

Recherches expérimentales et théoriques sur les figures  
d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur (Septième série)

Joseph Plateau

---

**Citer ce document / Cite this document :**

Plateau Joseph. Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur (Septième série). In: Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Tome 36, 1867. pp. 1-66;

doi : <https://doi.org/10.3406/marb.1867.3573>;

[https://www.persee.fr/doc/marb\\_0775-3225\\_1867\\_num\\_36\\_1\\_3573](https://www.persee.fr/doc/marb_0775-3225_1867_num_36_1_3573);

---

Fichier pdf généré le 25/03/2024

**RECHERCHES**  
**EXPÉRIMENTALES ET THÉORIQUES**  
**SUR**  
**LES FIGURES D'ÉQUILIBRE**

**D'UNE**  
**MASSE LIQUIDE SANS PESANTEUR:**

**PAR**  
**J. PLATEAU.**

**SEPTIÈME SÉRIE <sup>1</sup>.**

NOUVELLE ÉTUDE DU LIQUIDE GLYCÉRIQUE; PROCÉDÉS DE PRÉPARATION BEAUCOUP PLUS CERTAINS ET PLUS EFFICACES QUE LES PREMIERS. — THÉORIE DE LA GÉNÉRATION DES LAMES LIQUIDES (SUITE); APPLICATIONS. — DIFFÉRENTES ESPÈCES DE LAMES LIQUIDES. — THÉORIE DE LA GÉNÉRATION DES FILETS LIQUIDES. — PRINCIPE GÉNÉRAL CONCERNANT LA RÉALISATION, À L'ÉTAT LAMINAIRE, DES SURFACES À COURBURE MOYENNE NULLE.

*Présenté le 11 octobre 1865.*

<sup>1</sup> Voir, pour les six séries précédentes, les tomes XVI, XVIII, XX, XXII et XXIII des *Mémoires de l'Académie*.



**RECHERCHES**  
EXPÉRIMENTALES ET THÉORIQUES  
SUR  
**LES FIGURES D'ÉQUILIBRE**  
D'UNE  
MASSE LIQUIDE SANS PESANTEUR.

---

NOUVELLE ÉTUDE DU LIQUIDE GLYCÉRIQUE ; PROCÉDÉS DE PRÉPARATION BEAUCOUP  
PLUS CERTAINS ET PLUS EFFICACES QUE LES PREMIERS.

---

§ 1. — A l'époque où j'ai publié ma cinquième série, j'avais fait de nombreux essais pour trouver la meilleure préparation du liquide glycérique, et je croyais y être parvenu. D'une part, en effet, avec ce liquide, tel que je le préparais alors (5<sup>me</sup> série, § 13), une bulle d'un décimètre de diamètre déposée, à l'air libre de la chambre, sur un anneau en fil de fer, se maintenait pendant trois heures, et cette persistance devait paraître énorme comparée aux deux minutes de durée maxima d'une bulle de même diamètre formée, dans les mêmes circonstances, avec une simple solution de savon; d'autre part, plusieurs préparations successives faites par les mêmes procédés m'avaient donné le même résultat, de sorte que je regardais ces procédés comme certains. Mais, dans de nouvelles préparations opérées pendant l'été suivant, par le premier procédé du paragraphe cité, toujours avec

de la glycérine d'Angleterre et avec du savon de Marseille acheté au même magasin, les choses ne se sont plus passées de la même manière : le précipité blanc dont j'ai parlé en décrivant ce procédé, ne s'est plus formé; le liquide est demeuré limpide, ou à fort peu près, même après quinze jours, et les bulles d'un décimètre déposées sur l'anneau ont montré des persistances beaucoup moindres; elles se sont d'abord conservées une heure et demie environ, puis la persistance a diminué, et, après une quinzaine de jours, elle était réduite à dix minutes.

J'avais gardé un morceau du savon que j'employais dans mes anciennes préparations; j'en ai formé un nouveau liquide, et les phénomènes mentionnés dans ma cinquième série se sont reproduits, c'est-à-dire que le précipité s'est manifesté, et qu'en deux ou trois jours il s'était accumulé en couche à la partie supérieure de la masse. Ainsi l'insuccès des préparations ci-dessus tenait à ce que le savon employé, quoique provenant du même magasin, n'était pas identiquement le même qu'autrefois. Enfin MM. Tyndall et Frankland voulant répéter mes expériences et ne trouvant point à Londres de savon de Marseille, ont essayé de préparer le liquide avec d'autres savons, et n'ont obtenu que des résultats très-médiocres.

De tout cela il fallait bien conclure, en premier lieu, que les procédés du § 13 de la 5<sup>me</sup> série sont loin d'être certains, et que leur réussite peut être compromise par de petites différences dans la qualité du savon de Marseille; en second lieu, que ces mêmes procédés s'appliquent mal à d'autres espèces de savon. J'ai donc senti la nécessité de reprendre l'étude du liquide glycérique, afin de tâcher de découvrir des procédés plus sûrs et d'une application plus générale. Or, en rassemblant tous les faits qui s'étaient présentés à moi, je suis arrivé à une théorie simple du liquide en question, théorie qui m'a fait imaginer des procédés de préparation dont je crois pouvoir aujourd'hui garantir la certitude à fort peu près complète, pour m'en être servi un grand nombre de fois, tant en hiver qu'en été, avec des glycérines de deux provenances, avec plusieurs échantillons de savon de Marseille achetés à des époques différentes, et enfin avec un savon de toilette anglais. Par ces nouveaux procédés, en outre, les lames acquièrent une persistance bien supérieure à celle que leur donne la meilleure réussite des premiers.

§ 2. — Voici d'abord la suite des faits principaux et des déductions qui m'ont conduit à la théorie annoncée; on verra celle-ci appuyée plus loin par d'autres faits encore.

1° Quand on préparait le liquide en été par le premier procédé du § 13 de la 5<sup>me</sup> série, avec la qualité de savon de Marseille qui amène une bonne réussite, le précipité blanc ne commençait à se montrer qu'après plusieurs heures, et augmentait ensuite avec une lenteur extrême.

2° On a préparé un liquide en automne, dans une chambre dont la température se maintenait à environ 15°, au moyen du deuxième procédé du paragraphe cité, et avec la qualité de savon de Marseille qui, en été, ne fournissait pas de précipité; alors le précipité s'est parfaitement produit, et encore graduellement; il ne s'est montré que le lendemain; on a attendu une huitaine de jours, mais le précipité est demeuré disséminé dans toute la masse; on s'en est débarrassé par une filtration, et l'on a obtenu le liquide très-limpide; enfin on y a ajouté, comme le veut le procédé en question, la quantité de glycérine nécessaire pour compléter la proportion requise, et l'on a fortement agité. Essayé huit jours après, le liquide a donné une persistance relativement très-grande.

Ces faits suffisaient déjà pour m'apprendre qu'il s'effectue dans la masse un travail moléculaire progressif, et qu'ainsi, lorsque le liquide a acquis toutes ses propriétés, il ne constitue plus un simple mélange des substances employées, mais renferme une nouvelle combinaison chimique définie.

3° J'ai dit que le second liquide ci-dessus avait donné, huit jours après sa filtration, une persistance exceptionnelle; en effet, l'une des bulles qu'on en a gonflées s'est maintenue huit heures; mais les autres avaient duré beaucoup moins, et très-inégalement: la première avait éclaté aussitôt après sa formation, la seconde avait duré environ deux heures, la troisième avait encore éclaté immédiatement, et c'est pour la dernière que la persistance a été de huit heures; la température de la chambre, qu'on a négligé d'annoter, devait être encore d'environ 15°. Au printemps suivant, par une température de 14° dans la chambre, on a essayé un autre liquide, préparé pendant l'hiver, et l'on a observé aussi des persistances très-variables; la plus grande a été de quatre heures.

Cette variabilité dans la durée des bulles m'a semblé fournir une preuve ultérieure de l'existence d'une nouvelle combinaison chimique définie ; en effet, si les deux liquides en question n'eussent été que des mélanges intimes de glycérine et d'eau de savon, ils auraient été homogènes, et les différentes portions successivement puisées avec l'orifice de la pipe auraient par conséquent formé des bulles à peu près également durables ; or en supposant la présence de la nouvelle combinaison, la variabilité dont il s'agit pouvait s'expliquer : il suffisait d'admettre que cette combinaison ne s'effectue qu'entre certains éléments du mélange, qu'elle constitue la partie active du liquide entièrement préparé, mais qu'au lieu de se dissoudre dans le reste, elle y demeure simplement flottante et irrégulièrement disséminée ; car alors on doit puiser avec la pipe tantôt un peu moins, tantôt un peu plus de cette partie active, et obtenir ainsi des résultats très-différents.

En expérimentant avec les liquides de mes anciennes préparations, je n'avais pas remarqué de telles différences ; mais je n'avais jamais opéré qu'en été, ou bien dans une chambre chauffée ; j'en ai conclu comme très-probable que, par des températures suffisamment élevées, la nouvelle combinaison, ou la partie active, se dissout entièrement ou à peu près dans le reste du liquide, et qu'elle s'isole davantage à de basses températures.

Cette conclusion était encore appuyée par la comparaison entre la persistance exceptionnelle de huit heures rapportée plus haut et la persistance ordinaire de trois heures que j'obtenais en été ; en effet, avec un liquide homogène ou à peu près, la valeur de la persistance doit être une sorte de moyenne entre la valeur nulle qui correspond à la partie inactive et la valeur énorme que donnerait la partie active seule, tandis qu'avec un liquide où celle-ci est séparée et irrégulièrement flottante, il peut arriver que la pipe emporte une lame qui en soit presque entièrement composée, et alors on doit évidemment obtenir une persistance de beaucoup supérieure à la moyenne.

Du reste, un fait décrit dans le § 31 de la 5<sup>me</sup> série paraît montrer qu'en été le liquide n'est pas encore tout à fait homogène : on a vu, dans les expériences relatives au rayon d'activité sensible de l'attraction moléculaire, que la pression exercée par une bulle de liquide glycérique sur l'air emprisonné éprouvait de petits accroissements assez rapides, qui ne pouvaient être attri-

bués à des changements dans la température. Or ces petits accroissements s'expliquent sans difficulté par une homogénéité incomplète du liquide ; dans ce cas, en effet, l'une des deux parties imparfaitement unies, la moins active sans doute, doit glisser un peu moins lentement que l'autre vers le bas de la bulle, et mettre ainsi à nu, sur les deux faces de la lame, des couches d'une nature légèrement différente et qui, par suite de cette différence, peuvent déterminer une pression quelque peu plus forte.

§ 3. — L'existence de la nouvelle combinaison me paraissant suffisamment établie par les faits et les considérations qui précèdent, j'ai tâché de découvrir entre quels éléments s'effectue cette combinaison. Le savon de Marseille, comme tous les savons durs, consiste, on le sait, en un mélange d'oléate, de stéarate et de margarate de soude. Je me suis procuré isolément du stéarate de soude, en combinant l'acide stéarique avec la soude caustique, et M. Rottier, préparateur de M. Donny, a eu l'obligeance de me faire de l'oléate de soude pur. Le premier de ces deux sels est très-peu soluble dans l'eau à la température ordinaire; aussi n'est-on parvenu à en gonfler des bulles qu'en opérant d'abord la dissolution à 100°, puis attendant que la température du liquide fût descendue à 50° environ; encore ces bulles ne dépassaient-elles pas un diamètre de 8 centimètres. L'oléate de soude, au contraire, est très-soluble dans l'eau à la température ordinaire, et je l'ai trouvé bien supérieur au savon sous le rapport du développement des lames : avec une solution de ce sel et en employant une pipe de terre ordinaire, on peut, si l'on agit avec une rapidité suffisante, gonfler des bulles de 30 centimètres de diamètre, et l'on n'est arrêté que par la fatigue de l'insufflation à travers un tube si étroit. Quant au margarate de soude, il a une telle analogie de propriétés avec le stéarate, que j'ai cru inutile de m'en occuper : il serait sans aucun doute aussi peu propre que ce dernier à la réalisation de grandes lames. C'est donc à l'oléate de soude que la solution de savon de Marseille, et conséquemment le liquide glycérique, doit la propriété de donner aisément des lames de grandes dimensions; le stéarate et le margarate y jouent à cet égard le rôle de substances à peu près inertes, qui masquent plus ou moins la propriété en question et nuisent ainsi à la bonté du liquide.



A la vérité, le savon de Marseille est légèrement alcalin, ce qui augmente un peu la solubilité du stéarate et du margarate; c'est pour cela sans doute qu'en dissolvant à chaud une partie de savon de Marseille dans quarante parties d'eau distillée, pour la formation du liquide glycérique, la solution reste parfaitement liquide en revenant à la température ordinaire, tandis qu'une solution préparée de la même manière avec un savon neutre, par exemple avec un savon de toilette, tel que le savon de Windsor, se prend, par le même degré de refroidissement, en une masse gélatineuse.

D'après ces considérations, il m'a paru très-probable que la nouvelle combinaison définie s'effectue entre la glycérine et l'oléate de soude, que cette combinaison s'empare d'une portion de l'eau, et qu'alors le stéarate et le margarate ne trouvant plus assez de ce dernier liquide pour s'y dissoudre complètement, se séparent en partie à l'état solide, et constituent le précipité blanc qui se produit avec la qualité de savon de Marseille de mes anciennes préparations. On s'expliquera aisément pourquoi ce précipité ne se manifeste pas, aux températures de l'été, avec l'autre qualité de savon de Marseille, en admettant que celle-ci est un peu plus alcaline encore que la première, ou bien qu'elle contient une moindre proportion de stéarate et de margarate, et l'on a vu qu'il suffit d'une température un peu basse pour voir apparaître aussi le précipité.

Dans mes anciennes préparations, quand on opérait le mélange de la glycérine et de la solution de savon de Marseille pendant l'hiver, et qu'après avoir agité la masse, on l'abandonnait au refroidissement de la nuit, le précipité blanc était beaucoup plus abondant. J'en ai conclu que, par le froid, une quantité plus grande de stéarate et de margarate se séparait à l'état solide.

§ 4. — En résumé, la théorie que je me suis faite du liquide glycérique est la suivante : quand, en été, on a effectué, par une agitation forte et prolongée, le mélange intime de la glycérine et de la solution de savon de Marseille, et que ce mélange demeure abandonné à lui-même, il s'y produit graduellement une combinaison définie de glycérine, d'oléate de soude et d'eau. Cette combinaison définie constitue la partie active du liquide, c'est-à-dire celle qui est susceptible de se développer en lames grandes et très-

persistantes; la présence du stéarate et du margarate, substances inertes ou à peu près, ne fait que nuire à la bonté du liquide. Si le savon est assez peu alcalin ou, dans le cas contraire, si la température est assez peu élevée, le stéarate et le margarate ne peuvent plus être dissous en totalité dans la portion d'eau restante; ils s'isolent en partie à l'état solide sous la forme d'un précipité blanc d'autant plus abondant que la température est plus basse. Enfin le liquide débarrassé de ce précipité par une filtration ou autrement, devient aussi bon que peuvent le donner les procédés de ma 5<sup>me</sup> série. Ce liquide n'est jamais complètement homogène : une portion de la combinaison définie, portion d'autant plus considérable que la température est moins élevée, flotte toujours dans la masse, où elle demeure irrégulièrement disséminée.

C'est en me laissant guider par cette théorie que je suis arrivé à découvrir les procédés excellents dont l'exposé va suivre :

§ 3. — Une première conséquence qui découle immédiatement de cette même théorie, c'est qu'il doit être utile d'employer de basses températures dans la préparation du liquide, puisqu'elles déterminent la précipitation d'une quantité plus grande des substances nuisibles. Si j'ai dit le contraire dans ma 5<sup>me</sup> série, c'est qu'en essayant d'opérer en hiver sans chauffer le liquide, le précipité blanc ne s'était nullement élevé à la partie supérieure, quelque longtemps que j'eusse attendu, et qu'en tâchant d'enlever ce même précipité par une filtration, celle-ci s'était bientôt ralentie à tel point que le passage du reste de la masse eût été impossible; mais j'ai acquis aujourd'hui la certitude que cette impossibilité tenait à la qualité de mon papier à filtre; j'emploie maintenant des filtres très-perméables <sup>1</sup>, et les filtrations aux basses températures s'effectuent en général sans difficulté.

Avant de décrire les nouveaux procédés, disons un mot de la glycérine. C'est toujours celle d'Angleterre, recommandée dans ma 5<sup>me</sup> série, qui me paraît la meilleure; elle se vend aujourd'hui chez les pharmaciens sous le nom de glycérine de Price. Du reste, on fabrique actuellement en France une glycérine qui, à l'aspect, ressemble à la précédente; elle est beaucoup

<sup>1</sup> Ce sont les filtres à côtes de Prat-Dumas.

moins coûteuse <sup>1</sup>, et pourrait, je crois, la remplacer à la rigueur; j'y reviendrai plus loin.

Je passe maintenant aux procédés annoncés; mais je dois avertir que si l'on veut arriver aux plus grandes persistances, il faut suivre exactement mes indications; toutes les fois que j'ai essayé de m'en écarter moi-même, j'ai moins bien réussi. J'ajoute que, d'après mes expériences, la préparation de l'été paraît bien préférable à celle de l'hiver.

§ 6. — *Procédé d'été*. Il faut choisir une époque de chaleur, afin que la température de la chambre ne descende pas, au moins dans le jour, au-dessous de 20° centigrades pendant toute la durée de la préparation. On prend du savon de Marseille acheté récemment, de sorte qu'il ait conservé toute son humidité; on le taille en très-petits fragments, et l'on en dissout, à une chaleur modérée, une partie en poids dans quarante parties d'eau distillée. Quand la solution est revenue à peu près à la température de la chambre, on la filtre à travers un papier qui ne soit pas trop perméable, afin de l'obtenir limpide; puis on verse dans un flacon 13 volumes de cette solution et 11 volumes de glycérine de Price, ou, ce qui revient au même, 3 volumes du premier liquide et 2,2 volumes du second <sup>2</sup>; on agite fortement et assez longtemps pour que le mélange soit bien intime, après quoi on abandonne celui-ci à lui-même pendant sept jours. Dans cet intervalle, le liquide peut, suivant la qualité du savon, se troubler ou demeurer limpide (§ 1), mais on ne s'en inquiète pas. Le matin du huitième jour, on plonge le flacon dans de l'eau qu'on a refroidie en y agitant des morceaux de glace de manière à en abaisser la température à 3° environ, et l'on entretient cette même température pendant six heures par des additions convenables de glace. Si le mélange de glycérine et d'eau de savon

<sup>1</sup> Par suite d'une erreur de compte de la personne qui m'a fourni la glycérine de Price, je me suis trompé dans le § 15 de la 5<sup>me</sup> série, en disant qu'on peut se la procurer sans trop de frais: elle coûte, en Belgique, environ 20 francs le kilogramme, et il en faut à peu près ce poids pour former la quantité de liquide glycerique nécessaire à la réalisation des systèmes laminaires dans les charpentes polyédriques. La glycérine française dont il sera question bientôt, ne coûte ici qu'environ 4 francs le kilogramme.

