sphérique, elles dépassent ensuite cette dernière par l'effet de l'inertie, et s'allongent dans le sens vertical, pour s'aplatir de nouveau, puis s'allonger encore, et ainsi de suite; de sorte que leur diamètre horizontal, qui d'abord est supérieur à celui de la sphère de même volume, devient ensuite moindre que ce dernier, puis de nouveau plus grand, etc.

Ces variations périodiques du diamètre horizontal des masses ayant lieu pendant que celles-ci sont emportées par leur mouvement de translation, l'impression laissée dans l'œil par le passage rapide de l'une quelconque de ces masses doit être celle d'une figure offrant une suite régulièrement disposée de maxima et de minima d'épaisseur, les premiers correspondant aux lieux par lesquels a passé la masse dans ses instants de plus grand développement horizontal, et les seconds aux lieux par lesquels elle a passé dans ses instants de plus grande contraction horizontale; et comme

les masses successives passent soit exactement, soit à peu près, par les mêmes lieux dans les mêmes phases de leurs oscillations de forme, les impressions qu'elles produisent individuellement se superposent plus ou moins complètement, et la partie trouble de la veine présente d'une manière permanente les différences d'épaisseur dont il s'agit; en d'autres termes, cette partie trouble se montre composée d'une suite régulière de ventres allongés et de nœuds occupant des positions fixes.

Quand la superposition ci-dessus est imparfaite, chaque ventre offre l'apparence d'un assemblage de lames, dont chacune constitue une espèce de cône ayant pour axe celui de la veine. La moitié environ du premier ventre est formée par le passage des renflements du bas de la partie continue, de sorte que cette partie continue se termine vers le milieu de la longueur de ce même ventre.

5° La longueur et le diamètre des ventres sont d'autant plus considérables que la charge est plus forte et que le diamètre de l'orifice est plus grand. Il en est de même du diamètre des nœuds.

6° L'ensemble de ces phénomènes se manifeste déjà lorsque la veine est abandonnée à elle-même dans les circonstances ordinaires, c'est-à-dire lorsqu'on n'excite point à dessein de mouvements vibratoires dans le liquide du vase. Cela provient, d'une part, de ce que le choc de la partie discontinue contre le liquide dans lequel elle tombe fait naître des vibrations qui se transmettent au vase par l'intermédiaire de l'air et des supports, et, d'une autre part, de ce que le vase reçoit aussi, par les supports, les petites vibrations dues aux bruits extérieurs et propagées dans le sol. Ce n'est qu'en soustrayant, par certains procédés, le vase à ces deux influences, que la veine prend l'aspect qui lui est propre.

7° Mais tous les phénomènes énumérés dans les cinq premiers numéros précédents deviennent beaucoup plus prononcés et plus réguliers, lorsque, à l'aide d'un instrument, on produit, dans le voisinage de l'appareil, un son à l'unisson de celui qui résulterait du choc de la partie discontinue de la veine contre une membrane tendue. Alors la partie continue se raccourcit considérablement; le diamètre de la portion limpide se montre encore augmenté; les ventres s'élargissent en se ramassant davantage sur

eux-mêmes, de sorte que les nœuds qui les séparent sont plus allongés; enfin ces nœuds paraissent d'un moindre diamètre.

8° Outre l'unisson ci-dessus, d'autres sons, produits de même par un instrument dans le voisinage de l'appareil, agissent sur la veine d'une manière analogue, mais avec beaucoup moins d'énergie.

Enfin il est des sons qui n'exercent aucune influence.

9° Dans le cas particulier où le son de l'instrument s'éloigne fort peu de l'unisson, la partie continue de la veine s'allonge et se raccourcit alternativement, et l'oreille perçoit des battements qui coïncident avec ces variations de longueur.

10° Quand on reçoit la partie discontinue de la veine sur un corps qui ne peut rendre qu'un son déterminé, il arrive fréquemment que les vibrations de ce corps modifient le son propre à la veine; mais cela ne paraît possible que si l'écart entre ce dernier son et celui qui convient au corps choqué n'excède pas une tierce mineure.

Lorsque le son de la veine est ainsi modifié par un son étranger, il suffit souvent, pour le faire revenir au ton qui lui appartient, d'un léger choc imprimé à l'appareil ou d'un changement de position du corps choqué, et c'est toujours par sauts brusques que ce retour s'opère.

Quand l'écart entre les deux sons est très-petit, ils peuvent se faire entendre périodiquement ou même simultanément.

11° Les modifications que subit la veine sous l'influence des mouvements vibratoires augmentent encore et acquièrent une régularité parfaite, lorsque l'instrument sonore (n° 7), au lieu d'être tenu à une certaine distance de l'appareil, est mis en contact avec les parois du vase, et qu'il rend un son très-intense et bien exactement à l'unisson de celui qui est propre à la veine. Alors la partie continue se raccourcit tellement, que l'extrémité supérieure du premier ventre touche presque à l'orifice, et, d'une autre part, la superposition des ventres formés par les masses individuelles (n° 4) est exacte, de sorte qu'on n'aperçoit plus aucune apparence de lames.

12° Cette extrême régularité permet de distinguer nettement la figure apparente que produit de son côté le passage des sphérules interposées

entre les masses, figure qui occupe l'axe de la veine depuis l'extrémité de la partie continue; on y remarque aussi des ventres et des nœuds, mais plus courts que ceux qui sont dus au passage des masses.

13° Au moyen d'un instrument ainsi mis en contact avec les parois du vase, presque tous les sons peuvent déterminer des effets analogues à ceux de l'unisson du ton propre à la veine; mais ces effets sont d'autant moins prononcés que le son de l'instrument s'éloigne davantage de l'unisson dont il s'agit.

14° En outre, dans cette même condition, lorsque le son qui est naturel à la veine n'est pas à l'unisson de celui de l'instrument, il peut y être amené, même quand l'écart entre les nombres de vibrations serait assez grand pour constituer un intervalle de quinte en dessus du son propre à la veine, et de plus d'une octave en dessous.

15° Si la veine, au lieu de s'écouler verticalement de haut en bas, est lancée horizontalement, et qu'elle se trouve dans les circonstances ordinaires, ou, en d'autres termes, qu'elle ne soit point sous l'influence d'un instrument sonore, mais qu'elle aille frapper le liquide du vase qui la reçoit, sa partie trouble présente des ventres et des nœuds, comme en offre, dans les mêmes circonstances, celle des veines verticales descendantes (n° 6), et les vibrations d'un instrument la modifient aussi de la même manière.

Si la veine est lancée obliquement de bas en haut, les mêmes phénomènes s'observent encore, tant que l'angle qu'elle forme avec l'horizon n'excède pas 20° à 25°.

16° Mais au delà de ce terme, et jusqu'à 45° à 50°, la partie discontinue prend d'autres aspects : quand la veine n'est point sous l'influence du son d'un instrument, cette partie discontinue se montre éparpillée dans un même plan vertical en une sorte de gerbe. Sous l'action de vibrations d'une période déterminée, il peut arriver que la gerbe se résolve en deux jets bien distincts, ayant chacun leurs ventres et leurs nœuds régulièrement formés; il peut même se faire que, pour un autre son déterminé, la gerbe se trouve remplacée par trois jets; enfin, il y a toujours un son qui réduit la veine entière à un seul jet présentant un système de ventres et

de nœuds parfaitement réguliers, et ce son est aussi celui qui produit le plus grand raccourcissement de la partie continue.

17° Pour une même charge et un même orifice, le nombre de vibrations correspondant au son qui exerce le maximum d'effet sur la longueur de la partie continue et sur les dimensions des ventres de la veine, est d'autant moindre que la direction suivant laquelle cette dernière est lancée fait un angle plus grand avec la verticale descendante menée à partir de l'orifice. La différence entre les nombres de vibrations qui conviennent au cas où le jet tombe verticalement et à celui où il est lancé horizontalement, est peu considérable; mais elle devient très-grande entre ce dernier cas et celui où le jet est vertical ascendant.

§ 4. Passons actuellement à l'explication de ces phénomènes bizarres. Tout ce que nous dirons, d'ici au paragraphe 24, se rapportera aux veines lancées suivant la verticale descendante; il faudra donc, jusque-là, se représenter toujours de semblables veines.

L'expérience nous a montré (2<sup>me</sup> série, § 46) que, dans la transformation d'un cylindre liquide, la longueur d'un étranglement est exactement ou à fort peu près égale à celle d'un renflement, et, ainsi que nous l'avons avancé alors, nous démontrerons plus tard que cette égalité est rigoureuse à l'origine du phénomène; or ce résultat est évidemment applicable aux étranglements et aux renflements naissants de la veine, et il s'ensuit que les durées respectives des passages d'un de ces étranglements et d'un de ces renflements à la section contractée sont égales; d'un autre côté, une division d'un cylindre ou d'une veine étant comprise entre les milieux de deux étranglements voisins, et se composant ainsi d'un renflement et de deux demi-étranglements, la durée du passage d'une division de la veine à la section contractée équivaut nécessairement à la somme de celles des passages d'un renflement et d'un étranglement, et puisque ces deux dernières sont égales, nous arrivons à cette première conséquence, que la durée du passage soit d'un étranglement, soit d'un renflement, à la section contractée, est égale à la moitié de celle du passage d'une division.

Mais le nombre de vibrations par seconde correspondant au son que rend le choc de la partie discontinue de la veine contre une membrane

tendue est, comme nous le savons (2<sup>me</sup> série, § 82), double de celui des masses isolées qui viennent, dans le même intervalle de temps, heurter cette membrane, et, en vertu de notre nouvelle hypothèse (§ 2), ce dernier nombre est toujours égal à celui des divisions qui passent, dans le même temps aussi, à la section contractée; donc la durée de chacune des vibrations dont il s'agit est, comme la durée du passage d'un étranglement ou d'un renflement, égale à la moitié de celle du passage d'une division, et nous en déduirons enfin cette conclusion fondamentale :

*La durée de chacune des vibrations correspondantes au son propre à la veine est égale à celle du passage d'un étranglement ou d'un renflement à la section contractée.*

§ 5. Maintenant supposons qu'à l'aide des moyens indiqués par Savart, on ait soustrait la veine à l'influence des vibrations provenant de la chute du liquide dans le vase qui le reçoit, et à celle des bruits extérieurs; puis que, la veine étant ainsi abandonnée à la seule action des forces figuratrices, on transmette au vase d'où elle s'échappe, et, par suite, au liquide que contient ce dernier, un son exactement à l'unisson de celui que rendrait le choc de la partie discontinue contre une membrane. Le liquide qui afflue de l'intérieur du vase vers l'orifice, traverse celui-ci en accomplissant ses vibrations; si donc ces dernières sont dirigées dans le sens vertical, chaque portion de la veine qui passera à la section contractée en exécutant une vibration descendante, sera animée de la vitesse  $\sqrt{2gh}$  augmentée de toute celle de cette vibration, et conséquemment elle contiendra plus de liquide que la portion qui aurait passé dans le même temps en l'absence des vibrations. L'excès de vitesse tendra, à la vérité, à se communiquer à la partie de la veine située au-dessous de celle que nous considérons; mais, en faisant pour un moment abstraction des forces figuratrices, nous devons admettre du moins que cette partie inférieure opposera une certaine résistance en vertu de son inertie, et que, par suite, l'excès de liquide amené par l'excès de vitesse tendra à se répartir dans le sens horizontal, ou, en d'autres termes, à renfler la portion à laquelle il appartient.

Cela posé, si la figure à peu près cylindrique que prendrait la veine par les seuls effets du mouvement de translation du liquide et de la forme circulaire de l'orifice était une figure d'équilibre stable, la portion qui, par l'action de la vibration descendante, se renfle pendant qu'elle passe à la section contractée, exercerait en même temps un effort pour revenir à sa forme première; d'où il suit nécessairement que, dans l'hypothèse dont il s'agit, à mesure que le renflement se forme, il se propagerait aux tranches sous-jacentes, et constituerait sur la surface de la veine une onde renflée d'une certaine longueur, laquelle marcherait avec une vitesse qui serait la somme de celle de sa propagation et de celle du liquide. Alors aussi la portion de la veine qui passerait ensuite à la section contractée en exécutant une vibration ascendante, et qui, par conséquent, franchirait cette section avec la vitesse  $\sqrt{2gh}$  diminuée de celle de la vibration, produirait, par les raisons contraires, une onde étranglée de même longueur que l'onde renflée, et qui marcherait derrière celle-ci avec la même vitesse; puis viendrait une nouvelle onde renflée suivie d'une nouvelle onde étranglée, et ainsi de suite, tant que durerait la communication des mouvements vibratoires.

