



CHARLES-JEAN DE LA VALLÉE POUSSIN

*C de la Vallée Poussin*

(Cliché A.R.B.)

## CHARLES-JEAN DE LA VALLÉE POUSSIN

1866-1962

*Le Baron Charles-Jean de La Vallée Poussin est né à Louvain le 14 août 1866. Il appartenait à une famille d'origine française. Son grand-père, officier français ayant fait les dernières campagnes de l'Empire, fut appelé en 1932 par Léopold I<sup>er</sup> pour organiser l'armée belge. Son père, Charles, géologue, professeur à l'Université de Louvain, avait conservé la nationalité française. Un de ses cousins germains, Louis, orientaliste, fut professeur à l'Université de Gand. Comme on le voit, Ch.-J. de La Vallée Poussin appartenait à une famille d'intellectuels. Dans le discours qu'il prononça lors de la manifestation en son honneur le 13 mai 1928, il dit : « J'ai « essayé, le mieux que j'ai pu, de remercier les vivants, mais il me « reste un devoir à remplir envers les morts, et je pense à ceux-là « qui ont exercé l'influence prépondérante sur ma formation intel- « lectuelle et qui ont fait de moi l'universitaire que je suis. Alors, « songeant à mon lointain passé, trois noms remontent de mon « cœur à ma mémoire et trois hommes m'apparaissent qui ont été « le culte de mes jeunes années : mon père, Léon de Monge et « Philippe Gilbert ; tous les trois étaient des esprits supérieurs, « tous les trois professeurs à l'Université de Louvain, et tous les « trois des parents très proches. » Et plus loin : « ...Mais j'ai reçu « d'eux les plus admirables exemples de discipline morale et de « discipline intellectuelle et ce sont ces modèles qui se sont imprimés « pour toujours dans mon âme d'adolescent. Leur image grandit « avec les années dans mon souvenir, au fur et à mesure que les « autres s'effacent. »*

*Après avoir pris le diplôme d'ingénieur à l'Université de Louvain, de La Vallée Poussin, sous l'influence de Ph. Gilbert, s'est tourné vers la Mathématique. Son Doctorat en Sciences physiques et mathématiques à peine obtenu, il fut appelé à suppléer puis à*

*succéder, en 1891, à son Maître. Il devait, jusqu'à sa retraite, enseigner l'analyse mathématique et la mécanique analytique. Tout de suite, il commença la série de ses beaux travaux qui en ont fait l'émule des plus grands mathématiciens. Il ne peut être question d'en faire ici un exposé détaillé, nous renverrons pour un tel exposé à la notice parue dans l'Annuaire de l'Académie de 1967.*

Les recherches de notre savant compatriote se sont poursuivies en ordre principal dans trois directions : La théorie des fonctions de variables réelles, la théorie des nombres et la théorie des fonctions de variables complexes. Nous nous bornerons ici à essayer de faire comprendre les buts poursuivis et les résultats obtenus.

L'analyse mathématique introduit une nouvelle opération : le passage à la limite. Une variable réelle  $x$  qui parcourt une suite ordonnée de valeurs, c'est-à-dire que deux de ces valeurs étant données, on peut dire que l'une précède l'autre et laquelle a pour limite un nombre  $a$  lorsque la différence  $x - a$ , prise en valeur absolue, peut devenir et rester inférieure à toute quantité positive arbitrairement choisie, aussi petite qu'on le veut. Une fonction réelle  $y = f(x)$  est dite continue en un point  $x$  lorsque  $f(x + h)$  a pour limite  $f(x)$  quand  $h$  a pour limite zéro. Enfin, si le rapport de la différence  $f(x + h) - f(x)$  à  $h$  a une limite quand  $h$  tend vers zéro, cette limite est la dérivée  $y' = f'(x)$  de la fonction  $f(x)$  au point  $x$ . Ces définitions s'étendent aux fonctions de plusieurs variables réelles, mais nous n'insisterons pas sur ce point.