<sup>2</sup> J'indique ces proportions, parce qu'elles donnent à peu près à coup sûr un bon liquide; mais on verra, à la fin du § 8, qu'il est peut-être utile de les faire varier un peu suivant les échantillons de glycérine de Price.

est en quantité considérable, il faut le fractionner entre plusieurs flacons, pour que sa température descende plus tôt jusqu'à celle du bain. Les six heures écoulées, on filtre le liquide à travers du papier Prat-Dumas, et, s'il est en grande masse, on le distribue dans plusieurs filtres placés sur des flacons séparés et fonctionnant simultanément. Mais il faut empêcher que le liquide contenu dans les filtres ne se réchauffe, sans quoi le précipité que le froid a déterminé pourrait se redissoudre en partie; pour cela, avant de verser dans les filtres, on pose avec précaution dans chacun d'eux un petit bocal allongé plein de morceaux de glace et muni de son bouchon de verre pour lui donner plus de poids; ce bocal doit être incliné de manière à reposer par sa partie latérale contre le filtre; enfin on entoure de morceaux de glace la base de chacun des flacons qui portent les entonnoirs, puis, retirant le liquide du bain froid, on remplit immédiatement les filtres. Les premières portions de liquide qui passent sont troubles; on les reverse dans les filtres, et il suffit de répéter cette dernière opération deux ou trois fois pour que le liquide recueilli ensuite soit absolument limpide.

Je n'ai pas besoin d'ajouter que, si la filtration dure assez longtemps, il faut renouveler de temps à autre la glace des petits bocaux; quant à celle que l'on a disposée autour de la base des flacons, et qui est destinée à prévenir le réchauffement des portions qui passent d'abord en entraînant du précipité, on comprend qu'elle n'est plus nécessaire dès que le liquide se montre limpide.

La filtration terminée, on abandonne encore le liquide à lui-même pendant dix jours; alors la préparation est complète.

§ 7. — Dans les meilleures conditions, le liquide ainsi préparé donne des persurances extraordinaires : une bulle d'un décimètre de diamètre gonflée au moyen d'une pipe de terre ordinaire, puis déposée, à l'air libre de l'appartement, sur un anneau en fil de fer de 4 centimètres de diamètre <sup>1</sup> préalablement mouillé du même liquide, et laissée en repos, peut se conserver pendant 18 heures, c'est-à-dire six fois autant qu'avec le liquide obtenu par le procédé de ma 5<sup>me</sup> série; si donc la bulle est faite le matin, elle se maintiendra toute la journée et n'éclatera que pendant la nuit, et si elle est

<sup>1</sup> Il est inutile de rappeler, je pense, que l'anneau est porté par trois petits pieds également en fil de fer, et qu'il doit avoir été, une fois pour toutes, légèrement oxydé par de l'acide nitrique affaibli (5<sup>me</sup> série, § 14).

faite à quatre heures après midi, par exemple, on pourra la revoir encore le lendemain jusqu'à dix heures du matin. Chez moi, l'anneau est placé sur une tablette au fond de la chambre, en face de la porte. Dès que la bulle est déposée, on sort de la chambre, dont on ferme la porte lentement et sans secousse; on va ensuite, de temps à autre, observer la bulle à travers la serrure; de cette manière on évite autant que possible les petites agitations de l'air ambiant et les ébranlements du plancher.

Je dois dire, du reste, que j'habite un endroit fort tranquille, où circulent peu de voitures; dans un quartier populeux, il est probable que les petites trépidations apportées incessamment par le sol abrégeraient notablement la persistance.

§ 8. — Les substances qui entrent dans la composition du liquide sont des produits de l'industrie et sont, de plus, de nature organique; or de semblables produits varient presque toujours soit avec les époques, soit avec les fabriques d'où ils proviennent; aussi n'ai-je obtenu qu'exceptionnellement le résultat extraordinaire mentionné ci-dessus. Du reste, pour mettre les physiciens à même d'apprécier le degré de confiance que méritent mes nouveaux procédés, j'ai réuni, dans le tableau suivant, les résultats de tous les essais que j'ai faits sur mes liquides d'été, formés dans de bonnes conditions de température, par le procédé du § 6, en employant les proportions indiquées ou des proportions très-peu différentes.

Ces essais ont été effectués pendant les étés des quatre dernières années, et conséquemment avec divers échantillons de glycérine de Price et de savon de Marseille; la quantité de chaque liquide préparé était de 100 à 200 grammes environ. La 3<sup>me</sup> colonne du tableau donne le nombre de volumes de glycérine pour trois volumes de solution de savon, et la 4<sup>me</sup> la proportion du savon par rapport à l'eau; la 5<sup>me</sup> contient les persistances en nombres entiers d'heures; on n'y a pas ajouté la fraction, parce qu'on n'allait en général observer la bulle que d'heure en heure. Quand la persistance était de moins d'une heure, on l'a, pour abréger, indiquée par le caractère  $\overline{1}$ ; enfin quelques bulles ont dû être abandonnées le soir, à cause de l'heure avancée et ont éclaté pendant la nuit, de sorte qu'on ignore le nombre total d'heures de leurs persistances; on a indiqué cette circonstance par un signe  $+$  placé au-dessus du nombre d'heures observé; ainsi  $\overline{7}^+$  signifie que la bulle a été ob-

servée pendant sept heures, mais qu'elle a persisté au delà pendant un temps inconnu.

Avant chaque essai, pour rendre le liquide aussi homogène que possible, on l'agitait fortement, puis on le laissait en repos pendant dix minutes; je ne suis pas certain, du reste, que cette précaution soit utile à l'égard des liquides d'été.

ANNÉE.	1 <sup>re</sup> d'essai du liquide.	VOLUME du apporté.	TEMPÉRATURE du mélange.	PESANTANCES EN HEURES.
1862.	1	2.0	1 <sup>re</sup>	4, 9, 1.
	2	2.0	1 <sup>re</sup>	5, 9, 10.
	3	2.0	1 <sup>re</sup>	7, 7, 8.
	4	2.2	1 <sup>re</sup>	10, 10.
	5	2.2	1 <sup>re</sup>	17, 16, 13, 11, 10.
1863.	6	2.2	1 <sup>re</sup>	10, 10, 4, 7, 6.
	7	2.2	1 <sup>re</sup>	10, 6.
	8	2.2	1 <sup>re</sup>	7, 4, 6, 9, 2.
	9	2.2	1 <sup>re</sup>	2, 3, 2, 4, 5, 3, 4, 4.
1864.	10	2.2	1 <sup>re</sup>	2, 4, 5, 5, 5.
	11	2.0	1 <sup>re</sup>	7, 4, 9, 4.
	12	2.2	1 <sup>re</sup>	2, 6, 3, 7, 7.
	13	2.0	1 <sup>re</sup>	2, 3, 7.
	14	2.2	1 <sup>re</sup>	4, 6, 9, 1, 2.
	15	2.2	1 <sup>re</sup>	2, 9, 2.
1865.	16	2.2	1 <sup>re</sup>	4, 7, 2, 2, 6, 4, 2.
	17	2.2	1 <sup>re</sup>	10, 7, 1, 6, 6, 7.
	18	2.2	1 <sup>re</sup>	9, 6, 2, 2, 5, 6, 6, 7, 1, 4, 3.
	19	2.2	1 <sup>re</sup>	10, 4, 2, 6, 10, 7, 8.

On voit que les liquides de 1862, de 1863 et de 1865 ont été en général très-bons, mais que ceux de 1864 se sont montrés inférieurs, sans être

mauvais ; je dois ajouter que les liquides 11 , 12 et 15 , surtout les deux derniers , ont présenté cette particularité que les bulles se formaient difficilement : plusieurs ont éclaté soit avant même d'être déposées sur l'anneau , soit immédiatement après.

J'ai préparé encore , en 1864 , avec un autre échantillon de glycérine , deux liquides qui ne se trouvent pas dans le tableau ; ils étaient décidément mauvais , mais j'ai certaines raisons de soupçonner une erreur dans la pesée du savon , dont la quantité aurait été deux fois trop forte ; c'est pour ce motif que je ne les ai point inserits ; cependant l'erreur dont il s'agit ne m'est pas prouvée , et c'est là ce qui me fait admettre la possibilité d'une non-réussite , tout exceptionnelle d'ailleurs.

Enfin ce qui m'a engagé à considérer comme les proportions les plus efficaces celles que j'ai prescrites dans le § 6 , c'est que , parmi les liquides de 1862 , le plus excellent , celui qui m'a donné des persistances de 17 et de 18 heures , c'est-à-dire le 5<sup>m</sup>, a été préparé dans ces mêmes proportions. Cependant je dois présenter ici une remarque : certains indices , auxquels j'ai malheureusement réfléchi trop tard , me portent à penser que mes glycérines de 1864 et 1865 étaient plus concentrées que celles des années précédentes ; or , s'il en est réellement ainsi , il s'ensuit que les liquides des deux dernières années ne contenaient pas assez d'eau ; si je les avais préparés , par exemple , dans la proportion deux à trois en volumes avec une solution de savon à  $\frac{1}{45}$  , ce qui correspond à peu près au cas où l'on aurait ajouté à la glycérine une quantité d'eau égale à un dixième de son volume et où l'on aurait fait ensuite le liquide avec une solution de savon à  $\frac{1}{40}$  dans le rapport de volumes que j'ai employé , il est possible que j'eusse obtenu des persistances analogues à celles du liquide n° 5. J'engage donc les personnes qui prépareraient le liquide d'après mon nouveau procédé , et qui n'obtiendraient pas les plus excellents résultats , à faire quelques essais dans le sens que je viens d'indiquer , ainsi que dans le sens opposé pour le cas où la glycérine serait au contraire trop aqueuse.

§ 9. — *Procédé d'hiver.* Si l'on veut absolument préparer le liquide en hiver , on forme d'abord le mélange de glycérine et de solution de savon dans les mêmes proportions et de la même manière qu'en été ; puis on dépose le

flacon dans un lieu où la température demeure comprise, la nuit, entre  $0^{\circ}$  et  $4^{\circ}$ , et, dans la journée, ne s'élève pas au-dessus de  $9^{\circ}$ , et on l'abandonne ainsi pendant sept jours. Ces conditions de température sont en général faciles à réaliser : s'il gèle le jour, on place le flacon dans une chambre située au nord et non chauffée; s'il ne gèle pas, même la nuit, on le place à l'extérieur; enfin, s'il ne gèle que la nuit, on le porte chaque matin à l'extérieur, et on le rentre chaque soir dans la chambre ci-dessus. Il faut, du reste, choisir une époque convenable. Le précipité blanc qui se forme durant cette exposition au froid, demeure en suspension dans le liquide sans s'élever à la partie supérieure. La période de sept jours écoulée, on filtre à travers du papier Prat-Dumas, et l'on obtient bientôt le liquide parfaitement limpide. L'opération doit s'effectuer à une température comprise entre les limites indiquées plus haut et, autant que possible, rapprochée de  $4^{\circ}$ , afin qu'aucune portion du précipité ne se redissolve. La préparation est alors terminée.

§ 10. — J'ai consigné dans le tableau qui suit les résultats que j'ai obtenus avec des échantillons de liquides ainsi préparés; ce tableau est disposé comme celui du § 8, et les indications y ont le même sens. Les essais ont été faits aussi sur des bulles d'un décimètre de diamètre dans les conditions du § 7, et sans chauffer la chambre, afin d'éviter les petits mouvements de l'air. De même que pour les préparations d'été, avant chaque essai on agitait fortement le liquide et on le laissait reposer ensuite pendant dix minutes. La température de la chambre a varié, dans ces expériences, de  $8^{\circ}$  à  $16^{\circ}$ .

ANNÉES.	NOY. 1862 en septembre.	NOV. 1862 en décembre.	PROFONDEUR en mètres.	HOMÉTAGES EN HEURES.
1862	1	2.2	1 m.	1, 2, 3, 4, 5, 6
	2	2.2	1 m.	3, 4, 5
	3	2.2	1 m.	3, 4
	4	2.2	1 m.	3, 4, 5
1863	5	2.2	1 m.	1, 2, 3, 4, 5, 6
1864	6	2.2	1 m.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8



Ces persistances sont, on le voit, beaucoup plus inégales et en général beaucoup moindres que celles des liquides d'été. Cependant les liquides essayés sont peu nombreux, et, d'autre part, bien que les échantillons de glycérine employés dans leur préparation soient les mêmes que pour les liquides d'été des mêmes années, les échantillons de savon sont autres; il serait donc prématuré peut-être de tirer de la comparaison du tableau actuel avec celui du § 8, la conclusion absolue que la persistance moyenne est nécessairement moindre à l'égard des liquides d'hiver qu'à l'égard de ceux d'été. Je crois cependant qu'en réalité les basses températures diminuent cette persistance moyenne.

Quant à la grande inégalité des persistances du tableau ci-dessus, je l'attribue à la cause indiquée dans le § 2, c'est-à-dire à ce que, par les basses températures, la partie active du liquide s'isole et demeure irrégulièrement disséminée dans la partie inactive. L'agitation préalable détermine une dissémination plus uniforme, mais il paraît qu'elle est insuffisante pour produire un mélange intime.

Il est, du reste, très-difficile d'apprécier nettement la qualité d'un liquide préparé pendant l'hiver. En effet, si l'on chauffe la chambre, l'air y est dans un état d'agitation continuelle, de sorte que la bulle éprouve de petites oscillations qui en hâtent la rupture, et si, pour obvier à cet inconvénient, on voulait essayer en été un liquide préparé pendant l'hiver, on en jugerait mal, car, dans l'intervalle, il aurait subi plus ou moins d'altération.

Quoi qu'il en soit, le liquide d'hiver est d'une qualité bien suffisante pour la réalisation des systèmes laminaires. Ajoutons que les expériences relatives à ces derniers peuvent s'effectuer dans la chambre chauffée, parce que les figures autres que les simples bulles ont en général moins de mobilité, et sont ainsi moins influencées par les petits mouvements de l'air ambiant.

Si, en s'aidant du froid, on trouvait un moyen de recueillir isolément toute la partie active du liquide, on aurait sans doute une substance donnant toujours des persistances énormes. J'ai fait dans ce sens quelques tentatives : 1° j'ai essayé si la partie active ou la partie inactive ne passerait pas la première au filtre; 2° j'ai abandonné pendant longtemps le liquide au repos, puis on a gonflé successivement des bulles avec la portion supérieure et avec la portion

inférieure, afin de constater si, par suite d'une légère différence de densité, les deux parties, active et inactive, ne finiraient pas par former deux couches superposées; mais ces expériences, que je n'ai pas, du reste, dirigées avec tout le soin convenable, n'ont amené que des résultats manquant de netteté et de constance.

§ 11. — Une chose bien remarquable, c'est qu'avec le liquide du § 6, et même avec celui du § 9 quand la persistance est assez grande, les bulles, bien que d'un décimètre en diamètre et demeurant exposées à l'air libre de la chambre, manifestent toujours le même phénomène que les petites bulles enfermées dans un bocal de verre (3<sup>me</sup> série, § 30); c'est-à-dire que les lames qui les constituent prennent, après une heure ou deux, une épaisseur sensiblement égale dans toute leur étendue, sauf, bien entendu, la petite portion inférieure interceptée par l'anneau métallique. On le reconnaît à la disposition des teintes: en effet, quand on observe une de ces bulles en tenant l'œil à la hauteur du centre, on voit, au milieu de sa surface, un large espace circulaire d'une couleur uniforme, et, autour de celui-ci, un ou deux anneaux concentriques dont chacun présente une autre couleur. La teinte de l'espace central est évidemment celle de la lame sous l'incidence normale et sous les incidences voisines; quant aux teintes des anneaux, elles résultent de l'obliquité plus forte des rayons visuels. Je dois ajouter que souvent le haut de l'anneau coloré extérieur offre, sur une certaine étendue, une nuance un peu différente du reste, et qui indique, au sommet de la bulle, une ténuité tant soit peu plus grande de la lame.

En outre, et cela n'est pas moins digne d'intérêt, les teintes dont il s'agit se comportent ordinairement comme les teintes des petites bulles rappelées ci-dessus se comportaient quand ces petites bulles étaient gonflées à l'extrémité d'un ajutage en verre, et que le bocal ne renfermait pas de substance absorbante (3<sup>me</sup> série, § 32); c'est-à-dire qu'elles montent d'abord vers les premiers ordres, puis redescendent jusqu'au rouge et au vert des derniers, et même quelquefois presque jusqu'au blanc.

§ 12. — L'uniformité d'épaisseur à laquelle parvient la lame peut, me semble-t-il, s'expliquer de la manière suivante: lorsque notre bulle est déposée sur l'anneau solide, l'amincissement graduel de la lame doit marcher

avec une lenteur croissante, car, toutes choses égales d'ailleurs, plus cette lame est mince, moins les portions de liquide qui descendent incessamment vers l'anneau métallique ont de masse, et conséquemment plus leur mouvement doit être entravé par la résistance que la viscosité lui oppose; or, par la même raison évidemment, si la lame présente une épaisseur inégale, la descente du liquide sera moins lente dans les portions plus épaisses, d'où il suit que la lame tendra vers une minceur uniforme. Il est inutile de rappeler que je fais toujours abstraction de la petite calotte interceptée par l'anneau solide, calotte que cet anneau rend indépendante du reste.

A la vérité, dans les premiers temps de l'existence de la bulle, l'épaisseur est d'autant plus grande que l'on considère des points plus voisins de l'anneau solide, et comme, à mesure qu'on se rapproche de celui-ci, l'inclinaison de la lame est de plus en plus forte, la pesanteur agit par une composante de plus en plus faible; mais il suffit d'admettre que l'influence de l'augmentation de masse l'emporte sur celle de l'amoindrissement de la composante en question.