Mais, en vertu de l'instabilité de la figure cylindrique et de la tendance de la veine à la transformation en sphères isolées, les choses se passeront d'une tout autre manière. Imaginons que l'extrémité inférieure de l'un des renflements qui se formeraient par l'action seule des forces figuratrices dues à l'instabilité franchisse la section contractée au moment précis où commence dans le liquide une vibration descendante. Alors, puisque les forces figuratrices poussent d'une manière continue dans cette portion de la veine un excès de liquide qui la renfle sans qu'elle ait aucune tendance à revenir sur elle-même, on voit que la quantité de liquide amenée en même temps par la vitesse additionnelle due à la vibration descendante pourra se répartir dans le sens horizontal et contribuer à la formation du renflement, sans avoir à surmonter une tendance contraire. En outre, puisque la durée de la vibration est égale au temps qu'emploie à passer à la section contractée la portion de la veine dont les forces figuratrices feraient à elles seules un renflement naissant, l'extrémité supérieure de



cette portion franchira la section contractée au moment précis où la vibration finira, de sorte que l'action immédiate de celle-ci se sera exercée sur toute la portion dont il s'agit, et seulement sur cette portion. Enfin, puisque le renflement produit par les actions combinées dont nous venons de parler n'a aucune tendance à s'effacer, il ne se propagera point aux parties sous-jacentes, et, par conséquent, il ne donnera point lieu à une onde. Ainsi la portion considérée de la veine sera plus renflée, dès sa formation, qu'elle ne l'eût été en l'absence des mouvements vibratoires; mais elle aura la même longueur et descendra avec la même vitesse que dans ce dernier cas.

Après la vibration descendante viendra une vibration ascendante, et celle-ci diminuant la vitesse du passage à la section contractée, il en résultera, comme nous l'avons déjà dit, dans la portion de la veine qui passe sous son influence, une diminution de volume, de sorte que cette portion tendra à s'amincir; mais les forces figuratrices tendant à faire de cette même portion un étranglement naissant, l'amincissement dû à la vibration s'effectuera aussi sans rencontrer de tendance opposée, et, par conséquent, sans donner lieu à la formation d'une onde. On voit donc que, de même que le renflement qui le précède, l'étranglement ainsi formé par la double action des forces figuratrices et de la vibration sera plus prononcé, mais aura la même longueur, et descendra avec la même vitesse, que si la veine était abandonnée à la seule action des forces figuratrices.

Enfin la même chose aura lieu à l'égard de tous les autres renflements et étranglements : en vertu de l'égalité entre le temps qu'emploie chacune de ces portions de la veine à passer à la section contractée et la durée de chaque vibration, tous les renflements coïncideront avec les vibrations descendantes, et tous les étranglements avec les vibrations ascendantes; les uns et les autres conserveront conséquemment leur longueur et leur vitesse de translation, mais tous quitteront la section contractée plus prononcés, ou, en d'autres termes, dans une phase plus avancée de la transformation, que si l'on n'eût point produit les mouvements vibratoires.

§ 6. Mais l'action de ces mouvements ne se bornera point là : en effet, les vitesses des vibrations descendantes et ascendantes, vitesses qui, ainsi

que nous l'avons fait voir, changent de directions dans les renflements et étranglements pour produire un plus grand développement transversal des premiers et un plus grand amincissement des seconds, ne peuvent s'anéantir, dans chacune de ces portions, au moment où elle a achevé son passage à la section contractée; ces vitesses ainsi changées en vitesses transversales continueront donc, comme vitesses acquises, à s'ajouter à celles qui résultent des forces figuratrices.

§ 7. Pour que des vibrations transmises exercent avec toute leur intensité sur les divisions naissantes de la veine l'action décrite dans les deux paragraphes précédents, il faut qu'à l'orifice elles soient, comme nous l'avons imaginé, dirigées dans le sens vertical. Il serait sans doute difficile de faire voir à priori qu'en se propageant jusqu'à l'orifice, les vibrations y prennent réellement cette direction; mais Savart, qui s'est tant occupé de la communication des mouvements vibratoires, admet le fait implicitement : en effet, d'une part, il suppose que ces vibrations ne font que renforcer celles qui naissent, selon lui, de l'écoulement même et qui seraient nécessairement verticales, et, d'une autre part, il ne dit point que, pour obtenir le maximum d'action, il faille donner à l'instrument sonore une position particulière. Du reste, si l'on trouvait là quelque difficulté, il suffirait de remarquer que, quelle que soit la direction réelle suivant laquelle les molécules liquides exécutent, en franchissant l'orifice, les vibrations qui leur sont transmises, on pourra toujours, sauf dans le cas tout exceptionnel où cette direction serait exactement horizontale, décomposer chaque vibration en deux autres, dont l'une horizontale n'influera point sur la transformation des divisions de la veine, et dont l'autre verticale exercera toute son action.

Nous avons supposé, en outre, que le moment où commence chaque vibration descendante soit aussi celui où passe à la section contractée l'extrémité inférieure de chaque renflement; mais si, dans les premiers instants où les vibrations se font sentir, cette coïncidence n'a pas lieu, il y aura lutte entre les actions des forces figuratrices et celles des vibrations, et l'on comprend que dès lors la transformation de la veine, qui, n'étant qu'un phénomène d'instabilité, peut se déplacer par des causes légères,

fera reculer ou avancer l'ensemble des renflements et des étranglements, de manière à établir bientôt la coïncidence ci-dessus et à permettre ainsi le concours et la pleine liberté des deux systèmes d'actions.

§ 8. Ces principes établis, nous allons en voir sortir une à une toutes les modifications qu'éprouve la veine par l'influence des vibrations.

Rappelons-nous d'abord que lorsque la veine est abandonnée à la seule action des forces figuratrices, la vitesse avec laquelle s'effectue la transformation demeure fort petite jusqu'à une distance assez considérable de la section contractée, ce qui donne à la portion correspondante de la veine un aspect calme et limpide; en second lieu, que, plus loin, les renflements prenant un développement notable et plus rapide, la veine paraît s'élargir, jusqu'au point où les masses s'isolent; et enfin qu'au delà de ce point, le diamètre de la veine, diamètre qui est celui de ces mêmes masses, est sensiblement uniforme (2<sup>me</sup> série, § 70).

Figurons-nous une semblable veine, et produisons, à proximité de l'appareil, le son considéré dans tout ce qui précède. Sous l'influence de ce son chaque division quittant la section contractée dans une phase plus avancée de la transformation (§ 5), et en outre la transformation partant de cette phase avec une vitesse plus grande qu'elle ne l'eût fait sous la seule action des forces figuratrices (§ 6), il en résulte nécessairement que cette même transformation s'achèvera en moins de temps; conséquemment chaque division atteindra l'état de masse isolée à une distance moindre de l'orifice, et ainsi la partie continue se raccourcira.

Et puisque les renflements sont plus développés dès leur origine, on voit, en second lieu, que l'épaisseur apparente de la portion limpide de la veine, épaisseur qui, en chaque point de la longueur de cette portion limpide, est évidemment celle qu'ont acquise les renflements au moment où ils y passent, se montrera augmentée.

En troisième lieu, l'excès de vitesse transversale que la transformation reçoit des vibrations et qui persiste comme vitesse acquise, doit nécessairement faire dépasser au diamètre horizontal des masses successives celui des sphères que ces masses tendent à constituer, en sorte que ces mêmes masses s'aplatiront dans le sens vertical. Mais on comprend que cette

extension horizontale et cet aplatissement vertical rendent la pression capillaire, au pourtour de la masse, supérieure à celle des points voisins de l'axe, et que de là naît une résistance croissante qui finit par détruire la vitesse transversale. Alors les différences de pression agiront librement, et la masse reviendra sur elle-même pour atteindre sa figure d'équilibre, c'est-à-dire la figure sphérique; mais le phénomène s'effectuant avec une vitesse accélérée, ne pourra s'arrêter à cette dernière figure, et la masse se contractera dans le sens horizontal en s'allongeant dans le sens vertical, jusqu'à ce que la résistance croissante qui résulte des nouvelles inégalités entre les pressions ait anéanti la vitesse acquise; puis la masse, sollicitée par les différences de pression qui ont produit cette résistance, reviendra encore vers la figure sphérique, qu'elle dépassera de nouveau pour s'étendre une seconde fois dans le sens horizontal et s'aplatir dans le sens vertical, après quoi elle recommencera la même série de modifications, et continuera ces oscillations de forme tant que durera sa chute.

Ainsi s'expliquent très-simplement, pour le cas de l'unisson avec le son que ferait naître le choc de la partie discontinue, les faits rappelés dans les n<sup>os</sup> 1, 2, 3 et 4 du paragraphe 3.

Seulement, puisque l'extrémité de la partie continue de la veine se trouve vers le milieu de la longueur du premier ventre, et conséquemment est peu éloignée du point correspondant au premier des maxima d'épaisseur de la partie trouble, il faut admettre que chaque masse atteint sa première phase de plus grand développement horizontal un peu avant de se détacher complètement, et au moment sans doute où elle ne tient plus à celle qui la suit que par un filet.

Quant aux systèmes de lames dont les ventres offrent l'apparence lorsque les phénomènes ne sont point tout à fait réguliers, c'est évidemment, ainsi que Savart l'a reconnu, le résultat de l'inexacte superposition de plusieurs des ventres individuellement produits par les masses successives: ces ventres se voient alors simultanément et paraissent comme au travers les uns des autres, par l'effet de la persistance de leurs impressions sur la rétine.

§ 9. Il est clair que le temps compris entre deux phases de plus forte contraction horizontale, ou, en d'autres termes, celui qu'emploie chaque

masse à exécuter une oscillation complète de forme, est indépendant de la vitesse de translation; par conséquent le trajet que parcourt une masse pendant le temps dont il s'agit est d'autant plus grand que la vitesse de translation est plus considérable; mais ce trajet est évidemment la distance qui sépare les milieux de deux nœuds, ou la longueur d'un ventre <sup>1</sup>; cette longueur doit donc augmenter avec la charge.

Le volume des divisions naissantes croissant aussi avec la charge (§ 2), et chacune de ces divisions fournissant une masse isolée, le volume de ces masses doit croître de même avec la charge; or, plus ces masses ont de volume, plus leur diamètre horizontal doit être grand dans ses maxima et minima successifs; mais ces diamètres maxima et minima sont respectivement les diamètres des ventres et des nœuds; donc les diamètres des ventres et ceux des nœuds doivent également augmenter avec la charge. Seulement cette augmentation tend vers une limite peu étendue: car le plus grand volume que puissent acquérir les masses isolées est évidemment celui qu'elles prendraient si le mouvement de translation du liquide était uniforme, c'est-à-dire celui des sphères dans lesquelles se résoudrait un cylindre indéfini formé du même liquide et ayant un diamètre égal à celui de la section contractée (2<sup>me</sup> série, § 74).

Maintenant, si la charge ne varie pas, mais que l'on emploie un orifice plus grand, le volume des divisions de la veine, et, par suite, celui des masses isolées, sera aussi plus considérable; or, plus ces masses sont grosses, moins leurs oscillations de forme doivent être rapides, et conséquemment plus elles doivent parcourir d'espace, dans leur descente, pendant une de ces oscillations; ainsi la longueur des ventres doit croître avec le diamètre de l'orifice. Quant aux diamètres respectifs des ventres et des nœuds, il est évident, d'après ce que nous avons fait remarquer plus haut, qu'ils croîtront en même temps.

On voit donc, par le contenu de ce paragraphe, que les faits du n<sup>o</sup> 3 du paragraphe 5 sont encore des conséquences nécessaires de la théorie,

<sup>1</sup> C'est ainsi que Savart paraît considérer les ventres toutes les fois qu'il s'occupe de leur longueur, et nous nous sommes conformé à ses expressions dans le paragraphe suivant; mais, en réalité, il est visible que l'espace en question se compose d'un ventre et de deux demi-nœuds.

toujours dans le cas de vibrations de même période que celles du son propre à la veine. Passons aux faits des n<sup>os</sup> 6 et 7.

§ 10. Lorsque la veine n'est point sous l'influence d'un instrument sonore, mais qu'elle est reçue dans un vase simplement posé sur le sol, la principale cause des mouvements vibratoires transmis par l'air et les supports au vase d'où elle s'échappe est le choc des masses isolées contre le liquide dans lequel elles tombent; on comprend donc que, dans ces mouvements, doivent dominer des vibrations de même période que celles qui résulteraient du choc des masses dont il s'agit contre une membrane tendue, et conséquemment l'action exercée sur la veine s'explique par ce que nous avons exposé dans les paragraphes qui précèdent. Seulement les vibrations ainsi produites n'ayant pas une grande intensité, les modifications de la veine ne pourront acquérir tout le développement dont elles sont susceptibles; en outre, ces mêmes vibrations étant peu régulières et se trouvant accompagnées des petites vibrations plus irrégulières encore qui proviennent des bruits extérieurs, les phénomènes doivent se ressentir de ces irrégularités, et c'est en effet dans ces circonstances que Savart décrit l'apparence de lames dans l'intérieur des ventres.