Dans les premières recherches des mathématiciens sur la théorie des fonctions, celles-ci étaient supposées continues en tout point et avoir une dérivée ; de plus, ces dérivées avaient à leur tour, une dérivée, et ainsi de suite. C'étaient ce que l'on appelle parfois d'honnêtes fonctions. Mais cela ne suffisait pas pour les applications et notamment pour les applications à la géométrie. Si dans une question de géométrie, on fait usage de la représentation analytique des figures considérées, par d'honnêtes

fonctions, on introduit ce que l'on pourrait appeler des hypothèses de commodité, destinées à faciliter l'application du calcul. Nous ferons comprendre ce point par un exemple : On appelle surface développable une surface qui peut s'appliquer sur un plan sans déchirure ni duplication. On démontre, en supposant que toutes les fonctions employées sont d'honnêtes fonctions, qu'une telle surface est le lieu des tangentes à une courbe gauche. Henri Lebesgue, qui devait devenir un éminent mathématicien, lorsqu'il était élève à l'École Normale Supérieure de Paris, présentait à ses condisciples un mouchoir chiffonné en disant : une surface développable ! Il est bien évident qu'en supposant la surface considérée représentée par une fonction continue ayant des dérivées continues, on élimine des solutions.

Dans la dernière moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, les mathématiciens ont commencé à considérer des fonctions qui présentent des discontinuités ou qui n'ont pas de dérivée. C'est ainsi que Weierstrass, en 1886, a construit une fonction continue qui n'a pas de dérivée. Avant lui, on admettait qu'une fonction continue est toujours dérivable et c'était une conséquence de l'intuition. Si  $f(x)$  est une fonction continue, on peut supposer que la courbe  $y = f(x)$  est un trait continu et on imagine facilement que cette courbe a une tangente en chaque point, c'est-à-dire que  $f(x)$  a une dérivée en chaque point. Si Leibnitz et Newton avaient pu supposer l'existence de fonctions continues sans dérivées, peut-être eussent-ils renoncé à élaborer le calcul infinitésimal. Cela montre que l'on pourrait partager les mathématiciens en deux catégories : Dans la première, on placerait les mathématiciens qui font des découvertes en se fiant parfois à l'intuition. Dans la seconde seraient placés ceux qui, appliquant une logique rigoureuse aux découvertes des premiers, les préciseraient en chassant les miasmes laissés par l'intuition. Les deux sont nécessaires au développement de la Mathématique.

Si l'on se donne la dérivée  $y' = f(x, y)$  d'une fonction  $y$  de  $x$ , on peut établir que cette fonction existe si  $f(x, y)$  est une fonction continue et que cette solution est unique sous certaines conditions supplémentaires. Qu'arrive-t-il si la fonction  $f(x, y)$  présente des discontinuités ? C'est là une des premières questions que s'est posée de La Vallée Poussin. Il définit l'intégrale d'une telle

équation et en étudie les propriétés, il étend ses résultats à un système différentiel. La méthode suivie est entièrement originale. On pourrait dire que dans la partie du début de son œuvre sur les fonctions de variables réelles, de La Vallée Poussin se pose la question suivante : Quelles sont les modifications que l'on doit apporter aux propriétés des fonctions honnêtes lorsqu'il se présente des discontinuités, ou que les dérivées manquent, ou que certains nombres deviennent infinis. Dans chaque cas, il a apporté des résultats importants. En voici un exemple.

Le calcul d'une intégrale double portant sur une fonction de deux variables prise dans une aire de dimension finie se ramène, sous certaines conditions, au calcul de deux intégrales simples. Ce résultat subsiste-t-il nécessairement lorsque les limites sont infinies ? L'affirmative était admise plus ou moins implicitement dans un grand nombre de démonstrations. Un exemple construit par de La Vallée Poussin montre que cette hypothèse est erronée. De nombreux points de la théorie des intégrales multiples ont dû être revisés et en particulier ce qui touche aux changements de variables. L'illustre géomètre Camille Jordan signale, dans une édition de son cours, que le mémoire de notre compatriote l'a obligé à remanier profondément la théorie des intégrales définites.