Pour rendre l'explication complète, il faut encore donner la raison de la circonstance mentionnée ci-dessus, que l'épaisseur est d'abord plus grande dans le bas de la bulle; or on comprend que, tant que la lame a partout une épaisseur assez notable, l'influence des différences de masse se fait moins sentir, et qu'ainsi le liquide qui descend vers la moitié inférieure de la bulle peut, pendant quelque temps, y demeurer plus ou moins accumulé. C'est ce que vient appuyer l'expérience suivante: on réalise une lame plane dans un anneau en fil de fer de 7 centimètres de diamètre, par exemple, ce qui se fait en plongeant horizontalement cet anneau dans le liquide et le retirant de la même manière. Si l'anneau est maintenu ensuite dans une position horizontale, la lame plane en question se montre incolore, du moins pendant un certain temps; mais si, dès qu'elle est formée, on incline l'anneau et qu'on le maintienne ainsi, elle se partage bientôt en bandes horizontales nombreuses et colorées, dont les teintes indiquent un accroissement d'épaisseur de la partie la plus haute jusqu'à la partie la plus basse. Ces lames n'ont jamais une très-grande persistance, sans quoi elles arriveraient probablement peu à peu à une teinte uniforme. On verra, du reste, plus loin (§ 25)

que, dans des circonstances convenables, une lame plane et inclinée finit par devenir entièrement noire.

Quant à la rétrogradation des teintes, elle provient, comme je l'ai fait voir (5<sup>me</sup> série, § 32), de ce que le liquide glycérique absorbe l'humidité de l'air ambiant; du reste je reviendrai encore sur cette marche singulière des teintes, pour en étudier la cause de plus près.

§ 13. — Le liquide glycérique obtenu par mes nouveaux procédés, soit en été, soit en hiver, commence à se troubler légèrement environ un mois après sa préparation, puis le trouble augmente insensiblement, et, en même temps, la persistance des lames que fournit le liquide diminue peu à peu. Le précipité qui se forme ainsi ne monte pas, ou ne monte qu'avec une excessive lenteur, et si l'on essaie de clarifier le liquide par filtration, le précipité passe avec lui à travers le filtre. Ce même précipité, qui résulte d'une altération graduelle du liquide sans l'intervention du froid, est probablement d'une autre nature que celui qui apparaît dans la préparation; peut-être provient-il d'une séparation progressive de l'oléate de soude en oléate acide insoluble et oléate avec excès de base qui demeure en solution.

Les divers échantillons que j'ai préparés ayant été successivement absorbés par mes expériences ou réunis en une masse unique dont les parties ont ainsi des âges très-inégaux, je ne puis dire avec certitude pendant combien de temps un liquide obtenu par mes nouveaux procédés se conserve assez bon pour être employé à la réalisation des figures et des systèmes laminaires. J'ai pu cependant m'assurer que ce temps dépasserait de beaucoup un an, durée indiquée dans ma 5<sup>me</sup> série: j'avais conservé par hasard une petite quantité d'un liquide préparé à la fin de l'hiver de 1862 par une sorte de procédé de tâtonnement; à cette époque je n'avais pas encore bien déterminé la marche du procédé normal; ce liquide était assez bon. Je l'ai repris et essayé de nouveau dans l'automne de 1865; par une température de 16° dans la chambre, il ne donnait que des bulles d'environ 4 centimètres de diamètre; mais, après avoir été exposé pendant deux heures au soleil derrière les carreaux d'une fenêtre, il se laissait sans trop de difficulté gonfler en bulles d'un décimètre; quelques-unes de celles-ci ont éclaté immédiatement, mais une dernière est demeurée sur l'anneau, et a persisté 5 heures.

Ainsi, après trois ans et demi d'existence, le liquide dont il s'agit n'était pas encore devenu tout à fait impropre aux expériences, et l'on peut croire qu'un liquide préparé en été dans les meilleures conditions, se maintiendrait mieux encore. Un autre fait dont je parlerai plus loin (§ 18), conduit à la même conclusion.

§ 14. — La théorie que je me suis faite du liquide glycérique (§§ 2 à 4), conduit directement à une nouvelle conséquence : c'est qu'en substituant l'oléate de soude pur au savon de Marseille, on doit obtenir, par un procédé bien plus simple, un liquide supérieur même aux meilleurs liquides préparés au savon ; or c'est ce que l'expérience confirme pleinement : il m'a suffi, en effet, de dissoudre simplement, à une chaleur modérée, l'oléate de soude dans l'eau distillée, puis de mêler la glycérine à cette solution.

Dès le lendemain ou le surlendemain, les liquides ainsi préparés étaient propres aux expériences, et ils m'ont donné des bulles (toujours d'un décimètre et à l'air libre), dont la persistance maxima a dépassé 24 heures. Comme l'indique aussi ma théorie, le liquide glycérique à l'oléate de soude ne se trouble pas par le froid ; en outre, j'ai de fortes raisons de croire qu'il se conserve beaucoup plus longtemps que le liquide au savon ; cependant il se trouble aussi après un temps plus ou moins long, ce qui vient encore à l'appui de mes conjectures sur la nature du précipité qui se forme à la longue dans le liquide au savon.

Le liquide à l'oléate de soude est donc le véritable liquide glycérique ; c'est celui de la théorie ; il l'emporte de beaucoup sur le liquide au savon, et sa préparation est des plus faciles. Malheureusement l'oléate de soude pur ne se trouve pas dans le commerce, et il faut nécessairement, pour s'en procurer, recourir à l'obligeance d'un chimiste.

§ 15. — J'ai employé l'oléate de soude sous deux états, savoir : 1° humide et ayant la consistance du savon de Marseille ; 2° complètement desséché. J'ai eu à ma disposition deux échantillons différents d'oléate humide ; tous les deux ainsi que l'oléate desséché donnaient des solutions parfaitement limpides ; celles des oléates humides se troublaient, à la vérité, après quelques heures, mais elles se clarifiaient d'elles-mêmes en deux ou trois jours par le dépôt du précipité, de sorte qu'on n'avait plus qu'à les décanter.

Les proportions d'oléate qui m'ont paru les plus efficaces sont, pour l'oléate humide, une partie en poids dissoute dans cinquante parties d'eau distillée, et, pour l'oléate sec, une partie en poids dans soixante parties d'eau distillée; quant à la glycérine, j'ai obtenu d'excellents résultats en la mêlant à la solution du second oléate humide, et à celle de l'oléate sec, dans la même proportion que pour les liquides au savon, c'est-à-dire 2,2 volumes de glycérine pour 5 de solution d'oléate; mais, avec le premier oléate humide, j'ai dû renforcer un peu la quantité de glycérine. Comme on le verra par le tableau ci-après, ce même oléate m'a donné aussi de très-grandes persistances avec des proportions assez différentes, savoir la solution faite à  $\frac{1}{40}$  et une quantité plus forte encore de glycérine.

Je dois présenter une remarque à l'égard de l'oléate sec : celui qui a servi pour les liquides ci-dessus avait subi la dessiccation en masse. M. Rottier en a desséché une autre portion à l'état de poudre grossière, et celle-ci s'est montrée beaucoup moins bonne; il paraît, d'après cela, que la dessiccation altère l'oléate superficiellement; cette altération a peu d'influence quand la substance est en gros morceaux, parce qu'alors la surface est petite relativement au volume, mais elle produit une détérioration considérable quand cette même substance est à l'état de grande division.

Voici maintenant le tableau des résultats; il est disposé comme ceux des §§ 8 et 10, et ne contient que les résultats correspondants à de bonnes proportions; tous ont été obtenus dans l'été de 1863.

ÉTAT DE L'OLÉATE.	1 <sup>re</sup> solution.	2 <sup>e</sup> solution.	3 <sup>e</sup> solution.	PERSISTANCES EN HEURES.
	Humide.	Glycérine.	Humide.	
Humide.	1	2,4	1 <sup>re</sup>	14, 22, 3, 5, 8.
Id.	2	2,7	1 <sup>re</sup>	15, 22, 12, 9, 7, 10, 6, 14, 7.
Id.	3	2,8	1 <sup>re</sup>	3, 7, 12, 3, 25, 20, 12.
Id.	4	2,4	1 <sup>re</sup>	12, 15.
Sec.	5	2,2	1 <sup>re</sup>	19, 25, 16.
Id.	6	2,2	1 <sup>re</sup>	23, 17, 10, 15.
Humide.	7	2,2	1 <sup>re</sup>	24, 3, 10, 4, 17, 4.

Bien que ces liquides m'aient donné, on le voit, de très-grandes persistances, je suis convaincu qu'il est possible d'aller beaucoup plus loin encore. En effet, on peut remarquer que les persistances d'un même liquide sont en général fort inégales, ce qui me porte à croire que mes essais relatifs aux proportions n'ont pas été assez nombreux, et que, pour plusieurs des liquides, celles indiquées dans le tableau ne sont pas les meilleures.

Enfin les bulles, toujours d'un décimètre de diamètre, gonflées avec le liquide à l'oléate de soude, présentent aussi les phénomènes du § 14, c'est-à-dire une épaisseur sensiblement uniforme de la lame, et un retour final aux teintes des derniers ordres.

§ 16. — Je crois devoir insister sur la grande importance des proportions, tant pour le liquide au savon que pour le liquide à l'oléate de soude; les expériences qui m'ont conduit à celles que j'ai indiquées, me donnent la certitude que si l'on effectuait au hasard la solution de savon ou d'oléate et son mélange avec la glycérine, on pourrait avoir un liquide peu supérieur ou même inférieur à la simple eau de savon. Par exemple, j'ai préparé, à la fin de l'été de 1865, dans de bonnes conditions de température, un liquide au savon où la solution était, comme pour les autres, à  $\frac{1}{40}$ , mais où il n'y avait que 1,8 volume de glycérine pour 3 volumes de cette solution; or, sur sept bulles de ce liquide, une seule a atteint une heure de durée, et, pour plusieurs des autres, la persistance n'a pas même été d'une demi-heure.

§ 17. — Les petites bulles d'un à deux centimètres de diamètre dont il a été question dans les §§ 30 à 32 de la 5<sup>me</sup> série, bulles qui étaient formées de mon ancien liquide glycérique et étaient suspendues à l'extrémité d'un petit ajutage, persistaient beaucoup plus longtemps en vase clos qu'à l'air libre; or il en est de même des grosses bulles d'un décimètre gonflées avec les liquides actuels et déposées sur l'anneau en fil de fer; seulement, pour que l'expérience ait une complète réussite, il faut que le vase dans lequel on enferme la bulle ait des dimensions considérables relativement au volume de celle-ci.

J'ai employé comme vase une cage cubique en verre de 30 centimètres de côté; le liquide était formé du mélange des n<sup>os</sup> 17 et 18 du tableau du § 8; il a donné, à l'air libre, les persistances 5, 3, 4, 5, 9, 1, 5 et 6 heures, et, dans la cage de verre, 33, 15, 27 et 24 heures.

On a vu aussi, dans le § 32 de la 5<sup>me</sup> série, que l'addition d'une substance absorbante au fond du bocal a considérablement augmenté encore la persistance d'une petite bulle, et qu'alors, en outre, les teintes ont constamment monté jusqu'au passage du jaune au blanc du premier ordre, point où la bulle a éclaté. J'ai cherché à obtenir un résultat analogue avec les grosses bulles du liquide ci-dessus, en plaçant des fragments de chlorure de calcium au fond de la cage. Mais, pour empêcher l'absorption de l'humidité par la lame, il fallait une autre précaution encore: d'après la disposition de l'appareil à l'ajutage duquel avait été gonflée, dans l'air sec, la petite bulle de ma 5<sup>me</sup> série, on comprend qu'elle ne devait guère renfermer que de l'air primitivement contenu dans le tube de cet appareil, tandis que les bulles actuelles renferment de l'air chassé directement par la bouche et, par suite, bien plus humide. Pour obvier à cet inconvénient, on a adapté le tuyau de la pipe à une balle creuse en caoutchouc, puis, après avoir comprimé celle-ci pour en expulser l'air, on a introduit la tête de la pipe dans un bocal contenant une certaine quantité de chlorure de calcium, et l'on a laissé la balle se regonfler en aspirant par la pipe l'air sec de ce bocal; cela fait, on s'est servi de cet instrument pour former la bulle. Cette opération a été faite à neuf heures du matin; jusqu'au soir les teintes ont monté, et, le lendemain matin, le milieu était bleu et l'anneau extérieur pourpre; ces dernières teintes se sont maintenues ainsi toute la journée, et, tant qu'il est resté assez de clarté pour les observer, elles n'ont subi aucun changement appréciable; la bulle a éclaté pendant la nuit; elle avait persisté 37 heures.

J'ai soumis ensuite aux mêmes expériences un liquide préparé à l'oléate de soude, mais avec un oléate qui n'était pas très-bon<sup>1</sup>; il a donné, à l'air libre, les persistances 10, 10, 12, 10 et 8 heures, et pouvait conséquemment être assimilé aux meilleurs liquides préparés au savon. Dans la cage de verre, sans chlorure de calcium, une première bulle a duré 10, une autre 24, et une dernière 41 heures; avec l'emploi du chlorure de calcium, la persistance a été de 54 heures. Les teintes, tant qu'on a pu les observer, n'ont pas dépassé celles de la bulle au savon.

<sup>1</sup> C'est pour cette raison qu'il n'est pas inscrit dans le tableau du § 15.



Je dois dire ici que la cage de verre avait son ouverture tournée en bas, et se posait simplement sur une tablette, de sorte que, pour gonfler la bulle, il fallait d'abord enlever la cage, et qu'ainsi, pendant l'opération, la bulle se trouvait exposée à l'air libre de la chambre; en outre, la quantité de chlorure de calcium était insuffisante pour couvrir tout le sol de la cage; enfin le bord de celle-ci ne joignait qu'imparfaitement à la tablette en certains endroits. Il suit de là que l'air dans lequel la bulle demeurait plongée n'était pas bien desséché; mais, en essayant de produire un dessèchement plus complet, je n'ai obtenu que des persistances moindres. Il paraît donc qu'avec les grosses bulles, on ne peut réussir à faire monter les teintes jusque dans le premier ordre. Du reste, les expériences avec le second liquide ont été effectuées en automne, par une température qui n'était que de 15° dans la chambre; je me propose de les reprendre l'été prochain.

§ 18. — Pour achever d'établir l'efficacité et la généralité de mes nouveaux modes de préparation, je vais exposer les résultats de mes essais avec une autre glycérine et avec un autre savon.

J'ai parlé (§ 5) d'une glycérine fabriquée en France, et qui m'a donné de bons résultats; les flacons dans lesquels elle se vend portent les noms Lamoureux et Gendrot. En l'employant avec les proportions d'un bon liquide à la glycérine de Price, je n'ai obtenu, bien qu'en été, que des persistances d'un quart d'heure; mais j'ai modifié ensuite les proportions, et, après quelques tentatives, j'ai réussi en prenant une partie de savon dissoute dans 30 parties d'eau distillée, et volumes égaux de glycérine et de cette solution. Il a été impossible de clarifier le liquide par la filtration après son séjour dans l'eau à 3°, mais, malgré son aspect trouble, il a donné les persistances 2, 4, 6, 9 et 8 heures.

Ces essais ont été effectués au commencement de l'automne de 1862, du 5<sup>me</sup> au 7<sup>me</sup> jour après la filtration. Je n'avais probablement pas encore reconnu la nécessité des dix jours de repos du liquide (§ 6); c'est sans doute à cette circonstance qu'il faut attribuer le peu d'élévation des deux premières durées; et si j'avais attendu les dix jours, j'aurais obtenu, je pense, des persistances meilleures encore que les trois dernières.

J'ai préparé en grand, pour M. Lamarle, un second liquide, pendant

l'hiver de 1863, et conséquemment par le procédé du § 9; la glycérine était, je crois, de la même provenance, quoiqu'elle m'ait été vendue dans un flacon ordinaire, et les proportions étaient à fort peu près les mêmes que ci-dessus. Avec ce dernier liquide, les persistances ont été 4, 6, 1 et 6 heures, ce qui, pour un liquide d'hiver, peut être regardé comme très-satisfaisant (§ 10).

Onze mois après sa préparation, le liquide dont il s'agit pouvait encore, à la rigueur, servir aux expériences sur les systèmes laminaires; il était devenu beaucoup plus visqueux, et commençait à se couvrir de moisissures. Dans ces circonstances, M. Lamarle, suivant mon conseil, l'a porté à l'ébullition, puis il l'a filtré; la filtration a duré plusieurs jours et a laissé dans le filtre une masse assez considérable d'une substance épaisse. Par ces opérations, le liquide a repris en grande partie ses propriétés; seulement, pour en tirer le meilleur parti, on commençait, avant de l'employer, par en élever la température à 25° environ, on le maintenait ainsi pendant une heure, on le mêlait avec soin, et l'on faisait les expériences dans une chambre chauffée. Ce n'est qu'environ cinq mois plus tard que le liquide s'est trouvé complètement gâté; il s'était donc maintenu pendant seize mois à peu près; or il avait été préparé en hiver et avec une glycérine qui, je le pense du moins, n'est pas de la première qualité. Ce résultat vient donc s'ajouter à celui dont j'ai parlé à la fin du § 13; tous deux concourent à rendre très-probable qu'un liquide préparé en été dans les conditions les plus favorables avec de la glycérine de Price, serait encore suffisamment bon après deux ou trois ans.

Les usages de la glycérine se multipliant, cette substance se prépare aujourd'hui, en France, dans d'autres fabriques encore, et chacune des glycérines livrées au commerce par celles-ci exige, sans doute, dans la composition du liquide, des proportions différentes; si donc on les emploie, il faudra tâtonner jusqu'à ce qu'on réussisse, pourvu toutefois qu'elles soient assez pures pour rendre la réussite possible.

§ 19. — Passons au savon. J'ai dit (§ 3) que, si l'on dissout dans l'eau distillée un savon de toilette, tel que le savon de Windsor, la solution se prend, par le refroidissement, en une masse gélatineuse. C'est là un grave inconvénient pour la préparation du liquide glycérique avec un savon de ce genre;

cependant je suis parvenu à obtenir, avec le savon de Windsor, un très-bon liquide. Je ne suis arrivé à ce résultat qu'après beaucoup de tâtonnements et en modifiant plusieurs fois l'échantillon de liquide sur lequel j'opérais, mais le procédé réduit à ses éléments nécessaires serait, j'en suis convaincu, le suivant :

Dissoudre, à une chaleur modérée, une partie de savon de Windsor dans 80 parties d'eau distillée; filtrer la solution pendant qu'elle est encore tiède, afin qu'elle ne se prenne pas en masse, et la mêler intimement avec un volume trois fois moindre de glycérine de Price préalablement tiédie aussi; laisser refroidir, puis, comme le mélange est alors gélatineux, l'agiter fortement, ce qui le rend plus liquide, le filtrer, et reverser sur le filtre jusqu'à ce qu'on l'obtienne bien limpide et bien fluide; le réduire par l'évaporation aux  $\frac{3}{8}$  de son volume; le traiter par l'eau à 3° et la filtration subséquente (§ 6), et enfin attendre une dizaine de jours.

Le liquide dont il s'agit m'a donné les persistances 17,  $\frac{1}{8}$  et  $\frac{1}{8}$  heures. Il a été préparé en automne; j'ai négligé d'annoter la température de la chambre, mais elle devait être suffisamment élevée puisque j'ai employé le bain d'eau à 3°.