Savart a mesuré approximativement, dans ces mêmes circonstances, sur des veines d'eau lancées par deux orifices différents et sous des charges différentes, les longueurs et les diamètres des ventres ainsi que les diamètres des nœuds. Nous ne croyons pas inutile de reproduire ici les résultats de ces mesures; ils sont exprimés en prenant le centimètre pour unité :

*Orifice de 6 millimètres de diamètre.*

CHARGES	LONGUEUR des ventres	LONGUEUR des nœuds	DIAMÈTRE des ventres	DIAMÈTRE des nœuds
4,5	48	25	0,8	0,70
12	56	26	1,0	0,75
27	62	29	1,3	0,80
42	112	60	1,3	0,80

*Orifice de 5 millimètres de diamètre.*

VEINE.	Longueur des ventres supérieurs.	Longueur des ventres inférieurs.	Longueur des ventres moyens.	Longueur des ventres supérieurs.
1 <sup>re</sup>	16	7,8	0,50	0,28
2 <sup>e</sup>	25	9	0,52	0,32
3 <sup>e</sup>	41	12	0,55	0,36
4 <sup>e</sup>	55	16	0,58	0,40

Nous ferons remarquer ici que la longueur d'un ventre étant l'espace parcouru par une masse pendant la durée d'une oscillation de forme, et cette durée étant constante dans une même veine, les ventres appartenant à celle-ci doivent augmenter en longueur à partir du premier, à cause de l'accélération de la descente. Il est donc singulier que Savart, qui, en un autre endroit de son mémoire, parle de cette augmentation à propos d'une expérience particulière, ait donné, dans les tableaux ci-dessus, les longueurs dont il s'agit comme absolues; on doit présumer qu'elles se rapportent au premier ventre de chaque veine. A la vérité, l'expérience dans laquelle Savart a observé l'augmentation de longueur des ventres devait rendre l'effet plus apparent, parce que le premier ventre naissait très-près de l'orifice.

§ 11. Si, la veine tombant de même librement dans le liquide du vase qui la reçoit, on fait résonner à proximité de l'appareil un instrument qui rende l'unisson, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, alors, sous l'action de ces vibrations plus intenses et parfaitement régulières, les modifications de la veine seront nécessairement plus prononcées: c'est-à-dire que la portion limpide paraîtra encore un peu plus épaisse, que la partie continue subira un nouveau raccourcissement, que les ventres s'élargiront et que les nœuds s'aminciront. En outre, les ventres formés individuellement par chacune des masses se superposeront d'une manière plus exacte, et ainsi se dépasseront moins les uns les autres vers leurs extrémités, en sorte que les ventres qui résultent de leur ensemble seront plus

ramassés sur eux-mêmes, et que les nœuds qui séparent ces derniers sembleront s'être allongés. Or, tel est en réalité, comme on le voit par le n° 7 du paragraphe 5, l'état de la veine sous l'influence dont il s'agit.

Les phénomènes seraient beaucoup plus réguliers encore si la veine était primitivement soustraite à toute influence étrangère; et, en effet, Savart parle de la grande régularité des ventres qui se montrent lorsqu'une semblable veine est reçue sur une membrane tendue, laquelle sert alors d'instrument sonore donnant l'unisson.

§ 12. Quand l'instrument que l'on fait résonner dans le voisinage de l'appareil rend un son autre que l'unisson de celui qui est propre à la veine, les vibrations ne se succédant plus aux mêmes intervalles que les passages des renflements et des étranglements dus aux forces figuratrices, il ne peut plus y avoir concours incessant entre les deux espèces d'action; mais celles-ci ne peuvent pas non plus être incessamment en lutte, et l'on comprend que de ces alternatives d'accord et d'opposition doivent résulter des effets très-compiqués. Essayons cependant de démêler jusqu'à un certain point ce qui se produit alors dans la veine.

Pour simplifier autant que possible, nous supposerons les actions étrangères préalablement annulées. Pendant la succession des phénomènes, saisissons par la pensée l'instant où le milieu d'un étranglement dû aux forces figuratrices franchit la section contractée précisément au milieu de la durée d'une vibration ascendante; alors cette vibration concourra évidemment avec les forces figuratrices pour approfondir l'étranglement. Seulement, si le son de l'instrument est plus aigu que celui de la veine, et qu'ainsi la vibration a moins de durée que le passage de l'étranglement, une partie plus ou moins grande du bas de celui-ci aura été en lutte avec la fin de la vibration descendante qui a précédé, et une partie équivalente du haut sera également en lutte avec le commencement de la vibration descendante qui suivra, puisque ces vibrations descendantes tendent à renfler les portions de la veine sur lesquelles elles agissent. Si le son de l'instrument est, au contraire, plus grave que celui de la veine, il est clair que le concours aura lieu pour la totalité de l'étranglement, mais que le commencement de la vibration aura été en lutte avec la partie supérieure



du renflement précédent, et que la fin de cette même vibration sera en lutte avec la partie inférieure du renflement suivant.

Il est aisé de voir qu'après un certain nombre de vibrations, un effet identique se reproduira, c'est-à-dire que le milieu d'une vibration ascendante coïncidera de nouveau avec le milieu du passage d'un étranglement, puis qu'il reviendra encore après un nombre de vibrations égal au précédent, et ainsi de suite périodiquement à des intervalles égaux. Si, par exemple, la durée d'une vibration est les  $\frac{2}{3}$  de celle du passage d'un étranglement ou d'un renflement, la durée totale de six vibrations doubles, c'est-à-dire composées chacune d'une vibration ascendante et d'une vibration descendante, équivaldra à la durée totale du passage de cinq étranglements et de cinq renflements; or, il est facile de s'assurer que si l'on commence à compter cette durée à l'instant de l'une des coïncidences ci-dessus, elle se terminera aussi à l'instant d'une semblable coïncidence; dans notre exemple, les coïncidences se reproduiront donc successivement après des intervalles égaux à la durée de six vibrations doubles. Tâchons maintenant de découvrir ce qui se passe pendant chacun de ces intervalles, ou, en d'autres termes, entre une coïncidence et la suivante.

Pour cela examinons ce qui a lieu au moment où finit la première moitié de l'un de ces mêmes intervalles. Dans l'exemple que nous avons pris, nous serons alors évidemment encore au milieu d'une vibration ascendante; mais, si nous réfléchissons que l'intervalle commence au passage de l'origine d'une division (§ 4), et comprend exactement le passage de cinq divisions entières, nous reconnaitrons que la fin de sa première moitié est l'instant du passage du milieu d'une division, et, par suite, du milieu d'un renflement; il y aura donc, pour cette vibration tout entière, opposition avec les forces figuratrices : ce sera le maximum de la lutte, et il est visible que celle-ci aura été jusque-là en augmentant, c'est-à-dire en occupant des portions de plus en plus grandes des vibrations successives, pour diminuer ensuite par les mêmes degrés.

Ces principes posés, voyons ce que l'on peut en déduire.

Chacun des étranglements pour lesquels il y aura coïncidence quittera la section contractée dans une phase plus avancée de la transformation,

et ainsi se rompra à une moindre distance de l'orifice, que si on ne produisait pas de mouvements vibratoires ; mais l'étranglement suivant, qui n'est déjà plus dans des conditions si favorables, ne pourra se rompre qu'un peu au delà, et les ruptures subséquentes s'effectueront de même de plus en plus loin de l'orifice, jusqu'à celle de l'étranglement pour lequel la lutte entre les deux actions est à son maximum ; après quoi les choses marcheront en sens inverse, c'est-à-dire que les lieux de rupture successifs remonteront, jusqu'à ce que revienne de nouveau un étranglement à coïncidence, puis tout recommencera dans le même ordre. Il paraît donc que, dans une semblable veine, la partie continue a des longueurs différentes, qui se succèdent périodiquement ; mais dès lors la plus courte de ces longueurs doit être regardée comme étant celle de la véritable partie continue de la veine, puisque la continuité y subsiste toujours, et elle est nécessairement plus petite que ne le serait la partie continue de la même veine non soumise à l'influence d'un instrument sonore.

Cependant le raccourcissement doit être moins grand que dans le cas de l'unisson. En effet, si le son de l'instrument est plus aigu, le concours le plus complet entre les deux genres d'action n'a lieu, ainsi que nous l'avons dit plus haut, qu'avec la portion moyenne des étranglements dans lesquels il s'établit, et il y a lutte dans les portions extrêmes. Si le son de l'instrument est plus grave, le concours s'étend, à la vérité, à la totalité de l'étranglement, mais alors la lutte existe dans les portions adjacentes des deux renflements entre lesquels cet étranglement est compris, et ces portions admettant avec moins de facilité le liquide qu'il y chasse, il ne peut obéir tout à fait librement aux deux actions qui tendent à la fois à l'amincir.

En deuxième lieu, d'après ce que nous venons de dire, le raccourcissement doit être d'autant moindre que le son de l'instrument s'éloigne davantage de l'unisson : car plus il est au-dessus de celui-ci, moins est grande la portion de l'étranglement pour laquelle il y a concours, et plus il est au-dessous, plus la lutte s'étend loin sur les deux renflements voisins.

Enfin, puisque sur les étranglements à coïncidence, et jusqu'à une cer-

taine distance en deçà et au delà de chacun de ceux-ci, l'action des vibrations favorise plus ou moins celle des forces figuratrices, la veine devra présenter aussi, d'une manière analogue mais moins décidée, les autres modifications que détermine l'unisson : ainsi la portion limpide paraîtra encore un peu épaissie, et la partie trouble aura des ventres et des nœuds ; mais ces modifications seront également d'autant moins prononcées que l'intervalle entre le son de l'instrument et l'unisson sera plus grand.

Nous pouvons donc, pour autant que le permet la complication du sujet, énoncer en résumé les quatre conclusions suivantes : lorsqu'on produit, à une certaine distance de l'appareil, un son plus aigu ou plus grave que celui qui est propre à la veine, 1° la partie continue doit prendre périodiquement des longueurs différentes ; 2° la plus courte de ces longueurs, qui est celle de la véritable partie continue, doit être moindre que ne l'était la longueur de la partie continue unique avant l'action de l'instrument, mais ce raccourcissement ne doit pas être aussi grand que dans le cas de l'unisson ; 3° la veine doit présenter également, d'une manière analogue à ce qui a lieu pour l'unisson, mais de même moins décidée, une petite augmentation d'épaisseur dans la portion limpide et un système de ventres et de nœuds dans la partie trouble ; 4° tous ces phénomènes doivent être d'autant moins prononcés que le son de l'instrument s'éloigne davantage de l'unisson, en sorte que les sons qui s'écartent par trop de cet unisson, soit au-dessus, soit au-dessous, doivent paraître inactifs.

Nous avons supposé que les actions étrangères avaient été préalablement neutralisées ; mais ces actions tendant par elles-mêmes à déterminer des effets semblables (§ 10), on comprend que si on les laisse subsister, elles ne pourront guère qu'ajouter à l'intensité des phénomènes.

Avertissons, dès à présent, que les sons différents de l'unisson suscitent en même temps des effets d'un autre genre, effets qui, en général, doivent être peu apparents dans les veines dirigées suivant la verticale, mais qui se manifestent, ainsi qu'on le verra, dans celles dont l'émission a lieu sous certaines obliquités. Ces effets dépendent de la lutte entre les vibrations et les forces figuratrices, et sont conséquemment nuls pour l'unisson ; ils ne peuvent donc aller en décroissant à partir de là, comme

ceux que nous venons d'étudier, et c'est, au contraire, à partir de l'unisson qu'ils se développent.

§ 15. La première des quatre conclusions énoncées ci-dessus est nettement vérifiée, dans un cas particulier, par le fait du n° 9 du paragraphe 5. En effet, lorsque le son de l'instrument est très-voisin de l'unisson, la durée d'une vibration diffère très-peu de celle du passage d'un étranglement ou d'un renflement, et, par conséquent, lorsqu'une coïncidence s'établira, elle sera presque complète, c'est-à-dire que la lutte n'occupera que des portions extrêmement petites soit de l'étranglement, soit des deux renflements adjacents; pour un semblable étranglement, les choses se passeront donc à fort peu près comme s'il y avait unisson exact, d'où il suit qu'au moment de la rupture de cet étranglement, la partie continue de la veine aura sensiblement la longueur qui convient à l'unisson; puis elle prendra des longueurs de plus en plus grandes, jusqu'à celle qui correspond au maximum de lutte; mais, à cause de la presque égalité entre les durées respectives d'une vibration et du passage d'un étranglement ou d'un renflement, ce ne sera évidemment qu'après un temps notable que ce maximum se présentera, en sorte que l'allongement graduel de la partie continue s'effectuera avec assez de lenteur pour qu'on puisse le suivre des yeux; enfin il en sera nécessairement de même du raccourcissement subséquent, et ainsi de suite. Quant aux battements, il est clair qu'ils résultent de la réaction mutuelle du son de l'instrument et de celui de la veine; car, bien que Savart ne le dise pas en propres termes, on peut conclure de la manière dont il expose le fait en question, que la veine doit tomber sur une membrane tendue.