La théorie des nombres a retenu l'attention de de La Vallée Poussin. Il y a obtenu des résultats d'une importance capitale. A défaut d'une formule donnant le nombre exact des nombres premiers inférieurs à un nombre donné  $x$ , on a cherché une expression asymptotique, c'est-à-dire une expression qui est d'autant plus approchée de la valeur exacte que le nombre  $x$  est plus grand. Legendre avait induit qu'une telle expression était le quotient de  $x$  par son logarithme népérien, mais malgré les efforts de mathématiciens célèbres, aucune démonstration de cette hypothèse n'avait été donnée. Il appartenait à de La Vallée Poussin de donner cette démonstration et même d'aller plus loin. Il établit en effet que l'expression asymptotique cherchée est une certaine fonction appelée logarithme intégral de  $x$ . Ce ne sont pas les seuls résultats obtenus en théorie des nombres. La fonction  $\zeta(s)$  de Riemann, somme des puissances  $n$ -ièmes des inverses des nombres entiers, a été l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels ceux de de La Vallée Poussin occupent une place

importante. Ici aussi, il résoud des questions qui avaient résisté à des géomètres chevronnés.

Ces travaux valurent à de La Vallée Poussin le prix décennal des Mathématiques pures pour la période 1894 à 1903, décerné à l'unanimité.

En 1903 parut le tome I du Cours d'Analyse infinitésimale et en 1906 le tome II. Ils avaient été précédés d'une édition autographiée. Ce cours fut considéré comme le meilleur ouvrage sur les fonctions de variables réelles. Le tome I en est à sa 12<sup>e</sup> édition et le tome II à sa 9<sup>e</sup>.

Au début de ce siècle, sous l'impulsion de Borel, de Lebesgue, de Baire et de de La Vallée Poussin, la théorie des fonctions de variables réelles allait prendre un nouvel essor. Elle a débuté par une théorie de la mesure des ensembles que nous esquisserons rapidement.

Considérons un segment de droite  $S$  et dans ce segment, un ensemble de points  $A$ , absolument quelconque. Considérons ensuite une infinité dénombrable de segments appartenant au segment  $S$ , qui peuvent empiéter les uns sur les autres, contenant tous les points de  $A$ . Formons la somme des longueurs de tous ces segments partiels et recommençons cette opération de toutes les manières possibles. Distribuons les nombres réels en deux classes : La première classe contiendra tous les nombres égaux ou supérieurs aux nombres obtenus. Dans la seconde classe seront placés les nombres inférieurs à tous les nombres obtenus. Les deux classes seront séparées par un nombre  $\mu$  appelé borne inférieure des nombres obtenus.

Soit maintenant  $A'$  l'ensemble des points de  $S$  qui n'appartiennent pas à  $A$ . Recommençons sur  $A'$  les mêmes opérations que sur  $A$  et soit  $\mu'$  la borne inférieure obtenue. Si  $\mu + \mu'$  est égal à la longueur  $s$  du segment  $S$ , on dit que l'ensemble  $A$  est mesurable et a pour mesure de Lebesgue le nombre  $\mu$ . Observons que si l'ensemble  $A$  est constitué par tous les points du segment  $S$ , la mesure de Lebesgue coïncide avec la mesure  $s$  de la longueur du segment  $S$ .