Si donc on veut se résigner à des manipulations un peu plus compliquées, on pourra faire usage des savons de toilette, du moins avec la glycérine de Price; je n'ai pas essayé le savon de Windsor avec la glycérine de Lamoureux et Gendrot.

Maintenant que nous sommes en possession de procédés certains pour la préparation d'un bon liquide glycérique, nous allons revenir à l'étude des lames.

THÉORIE DE LA GÉNÉRATION DES LAMES LIQUIDES (SUITE); APPLICATIONS;  
DIFFÉRENTES ESPÈCES DE LAMES LIQUIDES.—THÉORIE DE LA GÉNÉRATION  
DES FILETS LIQUIDES.

§ 20. — Dans la série précédente, nous avons étudié, au point de vue de leur génération et de toutes leurs particularités, les lames soulevées à la surface d'un liquide par des bulles d'air et celles qui partent des fils d'une char-

pente solide qu'on retire de l'eau de savon ou du liquide glycérique; nous allons étendre cet examen aux autres espèces de lames liquides; mais auparavant, nous compléterons ce qui concerne les lames soulevées par des bulles d'air, en citant un curieux résultat obtenu par M. Melsens <sup>1</sup>.

L'expérience consiste à faire tomber, d'une hauteur suffisante, sur un bain de mercure recouvert d'une couche d'eau de 4 à 5 centimètres d'épaisseur, un filet de ce dernier liquide, de telle manière qu'il entraîne des bulles d'air avec assez de force pour les faire pénétrer sous la surface du métal; ces bulles alors, en remontant, se revêtent d'une mince pellicule de celui-ci et viennent, en cet état, flotter à la surface de l'eau, où elles persistent assez longtemps pour être aisément observées; le diamètre des plus grosses peut atteindre 15<sup>mm</sup>.

On comprend sans peine pourquoi, dans cette expérience, les bulles d'air qui arrivent à la surface du mercure ne se bornent pas à y développer des calottes sphériques laminaires, mais poursuivent leur marche ascensionnelle en emportant des sphères laminaires complètes : chaque bulle d'air, après avoir formé une calotte mercurielle, demeure soumise, de la part de l'eau, à une poussée de bas en haut, poussée qui lui est transmise par l'intermédiaire du mercure et lui fait surmonter la pression capillaire exercée sur elle de haut en bas par la calotte soulevée; la pellicule mercurielle, que la cohésion empêche de se briser, est obligée alors de continuer à se développer et d'entourer enfin complètement la bulle d'air.

Un fait remarquable observé encore par le même physicien <sup>2</sup>, c'est que ces bulles creuses de mercure sont transparentes dans leur partie la plus mince; la lumière qui les traverse prend une teinte d'un bleu ardoisé. A l'époque où M. Melsens a fait connaître ce dernier résultat, M. Faraday n'avait pas encore publié les expériences au moyen desquelles il a formé des lames si minces d'un grand nombre de métaux, que toutes laissent passer la lumière, et l'or était le seul qu'on eût pu atténuer assez pour le rendre transparent.

§ 21. — Reprenons maintenant l'expérience du § 23 de la série précédente, c'est-à-dire plongeons dans le liquide glycérique un simple anneau en fil de

<sup>1</sup> *Comptes rendus*, 1845, t. XX, page 1658.

<sup>2</sup> *Journal l'Institut*, 1845, n° 605, page 279.

fer, porté, bien entendu, par une fourche, retirons-le en le maintenant dans une position horizontale, et dirigeons notre attention sur la lame rentrante qui se forme entre lui et la surface du liquide. L'anneau étant circulaire, cette lame constituera une figure de révolution, et puisqu'elle est en contact par ses deux faces avec l'atmosphère libre et qu'ainsi elle ne peut exercer de pression sur l'air, sa figure sera nécessairement (5<sup>me</sup> série, §§ 11 et 12) une portion de caténoïde. Essayons de déterminer comment cette portion est située dans le caténoïde complet.

La lame peut évidemment être considérée, par la pensée, comme appartenant à un caténoïde laminaire compris entre notre anneau et un autre anneau égal placé au-dessous à une distance convenable. Cela posé, nous savons (4<sup>me</sup> série, § 16) qu'entre deux anneaux égaux dont l'écartement est moindre que l'écartement limite, il y a toujours deux caténoïdes possibles inégalement rentrés<sup>1</sup>; mais nous savons aussi (ibid., § 18, et 5<sup>me</sup> série, § 15) que lorsqu'on effectue l'expérience, soit dans le liquide alcoolique avec une masse d'huile pleine ou avec une lame d'huile, soit dans l'air avec une lame de liquide glycérique, c'est toujours le caténoïde le moins rentré qui se produit, l'autre étant très-probablement instable; on doit admettre conséquemment que, dans l'expérience actuelle, la lame qui s'étend entre l'anneau et le liquide du vase, devra toujours appartenir au caténoïde le moins rentré, et c'est ce qui a lieu, en effet, comme on peut s'en convaincre en observant, dans cette même expérience, le peu d'obliquité de la lame.

Il suit de là qu'en employant un anneau d'un diamètre assez grand, de 70<sup>mm</sup>, par exemple : 1° l'espace circonscrit par la petite masse annulaire qui rattache la lame au liquide du vase sera suffisamment étendu pour que la surface de ce liquide puisse y être regardée comme plane et au même niveau qu'à l'extérieur; 2° les courbures méridiennes des deux côtés de la petite masse annulaire seront très-fortes relativement aux courbures dans le sens rectangulaire, de sorte que l'influence de ces dernières sera très-peu sensible; mais, dès lors, il est clair que les courbures méridiennes en question

<sup>1</sup> On verra, dans une série ultérieure, que ce résultat, auquel je croyais être parvenu le premier, avait déjà été trouvé par un géomètre allemand qui s'est occupé, au point de vue purement mathématique, de la surface minima engendrée par la chaînette.

doivent, pour l'équilibre, être à fort peu près les mêmes sur les deux faces de la petite masse, ce qui exige évidemment que la tangente méridienne à la crête de celle-ci, ou, en d'autres termes, la direction suivant laquelle la lame vient aboutir à cette crête, soit sensiblement verticale; or c'est ce que vérifie encore l'aspect de la lame réalisée. La chaînette méridienne de notre portion de caténoïde peut donc être considérée sans erreur appréciable comme ayant son sommet à la crête de la petite masse annulaire; d'où nous concluons enfin que notre lame constitue la moitié du caténoïde qui serait compris entre deux anneaux égaux à celui d'où elle part et éloignés l'un de l'autre d'une quantité double de la hauteur verticale de cette lame.

§ 22. — Mais, entre deux anneaux égaux, il n'y a (4<sup>me</sup> série, § 16) de caténoïde possible que jusqu'à une limite d'écartement à fort peu près égale aux deux tiers du diamètre de ces anneaux, et lorsqu'on atteint cette limite, le caténoïde réalisé, s'il est laminaire, s'étrangle spontanément (5<sup>me</sup> série, § 15), et se convertit en deux lames planes occupant respectivement les deux anneaux; notre lame actuelle doit donc se transformer spontanément en une seule lame plane dans l'anneau, lorsque celui-ci, en montant graduellement, atteindra, au-dessus de la crête de la petite masse annulaire, une hauteur égale à la moitié de la limite que je viens de rappeler, c'est-à-dire lorsque la distance du plan de l'anneau à la crête en question sera à très-peu près égale au tiers du diamètre de cet anneau.

Pour soumettre la chose au contrôle de l'expérience, on a attaché l'anneau, par la queue de sa fourche et à l'aide d'une pièce intermédiaire, à l'extrémité de la lunette d'un cathétomètre (5<sup>me</sup> série, § 14), afin de pouvoir l'élever et l'abaisser par un mouvement doux, et mesurer en même temps la quantité de son déplacement. On a posé, à une certaine distance au-dessous de lui, une capsule complètement pleine de liquide glycérique, puis, abaissant le système de la lunette jusqu'à ce qu'il n'y eût plus qu'un très-petit intervalle entre la surface du liquide et l'anneau, on a rendu celui-ci exactement parallèle à cette surface en courbant un peu, à l'aide d'une pince, la queue de la fourche. Cela fait, on a descendu encore le système, de manière que l'anneau plongeât dans le liquide, et on l'a remonté ensuite avec précaution au moyen de la vis du mouvement graduel, jusqu'à ce que la lame commen-

cât à se former, puis on l'a descendu de nouveau, mais seulement de la quantité nécessaire pour annuler la lame, de façon que la circonférence inférieure de l'anneau fût sensiblement à la crête même de la petite masse annulaire. On a fait alors la première lecture à l'échelle de l'instrument, après quoi on a remonté le système, par le grand mouvement, d'une quantité un peu moindre que le tiers du diamètre de l'anneau, et l'on a continué, avec beaucoup de ménagement, à l'aide de la vis du mouvement graduel. Or on n'a pas tardé à voir la lame se rétrécir spontanément, et avec assez de rapidité, à sa base, se fermer en cet endroit en se séparant du liquide, et se rendre tout entière dans l'anneau pour l'occuper sous la forme plane. Enfin, après la terminaison du phénomène, on a fait la seconde lecture à l'échelle. Le diamètre intérieur de l'anneau employé était, d'après une mesure prise simplement avec une règle divisée, de  $69^{\text{mm}},6$ ; or la différence des deux hauteurs lues sur l'échelle, c'est-à-dire la distance du dessous de l'anneau à la crête de la petite masse annulaire était de  $22^{\text{mm}},57$ , quantité très-voisine du tiers de la précédente.

Ce résultat ne constitue pas une vérification précise, mais il suffit, quant à présent, pour montrer l'accord de l'expérience avec la théorie.

§ 23. — Ce qui précède va nous conduire à une application importante. J'ai donné, au commencement de la 6<sup>me</sup> série, la théorie de la formation des hémisphères laminaires à la surface d'un liquide; l'application dont il s'agit consiste dans la théorie de la formation des sphères laminaires complètes obtenues par l'insufflation à travers un tube évasé.

Lorsqu'on plonge dans l'eau de savon ou dans le liquide glycérique l'orifice évasé d'un tube ouvert à l'autre extrémité, celui de la tête d'une pipe de terre, par exemple, et qu'on le retire ensuite, il se forme nécessairement une lame partant du bord de cet orifice; or si le soulèvement du tube est opéré de manière que le bord en question demeure horizontal, ce même bord jouera évidemment le rôle de notre anneau, et la lame sera une portion de caténoïde. Si donc l'on continue à soulever le tube, la lame se fermera bientôt à sa base, se séparera du liquide et ira, sous la forme plane, remplir l'orifice. Quand on veut gonfler une bulle, on ne prend pas, il est vrai, la précaution de maintenir l'orifice horizontal pendant l'ascension du tube, et alors la lame

ne peut plus appartenir au caténoïde; mais on comprend qu'elle affecte une forme plus ou moins analogue, et que, participant des propriétés de cette figure, elle se séparera de même du liquide, en donnant aussi pour résultat une lame plane dans l'orifice; c'est d'ailleurs ce qu'on vérifie sans peine au moyen de l'anneau du paragraphe précédent, en le tenant à la main par la queue de sa fourche et en le retirant du liquide dans une position oblique.

Lorsqu'on s'éloigne du liquide après avoir plongé et retiré l'orifice évasé du tube, cet orifice emporte donc toujours avec lui une lame plane. Cela étant, si l'on souffle ensuite par l'extrémité non évasée, la lame en question se trouvant soumise sur l'une de ses faces à un excès de pression de la part de l'air, elle devra ou se briser ou se bomber vers l'extérieur; or, à moins qu'elle ne soit d'une minceur excessive, sa cohésion sera plus que suffisante (6<sup>me</sup> série, § 1) pour l'empêcher de se rompre; elle commencera conséquemment à se bomber en s'étendant, et comme, en même temps, la viscosité ralentira beaucoup la descente des molécules liquides vers le point le plus bas de la courbure, la lame continuera à se bomber et à s'étendre; enfin, puisqu'elle s'appuie sur une périphérie circulaire et qu'elle est continue dans toute son étendue à partir de cette périphérie, elle constituera une portion de sphère (4<sup>me</sup> série, § 2, et 5<sup>me</sup> série, § 12).

Par le progrès de l'insufflation, la portion de sphère ainsi formée doit aller toujours en augmentant de diamètre; mais cette augmentation finit par amener la rupture de la lame; en effet, celle-ci s'amincit au fur et à mesure, d'abord par son extension même, en second lieu par la descente graduelle des molécules vers sa partie inférieure, et enfin, du moins quand il s'agit d'une simple solution de savon, par l'évaporation de l'eau. Il doit donc arriver un instant où la lame sera tellement atténuée qu'elle éclatera pour la cause la plus légère.

Maintenant si, avant d'approcher du point où ce dernier phénomène se produirait, on cesse de souffler et l'on donne au tube un mouvement assez rapide de bas en haut, la bulle, par suite de son inertie et de la résistance de l'air ambiant, restera plus ou moins en arrière; mais, à cause de sa cohésion et de son adhérence au bord solide, la lame, en général, ne se



brisera pas, et la bulle demeurera unie, pour un instant, à ce bord par une traînée laminaire. Or si, pour simplifier, nous supposons que le mouvement rapide du tube soit effectué dans un sens exactement perpendiculaire au plan de l'orifice, la figure laminaire totale ne pourra évidemment cesser d'être de révolution, et puisqu'elle rencontre l'axe et qu'elle n'est plus simplement une portion de sphère, elle ne peut plus constituer une figure d'équilibre (4<sup>me</sup> série, § 2); elle doit donc se modifier spontanément, et il est clair que cette modification consistera en ce que la sphère se complètera, c'est-à-dire en ce que la traînée s'étranglera, pour se séparer en deux portions dont la supérieure remontera vers l'orifice et occupera celui-ci à l'état de lame plane, tandis que l'inférieure ira fermer la bulle, en sorte que cette dernière se trouvera isolée dans l'air et à l'état de sphère entière. Quant à la lame plane qui s'est de nouveau logée dans le bord solide, elle pourra, si elle n'est pas trop mince, servir à gonfler une seconde bulle, et les enfants savent, en effet, parfaitement former ainsi plusieurs bulles de savon successives sans replonger l'orifice dans le liquide.

Cette explication de la manière dont se complète et s'isole dans l'air une sphère laminaire est pleinement confirmée par l'expérience de la bulle d'huile gonflée avec du liquide alcoolique au sein de ce même liquide (5<sup>me</sup> série, § 7), expérience dans laquelle le phénomène s'effectue avec assez peu de rapidité pour que l'œil puisse en saisir le progrès.

Tout le monde sait qu'on peut aussi gonfler des bulles à l'extrémité d'un tube étroit non évasé; par exemple à l'extrémité du tuyau d'une pipe dont on a enlevé la tête. Dans ce cas, lorsqu'on a plongé dans le liquide le bout du tube et qu'on l'en retire, la capillarité maintient à l'intérieur une petite colonne de ce liquide, et lorsqu'on souffle ensuite par l'autre bout, la colonne ci-dessus va former à l'orifice une petite masse dans laquelle l'air s'introduit pour l'étendre et la façonner en bulle, absolument comme le fait le liquide alcoolique à l'égard de la petite masse d'huile dans l'expérience que je viens de rappeler.

§ 24. — Revenons, pour un moment, aux lames qui se développent quand après avoir attaché à une charpente solide immergée dans le liquide alcoolique une masse d'huile pleine, on absorbe graduellement celle-ci au moyen

de la petite seringue (2<sup>me</sup> série, §§ 31 à 35). Ces lames s'engendrent sous les mêmes influences que la calotte sphérique soulevée à la surface d'un liquide par une bulle d'air et le caténoïde formé entre un anneau solide et la surface du liquide (6<sup>me</sup> série, §§ 1 et 23, et série actuelle, § 21). En effet, les lames d'huile dont il s'agit commencent à se montrer, nous le savons, lorsque les surfaces de plus en plus concaves que prend la masse par le progrès de l'absorption, sont près de se toucher, soit par leurs bords, soit par leurs milieux, selon la nature de la charpente; or ces surfaces ne peuvent marcher ainsi les unes vers les autres en certains endroits, sans que du liquide soit chassé de là vers les parties plus épaisses de la masse, et, en supposant que l'absorption s'opère avec une vitesse uniforme, les mouvements des molécules chassées sont nécessairement d'autant plus rapides que l'espace dans lequel ils s'effectuent se rétrécit davantage; il doit donc arriver un instant où, par suite de la viscosité, la rapidité de ces mouvements ne peut plus correspondre à celle de l'absorption, et alors il faut que le système liquide ou bien se brise, ou bien prenne une forme hétérogène, car il devient évidemment impossible que ses surfaces continuent à satisfaire dans toute leur étendue à une même condition d'équilibre, c'est-à-dire à avoir partout une même courbure moyenne; mais la cohésion ne permet pas au système de se rompre; de là conséquemment naissance de lames à courbure moyenne nulle, rattachant à la charpente solide la masse pleine restante, avec ses faces à courbure moyenne négative et constante.

Je répéterai ici ce que j'ai dit dans les paragraphes cités plus haut : dès qu'il y a des lames développées, l'équilibre du système total n'est plus qu'apparent, dans ce sens que, par suite de l'hétérogénéité des courbures moyennes, l'excès de pression capillaire chasse lentement et incessamment l'huile des lames vers ce qui demeure de la masse pleine et vers les petites masses qui règnent tout le long des arêtes liquides.

§ 25. — Rappelons actuellement un procédé connu, mais singulier, pour la réalisation de lames liquides planes ou à peu près telles.

On prend entre les deux mains, par le fond et par le goulot, un flacon renfermant une petite quantité de liquide, on le tient horizontalement, et on lui imprime un mouvement qui oblige le liquide à en balayer toute la surface

concave intérieure ; dès qu'on s'arrête, on voit en général une ou plusieurs lames planes disposées en travers du flacon ; on peut ensuite redresser ce dernier et le placer sur une table avec ses lames, qui sont alors horizontales ; je suppose, bien entendu, qu'on emploie un liquide donnant une persistance suffisante, tel que de l'eau de savon ou du liquide glycérique.

On s'expliquera de la manière suivante la génération de ces lames : au moment où l'on cesse le mouvement du flacon, le liquide, qui forme une couche sur toute la surface concave intérieure, ralentit sa rotation, et la portion qui occupe alors la moitié supérieure de cette surface, retombe par son poids ; or, à cause des irrégularités inhérentes à la manœuvre, cette chute du liquide a lieu de préférence en certains endroits, où la couche a le plus d'épaisseur ; là il se forme donc, en travers du flacon, des rideaux de liquide d'une épaisseur considérable ; ces rideaux s'amincissent rapidement par la descente ultérieure du liquide qui les constitue, mais les portions qui descendent ainsi diminuant de plus en plus de masse, leur mouvement est de plus en plus entravé par la viscosité ; enfin quand elles sont suffisamment réduites, elles ne peuvent plus marcher que très-lentement, et les rideaux en question sont devenus de véritables lames.