Sauf ce cas particulier d'un intervalle très-petit entre le son de l'instrument et celui de la veine, Savart ne dit rien des changements périodiques de la longueur de la partie continue, et cela devait être, comme on va le voir. Pour des intervalles qui ne remplissent point la condition ci-dessus, ces changements sont trop rapides pour que l'on puisse en distinguer la succession, de façon que toutes les longueurs doivent paraître simultanées ainsi que tous les systèmes de ventres respectivement correspondants à ces mêmes longueurs; chacun des ventres de la veine doit donc, dans ces

circonstances, se montrer formé de ventres individuels non exactement superposés, et, par suite (§ 8), offrir l'aspect d'un assemblage de lames; or, cet aspect n'avait rien de nouveau pour Savart, qui l'avait observé (§ 10) dans les ventres des veines non soumises à l'influence d'un instrument sonore.

§ 14. Les trois autres conclusions du paragraphe 12 paraissent confirmées par le n° 8 du paragraphe 5. Cependant la manière dont Savart mentionne les faits pourrait jeter quelque doute sur l'entière exactitude de cet accord; voici textuellement les seuls passages qui se rapportent aux faits en question :

« Des sons à l'octave et à la quinte graves, à la tierce mineure, à la »  
 » quarte superflue et à l'octave aiguë de celui que donne le choc de la »  
 » partie trouble contre un corps renforçant, produisent sur la veine des »  
 » modifications analogues à celles que nous venons de décrire <sup>1</sup>, mais »  
 » toutefois avec beaucoup moins d'énergie; et il est des sons qui n'agis- »  
 » sent en aucune manière sur ses dimensions et l'aspect qu'elle présente. »

Et plus loin, en parlant d'une veine reçue à une très-petite distance de l'orifice sur un corps solide épais :

« L'on remarque (de même que quand la veine est entière) que les »  
 » octaves grave et aiguë ainsi que la quinte et la tierce mineure aiguë du »  
 » son dont il s'agit <sup>2</sup>, influent également, mais à un moindre degré, sur »  
 » l'état de la veine. »

Enfin, à propos des modifications qu'éprouve, sous l'influence de l'unisson dû au choc contre une membrane tendue, une veine soustraite à toute autre influence étrangère :

« On obtient des résultats analogues, lorsque avec un instrument à »  
 » cordes on produit divers sons dans le voisinage du réservoir, mais tou- »  
 » jours l'un de ces sons exerce sur la veine une influence plus grande »  
 » que tous les autres. »

Ces passages signifient-ils qu'outre l'unisson il n'y a que l'octave et la quinte graves, la tierce mineure, la quarte superflue et l'octave aiguë qui

<sup>1</sup> C'est-à-dire à celles que produit l'unisson.

<sup>2</sup> De l'unisson.

modifient l'état de la veine? Cela est très-peu vraisemblable, car alors, au lieu de dire : « et il est des sons qui n'agissent en aucune manière etc. », Savart aurait dit : *et tous les sons autres que les précédents sont sans influence* etc. Doit-on interpréter ces mêmes passages en admettant que les sons qui s'y trouvent signalés sont les plus actifs après l'unisson, et que, parmi les tons restants de la gamme, les uns ont simplement moins d'efficacité, tandis que les autres n'exercent absolument aucune action? Mais, dans ce cas, peut-on croire que Savart se fût exprimé ainsi? Nous ferons remarquer, de plus, que la quarte superflue, indiquée dans le premier passage, est omise dans le second.

Ces énoncés si vagues montrent que Savart a peu étudié l'influence des sons autres que l'unisson, du moins dans les circonstances dont il s'agit ici, et il nous semble que l'on ne saurait en déduire l'existence de quelque désaccord entre nos conclusions théoriques et les faits, non plus que celle d'un accord absolu. Heureusement Savart s'y est pris ensuite de manière à augmenter l'énergie de l'action des vibrations produites par l'instrument, et alors les effets, tels qu'il les décrit, doivent être regardés comme tout à fait conformes à nos conclusions, ainsi qu'on le verra bientôt.

§ 15. Pour terminer ce qui concerne l'influence d'un son excité à distance et différent de l'unisson, nous avons encore à rendre raison des faits du n° 10 du paragraphe 5.

Nous allons montrer, en partant de la théorie, que ces faits, sauf le dernier, dépendent d'un principe plus général, lequel peut s'énoncer de la manière suivante : si les vibrations de l'instrument sont suffisamment énergiques par rapport à celles qu'occasionne le choc des masses isolées, et si en même temps l'intervalle des deux sons n'est pas trop grand, le son de la veine peut être amené à l'unisson de celui de l'instrument. Remarquons que ces circonstances sont celles du numéro cité : en effet, lorsque la veine tombe sur un corps qui ne peut rendre qu'un son déterminé, tel qu'un diapason, si l'on suppose, pour un instant, qu'elle n'éprouve aucune modification dans le nombre des masses isolées, les vibrations dues au choc de ces masses seront en général d'une autre période que celles du corps choqué, et conséquemment elles ne pourront provenir que de ce

que chaque fois qu'une masse atteint ce corps l'air est expulsé d'entre eux, puis revient, pour être expulsé de nouveau à l'arrivée de la masse suivante, et ainsi de suite; or, les ondes sonores produites de cette manière sont nécessairement très-faibles relativement à celles que font naître les vibrations du corps choqué lui-même; en outre, en faisant varier soit la charge, soit le diamètre de l'orifice, on est maître de diminuer autant qu'on le veut l'intervalle des deux sons.

Les vibrations de l'instrument (ou, dans le cas actuel, du corps choqué), transmises par l'air au vase et au liquide, n'ayant pas la même durée que les passages des étranglements et des renflements naissants dus aux forces figuratrices, il y a, comme nous l'avons exposé (§ 12), lutte variable entre les deux genres d'action; mais, si les deux sons ne s'éloignent pas trop l'un de l'autre, on conçoit que la transformation de la veine, phénomène susceptible d'être influencé par des causes étrangères (2<sup>me</sup> série, § 58), peut, sous l'action des vibrations, allonger ou raccourcir les étranglements et les renflements naissants, de manière que la durée du passage de chacun d'eux soit précisément égale à celle d'une vibration et que les deux espèces d'actions soient constamment d'accord; ce point atteint, le son de la veine sera nécessairement à l'unisson de celui de l'instrument. Seulement, pour que les vibrations de l'instrument soient capables d'amener ce résultat, il faut évidemment qu'elles aient une énergie suffisante par rapport aux vibrations du son propre à la veine, puisque ces dernières tendent à favoriser l'action normale des forces figuratrices.

Nous comprendrons mieux encore le phénomène en l'envisageant sous un point de vue un peu différent. Rappelons-nous que les vibrations tendent à elles seules à produire, dans la veine, des étranglements et des renflements naissants (§ 5); or, si ces étranglements et ces renflements sont peu supérieurs ou peu inférieurs en longueur à ceux que tendent à faire naître de leur côté les forces figuratrices, et si en outre l'action des vibrations est assez énergique pour dominer celle de ces forces, le système d'étranglements et de renflements naissants qui se formera devra être celui qui dépend des vibrations, et dès lors la transformation ainsi modifiée à son origine s'achèvera suivant ce nouveau mode.

Mais cet état de la veine est un état forcé, puisque le mode naturel de la transformation est altéré. D'après cela, si quelque cause trouble brusquement la succession ou la transmission régulière des vibrations, les forces figuratrices devront aussitôt redevenir prépondérantes, et les étranglements et renflements naissants reprendront la longueur qui convient à l'action libre de ces forces. On s'explique donc sans peine cette particularité de l'expérience du n° 10 du paragraphe 5, qu'il suffit souvent d'un petit choc donné à l'appareil ou d'un changement de position du corps choqué, pour ramener subitement le son de la veine au ton qui lui est propre.

Nous avons supposé que, dans cette même expérience, le son de la veine se met à l'unisson de celui du corps choqué, conformément au principe avancé au commencement de ce paragraphe. Cependant, comme on peut le conclure de l'énoncé du numéro en question, Savart ne s'exprime point à cet égard en termes précis : il dit simplement que le son du corps choqué modifie celui de la veine, qu'il en change la période; mais d'autres expériences que nous aurons bientôt à discuter permettent d'attribuer à ces mots le sens que nous leur avons donné.

§ 16. Enfin le n° 10 du paragraphe 5 nous apprend encore que lorsque l'écart des deux sons est fort petit, ces deux sons peuvent se faire entendre périodiquement ou même simultanément. Essayons d'expliquer également ces faits.

Supposons, pour fixer les idées, que le son propre à la veine soit quelque peu plus grave que celui du corps choqué. Dans le cas de l'unisson exact, le nombre des impulsions des masses en un temps donné serait la moitié du nombre des vibrations du corps dans le même temps, et conséquemment l'intervalle entre deux impulsions successives serait égal à la durée de deux de ces vibrations; donc, dans la supposition ci-dessus, l'intervalle entre deux impulsions surpassera un peu la durée de deux vibrations, et si la réaction de ces vibrations sur les étranglements et les renflements naissants n'est pas assez puissante pour en modifier la longueur et amener ainsi l'unisson, le petit excès de durée des intervalles en question se maintiendra. Cela étant, partons de la première impulsion. Celle-ci fera exécuter au corps une vibration dirigée de haut en bas, laquelle sera



suivie d'une vibration de bas en haut; puis, un peu après le commencement d'une nouvelle vibration descendante, la deuxième impulsion arrivera; la troisième agira pendant la troisième vibration descendante, mais dans une phase un peu plus avancée de cette vibration; la quatrième impulsion aura lieu pendant la quatrième vibration descendante, et dans une phase encore un peu plus avancée; et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'une impulsion coïncide sensiblement avec la fin d'une semblable vibration. Sous ces impulsions répétées, l'amplitude des vibrations du corps ira nécessairement en croissant, jusqu'à l'impulsion que nous avons considérée en dernier lieu. Mais, toujours en vertu du petit excès de durée des intervalles, les impulsions qui suivront s'effectueront pendant les vibrations montantes, et de même dans des phases de plus en plus avancées, en sorte qu'après un nombre d'impulsions égal à celui des précédentes, le corps sera frappé aussi au moment de la terminaison d'une vibration; or, ce second groupe d'impulsions détruira évidemment tout ce qu'avait fait le premier, c'est-à-dire diminuera par degré l'amplitude des vibrations et finira par l'annuler. Un troisième groupe d'impulsions ravivera ces vibrations, un quatrième les annulera de nouveau, et ainsi indéfiniment. Le son du corps choqué doit donc alternativement se renforcer et s'éteindre; d'un autre côté, le son de la veine doit être plus faible quand les masses atteignent le corps pendant ses vibrations descendantes que quand elles le frappent pendant ses vibrations montantes, à cause de la différence des vitesses relatives, et l'on voit de plus que ce dernier son a ses minima pendant les renforcements de celui du corps, et ses maxima pendant les diminutions. Cela posé, si les vibrations du corps acquièrent, dans leurs plus grandes amplitudes, une certaine énergie, et si la vitesse relative des impulsions devient en même temps assez petite, le son de la veine pourra être entièrement masqué dans les instants de plus grande intensité de celui du corps, pour reparaitre et dominer à son tour dans les instants intermédiaires; et par conséquent les deux sons se feront entendre périodiquement.

Mais si le corps n'est capable d'exécuter que des vibrations de peu d'amplitude, et s'il est tenu à une grande distance de l'orifice, il peut se

faire que la vitesse relative des impulsions demeure toujours considérable, de manière que le son de la veine soit sensiblement uniforme, et que celui du corps, dans ses maxima, n'ait point assez d'intensité pour le masquer. Alors, le premier ne cessera point d'être perçu, et par conséquent, pendant les périodes de renforcement du second, ils se feront entendre tous les deux à la fois. C'est sans doute dans ce sens qu'il faut interpréter ces mots : *ou même simultanément*, qui sont empruntés textuellement à Savart.

§ 17. Reprenons actuellement le cas où l'on fait rendre à un instrument sonore l'unisson exact du son propre à la veine. Si l'instrument, au lieu d'agir à distance, est mis en contact avec les parois du vase d'où la veine s'échappe, il est clair que les vibrations communiquées à ces parois et propagées dans le liquide seront bien plus énergiques, et que, par suite, les modifications de la veine devront être bien plus prononcées; en outre, on comprend que les petites irrégularités dont nous avons parlé au paragraphe 10 pourront alors être entièrement effacées. Le contenu du n° 11 du paragraphe 5 s'explique donc de lui-même.

§ 18. Alors aussi on observe (n° 12 du § 5), dans l'axe de la veine, à partir de l'extrémité inférieure de la partie continue, un autre système de ventres et de nœuds plus minces et plus courts, lequel est dû, ainsi que Savart le fait remarquer, aux sphérules qui accompagnent les masses.

Ici se présente une difficulté apparente. Lorsque la veine est soustraite à toute action vibratoire, sa partie trouble est exempte de ventres et de nœuds; il semble donc que sous l'action des forces figuratrices seules, les masses arrivent à la forme sphérique sans exécuter d'oscillations sensibles, et que les oscillations de forme ont lieu uniquement dans le cas où les forces figuratrices sont activées par des vibrations; or, le mode de production des sphérules ne peut en aucune manière être influencé par les vibrations, car celles-ci n'agissent directement qu'à la section contractée: plus bas que cette section, leur effet se borne à des vitesses acquises (§§ 6 et 8), qui accélèrent le développement des renflements et l'approfondissement des étranglements, puis la conversion de chacun de ces derniers en un filet, et ce filet ne se transforme ensuite, en fournissant ainsi les sphérules, que par les seules forces figuratrices, qui y naissent comme dans

tout cylindre liquide suffisamment allongé; cependant ces sphérules exécutent des oscillations de forme, puisque la trace de leur passage devant l'œil offre des ventres et des nœuds.

Afin d'éclaircir ce point, examinons attentivement quelles sont les circonstances à l'égard des sphérules et à l'égard des grosses masses. Rappelons-nous (2<sup>me</sup> série, § 62) que le filet se partage généralement en trois parties, dont les deux extrêmes vont se réunir respectivement aux deux grosses masses entre lesquelles ce même filet se trouvait compris, tandis que l'intermédiaire se contracte à la fois et symétriquement du haut et du bas, en se renflant dans le sens horizontal, pour donner la sphérule dont nous nous occupons. En vertu de cette simultanéité et de cette symétrie d'action, la petite portion de liquide en question atteint la forme sphérique vers laquelle elle tend; mais elle l'atteint avec une vitesse acquise, et ainsi la dépasse nécessairement, de manière que son diamètre vertical devient moindre et son diamètre horizontal plus grand que le diamètre de la sphère de même volume; de là les oscillations de forme des sphérules, et, par suite, les ventres et les nœuds qui en résultent.

Mais les choses ne se passent point identiquement de la même façon dans la grosse masse suspendue au filet et qui s'isole par la rupture de celui-ci : en effet, un instant avant cette séparation, la masse dont il s'agit était déjà rendue libre à sa partie inférieure, par la rupture du filet formé entre elle et la masse qui la précède; ici donc les ruptures au-dessous et au-dessus de la masse, et conséquemment les deux contractions qui tendent à aplatir cette dernière dans le sens vertical ne se font point en même temps; en outre, comme chacune de ces contractions doit être suivie d'un allongement, ceux-ci n'ont pas lieu non plus simultanément, et par conséquent il en est de même des contractions et des allongements qui suivent. Ainsi chaque contraction du bas de la masse s'effectuera en tout ou en partie pendant qu'aura lieu un allongement du haut, et vice versâ; or, les premières tendent à augmenter le diamètre horizontal de la masse et les seconds à le diminuer; leurs effets sur ce diamètre s'entre-détruiront donc plus ou moins, et s'il n'y a point d'influence vibratoire qui, par l'accroissement de vitesse qu'elle imprime à la transformation, vienne porter le

diamètre dont il s'agit au delà de celui de la sphère et déterminer ainsi à l'équateur de la masse un excès de pression, ce même diamètre devra peu varier, et conséquemment on n'observera point de système de ventres et de nœuds dans la partie trouble de la veine. On voit que, même sous l'action seule des forces figuratrices, les masses qui s'isolent à l'extrémité de la partie continue sont nécessairement le siège d'oscillations de forme; seulement ces oscillations ne peuvent être prononcées que dans le sens vertical. Nous avons donc commis une petite erreur dans le paragraphe 69 de la deuxième série, en disant qu'après s'être isolées, les masses se façonnent aussitôt en sphères.

§ 19. Revenons, pour un instant, aux sphérules. Lorsqu'un filet se transforme, les petits étranglements qui s'y produisent se changent eux-mêmes en des filets plus déliés, dont chacun se rompt en deux points, et fournit ainsi, par sa portion moyenne, une sphérule très-minime (2<sup>me</sup> série, § 62). Ces dernières sphérules sont fréquemment rejetées hors de l'axe de la veine, entraînées sans doute par les mouvements de l'air; mais comme leur mode de génération est le même que celui des sphérules moins petites dont il a été question plus haut, elles doivent également exécuter des oscillations de forme, et Savart dit, en effet, que cela a lieu. bien qu'il n'indique point par quel moyen il l'a constaté : la trajectoire parabolique décrite par celles de ces sphérules qui sont lancées hors de la veine laisse probablement dans l'œil une trace suffisante pour que l'on y observe des ventres et des nœuds; peut-être aussi distingue-t-on la figure apparente résultant du passage de celles qui se maintiennent dans l'axe.

§ 20. Maintenant produisons de nouveau un son qui s'écarte de celui de la veine, mais continuons à placer l'instrument sonore en contact avec le vase, de manière à donner plus d'énergie à l'action des vibrations. On voit, par le n° 15 du paragraphe 5, que, dans ce cas, les trois dernières conclusions du paragraphe 12 sont nettement d'accord avec les observations de Savart. Il semble encore, à la vérité, y avoir quelque vague dans ces mots : *presque tous les sons*; mais on ne peut croire qu'ils signifient que des sons inefficaces alternent avec des sons efficaces. En effet supposons, pour un instant, l'inefficacité de certains sons intermédiaires, et imagi-

nons que le son de l'instrument aille en s'éloignant d'une manière continue de celui de la veine; alors, quand on quittera l'un de ces sons inefficaces, il faudra : ou bien que l'action sur la veine, de nulle qu'elle était pour ce son, augmente graduellement jusqu'à un certain point, ce qui serait contraire à l'énoncé du numéro cité, d'après lequel l'action diminue à mesure qu'on s'écarte de l'unisson; ou bien que cette action devienne subitement prononcée, ce qui n'est guère admissible. Il est donc très-probable que l'idée de sons inefficaces renfermée dans les mots : *presque tous les sons*, se rapporte simplement aux sons par trop distants de celui de la veine, lesquels, en vertu de l'énoncé en question, ne doivent produire qu'une action insensible.

§ 21. Nous avons dit, dans le paragraphe 15, que des vibrations différant en période, entre certaines limites, de celles du son propre à la veine, peuvent prédominer sur les forces figuratrices dans la génération des étranglements et des renflements naissants, que la transformation ainsi commencée s'achève alors suivant ce nouveau mode, et que, par suite, le son de la veine est amené à l'unisson de celui de l'instrument. Or, la condition la plus favorable à la production de ce résultat doit évidemment être le contact de l'instrument sonore avec les parois du vase, à cause de la transmission plus immédiate des vibrations. Et en effet, tandis que dans le cas du n° 10 du paragraphe 5, le phénomène n'est réalisable que dans un intervalle de tierce mineure, ici, comme on le voit par le n° 14 du même paragraphe, il s'étend à des intervalles d'une quinte en dessus du son principal et de plus d'une octave en dessous; ajoutons que Savart ne se sert plus, comme dans le premier cas, de termes peu précis : il dit nettement que le son de la veine se met à l'unisson de celui de l'instrument.

§ 22. Une limite supérieure aussi élevée que la quinte semble, au premier abord, être en opposition avec certains résultats de notre deuxième série. En effet, pour que le son de la veine monte d'une quinte, il faut nécessairement que le nombre des masses isolées qui vont, dans un temps donné, heurter la membrane tendue, augmente dans le rapport de 2 à 5, et que, par suite (§ 2), il en soit de même du nombre des divisions naissantes qui passent, dans le même temps, à la section contractée; et

comme, sous une charge constante, la longueur des divisions naissantes est évidemment en raison inverse de ce dernier nombre, il s'ensuit que, du son principal à la quinte de celui-ci, les divisions naissantes se raccourcissent dans le rapport de 5 à 2; mais nous savons (2<sup>me</sup> série, § 85) que lorsqu'une veine d'eau rend le son qui lui est propre, la longueur de ses divisions naissantes est égale à 4,58 fois le diamètre de la section contractée<sup>1</sup>; si donc, par la seule action d'un instrument sonore, le son d'une semblable veine monte d'une quinte, la longueur de ses divisions naissantes se réduira aux  $\frac{2}{5}$  de la valeur ci-dessus, c'est-à-dire à 2,92 fois le diamètre de la section contractée; or, ce nombre est un peu inférieur à la limite de la stabilité des cylindres liquides, limite qui est, comme nous le savons aussi (2<sup>me</sup> série, § 46), comprise entre 5 et 5,6, et cependant nous avons démontré (ibid., § 57) que lorsqu'un cylindre liquide se transforme, la longueur de ses divisions ne peut être moindre que cette même limite.

La difficulté n'est qu'apparente. La démonstration citée suppose que le cylindre commence spontanément à se transformer, et alors elle est rigoureusement vraie; mais elle ne s'applique point au cas où les étranglements et les renflements sont originellement formés par une cause étrangère suffisamment énergique. En effet, la démonstration dont il s'agit consiste essentiellement à faire voir que si, dans les premières phases de la transformation, l'on considère l'ensemble d'un étranglement et d'un renflement, ensemble dont la longueur équivaut à celle d'une division, tout se passe dans cette portion du cylindre comme si ses deux bases étaient solides, en sorte que la transformation ne peut s'établir spontanément qu'avec un écartement de ces bases au moins égal à la limite de la stabilité; mais si, dans un cylindre réalisé entre deux disques solides dont la distance est un peu plus petite que la limite de la stabilité, la transformation ne saurait commencer d'elle-même, il est clair qu'elle continuera d'elle-même si elle

<sup>1</sup> Telle est du moins la valeur du rapport sous des charges modérées ou fortes; sous une charge faible, les divisions naissantes prenant, en vertu de l'hypothèse du paragraphe 2, un volume moindre et, par suite, une longueur moindre, le rapport serait moindre aussi; mais tout porte à croire que, dans les expériences dont il s'agit, la charge employée par Savart n'était point de cette dernière espèce.

a été commencée par une cause étrangère qui a accumulé le liquide en certaine quantité vers l'un des disques, de manière à déterminer artificiellement un renflement et un étranglement suffisamment prononcés : car évidemment, à la limite de la stabilité, et en passant de delà en deçà, il n'y a point transition brusque de l'instabilité à une stabilité absolue ; lorsqu'on quitte cette limite, la stabilité doit d'abord être très-faible, puisqu'elle part de zéro ; par conséquent, à peu de distance en deçà de cette même limite, une déformation imprimée artificiellement au cylindre ne pourra s'effacer spontanément que si elle est petite ; si elle est prononcée, elle progressera, au contraire, spontanément, et amènera la désunion de la masse. La démonstration que nous avons rappelée ne peut donc plus être invoquée lorsque, dans une veine liquide, les étranglements et les renflements naissants sont formés par des vibrations énergiques. Alors, si la somme des longueurs de l'un de ces étranglements et de l'un de ces renflements, ou son égale la longueur d'une division, est un peu inférieure à la limite de la stabilité, la transformation pourra partir de ce mode anormal, et plus les vibrations seront intenses, plus le dernier son pour lequel existera la possibilité du phénomène sera élevé au-dessus du son principal.

Si le son étranger est au-dessous du son principal, et tend ainsi à donner aux divisions naissantes une longueur nécessairement supérieure à la limite de la stabilité, il ne rencontrera point l'espèce de résistance que nous venons de signaler en deçà de cette limite, en sorte que la possibilité du phénomène s'étendra beaucoup plus loin, et nous voyons, en effet, que, dans les expériences de Savart, elle embrasse un intervalle de plus d'une octave.

Il y a encore une autre raison pour que le phénomène soit moins limité au-dessous du son principal qu'au-dessus : dans un même instrument sonore, l'amplitude des vibrations augmente généralement avec la gravité du son ; or, on comprend que plus l'amplitude des vibrations transmises est considérable, plus est grand l'excès de liquide que chaque vibration descendante tend à pousser dans la veine pour façonner un renflement naissant, et plus est grande aussi la soustraction de liquide que chaque

vibration ascendante tend à opérer pour creuser un étranglement naissant. Si donc, à mesure que le son de l'instrument s'écarte du son principal, soit en dessous, soit en dessus, la longueur des divisions naissantes que les vibrations tendent à former devient de plus en plus supérieure ou de plus en plus inférieure à celle des divisions naissantes que tendent à former de leur côté les forces figuratrices, et si de là naît évidemment une lutte de plus en plus forte avec ces dernières forces, d'une autre part, au-dessous du son principal, les vibrations agissent de plus en plus énergiquement pour faire prévaloir le nouveau mode de transformation, et cet accroissement d'action doit compenser plus ou moins l'accroissement de lutte.