Les lames réalisées par ce procédé avec du liquide glycérique, présentent des propriétés remarquables : elles ont une étonnante durée, et leurs teintes atteignent le noir. Pour obtenir les meilleurs résultats, il faut choisir un flacon aussi exactement cylindrique que possible ; il faut, en outre, après avoir redressé celui-ci, le poser sur une tablette à vis calantes, afin de rendre bien horizontale la lame qu'on veut observer ; on juge de cette horizontalité par la disposition des teintes.

Au printemps de 1862, la température de la chambre étant de 21°, on a formé, dans un flacon de 7 centimètres de diamètre, une semblable lame, avec un liquide glycérique préparé en hiver<sup>1</sup> ; on n'avait pas eu égard au petit défaut de cylindricité du flacon, et la lame était un peu bombée, tournant sa convexité en haut. Elle s'est bientôt partagée en anneaux colorés irréguliers, puis une tache noire s'est montrée, et l'on a fait mouvoir avec précaution les

<sup>1</sup> Il était, je crois, assez bon ; cependant, comme il n'a pas été essayé tout à fait par le même procédé que les autres, je ne l'ai pas consigné dans le tableau du § 10.

vis calantes de manière à amener et à maintenir cette tache à peu près au centre; le noir s'est ensuite étendu graduellement avec des alternatives d'arrêt et de petite diminution, et ce n'est qu'après 17 jours que la lame s'est montrée noire dans sa totalité; le lendemain, c'est-à-dire 18 jours après sa formation, elle a éclaté, mais on avait, par mégarde, produit un fort ébranlement du plancher; sans cette circonstance, elle aurait peut-être persisté plusieurs jours encore.

Pendant l'été de 1865, on a fait encore, avec un liquide glycérique récemment préparé et dont les bulles d'un décimètre ne persistaient que 5 et 6 heures <sup>1</sup>, une lame de cette espèce dans un flacon de 10 centimètres de diamètre, puis on a placé celui-ci, à l'aide d'un soutien convenable, dans une position inclinée d'environ 30° à l'horizon, de manière que le plan de la lame faisait ce même angle avec la verticale. Cette lame est devenue entièrement noire après une heure ou deux, je pense, et elle a persisté en cet état pendant près de 10 jours, malgré son grand diamètre et son inclinaison.

J'ai dit, en parlant de la première de ces lames, qu'elle était légèrement bombée et tournait sa convexité vers le haut. Cette forme provenait de ce que le flacon allait quelque peu en s'élargissant de la partie inférieure à la partie supérieure; j'ai montré, en effet (6<sup>me</sup> série, 1<sup>re</sup> note du § 19), qu'une lame plane qui s'appuie sur une surface solide, est nécessairement normale à cette surface; or si la surface intérieure du flacon est exactement cylindrique, une lame plane transversale remplira cette condition de perpendicularité; mais si le flacon est plus ou moins conique, il n'en est pas de même, et la lame se courbe alors de manière que ses derniers éléments soient sensiblement normaux à la surface solide. Si le flacon était un peu plus large en bas qu'en haut, la lame se courberait évidemment en sens contraire; mais, dans ce cas, le liquide se rassemblerait, par l'action de la pesanteur, vers le milieu de la lame, et conséquemment celle-ci ne pourrait jamais devenir noire dans toute son étendue; il faut donc, si l'on ne peut se procurer un flacon tout à fait cylindrique, en prendre un dont le plus grand diamètre soit en haut.

La plupart des liquides, sinon tous, sont susceptibles de donner ainsi des

<sup>1</sup> Ce liquide n'est pas inscrit dans le tableau du § 8, parce qu'il résultait du mélange de plusieurs échantillons.

lames transversales dans un flacon : j'en ai obtenu, par exemple, avec de l'eau distillée, dans un flacon de 14 centimètres de diamètre ; seulement elles n'avaient aucune persistance.

§ 26. — Il y a un genre particulier de lames liquides sur lesquelles nous devons nous arrêter quelque temps ; ce sont celles qui résultent de l'étalement d'un liquide en mouvement. Savart a le premier appelé l'attention sur ces lames dans deux beaux mémoires dont nous allons résumer ici les parties qui intéressent notre sujet.

Dans le premier <sup>1</sup>, le célèbre physicien étudie spécialement les phénomènes qui se produisent lorsque la partie continue d'une veine liquide lancée verticalement de haut en bas par un orifice circulaire, vient frapper normalement le milieu d'un petit disque solide. Dans ces conditions, le liquide s'étale en une nappe ou lame qui, toutes choses égales d'ailleurs, affecte des formes différentes suivant la vitesse de l'écoulement. Citons ici le passage où Savart décrit les phénomènes d'une manière générale ; le vase est un large tube vertical fermé inférieurement par une plaque au centre de laquelle est percé l'orifice ; la charge est originairement de 2 mètres, et le vase se vide librement ; le liquide est de l'eau.

« Pour fixer les idées, nous supposerons que le disque ait 27<sup>mm</sup> de diamètre, que la distance de ce disque à l'orifice soit de 20<sup>mm</sup> et le diamètre de l'orifice de 12<sup>mm</sup>. A l'instant où l'écoulement est établi, si le liquide est parfaitement calme dans le tube, la veine après avoir frappé le disque se répand dans tous les sens et forme une nappe circulaire et continue dont le diamètre a environ 60 centimètres. La partie centrale de cette nappe est mince, unie et transparente, mais son pourtour, qui a une plus grande épaisseur, est trouble et se présente sous l'aspect d'une zone annulaire recouverte d'un grand nombre de stries rayonnantes coupées par d'autres stries, mais circulaires, qui projettent au loin une multitude de gouttelettes.....

» Le niveau du liquide dans le tube s'abaissant continuellement, le diamètre de la nappe s'agrandit peu à peu ; en même temps l'auréole change d'aspect, elle devient plus transparente, sa largeur diminue, elle se recouvre

<sup>1</sup> *Mémoire sur le choc d'une veine liquide lancée contre un plan circulaire* (ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE DE PARIS, t. LIV, année 1853, p. 53).

de larges bosselures, et enfin elle disparaît entièrement lorsque la pression à l'orifice n'est plus que d'environ 60 ou 62 centimètres. Alors la nappe atteint son diamètre maximum, qui est d'environ 80 centimètres, et elle se présente sous la forme d'une large capsule parfaitement unie, dont la concavité est tournée en bas, et dont le contour libre, légèrement dentelé, lance un grand nombre de gouttelettes qui partent des angles saillants des dentelures.

» La pression à l'orifice continuant toujours à décroître, la nappe unie que nous venons de décrire diminue graduellement de diamètre, mais en même temps elle se recourbe sur elle-même à sa partie inférieure, en se portant vers la tige qui soutient le disque, et, à la pression de 32 à 33 centimètres, elle se ferme entièrement en revêtant la forme d'un solide de révolution d'environ 40 centimètres de diamètre et de 45 de hauteur, dont la surface est parfaitement unie et dont la génératrice ressemble beaucoup à une demi-lemniscate. »

§ 27. — On comprend que le liquide, au moment où il vient frapper le disque, est dévié latéralement dans tous les azimuts, et de là doit résulter une tendance au déchirement suivant les prolongements des rayons du disque; mais la cohésion s'oppose à ce déchirement, la viscosité met, de son côté, obstacle à ce que le liquide s'amincisse trop en certains endroits, et il y a conséquemment simple formation d'une lame continue. Ici donc, comme dans les cas précédemment étudiés, c'est encore la cohésion et la viscosité qui président au développement des lames.

Quant à l'auréole, qui ne se manifeste que sous de fortes charges, on peut conclure des observations contenues dans le mémoire de Savart qu'elle est due à un mouvement vibratoire du liquide, résultant probablement du choc contre le disque; elle est dès lors étrangère à notre sujet.

On comprend également que, sous les fortes charges, la pesanteur ne peut produire d'inflexion bien sensible de la lame, le temps employé par les molécules liquides à aller du bord du disque à celui de la lame étant trop court; mais que, sous des charges plus faibles, il n'en est plus de même, et qu'ainsi la lame doit présenter alors la forme de capsule renversée.

Savart attribue à l'attraction moléculaire les effets qui surviennent quand

la charge continue à diminuer, savoir le rétrécissement inférieur, puis la fermeture de la lame, mais il se borne à ce simple aperçu. Comme j'aurai à rappeler des faits de la même catégorie, je vais préciser davantage.

Lorsqu'une lame liquide est courbe et que ses deux courbures principales sont de même sens, chacun de ses éléments exerce, nous le savons, une pression normale dirigée du côté de la concavité. D'après cela, dès que la lame ci-dessus s'infléchit sensiblement par l'action de la pesanteur, une nouvelle force, savoir la pression capillaire dont je viens de parler, prend naissance, augmente l'inflexion, et l'effet va en croissant à mesure que la vitesse de translation horizontale des molécules décroît, jusqu'à ce qu'enfin la pression capillaire prédomine et ferme complètement la lame.

Aussi, en premier lieu, toutes choses égales d'ailleurs, la lame se ferme sous une charge d'autant plus forte que l'orifice est plus petit : par exemple, avec un orifice de  $18^{\text{mm}}$  de diamètre, la charge correspondante à la fermeture de la lame n'était que de 21 à 22 centimètres, tandis qu'elle était de plus de 5 mètres avec un orifice de  $1^{\text{mm}},5$ . Et, en effet, il est clair que plus l'orifice est grand, plus il amène de liquide dans le même temps et conséquemment plus la lame doit avoir d'épaisseur ; or la pression capillaire due aux courbures n'émanant que des deux couches superficielles de la lame, elle ne varie qu'avec les courbures et est indépendante de l'épaisseur ; mais la masse à mouvoir étant proportionnelle à cette épaisseur, la pression capillaire en question produit nécessairement un effet d'autant plus prononcé que l'épaisseur est moindre, d'où il suit que, pour empêcher la lame de se fermer, il faut aussi une charge d'autant plus considérable.

En second lieu, avec les grands orifices, l'axe vertical des lames fermées l'emporte sur le diamètre de leur équateur, et le contraire a lieu avec les petits orifices ; or cela doit être, d'après ce qui précède, car plus la lame fermée est mince, plus la pression capillaire lutte avec avantage contre la pesanteur qui tend à abaisser le point inférieur de cette lame.

En troisième lieu, l'élévation de la température du liquide, en diminuant la cohésion, doit aussi diminuer la pression capillaire, de sorte que la lame se ferme sous une charge moindre, et c'est ce que l'expérience vérifie encore : par exemple, avec un orifice de  $3^{\text{mm}}$  et un disque de  $13^{\text{mm}}$  de diamètre, les

charges correspondantes à la fermeture de la lame aux températures de  $4^{\circ}$  et de  $90^{\circ}$ , étaient respectivement comme 1 à 0,29.

Enfin, comme on pouvait le prévoir, la nature du liquide exerce une influence considérable, et les charges suivent en général l'ordre des cohésions : dans une suite d'expériences comparatives faites, à la température de  $8^{\circ}$ , sur l'eau, l'alcool, l'éther sulfurique et le mercure, les charges correspondantes à la fermeture, évaluées toutes en colonnes d'eau, étaient approximativement comme les nombres 1, 0,9, 0,3 et 3, et les valeurs relatives de la cohésion mesurées (5<sup>me</sup> série, § 24) par le produit de la hauteur capillaire et de la densité, sont, approximativement aussi, comme les nombres 1, 0,3, 0,2 et 5<sup>1</sup>.

Cependant ni ces charges ni leurs racines carrées ne sont sensiblement proportionnelles aux cohésions; on conçoit, du reste, que d'autres éléments, tels que la densité, la viscosité, etc., peuvent influencer sur le phénomène : par exemple, Savart trouve pour l'eau gommée, qu'il a soumise également à l'expérience, une charge de ce liquide égale à une fois et demie celle qui se rapporte à l'eau pure, et cette charge deviendrait un peu plus grande encore si on l'évaluait en colonne d'eau simple; or il me paraît plus que probable que la cohésion de l'eau gommée est inférieure à celle de l'eau pure. En outre, Savart assure que si l'on mêle une seule goutte d'acide sulfurique, nitrique ou chlorhydrique à plusieurs litres d'eau, le liquide devient incapable de donner des lames fermées; or une quantité si minime d'acide ne peut altérer d'une manière appréciable la densité de l'eau; si donc la cohésion devait seule être prise en considération, il faudrait, d'après la mesure de cette force rappelée plus haut, que la hauteur capillaire du liquide dont il s'agit fût beaucoup moindre que celle de l'eau pure, et c'est ce qui n'a pas lieu, comme je l'ai constaté : dans un essai fait, à la vérité, sans précautions particulières, on n'a pu observer de différence sensible entre les hauteurs respectives des colonnes capillaires d'eau pure et d'eau très-légèrement acidulée avec de l'acide nitrique.

Pour compléter autant que possible la théorie du phénomène, il faut

<sup>1</sup> Voir, à l'égard de la cohésion du mercure, les §§ 23 et 24 de la 5<sup>me</sup> série.



encore rendre raison de la limitation de la lame quand celle-ci est ouverte et sans auréole, ainsi que de la formation des gouttes qui s'échappent de son bord; nous nous occuperons de ces questions après avoir résumé le second mémoire de Savart.

§ 28. — Ce second mémoire <sup>1</sup> concerne l'effet résultant du choc mutuel des parties continues de deux veines liquides lancées par des orifices circulaires dans des directions qui, au point de rencontre, sont exactement opposées. Les orifices étaient à 3 centimètres de distance l'un de l'autre; les charges pouvaient être portées jusqu'à près de 5 mètres; au point de rencontre, les directions des deux jets étaient horizontales; le liquide était de l'eau. Laissons encore Savart décrire lui-même les phénomènes généraux, pour le cas de charges égales et d'orifices égaux de 3<sup>mm</sup> de diamètre.

« Il se formait, pour toutes les pressions, au point de rencontre des deux veines, c'est-à-dire au milieu de l'intervalle qui séparait les orifices, une nappe plane et circulaire plus épaisse à sa partie centrale qu'à son contour, dont le plan était normal à la tangente aux deux veines, et qui se terminait par une zone annulaire trouble, agitée et sonore, lorsque la pression excédait 120 centimètres, mais qui devenait parfaitement lisse et unie dans toute son étendue, lorsque la pression s'abaissait au-dessous de ce point. Pour la pression la plus forte, qui était de 488 centimètres, le diamètre de cette nappe était d'abord de 24 à 25 centimètres; ensuite il s'accroissait peu à peu à mesure que la pression devenait plus faible, et quand elle n'était plus que de 115 à 120 centimètres, il était alors d'environ 38 centimètres; ensuite il décroissait de nouveau..... »

Et plus loin :

« Des orifices de 4<sup>mm</sup> et ensuite de 6<sup>mm</sup> ayant été substitués à ceux de 3<sup>mm</sup>, des phénomènes analogues se sont offerts à l'observation, avec cette différence cependant, que le diamètre des nappes était d'autant plus grand, à pression égale, que celui des orifices était lui-même plus grand. »

« Tant que la pression est forte et que les nappes sont entourées d'une auréole, elles paraissent sensiblement circulaires, et le point de rencontre des

<sup>1</sup> *Mémoire sur le choc de deux veines liquides animées de mouvements directement opposés* (ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE DE PARIS, t. LV, année 1855, p. 257).

jets en occupe le centre ; mais à mesure que la pression décroît , leur rayon vertical supérieur diminue de longueur , tandis qu'au contraire l'inférieur va en augmentant..... Pour les pressions inférieures à celles où l'auréole disparaît entièrement , les nappes sont constamment entourées d'un petit bourrelet arrondi d'où s'échappent une multitude de gouttelettes qui , en général , décrivent des courbes comprises dans le même plan vertical qui contient la nappe. »

Savart est conduit par ses observations aux deux lois suivantes :

Pour les mêmes orifices , le diamètre de la nappe sans auréole est sensiblement proportionnel à la simple charge , et , pour une même charge , quand elle est assez faible , il est sensiblement proportionnel à l'aire des orifices.

Avec des orifices inégaux , dont les diamètres sont comme 1 à 2 ou à 3 , et pour des charges égales suffisamment grandes , « il se forme une nappe conique dont le sommet est situé au point de rencontre des deux jets , au milieu de l'intervalle qui sépare les orifices , et dont la concavité est tournée du côté du jet du moindre diamètre. Lorsque la pression est suffisamment grande eu égard au diamètre des orifices , cette nappe se termine par une partie auréolée..... Lorsque la pression diminue , cette auréole s'efface peu à peu , le diamètre de la base de la nappe devient plus grand , et , après avoir atteint une certaine limite , il commence à décroître. La pression continuant toujours à diminuer , la nappe se ferme en affectant une forme qui se rapproche en général de celle d'un ellipsoïde allongé dont le grand axe est horizontal. »

§ 29. — Les lames dont il s'agit dans ce second mémoire , se forment évidemment par les mêmes causes que celles du premier , et les auréoles sont également dues à des mouvements vibratoires du liquide , provenant sans doute du choc ; on s'explique sans peine par l'action de la pesanteur la différence entre les rayons verticaux supérieur et inférieur pour des charges assez peu considérables ; on se rend de même raison de la forme conique des lames dans le cas des orifices inégaux et des fortes charges ; enfin , la surface de ces lames coniques étant courbe dans un sens , cette courbure doit aussi faire naître une pression capillaire , qui ferme la lame quand la vitesse est suffisamment réduite.

Arrivons maintenant à l'étude des causes de la limitation des lames et de la génération des gouttes.

§ 30. — M. Hagen a publié en 1849 un travail remarquable <sup>1</sup> sur le sujet du second mémoire ci-dessus. L'auteur ne s'occupe que du cas d'orifices égaux, et conséquemment de lames planes.

Il appelle d'abord l'attention sur ces faits : 1° que, d'après les observations de Savart, le rayon du disque liquide est toujours de beaucoup inférieur à la hauteur de charge, et même, en général, n'atteint pas le quart de cette hauteur, et 2° que les gouttes ne s'élancent du contour du disque qu'avec une faible vitesse; il en conclut que la force vive du liquide qui s'étale, est en grande partie détruite à ce contour, et il attribue la destruction dont il s'agit à la tension des deux faces de la lame dans le sens perpendiculaire au rayon : si l'on décompose chacune des deux faces de la lame en anneaux concentriques infiniment étroits, tous ces anneaux partant de l'endroit où se fait la rencontre des deux veines, augmentent incessamment de diamètre en marchant vers le bord; de là résulte que leur tension dans le sens de leur circonférence doit être incessamment vaincue, ce qui ne peut avoir lieu sans perte de force vive; ou bien encore, ce qui revient au même, la tension dans le sens de la circonférence détermine, de la part de chaque point de l'anneau, une pression capillaire dirigée suivant le rayon et en sens contraire du mouvement du liquide, pression qui agit comme force retardatrice de ce mouvement, et produit ainsi la limitation du disque.