Remarquons ici que dans le cas d'un son très-grave par rapport au son principal, le nouveau mode de transformation ne s'établit point de la même manière que dans celui d'un son qui ne s'éloigne pas beaucoup du son principal; dans ce dernier cas, en effet, à cause du peu de différence de longueur entre les divisions naissantes des deux espèces, il est bien probable que les forces figuratrices modifient simplement leur propre action, ainsi que nous l'avons dit dans le paragraphe 15, en allongeant ou raccourcissant les divisions naissantes qui leur conviennent, de façon à les faire coïncider avec celles qui conviennent aux vibrations; mais lorsque le son de l'instrument est assez bas pour que la longueur de ces dernières divisions surpasse considérablement celle des autres, lorsque, par exemple, l'instrument rend l'octave grave, et que les vibrations transmises sont assez intenses pour imposer à la veine leur mode de transformation, on doit admettre que l'action des forces figuratrices est complètement détruite, en sorte qu'il n'y a plus modification du premier mode, qui s'adapte au second, mais substitution absolue du second au premier.

§ 25. L'expérience vérifie pleinement ce que nous avons dit ci-dessus des variations de la stabilité en deçà et au voisinage de la limite, dans un cylindre liquide adhérent à des bases solides. Un cylindre d'huile horizontal a été formé, au sein du mélange alcoolique, entre deux disques <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ces disques étaient maintenus par un système semblable à celui que représente la fig. 27 de la 2<sup>me</sup> série.



dont le diamètre était de  $51^{\text{mm}}$  et la distance de  $87^{\text{mm}}$ ; le rapport de la longueur au diamètre était conséquemment, dans ce cylindre, égal à 2,8, en sorte que la figure était bien stable; ce rapport s'éloignait, comme on le voit, un peu plus encore de la limite que celui que nous avons trouvé (§ précéd.) appartenir aux divisions naissantes d'une veine d'eau amenée par l'action d'un instrument sonore à rendre la quinte aiguë du son principal. Pour altérer artificiellement la forme cylindrique de la masse, on promenait lentement, et à plusieurs reprises, le bec de la petite seringue sur le haut de la figure liquide, en partant de l'un des disques et s'arrêtant à peu près au milieu de leur intervalle; l'huile s'accumule ainsi en plus grande quantité du côté de l'autre disque, et, pendant toute cette manœuvre, la figure ne cesse pas de se régulariser d'elle-même par rapport à son axe, c'est-à-dire qu'elle demeure de révolution, de manière qu'elle présente un étranglement et un renflement analogues à ceux qui résultent d'une altération spontanée. Or, tant que la flèche de l'arc méridien du renflement était moindre que 5 millimètres environ, si l'on abandonnait la masse à elle-même, elle reprenait graduellement la forme cylindrique: mais lorsque la flèche en question atteignait 5 millimètres, la masse laissée libre continuait spontanément à se déformer et finissait par se désunir.

Dans cette expérience, la déformation artificielle nécessaire pour déterminer la continuation spontanée du phénomène est considérable: car, d'après des mesures approximatives, lorsque la flèche de l'arc méridien du renflement était de 5 millimètres, celle de l'arc méridien de l'étranglement était de 8 millimètres, en sorte que les diamètres respectifs du cercle de gorge de l'étranglement et de l'équateur du renflement étaient de 15 et de 11 millimètres, et qu'ainsi le premier n'était presque que le tiers du second; mais rappelons-nous que le rapport entre la longueur et le diamètre du cylindre était au-dessous de celui qui, dans la veine, correspond à la quinte du son principal<sup>1</sup>. D'ailleurs il y a deux autres raisons pour lesquelles le passage du son de la veine à la quinte aiguë doit être amené par des vibrations qui produisent directement une déformation

<sup>1</sup> C'est par une erreur dans la construction du petit appareil, que ce rapport ne s'est pas trouvé de 2,92.

bien moins prononcée. En effet, en premier lieu, après l'action immédiate des vibrations, la déformation doit augmenter par les vitesses acquises (§ 6); et, en deuxième lieu, les divisions, et par suite les étranglements et les renflements, s'allongeant pendant leur descente (§ 2<sup>bis</sup>), la somme des longueurs d'un étranglement et d'un renflement, d'abord inférieure à la limite de la stabilité, va aussitôt en se rapprochant de cette limite, en sorte que le progrès de la transformation d'après le mode anormal originairement imprimé devient plus facile.

§ 24. Ainsi, la théorie rend raison de tous les phénomènes résultant de l'action des vibrations sur les veines lancées suivant la verticale descendante, de tous ceux, du moins, que Savart décrit d'une manière précise; passons aux veines lancées dans d'autres directions.

Et d'abord, puisque, dans ces veines, il y a également transformation graduelle en masses isolées, les sons doivent nécessairement exercer sur elles une influence analogue à celle qu'ils exercent sur les veines lancées verticalement de haut en bas; le n° 15 du paragraphe 5 n'a donc pas besoin d'explication.

§ 25. Mais il n'en est pas de même du n° 16. Si toutes les divisions, en atteignant l'une après l'autre l'extrémité de la partie continue, s'isolaient identiquement de la même manière, et si toutes les masses portaient de là avec la vitesse précisément correspondante au mouvement de translation du liquide en ce point, celles-ci décriraient toutes exactement la même trajectoire, et dès lors la partie discontinue de la veine ne pourrait présenter d'éparpillement ou de gerbe; il y a donc, comme Savart le remarque, des irrégularités dans l'émission des masses isolées de l'extrémité de la partie continue; ces irrégularités, du reste, doivent être fort petites, car la gerbe n'a pas une grande largeur. J'avais pensé d'abord qu'elles provenaient des mêmes causes que celles dont il a été question au paragraphe 10. Mais si cela était, la suppression des actions étrangères devrait faire disparaître la gerbe, et réduire ainsi la totalité de la veine à un jet unique; or, c'est ce que l'expérience n'a point confirmé: en employant, à l'égard d'une semblable veine, les moyens dont Savart s'est servi dans le cas des veines verticales descendantes, c'est-à-dire en recevant la partie

discontinue sur une planche épaisse convenablement inclinée, et en plaçant des corps mous sous le vase d'où la veine s'échappait, sous celui dans lequel elle se rendait et sous les supports, je n'ai pu réussir à faire éprouver à la gerbe une diminution notable. On doit inférer de là que les irrégularités ne sont point dues à des mouvements vibratoires, et que, par conséquent, elles affectent l'action même des forces figuratrices; on comprend, en effet, vu la nature du phénomène de la transformation, que des causes perturbatrices même légères doivent influencer sur la parfaite identité de toutes les divisions qui naissent l'une après l'autre à la section contractée; nous avons vu, par exemple, dans les expériences des paragraphes 50 à 55 de la deuxième série, une cause étrangère altérer l'égalité de longueur des divisions d'un cylindre. Cela posé, nous allons montrer que de petites différences de cette espèce dans les divisions naissantes d'une veine lancée sous une obliquité convenable, doivent nécessairement donner lieu à un certain éparpillement de la partie discontinue.

Considérons en particulier deux des étranglements avec le renflement qu'ils comprennent entre eux. Ainsi que nous le savons, chacun de ces deux étranglements, d'abord très-faiblement indiqué lorsqu'il quitte la section contractée, s'approfondit ensuite graduellement dans le trajet de la partie continue, en envoyant la moitié de son liquide dans le renflement; celui-ci reçoit donc, par son extrémité antérieure, du liquide qui y est chassé en sens contraire du mouvement de translation, et, par son extrémité postérieure, du liquide qui y est chassé dans le sens même de ce mouvement, en sorte que sa vitesse de translation tend à être diminuée par le premier de ces afflux et à être augmentée par le second. Maintenant, bien que ces deux actions opposées soient en général inégales, parce que l'étranglement antérieur est, à chaque instant, dans une phase un peu plus avancée de transformation que le postérieur, cependant, si les deux étranglements étaient parfaitement identiques à leurs naissances respectives, et si, par suite, ils ont subi identiquement, quoique non tout à fait aux mêmes instants, les mêmes modifications jusqu'à leurs ruptures respectives, il est évident qu'après ces deux ruptures, c'est-à-dire au moment où le renflement se trouvera à l'état de masse isolée, la somme des quantités

de mouvement apportées dans cette masse par l'étranglement antérieur aura été absolument compensée par celle des quantités de mouvement qui y ont été apportées, dans l'autre sens, par l'étranglement postérieur, et qu'ainsi cette même masse quittera la partie continue avec la vitesse exactement correspondante au mouvement général de translation. Mais il est clair que la compensation ne sera plus entière si les deux étranglements différaient à leurs naissances, si, par exemple, ils étaient inégaux en longueur : il résulte de la moindre durée de la transformation quand les divisions sont plus longues (2<sup>me</sup> série, § 66) et, par suite, quand les étranglements sont plus longs, que le plus allongé des deux étranglements dont il s'agit s'approfondira plus rapidement que l'autre; et comme, en vertu de son excès de longueur, il renferme plus de liquide, il enverra dans le renflement un plus grand afflux de matière avec des vitesses plus grandes, et conséquemment une plus grande quantité de mouvement. Si donc ce même étranglement est le postérieur, la masse quittera la partie continue avec un excès de vitesse, et si c'est l'antérieur, elle partira avec un déficit de vitesse. Ainsi, de petites différences de longueur dans les étranglements naissants auront pour résultat d'établir de petites inégalités entre les vitesses des masses isolées successives; mais dès lors ces masses parcourront nécessairement des paraboles d'inégale amplitude, et par conséquent s'éparpilleront dans un plan vertical, en formant la gerbe.

Cette explication suppose que les causes perturbatrices ne produisent, dans les étranglements, aucune irrégularité dans des sens perpendiculaires à l'axe de la veine; et en effet, on doit conclure de l'expérience du paragraphe 25 que les étranglements et les renflements tendent avec une grande force à se symétriser par rapport à l'axe, et qu'ainsi des irrégularités dans un sens normal à celui-ci ne sauraient persister.

D'après cette même explication, il est clair qu'il y a deux limites extrêmes pour lesquelles l'éparpillement est nécessairement nul, savoir lorsque la veine est lancée verticalement de haut en bas et verticalement de bas en haut, puisque, dans ces deux cas, toutes les masses isolées parcourent une même trajectoire rectiligne <sup>1</sup>; si donc on passe du premier

<sup>1</sup> Dans une veine lancée verticalement de bas en haut, le liquide s'éparpille, il est vrai, en

au second en faisant varier par degrés la direction suivant laquelle le jet est lancé, la gerbe ne pourra commencer à se montrer d'une manière bien distincte qu'à partir d'un certain angle entre cette direction et la verticale descendante, et elle devra cesser d'être bien apparente au delà d'un autre certain angle. De plus, tant que la veine sera lancée dans des directions obliquement descendantes, et même dans la direction horizontale, on comprend qu'à l'extrémité de sa partie continue, partie qui a généralement une assez grande longueur, elle se rapprochera déjà trop de la verticale pour que la gerbe se prononce nettement, en sorte que la première direction qui commencera à rendre la gerbe visible, sera obliquement montante. Toutes ces conclusions sont d'accord avec les faits du numéro que nous discutons.

Nous admettons, on le voit, que les inégalités entre les étranglements naissants ne dépendent point de la direction suivant laquelle le jet est lancé : et, en effet, il n'y a aucune raison plausible d'attribuer ces inégalités à l'obliquité montante du jet. Si nous n'en avons point parlé en traitant des veines verticales descendantes, c'est que, dans ces dernières veines, elles ne peuvent donner lieu à aucune apparence d'un genre particulier; elles ne font alors évidemment qu'augmenter un peu, dans l'axe de la veine, l'inexactitude de la superposition des systèmes individuels de ventres et de nœuds, et elles constituent ainsi simplement une influence à ajouter à celles qui sont mentionnées au paragraphe 10. Quant à la nature des causes perturbatrices qui produisent les inégalités en question, il serait sans doute bien difficile de la découvrir; mais, quelle qu'elle soit, l'éparpillement de la partie discontinue dans les veines lancées sous un angle convenable nous révèle la présence de ces causes.

§ 26. Maintenant, une veine étant lancée sous un angle tel que la gerbe soit bien formée, soumettons-la à l'influence d'un instrument sonore. Le son qui raccourcira le plus la partie continue, sera encore évidemment celui dont les vibrations se succèdent aux mêmes intervalles que les passages, à la section contractée, des étranglements et des renflements dus

retombant; mais je n'ai pas besoin de faire remarquer que ce dernier éparpillement est dû à une cause toute différente et n'a rien de commun avec les phénomènes dont il s'agit ici.

aux forces figuratrices (§§ 5 et 12). Mais ces vibrations étant parfaitement régulières et isochrones, elles empêcheront, si elles ont une intensité suffisante, les causes perturbatrices de modifier les étranglements naissants; en d'autres termes, en activant la transformation, elles y apporteront leur régularité, en sorte que tous les étranglements naissants auront même longueur, et qu'ainsi toutes les masses isolées suivront identiquement la même trajectoire (§ précéd.); sous l'influence de ce son, la gerbe devra donc disparaître, et la totalité de la veine se réduira à un jet unique présentant un système bien régulier de ventres et de nœuds.