M. Hagen décrit, à l'appui de cette théorie, les curieuses expériences que voici :

Si l'on introduit dans le disque liquide un fil tendu qui le traverse normalement à peu de distance du centre, la continuité est interrompue, et une échancrure se forme dans le disque à partir du fil; mais les deux bords de cette échancrure ne sont pas droits et simplement dirigés suivant les rayons; ils se montrent courbes et tournant leur convexité vers l'échancrure; c'est que la tension ci-dessus tire chacun de ces bords d'une manière continue vers ce qui reste du disque.

Si, au lieu d'un seul fil, on en emploie deux tendus à une petite distance

<sup>1</sup> *Ueber die Scheiben welche sich beim Zusammenstossen von zwei Wasserstrahlen bilden, und ueber die Auflösung einzelner Wasserstrahlen in Tropfen* (ANN. DE M. POGGENDORFF, vol. LXXVIII, p. 451).

l'un de l'autre des deux côtés du rayon vertical ascendant, la portion du disque correspondante à l'intervalle des deux fils forme une sorte de veine qui atteint une hauteur peu inférieure à la hauteur de charge ; c'est qu'ici l'extension latérale n'a pas lieu, et M. Hagen conclut, en outre, de la grande hauteur de ce jet, que la destruction de la force vive dans le disque n'est point due au choc mutuel des deux veines.

Il soumet ensuite sa théorie au calcul, et arrive à la formule suivante, dans laquelle  $R$  est le rayon du disque liquide,  $\rho$  celui des deux veines,  $v$  la vitesse du liquide dans ces veines,  $T$  la tension du liquide sur l'unité de longueur,  $g$  la gravité et  $\gamma$  le poids de l'unité de volume du liquide :

$$R - \rho = \frac{\gamma}{2gT} \rho^2 v^2.$$

Comme  $\gamma$ ,  $g$  et  $T$  sont des constantes <sup>1</sup>, et comme, en outre, le rayon  $\rho$  des veines est toujours très-petit relativement au rayon  $R$  du disque, cette formule exprime, on le voit, que le rayon du disque est sensiblement proportionnel au carré de celui des veines et au carré de la vitesse d'écoulement, ou, ce qui revient au même, à l'aire des orifices et à la charge ; or ce sont là les deux lois énoncées par Savart (§ 28).

Pour obtenir une vérification ultérieure de cette même formule, M. Hagen en tire, au moyen des valeurs de  $R$ ,  $v$  et  $\rho$  déduites des observations de Savart et de ses observations propres, la valeur de  $T$  correspondante à l'eau, et trouve un résultat qui s'accorde avec celui qu'il avait déduit, dans un travail précédent <sup>2</sup>, des phénomènes capillaires.

Enfin il parvient, pour représenter l'épaisseur  $b$  de la lame à une distance quelconque  $r$  du centre, à cette autre formule :

$$b = \frac{\rho^2 (R - \rho)}{r (R - r)}.$$

d'où il déduit la conséquence que le minimum d'épaisseur de la lame n'est

<sup>1</sup> On verra, dans la série suivante, que la tension d'une surface liquide est, en effet, la même en tous les points, quelle que soit la forme de cette surface.

<sup>2</sup> *Ueber die Oberfläche der Flüssigkeiten* (Mém. de l'Acad. de Berlin, 1843).

pas vers le bord de celle-ci, mais correspond à  $r = \frac{R}{2}$ , c'est-à-dire se trouve au milieu du rayon.

M. Hagen fait remarquer que la mesure du diamètre du disque liquide est difficile, parce que les gouttes se détachent irrégulièrement du bord, et qu'en même temps elles étirent fortement la lame, de sorte que le diamètre de celle-ci change continuellement dans chaque direction.

Bien qu'il y ait, à mon avis, un peu d'obscurité sur le rôle que M. Hagen fait jouer à la tension dans le phénomène qui nous occupe, cependant les effets produits par les fils tendus en travers du disque liquide, l'accord de la première des formules ci-dessus avec les lois de Savart, et la coïncidence entre la valeur numérique de la tension de l'eau déduite de cette formule et celle que l'auteur avait trouvée par une méthode essentiellement différente, ne permettent guère de douter que la théorie en question ne soit l'expression de la vérité. Il est vivement regrettable que l'auteur n'ait point cherché à s'assurer par l'expérience si la lame a réellement un minimum d'épaisseur vers le milieu de son rayon; c'eût été une épreuve décisive.

Je dois présenter ici, à l'égard des résultats du calcul, deux remarques importantes qui paraissent avoir échappé à l'auteur.

En premier lieu, si l'on se transporte au bord même de la lame, c'est-à-dire si l'on fait, dans la seconde formule,  $r = R$ , on trouve  $b = \infty$ , ce qui est impossible. Mais si l'on fait  $r = R - \rho$ , on obtient  $b = \rho$ ; ainsi, même à une distance du bord qui n'est égale qu'au rayon des veines, l'épaisseur de la lame ne serait encore elle-même égale qu'à ce rayon: par exemple, avec des orifices de 1<sup>mm</sup>,5 de rayon, la lame de Savart atteignait, comme on l'a vu (§ 28), un rayon de 190<sup>mm</sup>; à une distance du bord égale seulement à 1<sup>mm</sup>,5, l'épaisseur de cette lame n'était donc aussi, d'après la formule, que de 1<sup>mm</sup>,5. On voit conséquemment que, malgré l'augmentation en épaisseur à partir du milieu du rayon, cette épaisseur demeure cependant fort petite jusque très-près du bord, et c'est dans le petit intervalle restant que devrait se faire l'accroissement jusqu'à l'infini; or, vers le bord de la lame, se produit, nous le savons, un phénomène particulier que la formule ne pouvait comprendre, savoir: la formation des gouttes, lesquelles emportent le liquide qui occasionnerait le rapide accroissement d'épaisseur indiqué par la formule.

Pour que la théorie soit absolument complète, il faut donc rendre raison de la formation de ces gouttes; M. Hagen avoue qu'il ne trouve pas d'explication satisfaisante, et cela devait être, car le phénomène dépend en grande partie, ainsi qu'on le verra bientôt, d'un principe que j'ai exposé dans ma 2<sup>me</sup> série; or M. Hagen ne pouvait avoir connaissance de celle-ci, qui a paru à peu près en même temps que son mémoire.

En second lieu, si, dans la même formule, on fait  $r = \rho$ , on trouve aussi  $h = \rho$ , d'où il suivrait qu'à l'origine du disque liquide, c'est-à-dire à une distance du centre égale au rayon même des deux veines qui se heurtent, la lame n'aurait pas plus d'épaisseur que près du bord; or Savart dit expressément (§ 28) que la lame est plus épaisse à sa partie centrale qu'à son contour. Mais c'est qu'à cette partie centrale se produit également un phénomène particulier dont le calcul de M. Hagen aurait difficilement tenu compte: le liquide des deux veines ne peut changer brusquement la direction horizontale de son mouvement en des directions à angle droit avec celle-ci; les filets liquides de ces veines, dans le voisinage du lieu où elles se rencontrent, doivent s'infléchir pour passer d'une manière continue de l'une des directions à l'autre; il en résulte nécessairement une notable augmentation d'épaisseur vers la partie centrale de la lame, mais, un peu au delà, les deux faces de celle-ci peuvent être regardées comme se trouvant dans les conditions du calcul dont il s'agit.

Remarquons enfin que la théorie de M. Hagen s'applique de même aux lames du premier mémoire de Savart quand celles-ci sont ouvertes et sans auréole; seulement, bien entendu, il faut tenir compte de ce qu'elles ne sont formées que par une seule veine.

§ 31. — M. Magnus, dans la première partie de ses *Recherches hydrauliques*<sup>1</sup>, publiée en 1855, s'occupe aussi des mêmes phénomènes. Il envisage la chose à peu près dans le même sens que M. Hagen, mais, n'employant pas le calcul, il considère la lame comme allant toujours en diminuant d'épaisseur de la partie centrale jusqu'au bord; il suppose qu'à ce bord la lame devenue très-mince éprouve des déchirures, et que chacune des por-

<sup>1</sup> *Hydraulische Untersuchungen* (ANN. DE M. POGGENDORFF, vol. XCV, page 1).

tions ainsi séparées se contracte, par l'attraction de ses molécules, en une petite masse ; ces masses constitueraient les gouttes.

M. Magnus introduit aussi un obstacle dans le disque liquide pour y produire une échancrure, et il signale, à cet égard, des faits qu'il est important de noter : les gouttes formées aux deux bords de l'échancrure s'élancent beaucoup plus loin que celles qui émanent de la partie restante du contour du disque ; en outre, les premières partent dans les directions tangentielles aux courbes des bords d'où elles sont chassées.

L'explication ci-dessus de la formation des gouttes ne s'accorde pas avec la théorie de M. Hagen, si fortement appuyée, comme on l'a vu, et suivant laquelle le minimum d'épaisseur ne serait pas au contour du disque ; d'ailleurs elle ne rend raison ni de la présence du bourrelet observé par Savart à ce contour, ni de la vitesse plus grande des gouttes lancées par les bords de l'échancrure, ni des directions tangentielles de ces dernières.

§ 32. — Arrivons à l'explication nette de la formation des gouttes. Considérons ce qui se passe immédiatement après l'ouverture des deux orifices, pendant que le disque liquide croît en diamètre. Ce disque constitue une figure de révolution, dont la section méridienne présente évidemment une courbure très-forte à son équateur, c'est-à-dire au bord même de la nappe ; or cette forte courbure détermine nécessairement une pression capillaire énergique dirigée suivant le rayon du disque et en sens contraire du mouvement ; au bord du disque, le liquide se trouve donc sollicité par deux forces opposées, dont l'une tend à l'éloigner du centre et l'autre à l'en rapprocher, et de là doit résulter un effet analogue à celui qui a lieu à la rencontre des deux veines, où deux forces opposées sont également en présence, c'est-à-dire que le liquide doit éprouver un déplacement latéral ; en d'autres termes, pendant que le disque se développe, le liquide refoulé doit former un bourrelet tout le long de son contour. Cela posé, pendant que le disque va en augmentant, ce bourrelet tend, d'une part, à grossir par les causes mêmes qui lui donnent naissance, et, d'autre part, à s'amincir par suite de son extension suivant la circonférence croissante du disque, et l'on peut admettre que ces deux effets se neutralisent plus ou moins, de façon que le bourrelet varie peu en grosseur jusqu'à ce que le disque ait atteint son plus grand

diamètre. Mais ce même bourrelet ayant la forme d'une sorte de cylindre qu'on aurait courbé en anneau, constitue une figure liquide instable, et doit de toute nécessité se résoudre, pendant son développement, en masses isolées (2<sup>me</sup> série, § 85); d'ailleurs le bourrelet, en vertu de l'inertie de sa masse totale, ne peut perdre complètement sa vitesse en même temps que la portion de la lame à laquelle il adhère immédiatement; les petites masses dans lesquelles il s'est converti se sépareront donc du contour de la lame, et seront lancées avec leur petit excès de vitesse acquise. En ce moment la pression capillaire doit reformer rapidement un nouveau bourrelet, qui se résout bientôt, comme le premier, en masses isolées, et ainsi de suite. Telle est, j'en suis convaincu, la véritable théorie de la génération et de la projection des gouttes, et elle s'applique également aux gouttes lancées par le bord des lames ouvertes et sans auréole du premier mémoire de Savart.

Voyons maintenant si cette théorie, qui rend ainsi raison des phénomènes généraux, satisfait de même à tous les détails observés par Savart et par MM. Hagen et Magnus.

Dès que les petites masses dans lesquelles se résout l'un des bourrelets successifs se séparent les unes des autres, chacune des portions du bord comprises entre elles n'ayant plus que la petite épaisseur de la lame elle-même, se trouve aussitôt soumise, par suite de sa forte courbure transversale, à une pression capillaire très-énergique; cette pression agissant sur des points où le liquide n'a plus qu'une faible vitesse de translation, doit déterminer un retrait vers le centre du disque, et un commencement de bourrelet; mais comme les petites masses sont encore adhérentes au disque par leurs bases et continuent, en vertu de leur inertie, leur mouvement de translation, les portions intermédiaires du bord doivent paraître creusées, et chaque petite masse doit se montrer au sommet d'un angle saillant. Or c'est précisément l'aspect que décrit Savart (§ 26) dans son premier mémoire, à l'égard des lames ouvertes et sans auréole, « ..... dont le contour libre, *légèrement dentelé*, lance un grand nombre de gouttelettes, *qui partent des angles saillants des dentelures*. »

Savart ne fait pas la même description du contour des lames de son second mémoire; il dit seulement (§ 28) que « les nappes sont constamment entou-



rées d'un petit bourrelet arrondi d'où s'échappent une multitude de gouttelettes » ; mais M. Hagen avance (§ 30) que les gouttes *étirent fortement la lame* ; or c'est là précisément l'apparence qui doit résulter de l'ensemble de leur petit mouvement en avant et du petit retrait des portions intermédiaires.

A l'instant où une série de gouttes quitte complètement le disque, les angles saillants dont je viens de parler doivent s'effacer brusquement et se convertir en des portions de bourrelet ; celles-ci constituent alors, avec les portions précédemment formées, un bourrelet continu, qui poursuit son mouvement de retrait jusqu'à ce que, grossissant toujours et diminuant ainsi de courbure méridienne, sa pression capillaire cesse de l'emporter sur le reste de force qui pousse en avant la portion de la lame à laquelle il adhère ; alors il recommence à marcher lui-même en avant pendant qu'il effectue sa transformation en masses isolées ; puis les phénomènes précédents se reproduisent, et ainsi de suite ; le diamètre du disque doit donc manifester une succession rapide d'accroissements et de diminutions, comme l'a observé M. Hagen. Ajoutons que tous ces phénomènes ne peuvent s'accomplir avec une parfaite uniformité tout le long du contour : le bourrelet, on le comprend, n'a pas, en général, la même épaisseur dans toute son étendue, de sorte que sa transformation ne s'effectue pas en même temps partout ; de là les irrégularités signalées par M. Hagen.

Quand, au moyen d'un fil transversal, on détermine une échancrure dans le disque liquide, la pression capillaire doit également refouler les deux bords de celle-ci en y formant des bourrelets, bien que la présence de ces derniers ne soit point signalée par MM. Hagen et Magnus. Chacun de ces bourrelets constitue une sorte de veine qui doit, pendant son trajet, se résoudre en petites masses, et ces masses, dès qu'elles sont libres, doivent s'échapper dans les directions mêmes des veines en question ; de là les gouttes lancées par les bords de l'échancrure, et leurs directions tangentielles. En outre, dans ces mêmes bourrelets ou veines, il n'y a point d'extension du liquide, et conséquemment la tension ne peut amoindrir la vitesse ; celle-ci, on le comprend, n'est que faiblement altérée par l'adhérence latérale des bourrelets avec la lame, et les gouttes qui prennent leur origine dans ces bourrelets doivent ainsi être projetées beaucoup plus loin que les autres, comme l'a observé M. Magnus.

Enfin on peut montrer aux yeux un bourrelet se formant au bord libre d'une lame, son retrait rapide et sa conversion subséquente en masses isolées; il suffit pour cela d'effectuer l'expérience du § 4 de la 5<sup>me</sup> série, en faisant subir au procédé une modification qui le rend d'ailleurs beaucoup plus facile.

Après avoir frotté d'huile les deux anneaux en fil de fer de 7 centimètres de diamètre, on les dispose l'un au-dessus de l'autre dans le vase à parois planes en verre contenant le liquide alcoolique, l'anneau inférieur reposant, comme toujours, par ses trois pieds sur le fond du vase, et le supérieur étant fixé par la queue de sa fourche à la tige qui traverse le bouchon métallique du couvercle. Cela fait, on attache à l'anneau inférieur, en des points à peu près équidistants, trois petites masses d'huile ayant chacune environ un centimètre de diamètre, puis on abaisse l'anneau supérieur jusqu'à ce qu'il ne soit plus qu'à un ou deux millimètres de l'autre, et on le fait tourner sur lui-même alternativement en deux sens opposés, de manière à étendre aussi uniformément que possible les masses d'huile sur toute la longueur de l'ensemble des deux anneaux. Aussitôt ce point atteint, on soulève l'anneau supérieur, et l'on développe ainsi le caténoïde laminaire entre eux; enfin on continue à soulever graduellement jusqu'à ce que ce caténoïde se convertisse, comme nous le savons, en deux lames planes occupant respectivement les deux anneaux.

Les choses étant ainsi préparées, on crève chacune de ces lames à son centre au moyen d'une pointe aiguë en bois fixée à l'extrémité d'un fil de fer; cette pointe, imprégnée du liquide alcoolique dans lequel elle passe, ne contracte aucune adhérence avec l'huile, et, dès qu'elle a traversé la lame, l'ouverture s'agrandit spontanément. La lame supérieure est beaucoup plus mince que l'inférieure, et le retrait de l'huile vers l'anneau métallique s'y opère en un temps si court qu'on ne peut rien apercevoir; mais il n'en est pas de même de la lame inférieure: bien que le retrait spontané de l'huile soit encore assez rapide, on distingue parfaitement un bourrelet tout le long du bord de l'ouverture, bourrelet qui, parvenu à l'anneau métallique, y constitue l'anneau liquide régulier que nous connaissons et qui ne tarde pas à se résoudre en petites masses isolées.

Dans cette expérience, à la vérité, la lame est formée d'un liquide en

repos et le bourrelet marche du centre à la circonférence, tandis que, dans les expériences de Savart, le liquide de la lame est en mouvement, et le retrait s'effectue de la circonférence vers le centre; mais ces différences n'ont évidemment aucune portée théorique dans la question.

Ajoutons une remarque : les pressions capillaires dues aux courbures des surfaces liquides peuvent évidemment être considérées comme résultant de la tension de ces surfaces; en outre, la résolution des bourrelets en masses isolées dépend d'actions exercées par la couche superficielle de ces bourrelets, et peut conséquemment être rapportée aussi à la tension; je ne m'écarte donc pas, en réalité, de l'ordre d'idées de M. Hagen.