§ 27. Quant aux effets singuliers de réduction de la gerbe à deux ou à trois jets sous l'influence d'autres sons, il fallait, pour en tenter l'explication, connaître les rapports des sons dont il s'agit avec le son principal. rapports que Savart n'indique point. D'après cela, comme ces phénomènes ne sont pas les moins curieux de ceux qui résultent de l'action des vibrations sur les veines liquides, je me suis décidé à essayer l'expérience.

L'orifice que j'ai employé avait un diamètre de 5 millimètres; il était percé au centre d'une plaque circulaire en laiton de 12 centimètres de diamètre <sup>1</sup>, inclinée de manière que le jet fût lancé sous un angle d'environ 55° au-dessus de l'horizontale; cette plaque formait l'une des bases d'un tambour cylindrique, lequel communiquait, par un tube horizontal large et court, avec la partie inférieure d'un grand vase de Mariotte; la charge était de 54 centimètres; enfin, l'instrument sonore était un violoncelle, dont on faisait reposer la base sur les supports de l'appareil.

La gerbe étant bien formée, on a d'abord cherché par tâtonnement le son principal, ou, en d'autres termes, celui qui ramenait nettement la totalité de la veine à un jet unique avec un système bien régulier de ventres et de nœuds, et qui, en même temps, faisait naître le premier ventre très-près de l'orifice. Ce point atteint, on a haussé le son de l'instrument par demi-tons successifs. Alors l'influence des vibrations a été en diminuant : le jet a commencé par perdre de sa régularité, puis la gerbe a

<sup>1</sup> Ce grand diamètre a été motivé par la nécessité de laisser aux vibrations de la plaque une liberté suffisante; sans cette liberté, en effet, les vibrations du liquide qui afflue vers l'orifice, seraient entravées et perdraient ainsi de leur action sur la veine.

graduellement reparu, après quoi elle s'est maintenue, sans se réduire à deux ni à trois jets. On est revenu ensuite au son principal, et l'on a fait descendre le son de l'instrument, à partir de là, par demi-tons aussi. Les mêmes effets, savoir l'altération de la régularité du jet et la réapparition progressive de la gerbe, se sont manifestés; mais, en approchant de l'octave grave, on a remarqué une tendance au changement de la gerbe en un double jet, et, lorsqu'on est arrivé à ce dernier son, la gerbe a été nettement remplacée par deux jets avec des systèmes réguliers de ventres et de nœuds. On a continué à abaisser le son, et les deux jets se sont montrés de même, jusqu'à la tierce au-dessous de l'octave grave; plus bas encore, et tant qu'on n'a pas atteint la double octave grave, on a obtenu tantôt deux, tantôt trois jets; seulement la quinte a donné quelquefois un jet unique; enfin, pour la double octave grave, on a observé constamment trois jets. Dans tous ces cas, les jets avaient toujours chacun leur système de ventres et de nœuds.

Ces faits sont moins restreints que ceux qui sont énoncés dans le n° 16 du paragraphe 5; en effet, d'après ce numéro, qui reproduit le sens des expressions de Savart, ce serait uniquement sous l'influence du son principal que la gerbe se contracterait en un seul jet, et il n'y aurait que deux autres sons déterminés et différents qui feraient apparaître respectivement deux jets et trois jets distincts. Mais l'absence d'indication des rapports entre ces sons et le son principal, suffit pour montrer que Savart n'a pas donné toute son attention aux phénomènes de ce genre, et qu'après les avoir observés dans des cas isolés, il n'a pas cherché s'ils étaient susceptibles d'extension.

§ 28. Voyons actuellement si la théorie peut rendre raison de ces mêmes phénomènes. Commençons par l'octave grave. Pour ce son, la durée d'une vibration est double de celle du passage d'un étranglement ou d'un renflement à la section contractée, d'où nous concluons sans peine que les divisions qui naîtraient sous l'action seule de l'octave grave du son principal, seraient doubles en longueur de celles que déterminerait de son côté l'action isolée des forces figuratrices. D'après cela, nous pouvons admettre que chacune des premières embrasse exactement l'ensemble de

deux des secondes : car, de cette manière, à toutes les sections qui terminent ces ensembles ou couples, il y a évidemment concours absolu entre les deux genres d'action, les sections dont il s'agit constituant à la fois les milieux des étranglements qui résulteraient des vibrations, et des milieux d'étranglements dus aux forces figuratrices. Maintenant, examinons ce qui doit se passer, pendant la transformation, dans l'un quelconque de ces mêmes couples de divisions. Ce couple se composant de deux divisions entières, contient deux renflements qui comprennent entre eux un étranglement, et se termine par deux demi-étranglements; or, tandis que les étranglements entiers auxquels ces terminaisons appartiennent sont, comme nous l'avons vu, favorisés par les vibrations, il est clair que l'étranglement intermédiaire est, au contraire, en lutte, puisque son milieu, qui est le milieu du couple, correspond au milieu de la division que les vibrations tendent à produire, et, par suite, au milieu du renflement de celle-ci; chacun des renflements que font naître dans la veine les forces figuratrices, est donc adjacent à deux étranglements inégalement sollicités. En outre, les étranglements favorisés par les vibrations doivent s'allonger sous l'influence de ces dernières, puisque les étranglements qu'elles produiraient à elles seules auraient une longueur deux fois plus grande, et comme la longueur de chacun des couples de divisions ci-dessus considérés demeure la même qu'en l'absence du son de l'instrument, il s'ensuit que les étranglements intermédiaires aux précédents, c'est-à-dire ceux qui occupent les milieux des couples et qui sont en lutte avec les vibrations, doivent être raccourcis. On peut donc admettre que les étranglements favorisés, bien que, dès leur naissance, ils soient déjà plus amincis que les étranglements en lutte, contiennent cependant alors, à cause de leur excès de longueur, plus de liquide que ces derniers; et comme, par la double raison qu'ils sont plus longs et qu'ils sont activés par les vibrations, ils arrivent plus rapidement à leur rupture, on voit qu'ils envieront dans les renflements plus de matière avec plus de vitesse, et, par suite, une plus grande quantité de mouvement. Tous les renflements se trouveront ainsi dans la condition que nous avons analysée dans le paragraphe 25, et conséquemment les masses isolées, en abandonnant la partie continue, auront les unes un



petit excès de vitesse, et les autres un petit déficit de vitesse. Mais ici les vibrations imprimant leur régularité aux phénomènes, rendent identiques entre eux, à leurs naissances, tous les étranglements favorisés, et rendent de même identiques entre eux tous les étranglements en lutte, en sorte que toutes les masses formées par les renflements qui, dans le parcours de la partie continue, avaient en arrière l'étranglement favorisé, partent avec un même excès de vitesse et décrivent conséquemment une même trajectoire, et que toutes celles qui proviennent des renflements pour lesquels l'étranglement favorisé était en avant, partent avec un même déficit de vitesse et décrivent une autre même trajectoire; donc, sous l'influence de l'octave grave du son principal, la gerbe doit être remplacée par deux jets séparés.

Cependant il ne serait pas impossible que le son considéré fit disparaître la gerbe; en effet, ce son étant déjà très-grave, du moins à l'égard de la veine sur laquelle j'ai opéré, ses vibrations ont beaucoup d'amplitude, et pourraient (§ 22) agir avec assez d'énergie pour empêcher la formation des étranglements en lutte, et ne laisser ainsi dans la veine que les divisions qu'elles tendent à produire à elles seules, auquel cas toutes les masses isolées auraient nécessairement une même vitesse, savoir la vitesse normale.

Examinons, en second lieu, l'influence de la quinte grave du son précédent, ou, en d'autres termes, de la double quinte grave du son principal. Les vibrations de cette double quinte étant trois fois moins rapides que celles du son principal, on en conclut aisément que chacune des divisions qu'elles tendent par elles-mêmes à déterminer dans la veine, comprend exactement trois des divisions dues aux forces figuratrices. On voit de plus que, des trois renflements contenus dans cet ensemble de divisions, le postérieur a derrière lui un étranglement favorisé et devant lui un étranglement en lutte, que l'antérieur a, au contraire, devant lui un étranglement favorisé et derrière lui un étranglement en lutte, et enfin que l'intermédiaire se trouve entre ces deux étranglements en lutte, lesquels sont identiques entre eux à leurs naissances respectives. D'après cela, les quantités de mouvement se distribueront nécessairement, dans les masses isolées provenant de ces trois divisions, de telle manière que la postérieure quittera la partie continue avec une vitesse supérieure à la

vitesse normale, que l'antérieure prendra une vitesse inférieure à cette vitesse normale, et que l'intermédiaire partira avec la vitesse normale elle-même; et comme, toujours à cause de la parfaite régularité des vibrations, les choses se passent identiquement de même dans chacun des systèmes de trois divisions, il ne pourra y avoir, dans la partie discontinue, que trois vitesses différentes. Si donc l'action des vibrations ne masque point entièrement celle qu'exerceraient librement, avant son influence, les forces figuratrices, la gerbe se résoudra en trois jets distincts; et si, au contraire, l'action des forces figuratrices est complètement dominée, ce qui doit avoir lieu plus aisément que pour l'octave grave, à cause de l'amplitude plus grande encore des vibrations, il n'y aura qu'un jet, ainsi que nous l'avons fait voir plus haut.

Quant à la séparation en deux jets sous l'influence aussi de la double quinte grave, résultat que l'expérience a donné également, on peut s'en rendre raison de la manière suivante. Lorsque l'action des vibrations est prépondérante, et qu'ainsi il ne naît à la section contractée que les divisions qu'elle détermine, celles-ci ont une grande longueur, puisque chacune d'elles tient la place de trois des divisions que dessineraient les forces figuratrices; or nous savons (2<sup>me</sup> série, § 85) que toute figure liquide dont une dimension est considérable relativement aux deux autres, tend à se partager en masses isolées; on peut donc admettre que, dans les divisions dont il s'agit, si les vitesses transversales acquises ne sont pas suffisantes pour s'y opposer, il se développe de nouvelles forces figuratrices qui partagent chacune de ces mêmes divisions en deux autres, en creusant un étranglement en son milieu, et dès lors, comme tous les étranglements ainsi produits sont évidemment en lutte, le raisonnement employé à l'égard de l'octave grave montre que l'on doit obtenir deux jets.

Remarquons ici que les forces figuratrices anormales dont il vient d'être question ne sauraient former, dans chaque grande division, plus d'un étranglement; en effet, si elles en formaient deux, ce qui partagerait chaque grande division en trois petites, ces dernières auraient la même longueur que celles de la veine non soumise à l'influence de l'instrument sonore; mais, pour que cela fût possible, il faudrait que les nouvelles

divisions n'éprouvassent pas plus de résistance à se dessiner qu'en l'absence de toute action étrangère : car on peut conclure de ce qui a lieu dans les cylindres (2<sup>me</sup> série, §§ 58 et 59), que, dans toute figure liquide plus ou moins analogue, la longueur des divisions augmente avec les résistances ; or, les vitesses transversales acquises déterminant, dans nos grandes divisions, une tendance à persévérer dans le mode de transformation imprimé par les vibrations, constituent une résistance à un partage ultérieur.

Passons, en troisième lieu, à la double octave grave. Ici chacune des divisions qui naîtraient sous l'action seule des vibrations, comprendrait évidemment quatre des divisions qui résulteraient des seules forces figuratrices ; or, si ces deux actions se combinaient, il semble que l'on devrait avoir quatre jets distincts : car il est aisé de voir que dans les trois étranglements qui se formeraient alors, la lutte serait inégale, qu'elle serait plus forte pour l'étranglement du milieu que pour les deux autres, en sorte que chacun des deux renflements compris entre ces trois étranglements recevrait des deux côtés des quantités de mouvement inégales, et enfin que les différences seraient plus grandes pour les deux renflements extrêmes, dont chacun se trouverait compris entre un étranglement en lutte et un étranglement favorisé. Mais, d'une part, les vibrations dont il s'agit ayant une amplitude considérable, on conçoit que leur action doit toujours effacer celle des forces figuratrices, et, d'autre part, les divisions formées de cette manière étant très-longues, on conçoit également, d'après ce que nous avons dit plus haut, qu'il doit s'y engendrer de nouvelles forces figuratrices qui en opèrent le fractionnement ; or, par la raison de résistance indiquée de même plus haut, ce fractionnement doit donner ici au plus trois parties, ce qui, vu la distribution des luttes et des concours et la régularisation apportée par les vibrations, doit convertir la gerbe en trois jets seulement.

Reste, en quatrième lieu, l'action des sons compris entre l'octave grave et la quinte en dessous, et entre celle-ci et la double octave grave. Pour ces sons, il n'y a plus de rapport simple entre les longueurs des divisions qui résulteraient respectivement des vibrations seules et des forces figuratrices seules ; mais on admettra sans peine que, sous l'influence de ceux

qui avoisinent, soit en dessus, soit en dessous, la double quinte grave, et dans le cas où l'effet des vibrations ne se substitue pas complètement à celui des forces figuratrices, les divisions dues à ces dernières forces se raccourcissent ou s'allongent un peu, de manière à permettre, aux limites qui séparent les systèmes successifs de trois de ces divisions, le concours absolu des deux genres d'actions, et à rétablir ainsi le rapport simple de 3 à 1 appartenant à la double quinte; d'où la résolution en trois jets. Sous cette même influence, comme sous celle de la double quinte, si les vibrations sont prépondérantes, mais pas assez pour s'opposer à un développement ultérieur de forces figuratrices, chaque grande division ne pourra se partager qu'en deux, en sorte que la partie discontinue de la veine ne présentera que deux jets.