§ 33. — Nous terminerons ici la discussion des lames de Savart. Les auréoles qui se manifestent dans ces lames sous de fortes charges, et qui, ainsi que je l'ai fait remarquer, paraissent dues à des mouvements vibratoires, donneraient lieu aussi, sans doute, à une étude fort intéressante, et l'on pourrait probablement y appliquer des considérations analogues à celles que j'ai développées dans ma 3<sup>me</sup> série; mais les observations de Savart sur ce sujet ne sont pas suffisamment complètes, et il faudrait soumettre le phénomène à des expériences nouvelles et plus détaillées; le meilleur procédé à employer serait, je pense, celui que j'ai fait connaître le premier <sup>1</sup>, et qui consiste à observer à travers un disque opaque percé de fentes radiales étroites et tournant sur lui-même avec une vitesse qu'on peut graduer à volonté.

§ 34. — Dans le travail dont j'ai parlé plus haut <sup>2</sup>, M. Magnus décrit une suite d'expériences nouvelles et curieuses au moyen desquelles il oblige aussi un liquide à s'étaler en lames par l'effet du mouvement. Le savant physicien a eu l'idée de chercher ce qui se produit lorsque les parties continues de deux veines se rencontrent, non plus dans des directions opposées, mais en formant un angle entre elles. Résumons ici les faits les plus saillants parmi ceux qu'il a observés.

En premier lieu, avec deux veines d'eau horizontales dont les axes se cou-

<sup>1</sup> *Sur un nouveau moyen de déterminer la vitesse et les particularités d'un mouvement périodique très-rapide, tel que celui d'une corde sonore en vibration, etc.* (BULLE. DE L'ACAD., 1856, t. III, p. 564).

<sup>2</sup> Voir la note du § 31.

pent, et forment entre eux un angle d'environ  $40^\circ$ , des orifices égaux et une charge commune modérée, il se développe, à partir du point de rencontre, une première lame verticale allongée dans le sens du mouvement général, et dont les bords supérieur et inférieur vont se rencontrer sous un certain angle à l'extrémité la plus éloignée; de cette extrémité part une seconde lame de forme analogue, mais ayant son plan perpendiculaire à celui de la première, puis vient une troisième lame, laquelle est de nouveau verticale, et, au delà, le liquide s'éparpille. Ces lames sont épaissies vers leurs bords, et il en résulte souvent des bourrelets nettement dessinés; l'expérience dont il s'agit offre donc un nouvel exemple de bourrelets aux bords libres des lames liquides. M. Magnus ne parle point de gouttes lancées par ces bords, et si l'on consulte les figures qui accompagnent le mémoire, on ne voit, en effet, de projection de gouttes représentée que près de l'extrémité de la troisième lame.

M. Magnus attribue la limitation de ces lames et leur forme allongée et pointue à la cohésion du liquide, laquelle tire d'une manière continue les deux bords l'un vers l'autre, et les oblige enfin à se rejoindre. L'explication sera plus précise si à la cohésion l'on substitue la tension des deux faces, et si l'on y ajoute la pression capillaire due à la courbure transversale des bords. M. Magnus rend raison de la succession des lames en remarquant que la rencontre de leurs bords épais ayant lieu sous un certain angle, elle doit faire naître un phénomène analogue à celui qui provient de la rencontre des deux veines elles-mêmes, c'est-à-dire le développement d'une lame faisant un angle droit avec le plan contenant les axes de ces bords.

Les bourrelets ou bords épais qui garnissent les lames en question, peuvent être assimilés à des veines liquides courbes, et doivent se résoudre graduellement en masses isolées; mais, sans doute à cause de leur grosseur, cette transformation paraît n'être complètement effectuée que vers l'extrémité de la troisième lame; c'est ce qui explique l'absence de projection de gouttes de la part des deux premières.

En second lieu, les orifices étant toujours égaux et les vitesses égales et modérées, si les deux veines, au lieu de se rencontrer de manière que leurs deux axes se coupent, ne font que s'entamer mutuellement d'une petite quan-

tité, et si, en outre, l'angle qu'elles forment n'est que d'environ  $35^\circ$ , elles continuent leur course au delà du point de rencontre, avec une lame développée entre elles, et s'infléchissent de façon à aller s'entamer de nouveau plus loin; puis la même chose se reproduit, et, dans des conditions favorables, il peut même arriver qu'elle se répète une troisième fois avant que le tout se réduise en gouttes; ajoutons cette particularité, que la veine qui, à la première rencontre se trouvait être la supérieure, devient l'inférieure à la deuxième rencontre, et ainsi de suite.

M. Magnus attribue encore simplement à la cohésion l'espèce de traction exercée par les lames interposées et qui ramène les veines l'une vers l'autre; nous dirons, comme dans le cas précédent, que l'effet est produit par la tension des deux faces de ces lames jointe à la pression capillaire due à la courbure transversale des parties extérieures des deux veines.

§ 33. -- On a vu (§§ 27 et 29) que les lames de Savart, lorsqu'elles affectent des formes courbes et qu'on amoindrit suffisamment la vitesse du liquide, se ferment par l'effet des pressions capillaires qu'exercent tous les points de leurs deux faces en vertu des courbures de celles-ci. C'est au même genre de phénomène qu'appartient la singulière génération de bulles observée par mon fils <sup>1</sup>.

L'expérience consiste à lancer obliquement en l'air de l'eau de savon contenue dans une capsule, de manière à étaler le liquide en nappe ou lame; cette lame se déchire, en général, en plusieurs portions, dont chacune se ferme aussitôt pour constituer une bulle creuse complète, qui descend avec plus ou moins de lenteur. Quelquefois on n'obtient qu'une seule bulle, qui peut alors atteindre 8 ou 9 centimètres de diamètre; mais ordinairement il s'en forme plusieurs, et elles sont alors moins grosses.

La théorie du phénomène est fort simple, et se déduit de ce que j'ai exposé dans les paragraphes précédents. Considérons le cas où la lame ne se déchire pas, et produit conséquemment une bulle unique; ce que nous dirons à l'égard de cette lame pourra s'entendre également des lames partielles résultant du déchirement. Au bord de la lame se forme nécessairement un

<sup>1</sup> Sur un mode particulier de production de bulles de savon (BULLETIN DE L'ACADÉMIE, 1862, 2<sup>e</sup> série, t. XIII, p. 286).

bourrelet qui se résout en petites masses isolées; mon fils a constaté, en effet, que ce bord est dentelé et laisse échapper des gouttes nombreuses. Dès qu'elle est développée, la lame commence à tomber en vertu de son poids; mais, par suite de la résistance de l'air, sa partie centrale descend beaucoup moins vite que son bord, le long duquel règne la masse du bourrelet, et elle prend ainsi une figure fortement bombée tournant sa convexité en haut; elle se trouve donc sensiblement dans les mêmes conditions que celles du premier mémoire de Savart, la résistance de l'air contre sa partie centrale jouant ici le rôle du petit disque solide; et comme les pressions capillaires nées des courbures en tous les points des deux faces n'ont pas à lutter contre un mouvement de translation partant du centre, ces pressions ferment rapidement la lame par le bas, et la façonnent en une bulle sphérique complète.

Mon fils n'avait point réussi à obtenir de cette manière des bulles d'eau pure, parce qu'il opérait d'un point trop peu élevé; mais M. Vander Mensbrugghe <sup>1</sup>, en lançant le liquide d'une fenêtre d'un étage supérieur, a vu parfaitement l'eau pure donner des bulles complètes, et il est arrivé au même résultat avec l'alcool, l'essence de térébenthine, l'huile de pétrole, l'huile d'olive et plusieurs solutions salines; il en conclut que la plupart des liquides, sinon tous, sont susceptibles de s'arrondir, par ce procédé, en bulles creuses.

Quant à mon hypothèse relative à la formation des vésicules de vapeur, hypothèse rapportée dans la note de mon fils et consistant à admettre que la vapeur gazeuse repasse à l'état liquide sous forme de lamelles isolées, et que ces lamelles, généralement courbes, se ferment comme les lames dont il vient d'être question, je l'abandonne aujourd'hui après un examen plus attentif; en effet, pour donner lieu à des vésicules aussi minimes que celles de la vapeur des nuages, il faudrait que les lamelles fussent elles-mêmes extrêmement petites, et dès lors elles ne tomberaient qu'avec une grande lenteur; on ne pourrait donc supposer une chute rapide de leurs bords libres et une influence énergique de la résistance de l'air sur le reste seulement. Ce qui arriverait au contraire à de semblables lamelles, c'est que les pressions capillaires dues aux courbures de leurs faces effaceraient ces courbures, et

<sup>1</sup> *Sur quelques effets curieux des forces moléculaires des liquides* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE, 1864, 2<sup>e</sup> série, t. XVIII, p. 161).

qu'en même temps les bords libres revenant sur eux-mêmes avec une excessive vitesse à cause de leur minceur, transformeraient instantanément les lamelles en de petits globules pleins.

§ 36. — Les expériences ci-dessus m'ont suggéré l'idée d'un mode de réalisation de bulles un peu différent, mais fondé aussi sur la résistance de l'air. Un anneau en fil de fer de 7 centimètres de diamètre, par exemple, est fixé, par un point de son contour, à l'extrémité d'une tige droite dirigée suivant le prolongement d'un diamètre. Tenant cet anneau par sa tige, on y développe une lame plane en le plongeant dans une bonne solution de savon de Marseille et l'en retirant; puis on lui donne aussitôt dans l'air, avec une vitesse convenable, un mouvement de translation perpendiculaire à son plan. La résistance de l'air creuse alors la lame en arrière et la transforme en une sorte de sac allongé, fortement renflé à sa partie postérieure, et présentant un étranglement dans le voisinage de l'anneau; enfin, par un petit ralentissement de la vitesse, l'étranglement se ferme, et une bulle, dont le diamètre peut être environ double de celui de l'anneau, se trouve isolée dans l'air. D'ordinaire la portion de l'étranglement qui s'appuie sur l'anneau éclate dès que cet étranglement s'est fermé; mais quelquefois elle va former dans l'anneau une nouvelle lame plane, et l'on peut alors obtenir une seconde bulle immédiatement après la première. Pour réussir dans cette expérience, il faut quelque habitude, car le succès dépend du plus ou moins de vitesse qu'on donne à l'anneau.

Le phénomène s'explique par les mêmes principes que la génération des bulles complètes au moyen d'une pipe (§ 23); en effet, que de l'air en mouvement soit dirigé contre une lame adhérente à un contour solide immobile, ou bien que ce contour avec sa lame soit transporté normalement à celle-ci dans de l'air immobile, les résultats doivent évidemment être analogues.

§ 37. — Il me paraît assez probable qu'il faut rapporter encore à la catégorie de phénomènes dont nous nous occupons la bizarre production de bulles signalée par MM. Minary et Sire <sup>1</sup>.

L'expérience, telle que ces physiciens la décrivent, « consiste à verser

<sup>1</sup> *Sur un mode particulier de formation de bulles liquides* (COMPTES RENDUS, 1862, t. LV, p. 515).

dans une certaine quantité d'huile d'olive une fois et demie à deux fois son volume d'acide sulfurique concentré, et à agiter violemment le mélange à l'aide d'une baguette de verre.

» L'agitation étant pratiquée dans un verre à pied d'une capacité convenable, on ne tarde pas à voir s'élever du mélange une foule de petites bulles creuses qui voltigent dans tous les sens. Les plus grosses (qui atteignent parfois 1 à 2 centimètres de diamètre) retombent le plus souvent dans le mélange après une faible ascension; mais les plus petites s'élancent facilement dans l'air ambiant en trahissant ses agitations. Il se produit dans ces circonstances des bulles d'une grande ténuité, et d'autant plus nombreuses que l'agitation est plus violente et effectuée dans un certain sens qui paraît favoriser leur formation..... Le mélange huile et acide ne permet pas de souffler facilement des bulles à l'extrémité d'un tube évasé; c'est à peine si l'on peut en produire de 1 à 2 centimètres de diamètre, qui d'ailleurs ne persistent pas. »

Je regarde comme impossible que les portions de gaz qui arrivent de l'intérieur du mélange ci-dessus puissent former à sa surface autre chose que des calottes sphériques laminaires, et soient capables de continuer à soulever la pellicule liquide de manière à compléter des bulles laminaires sphériques isolées dans l'air; en effet, le gaz emprisonné a évidemment beaucoup trop peu de masse pour que l'inertie de son mouvement ascensionnel surmonte la pression capillaire exercée par la pellicule convexe qu'il détermine à la surface du mélange. Je hasarde donc provisoirement l'explication suivante :

Quand, dans ses mouvements de va-et-vient, la baguette de verre sort du mélange avec une position à peu près horizontale, il doit se développer entre cette baguette et la surface liquide, une lame qui se contracte par l'effet des pressions capillaires de ses bords libres; mais, à cause de la grande viscosité du mélange huile et acide, il se peut que la contraction marche avec une vitesse assez modérée; or, s'il en est ainsi, j' imagine que la lame en question, avant d'être beaucoup amoindrie, se sépare à la fois du liquide et de la baguette, et qu'alors elle se ferme dans l'air, comme celles de l'expérience de mon fils. Si l'on n'observe rien de pareil en agitant de la même manière de l'eau de savon ou du liquide glycérique, c'est peut-être parce que ces der-



niers liquides étant comparativement peu visqueux, les lames entraînées reviennent trop rapidement sur elles-mêmes.

Je n'ai pas essayé de vérifier ces conjectures en faisant répéter l'expérience de MM. Minary et Sire ; elle ne me paraît pas sans danger, des gouttelettes acides pouvant être projetées dans les yeux de l'observateur ; il faut, je pense, regarder à travers un écran de verre.

§ 38. — Il me reste à parler d'une dernière espèce de lames ; elles sont formées, comme celles que nous avons passées en revue dans les §§ 26 à 34, par un liquide en mouvement ; mais la cohésion et la viscosité ne jouent dans leur génération qu'un rôle secondaire, parce que les filets moléculaires dont on peut les regarder comme composées n'ont point de tendance à s'écarter les uns des autres. Telle est la veine lancée verticalement de haut en bas par un orifice en forme de fente rectiligne ou de rectangle allongé.

Ces lames présentent aussi des phénomènes remarquables ; la veine ci-dessus, par exemple, se montre, on le sait, formée, jusqu'à une certaine distance de l'orifice, d'une suite de portions dont les plans ont des directions alternatives à angle droit les unes par rapport aux autres, comme dans la première des expériences citées au § 34, et le fait s'explique évidemment de la même manière : dès que la veine sort de l'orifice, les deux bords de la lame qu'elle constitue sont chassés l'un vers l'autre par les pressions capillaires dues à leurs fortes courbures transversales ; il s'y forme donc des bourrelets, qui, venant à se rencontrer angulairement, obligent le liquide à s'épanouir dans un plan perpendiculaire, puis le même effet se produit dans cette seconde lame, et ainsi de suite. M. Magnus, qui a consacré une partie de ses recherches hydrauliques <sup>1</sup> aux veines lancées par des orifices non circulaires, rend raison du phénomène dont il s'agit ici par une théorie qui revient à la précédente.

§ 39. — J'ai fait connaître, il y a longtemps <sup>2</sup>, une expérience qui me semble curieuse en ce qu'elle montre aux yeux une grande lame liquide verticale dont l'un des bords libres, muni d'un bourrelet, est rectiligne et incliné à l'horizon. Elle consiste à faire écouler de l'eau par une fente verticale

<sup>1</sup> Voir la note du § 51.

<sup>2</sup> *Bulletin de l'Académie*, 1836, t. III, p. 143.

et rectiligne pratiquée dans la paroi latérale du vase, depuis un point voisin du fond de celui-ci jusqu'au-dessus du niveau du liquide. C'est le bord libre supérieur de la lame qui présente la forme indiquée; seulement il ne commence à paraître exactement droit qu'à partir d'une petite distance de son origine, c'est-à-dire du point de la fente correspondant au niveau de l'eau dans le vase, mais il conserve son aspect rectiligne jusqu'à la distance où le bourrelet qui le garnit est rencontré par le bord libre inférieur; l'angle qu'il fait avec l'horizon est d'un peu plus de  $45^\circ$ ; le bourrelet, peu épais à son extrémité supérieure, va en grossissant à partir de là jusqu'à l'autre extrémité; telle est du moins l'apparence générale qu'il offre à la première observation; nous verrons plus loin que sa constitution réelle n'est pas si simple. Le bord inférieur de la lame est également garni d'un bourrelet, qui va aussi en grossissant à partir de son origine, mais qui est beaucoup moins volumineux que le premier; enfin ce bourrelet inférieur n'est pas dirigé exactement suivant la parabole que tracerait un filet liquide isolé partant de l'extrémité inférieure de la fente : il est moins descendant, et même, près de son origine, il commence par se relever, de sorte qu'il va toujours rencontrer le bourrelet supérieur plus haut que ne le ferait la parabole en question.

La théorie rend raison de toutes ces particularités. Si, par la pensée, on substitue à la fente une suite d'ouvertures infiniment petites, infiniment rapprochées, et rangées suivant une même verticale, si, en outre, on suppose que chacun des filets liquides lancés par ces ouvertures décrive exactement sa parabole sans être influencé ni par la résistance de l'air ni par les autres filets, et si l'on cherche quelle est l'enveloppe de toutes ces paraboles, on trouve sans peine que c'est une droite faisant avec l'horizon un angle de  $45^\circ$ . Passant de ces conditions fictives aux conditions réelles, et négligeant, pour un moment, l'effet des pressions capillaires au bord libre considéré, on comprend que rien n'empêche chaque filet de décrire la portion de sa parabole comprise entre le point d'où il s'échappe et celui où il va toucher la droite enveloppe; mais comme, pour continuer à suivre cette même parabole, le filet devrait descendre dans l'épaisseur de la lame à travers les filets inférieurs, ce qui est impossible, il se trouve contraint de longer tous ceux-ci, c'est-à-dire d'effectuer sa marche ultérieure dans la direction du bord libre.

Ce bord libre doit donc affecter sensiblement la forme rectiligne trouvée pour les conditions fictives; mais les filets qui s'y rendent et s'y accumulent ainsi en quantité d'autant plus considérable qu'on s'éloigne davantage du point situé au niveau du liquide, doivent, indépendamment de l'action des pressions capillaires, former le long de ce même bord un bourrelet qui va en grossissant à partir de son extrémité supérieure.

De leur côté, les pressions capillaires doivent produire un effet sensible jusqu'à une petite distance de cette extrémité supérieure, car, près du haut de la lame, le bord libre n'a reçu encore que peu de filets, et la vitesse de projection du liquide est peu considérable; dans l'espace dont il s'agit, ces pressions doivent donc refouler le bord libre et lui donner une courbure concave dans le sens longitudinal; mais, on le conçoit, l'effet doit être d'autant moins prononcé que la fente est moins étroite, et c'est ce que vérifie l'expérience, comme on le verra bientôt; avec une fente de 2<sup>mm</sup> de largeur, la courbure concave s'étend tout au plus à un centimètre et demi de distance <sup>1</sup>. Quant au bourrelet du bord libre inférieur, on comprend qu'il est dû presque entièrement à la pression capillaire, et l'on s'explique sans peine, d'après cela, son relèvement près de la fente, ainsi que son moindre volume. Enfin si, dans l'expérience, l'angle que fait le bord libre supérieur avec l'horizon excède un peu 45°, on peut l'attribuer, je pense, à la tension des deux faces de la lame.

Mon appareil consiste en un réservoir cylindrique de 50 centimètres de diamètre et 54 de hauteur; la fente, dont la hauteur est de 49 centimètres, est constituée par un intervalle entre les bords en regard de deux règles de fer épaisses, réunies par une traverse à chacune de leurs extrémités; ces bords sont taillés en biseau du côté qui regarde l'intérieur du vase.

J'ai répété récemment l'expérience avec des fentes de différentes largeurs, et j'ai reconnu que la largeur la plus convenable était de 2<sup>mm</sup> environ; quand la fente est notablement plus étroite, la pression capillaire à l'origine du bourrelet supérieur est tellement énergique, qu'elle oblige le liquide à s'ap-

<sup>1</sup> A l'époque où j'ai publié ma note, j'avais moins étudié qu'aujourd'hui les actions capillaires; aussi ai-je donné, dans cette même note, une explication erronée de la courbure concave dont il s'agit.

plier, jusqu'à une certaine distance au-dessous du niveau, contre les deux règles de fer : avec une fente de  $\frac{1}{5}$  de millimètre, par exemple, le liquide s'applique ainsi sur une longueur de six centimètres, et c'est seulement du bas de cette distance que part le bord libre supérieur de la lame; en outre, avec une fente trop étroite, le bord libre inférieur se relève beaucoup, de manière que la portion rectiligne du bourrelet supérieur se trouve considérablement raccourcie. En donnant à la fente 2<sup>mm</sup> de largeur, le phénomène d'application dont j'ai parlé ne s'est plus produit, le bord libre inférieur ne se relevait plus qu'assez faiblement près de son origine, et l'on a pu constater la forme rectiligne du profil du bourrelet supérieur sur une longueur de 75 centimètres environ.

Je dois appeler l'attention sur la nature des deux bourrelets. Celui du bord libre inférieur est transparent, presque uni, et ressemble à une tige de cristal courbe; mais celui du bord supérieur présente une constitution fort singulière : à partir du milieu de sa longueur à peu près (toujours avec une fente de 2<sup>mm</sup>), ses deux parties latérales se convertissent chacune en une gerbe de gouttelettes, et la partie intermédiaire se montre trouble, comme si elle-même était formée de gouttes en mouvement; si l'on regarde avec attention la portion de ce même bourrelet comprise entre l'origine de celui-ci et le lieu où s'opère la résolution en gouttes, on constate qu'elle est striée longitudinalement, quoique d'une manière un peu confuse. Enfin, en observant cette dernière portion à travers un disque tournant percé de fentes radiales et animé d'une vitesse convenable, on la voit comme consistant en un faisceau de petites veines, dont chacune présente une suite de renflements et d'étranglements, et qui ont un petit mouvement d'oscillation dans le sens transversal. On comprend, d'après cela, la génération des gouttes, lesquelles ne sont autre chose que les renflements ci-dessus passés à l'état de masses isolées; on comprend aussi que le mouvement oscillatoire des veines en question empêche qu'on ne distingue nettement celles-ci à l'œil nu. Quant à la cause de cette bizarre constitution en faisceau de veines, elle m'échappe complètement.

Ainsi qu'on peut le voir dans une addition à ma note <sup>1</sup>, Le François a

<sup>1</sup> *Bulletin de l'Académie*, 1856, t. III, p. 222.

généralisé la question par l'analyse, dans l'hypothèse des filets exactement paraboliques et indépendants entre eux, en supposant la paroi du vase inclinée, et la fente percée suivant la direction de la plus grande pente. Il est arrivé ainsi à des résultats curieux, parmi lesquels je me bornerai à citer les suivants : 1° quelle que soit l'inclinaison de la paroi, le bord libre de la lame, celui, bien entendu, qui part du niveau, est toujours rectiligne ; 2° pour une inclinaison donnée de la paroi, si l'on imagine que le liquide soit placé alternativement d'un côté puis de l'autre de cette paroi, les bords libres droits respectivement correspondants à ces deux cas sont toujours perpendiculaires entre eux.

§ 40. — En résumé, les lames liquides de forme quelconque et les bulles ou sphères laminaires complètes peuvent, au point de vue de la manière dont on les réalise, se partager comme suit :

1° Les lames que des bulles gazeuses soulèvent à la surface d'un liquide, et les bulles creuses complètes de mercure produites de la même manière dans l'expérience de M. Melsens (6<sup>me</sup> série, §§ 1 à 6, et série actuelle, § 20).

2° Les lames qui partent des fils solides d'une charpente retirée d'un liquide convenable tel que l'eau de savon ou le liquide glycérique (6<sup>me</sup> série, § 23, et série actuelle, § 24).

3° Les lames dans lesquelles se convertit une masse liquide pleine adhérente à un système solide et soustraite à l'action de la pesanteur, quand on absorbe graduellement la presque totalité de cette masse (2<sup>me</sup> série, §§ 23, 28 et 31 à 35, et série actuelle, § 24).

4° Les lames planes réalisées en travers d'un flacon (§ 25).

5° Les lames produites par l'étalement d'un liquide en mouvement (§§ 26 à 34).

6° Les bulles sphériques complètes obtenues soit par l'insufflation contre une lame plane adhérente à un contour solide circulaire (§ 23), soit par le mouvement dans l'air d'un anneau solide occupé par une lame plane (§ 36).

7° Celles qu'on forme d'un liquide soustrait à l'action de la pesanteur en les gonflant avec un liquide identique au liquide ambiant (5<sup>me</sup> série, §§ 5 à 7).

8° Celles qu'avec un liquide donnant de bonnes lames on gonfle dans l'air à l'extrémité d'un tube étroit non évasé (§ 23).

9° Celles dans lesquelles se transforme spontanément un liquide qu'on a lancé obliquement en l'air de façon à l'étaler en nappe (§ 35).

10° Ajoutons ici les petites bulles qui doivent leur naissance à la transformation spontanée des filets liquides laminaires (5<sup>me</sup> série, §§ 4, 15 et 17).

11° Les lames que constitue un liquide lancé par une fente rectiligne horizontale ou verticale (§§ 38 et 39).

Ainsi qu'on l'a vu, les lames et bulles des huit premiers n<sup>os</sup> ci-dessus reconnaissent toutes, dans leur génération, l'influence de la cohésion et de la viscosité; quant à celles des n<sup>os</sup> 9 et 10, elles proviennent de l'action des pressions capillaires dues aux courbures sur une lame préexistante; enfin les lames du dernier n<sup>o</sup> résultent immédiatement des directions mêmes suivant lesquelles sont poussées les molécules liquides.

Si la conjecture que j'ai émise dans le § 37 était inexacte, il faudrait peut-être joindre encore à notre énumération les bulles de MM. Minary et Sire.

§ 41. — Aucun liquide n'étant exempt de cohésion et de viscosité, il suit de notre théorie que tous doivent être susceptibles de se convertir en lames minces. Et en effet, nous avons vu, dans les expériences de Savart, l'eau, l'alcool, l'éther et le mercure s'étendre en de semblables lames; nous avons vu de même le mercure, dans l'expérience de M. Melsens, et l'eau, l'alcool, l'essence de térébenthine, l'huile de pétrole et l'huile d'olive, dans celle de M. Vander Mensbrugghe, s'arrondir en bulles creuses complètes; enfin M. Gladstone, dans une note <sup>1</sup> sur laquelle je reviendrai plus tard, affirme que tous les liquides secoués avec de l'air donnent des lames à leur surface.

Ajoutons qu'avec la plupart des liquides, sinon avec tous, les lames peuvent, par l'emploi de moyens appropriés, acquérir des dimensions considérables; c'est ce que montrent, par exemple, les lames de Savart, que je viens de rappeler.

§ 42. — J'ai fait remarquer (2<sup>me</sup> série, 1<sup>re</sup> note du § 62) qu'il y a une grande analogie entre le phénomène de la génération des lames liquides et celui de la génération des filets dans lesquels se convertissent les étrangle-

<sup>1</sup> *Note on froth* (Pnmos. Magaz., 1857, 4<sup>me</sup> série, vol. XIV, p. 514).

ments à la fin de la transformation d'un cylindre liquide instable; cette remarque s'applique de même, nous le savons maintenant, à la manière dont s'achève la transformation de toute autre figure instable qui se sépare en deux ou plusieurs masses; en outre, j'ai annoncé, à la fin du § 17 de la 5<sup>me</sup> série, que j'exposerais la théorie de la génération de ces filets; c'est ce que je vais faire.

Pendant qu'une figure liquide instable passe graduellement à l'état de masses séparées, les étranglements ne peuvent s'approfondir qu'en chassant leur liquide dans les renflements. Cela étant, considérons, à une époque du phénomène antérieure à l'apparition des filets, une section d'un étranglement assez rapprochée de celle du milieu pour qu'en passant de l'une à l'autre le diamètre demeure sensiblement le même; la quantité de liquide perdue, dans un intervalle de temps donné, par la tranche comprise entre ces deux sections, quantité qui traverse nécessairement dans ce même temps la section considérée, est évidemment mesurée par la différence des volumes de deux cylindres ayant pour longueur commune la distance des deux sections, et pour rayons ceux de ces sections au commencement et à la fin du temps dont il s'agit. Si nous partageons la durée totale de la transformation en intervalles égaux et très-petits, et si nous désignons par  $r$  la première valeur du rayon, par  $\alpha$  la diminution qu'il subit dans l'un de ces petits intervalles de temps, et enfin par  $l$  la distance des deux sections, les volumes en question seront respectivement  $\pi r^2 l$  et  $\pi(r-\alpha)^2 l$ ; et comme  $\alpha$  est nécessairement très-petit, ce qui permet d'en négliger le carré, la différence de ces volumes se réduira à  $2\pi r\alpha l$ . Telle est donc la mesure de la quantité de liquide qui, dans un intervalle de temps constant très-court, passe à travers notre section; or la vitesse avec laquelle s'effectue ce passage, est visiblement proportionnelle à la quantité ci-dessus et en raison inverse de l'aire  $\pi r^2$  de la section; elle est donc proportionnelle au rapport  $\frac{2\pi r\alpha l}{\pi r^2} = 2l \frac{\alpha}{r}$ , ou simplement, en supposant constante la distance  $l$  des deux sections, au rapport  $\frac{\alpha}{r}$ .

Maintenant, comme la transformation va en s'accéléérant, le numérateur  $\alpha$  augmente d'abord beaucoup, pendant que le dénominateur  $r$  diminue, de sorte que, par cette double raison, la vitesse du passage du liquide à travers

notre section commence par croître suivant une loi très-rapide; mais je dis que cette même vitesse finit par devenir sensiblement uniforme. En effet, dans le phénomène de la transformation, les mouvements des molécules liquides consistent surtout en des déplacements des unes par rapport aux autres, puisque la figure ne fait que changer de forme; or, ainsi que je l'ai rappelé souvent à propos des lames, la viscosité oppose à ces déplacements relatifs une résistance qui augmente considérablement avec leur vitesse; on peut donc admettre que, par suite de cette résistance, la vitesse d'abord rapidement croissante du passage à travers la section considérée, prend à la fin une valeur à peu près constante, comme cela a lieu à l'égard de toute vitesse accélérée et soumise à des résistances qui augmentent beaucoup avec elle.

Le rapport  $\frac{\alpha}{r}$  atteint donc, lorsque le rayon  $r$  est suffisamment amoindri, une valeur qui peut être regardée comme ne variant plus ensuite; mais cette constance ne peut avoir lieu que si  $\alpha$ , qui représente la vitesse d'amincissement du milieu de l'étranglement, diminue en même temps que le rayon  $r$ ; ainsi cette vitesse d'amincissement, qui était primitivement très-accelérée, finit par être au contraire retardée. Mais, dans cette phase de la transformation, les sections de l'étranglement plus distantes de celle du milieu ayant moins perdu en diamètre, le mouvement des molécules qui y passent est beaucoup moins entravé par la résistance de la viscosité, et conséquemment, vers la fin du phénomène, pendant que l'amincissement se ralentit au milieu de l'étranglement et dans les portions voisines, il poursuit sa marche accélérée dans les portions plus éloignées; or il résulte évidemment de là que le milieu de la figure doit prendre alors une forme allongée et quasi cylindrique, ou constituer ce que j'ai nommé un filet.

§ 43. — Il est aisé d'étendre cette théorie à la génération des filets laminaires. Dans une masse pleine, les forces qui produisent la transformation émanent de la couche superficielle, et la portion de cette couche qui correspond à un étranglement agit en exprimant par sa contraction le liquide qu'elle entoure vers les parties adjacentes de la masse; dans une figure laminaire, les actions émanent des couches superficielles des deux faces de la lame, et ces deux systèmes de forces s'ajoutent l'un à l'autre. Si donc la figure laminaire est formée d'huile au sein du liquide alcoolique, comme



le caténoïde des §§ 3 et 4 de la 5<sup>me</sup> série, la lame, en se contractant, chasse le liquide alcoolique intérieur de part et d'autre du milieu de l'étranglement; la théorie exposée dans le paragraphe précédent reçoit conséquemment son application, et il y a formation d'un filet laminaire. Si la figure laminaire est réalisée dans l'air, par exemple avec de l'eau de savon ou du liquide glycérique, c'est l'air qui est exprimé de l'intérieur de l'étranglement. Dans ce dernier cas, à cause de l'extrême mobilité des molécules des gaz, il semble d'abord qu'on ne peut plus faire intervenir l'influence de la viscosité; mais il faut faire attention que le phénomène s'accomplit avec une rapidité bien plus grande, de sorte que, par cet excès de vitesse, la résistance aux mouvements relatifs des molécules de l'air devient suffisante pour amener le même résultat, c'est-à-dire la naissance d'un filet (5<sup>me</sup> série, §§ 15 et 17).

PRINCIPE GÉNÉRAL CONCERNANT LA RÉALISATION, A L'ÉTAT LAMINAIRE,  
DES SURFACES A COURBURE MOYENNE NULLE.

§ 44. — Nous savons (5<sup>me</sup> série, §§ 11 et 12) que lorsqu'une figure laminaire est ouverte et qu'ainsi la lame qui la constitue est en contact par ses deux faces avec l'air libre, elle représente une surface satisfaisant à l'équation  $\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = 0$ , ou, en d'autres termes, une surface à courbure moyenne nulle; telles sont le caténoïde laminaire développé entre deux anneaux, les lames planes dans lesquelles il se convertit quand l'écartement des anneaux excède la limite, toutes les lames qui composent le système formé dans une charpente polyédrique, etc. Réciproquement toute surface à courbure moyenne nulle pourra, si l'on s'y prend convenablement, être réalisée à l'état laminaire, et voici, à l'égard de cette réalisation, un principe général :

*Une surface à courbure moyenne nulle étant donnée, concevez-y tracé un contour fermé quelconque, astreint aux seules conditions 1° qu'il circonscrive une portion finie de la surface, et 2° que cette portion n'excède pas la limite de stabilité, si la surface donnée a de telles limites; ployez un fil de fer de manière qu'il figure exactement le contour fermé en question; oxydez-le légèrement par de l'acide nitrique affaibli; plongez-le entièrement*

*dans le liquide glycérique et retirez-le : vous le trouverez occupé par une lame représentant la portion de surface dont il s'agit.*

En effet, la lame qui s'est développée dans le contour solide, et qui remplit nécessairement celui-ci, a ses deux faces dans l'air libre; elle doit donc se façonner de manière à représenter une portion finie de surface à courbure moyenne nulle passant par le contour en question, c'est-à-dire, conséquemment, une portion de la surface donnée.

Par exemple, le plan est une surface à courbure moyenne nulle, et une figure fermée quelconque tracée sur un plan, limite une portion finie de ce dernier; or un fil de fer légèrement oxydé, courbé suivant une figure plane arbitraire, mais fermée, puis plongé dans le liquide glycérique et retiré, emporte toujours avec lui une lame plane.

De même si, sur un caténoïde compris entre deux bases circulaires, on imagine un contour formé de deux arcs méridiens opposés et des moitiés des circonférences des deux bases, en prenant ces deux demi-circonférences du même côté du plan contenant les arcs méridiens, ce contour, construit en fil de fer, donne, avec le liquide glycérique, une lame représentant la portion correspondante du caténoïde.

Je n'ai pas besoin d'ajouter que, pour ces expériences, chacun des contours solides doit être muni, à la manière des charpentes de la 6<sup>me</sup> série, d'un appendice en fil de fer, par lequel on le tient.

On réalise ainsi comme par enchantement des surfaces qui, pour la plupart, sont fort singulières. La seule difficulté consiste à choisir le contour fermé et à en déterminer exactement la forme; mais on y parvient toujours quand on connaît soit l'équation, soit la génération géométrique de la surface. Nous verrons, dans une série ultérieure, de nouveaux exemples de ces réalisations.

Dans l'énoncé du principe général, j'ai assigné, comme première condition du contour fermé, qu'il soit de nature à comprendre dans son intérieur une portion finie de la surface donnée; c'est qu'en effet, on peut concevoir des contours fermés qui ne satisfont pas à cette condition: si, par exemple, on imagine encore, sur un caténoïde, un contour consistant en deux arcs méridiens opposés que rattachent entre eux les demi-circonférences des deux

bases, mais si l'on prend ces deux demi-circonférences l'une d'un côté, l'autre de l'autre côté du plan des arcs méridiens, on aura un contour fermé qui ne circonserit aucune portion finie du caténoïde, car on voit sans peine que celui-ci s'étend indéfiniment dans les deux sens à partir de chacune des demi-circonférences.

La même chose aurait lieu, à plus forte raison, si l'on choisissait, comme contour fermé tracé sur un caténoïde, une circonférence complète et unique.

Quant à la seconde condition indiquée dans le principe général, elle est évidente : si la surface donnée a, par rapport au genre de contour qu'on adopte, une limite de stabilité, et si cette limite est dépassée par la portion circonserite, il est clair que la réalisation de celle-ci sera impossible, et que la lame développée représentera une portion d'une surface différente. Dans ce cas, il y a conséquemment deux surfaces distinctes satisfaisant l'une et l'autre aux conditions d'être à courbure moyenne nulle, de passer par le contour fermé, et d'avoir une portion finie circonserite par ce contour ; mais pour l'une seulement la portion finie est stable, et c'est elle qui se réalise. Nous verrons aussi un exemple remarquable du cas dont il s'agit.

---