On admettra également que les sons plus rapprochés de l'octave grave feront prévaloir le mode relatif à cette dernière, et qu'ainsi la gerbe ne se changera jamais qu'en deux jets.

Enfin l'on admettra encore que, pour des sons qui ne s'éloignent pas trop de la double octave grave, les vibrations ont toujours assez d'amplitude et, par suite, assez d'action, pour surmonter les forces figuratrices ordinaires, et qu'en même temps les divisions qu'elles font naître sont toujours assez longues pour que chacune d'elles doive nécessairement subir ensuite un fractionnement, lequel la partage au plus en trois, et pourra aussi ne la partager qu'en deux, s'il éprouve de la part des vibrations une plus grande résistance; d'où trois jets ou deux jets.

Quant aux systèmes de ventres et de nœuds qui s'observent dans chacun des jets, ils sont la conséquence évidente des vitesses transversales acquises qui proviennent de l'action des vibrations.

§ 29. On peut se demander pourquoi, au-dessus du son principal et entre celui-ci et son octave grave, aucun son, à l'exception de ceux qui avoisinaient ces deux derniers, n'a occasionné, dans les expériences décrites au paragraphe 27, rien d'analogue aux phénomènes que nous venons d'étudier; en effet, pour la simple quinte grave du son principal, par exemple, on trouvera facilement que la longueur occupée par l'ensemble de deux des divisions dues aux vibrations seules serait égale à celle qu'oc-

cupe l'ensemble de trois divisions dues aux forces figuratrices, en sorte qu'en imaginant ces deux ensembles superposés et se combinant, il y aurait concours dans les deux étranglements dont les terminaisons du système feraient partie, et lutte dans les deux étranglements intermédiaires appartenant au second des deux ensembles considérés; et comme ces deux luttes seraient égales, on pouvait s'attendre, d'après notre théorie, à voir la gerbe faire place à trois jets; enfin on pouvait s'attendre également, par des raisons analogues, à la manifestation de trois jets sous l'influence de la quarte aiguë, et de deux jets sous celle de la quinte aiguë du son principal.

Mais, dans notre théorie, l'apparition d'un, de deux ou de trois jets au lieu de la gerbe, suppose, comme on l'a vu, que les vibrations communiquées au liquide régularisent ce qui se passe dans la veine, et cela exige qu'elles aient une énergie d'action capable de neutraliser l'effet des causes perturbatrices qui tendent à établir, dans les étranglements naissants successifs, des inégalités de longueur non symétriquement distribuées; or, toutes choses égales d'ailleurs, l'action des vibrations sur la veine décroissant avec l'amplitude de ces vibrations, on comprend qu'au-dessus de l'octave grave du son principal cette action a pu être simplement insuffisante, et s'il eût été possible d'augmenter, par une transmission plus immédiate ou par une meilleure disposition du système de l'orifice, l'amplitude des vibrations communiquées, les trois sons signalés plus haut auraient sans doute cessé de se montrer inactifs à l'égard de la gerbe. C'est ce qui deviendra évident, si l'on fait attention que les vibrations agissent sur les veines lancées obliquement de la même manière que sur les veines lancées verticalement de haut en bas, et si l'on se rappelle que, dans les expériences de Savart mentionnées dans le n° 14 du paragraphe 3 et expliquées aux paragraphes 21 et 22, expériences dans lesquelles tout était disposé de façon à donner une grande intensité aux vibrations communiquées, le mode de transformation imprimé par celles-ci se substituait complètement à celui des forces figuratrices, même pour des sons allant jusqu'à la quinte aiguë du son principal.

Nous avons parlé de l'influence possible d'un changement au système de l'orifice; c'est qu'en effet l'orifice employé dans mes expériences était

percé dans une plaque très-mince <sup>1</sup>, et que, par suite, cette plaque vibrait peut-être difficilement à l'unisson de sons qui n'avaient pas une certaine gravité.

§ 50. Nous n'avons plus maintenant, pour achever l'examen théorique de l'influence exercée sur les veines liquides par les mouvements vibratoires, qu'à montrer la liaison de la théorie avec les faits du n° 17 du paragraphe 5.

Puisque le son principal est aussi (§§ 5, 12 et 26) celui pour lequel la durée d'une vibration est égale à celle du passage d'un étranglement ou d'un renflement à la section contractée, et puisque, d'après l'expérience, le nombre de vibrations correspondant à ce son diminue à mesure que la direction suivant laquelle le jet est lancé s'écarte de la verticale descendante, il en est nécessairement de même du nombre d'étranglements et de renflements naissants, et, par suite, du nombre de divisions naissantes; mais comme la vitesse de sortie du liquide est sensiblement indépendante de la direction de cette sortie, le nombre des divisions qui naissent en un temps donné ne peut décroître notablement que par une augmentation dans la longueur de ces divisions naissantes; ainsi, sous une même charge et avec un même orifice, les divisions naissantes vont en s'allongeant à mesure que la direction d'émission de la veine s'éloigne davantage de la verticale descendante. Or, ce résultat se déduit immédiatement de l'hypothèse du paragraphe 2; d'abord, en effet, tandis qu'une veine lancée verticalement de haut en bas tend à s'amincir à cause de l'accélération du mouvement due à la pesanteur, une veine lancée verticalement de bas en haut tend, au contraire, à s'épaissir à cause du retard dû à la pesanteur; et puisque, d'après l'hypothèse dont il s'agit, l'amincissement de la veine lancée de haut en bas détermine, en vertu de la solidarité des divisions, une diminution de longueur dans les divisions naissantes, l'épaississement de la veine lancée de bas en haut doit déterminer, par la même raison de solidarité, une augmentation de longueur dans les divisions naissantes; d'où il suit que lorsque la direction d'émission de la veine passera progressive-

<sup>1</sup> Elle n'avait qu'environ un demi-millimètre d'épaisseur.

ment du premier de ces cas au second, les divisions naissantes iront par degrés en s'allongeant.

Comme on le voit par le numéro que nous discutons, de la direction verticale descendante de la veine à la direction horizontale, l'abaissement du son principal est peu notable, mais il devient considérable de la direction horizontale à la direction verticale ascendante, ce qui exige qu'il en soit de même de l'allongement des divisions naissantes. Or, ce fait découle encore de l'hypothèse du paragraphe 2; en effet, la veine verticalement ascendante tend à être bien plus épaissie, surtout vers son extrémité supérieure, à cause de l'annulation graduelle de la vitesse du liquide, que la veine verticalement descendante ne tend à être amincie à une distance égale de la section contractée; par conséquent, toujours en vertu de la solidarité des divisions, lorsque la veine, lancée d'abord dans la direction horizontale, va en se rapprochant de la direction verticale ascendante, les accroissements successifs en longueur des divisions naissantes doivent devenir beaucoup plus grands que lorsque la veine, quittant la direction verticale descendante, atteint par degrés la direction horizontale.

Les faits observés étant ainsi liés d'une manière nécessaire à l'hypothèse du paragraphe 2, ils servent réciproquement de confirmation à celle-ci, et c'est à eux que nous avons fait allusion quand nous avons dit (§ 2) que cette hypothèse est appuyée par des résultats d'expérience.

§ 51. En terminant la deuxième série, nous avons annoncé que, dans la série actuelle, après avoir complété ce qui concerne les veines liquides, nous traiterions des figures d'équilibre autres que la sphère et le cylindre; mais, afin de ne point donner trop de développement à notre mémoire, nous nous sommes déterminé à réserver ce sujet pour les séries suivantes.

## NOTE.

---

Depuis la publication de notre théorie de la constitution des veines liquides, exposée à la fin de la série précédente, différents travaux ayant aussi pour objet les veines liquides ont successivement paru; nous allons les rappeler en peu de mots.

M. Hagen a présenté à l'Académie de Berlin, en juillet 1849, un mémoire *Sur les disques qui se forment à la rencontre de deux veines liquides, et sur la résolution en gouttes des veines liquides isolées*<sup>1</sup>. Les expériences que l'auteur a faites sur les veines isolées le conduisent, à l'égard des relations entre la longueur de la partie continue, la charge et le diamètre de l'orifice, à une loi qui lui paraît ne pas coïncider avec celles de Savart. Nous sommes convaincu que ce désaccord n'est qu'apparent; en effet, Savart n'a donné ses lois que comme approximatives, et, d'autre part, ainsi que nous l'avons fait voir (2<sup>me</sup> série, § 80), ces mêmes lois constituent seulement des limites dont les résultats de l'expérience approchent d'autant plus que, pour un orifice déterminé, la moindre des charges sous lesquelles on opère est plus forte, et que, pour une moindre charge déterminée, l'orifice est plus petit. Quant au phénomène de la résolution en masses isolées, M. Hagen, qui ne pouvait encore avoir connaissance de notre théorie publiée depuis trop peu de temps, émet la conjecture que cette résolution doit probablement être attribuée aux forces capillaires.

En 1854, M. Billet-Sélis a publié, dans les *Annales de chimie et de physique* (t. XXXI, p. 526), une notice *Sur les moyens d'observer la constitution des veines liquides*. Il y décrit deux procédés différents: le premier est celui que j'ai indiqué depuis longtemps pour l'observation des mouvements périodiques rapides, savoir l'emploi d'un disque tournant percé de fentes étroites, équidistantes et dirigées dans le sens des rayons; le second, qui est une modification ingénieuse de celui de Savart, consiste à produire, à l'aide d'un grand miroir concave, une image réelle et renversée de la veine, en disposant les choses de telle manière que la veine et son image se trouvent confondues. Je rappellerai ici, à cette occasion, un autre procédé, communiqué en 1846 à l'Académie des sciences de Paris par M. Matteucci<sup>2</sup>, et qui est une heureuse application de celui qu'a imaginé M. Wheat-

<sup>1</sup> Ce mémoire est inséré dans les *Annales de M. Poggendorff*, vol. 78, p. 451.

<sup>2</sup> Voir les *Comptes rendus*, vol. 22, p. 260.



stone pour le cas aussi des mouvements rapides : il consiste à éclairer la veine par une forte étincelle électrique.

Un mémoire intitulé *Nouvelle théorie de l'écoulement des liquides*, a été présenté à l'Académie des sciences de Paris (séance du 26 février 1855) par M. Dejean ; ce mémoire, qui n'est connu jusqu'ici que par une analyse très-succincte due à l'auteur lui-même et insérée dans les journaux scientifiques, traite, entre autres sujets, de la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires, et de l'action exercée sur elles par les mouvements vibratoires. M. Dejean admet, pour le cas où la veine est soustraite à toute action étrangère, l'existence des pulsations que Savart supposait produites à l'orifice par l'écoulement lui-même, et il cherche à expliquer ces pulsations, les lois relatives à leur nombre, et une partie des phénomènes qui dépendent de l'influence de sons. L'analyse dont il s'agit ne fait point mention de notre théorie.

Enfin, à peu près à la même époque, un autre mémoire intitulé : *Recherches hydrauliques*, a été présenté par M. Magnus à l'Académie de Berlin <sup>1</sup>. L'auteur s'occupe surtout des phénomènes qui se manifestent lorsque deux veines se rencontrent sous certains angles, et des aspects divers que prennent les veines sortant d'orifices de différentes formes ; mais il parle aussi de la constitution des veines s'échappant d'orifices circulaires, et de l'influence des sons. M. Magnus, qui ne mentionne point non plus notre théorie, attribue la séparation des masses qui composent la partie discontinue à l'inégalité croissante des vitesses de deux tranches horizontales contiguës du liquide de la veine. Quant à la manière dont les sons agissent, le peu qu'il en dit revient à l'idée de Savart dont nous avons également fait usage dans la série actuelle, c'est-à-dire à celle de compressions et tractions successives exercées par les vibrations, mais il la combine avec son opinion sur la formation de la partie discontinue.

Comme la théorie que nous avons développée à la fin de la deuxième série n'est point basée, quant à ses principes fondamentaux, sur des considérations hypothétiques, mais qu'elle est la conséquence nécessaire de résultats d'expérience, comme elle donne l'explication de tous les détails et de toutes les lois de la constitution des veines lancées par des orifices circulaires et non soumises à l'influence des mouvements vibratoires, comme enfin la série actuelle rend également raison de tous les phénomènes que détermine cette dernière influence, nous croyons inutile d'entrer dans aucune discussion à l'égard des théories ci-dessus.

<sup>1</sup> Voir aussi les *Annales de M. Poggendorff*, vol. 95, p. 1.