Cela étant, considérons une fonction  $f(x)$  définie dans le segment  $S$  et supposons qu'elle a pour borne inférieure le nombre  $m$  et

pour borne supérieure le nombre  $M$ . Soient  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , des nombres croissants compris entre  $m$  et  $M$ . Les points de  $S$  où la fonction  $f(x)$  prend des valeurs comprises entre  $m_i$  et  $m_{i+1}$  forment un ensemble de mesure  $\mu_i$ . Si les sommes  $\sum m_i \mu_i, \sum m_{i+1} \mu_i$  ont même limite lorsque les différences  $m_{i+1} - m_i$  tendent vers zéro, cette limite est l'intégrale de Lebesgue de la fonction  $f(x)$ .

Il est intéressant de comparer la définition de l'intégrale de Lebesgue avec celle de l'intégrale de Riemann. Rappelons que pour définir celle-ci, on partage le segment  $S$  en un certain nombre de segments  $s_1, s_2, \dots, s_n$  se succédant sans interruption. Multiplions la longueur du segment  $s_i$  par la valeur de la fonction  $f(x)$  en un point quelconque de ce segment. Faisons la somme des produits obtenus. Si cette somme a une limite lorsque le nombre des segments augmente indéfiniment, chaque segment tendant vers zéro, cette limite est la somme ou l'intégrale de Riemann de  $f(x)$  dans le segment  $S$ .

On remarquera que d'un côté c'est la différence  $M - m$  que l'on partage en parties de plus en plus petites et de l'autre, c'est le segment  $S$ .

Il y a une autre remarque plus importante à faire. Dans ce qui précède, on suppose que la variable  $x$  passe par toutes les valeurs comprises dans le segment  $S$ . Or, si l'on retourne à la définition de l'intégrale de Lebesgue, on voit que l'on peut supposer que la variable  $x$  ne passe plus par toutes les valeurs comprises dans  $S$ , mais seulement par les valeurs d'un certain ensemble  $E$ . L'intégrale de Lebesgue, si elle existe dans ces conditions, est appelée fonction d'ensemble. Ces fonctions ont été l'objet de profondes recherches de de La Vallée Poussin ; elles lui ont permis d'obtenir de nouvelles propriétés de fonctions jouant un rôle important dans l'Analyse classique : les fonctions à variation bornée.

La notion de fonction s'est peu à peu élargie et les fonctions discontinues ne peuvent plus être négligées. Baire avait imaginé une classification de ces fonctions. Les fonctions continues forment la classe zéro. Les fonctions discontinues limites d'une suite indéfinie de fonctions continues forment la classe un. Les fonctions discontinues limites d'une suite indéfinie de fonctions de la classe un et qui n'appartiennent pas à cette classe forment la classe deux. Et ainsi de suite. Notons qu'une fonction

de Baire est intégrable au sens de Lebesgue si elle est finie. Grâce à de nouvelles méthodes qu'il a imaginées, de La Vallée Poussin a pu obtenir de nouvelles propriétés des fonctions de Baire.

Les recherches dont il vient d'être question avaient trouvé place dans une nouvelle édition du tome II du Cours d'Analyse infinitésimale. Cette édition fut brûlée lors du sac de Louvain par les Allemands en 1914. Notre compatriote put heureusement quitter les régions envahies et répondre à l'invitation de l'Université Harvard de faire un cours sur l'intégrale de Lebesgue. Il vint ensuite à Paris où il fit, au Collège de France, un cours qui donna lieu à un ouvrage : *Intégrales de Lebesgue, Fonctions d'ensemble. Classe de Baire* paru en 1916, qui marque une date dans la théorie des fonctions d'une variable réelle.

En 1908, de La Vallée Poussin a abordé le problème de l'approximation d'une fonction quelconque donnée par un polynôme qui en diffère aussi peu que possible. D'une manière plus précise, ce problème peut s'énoncer de la manière suivante : Trouver une suite illimitée de polynômes qui se rapprochent de plus en plus et d'autant qu'on le veut de la fonction donnée.

Weierstrass avait déjà construit une intégrale satisfaisant à la condition d'approximation, mais cette intégrale contenait une exponentielle que l'on devait, pour avoir un polynôme, remplacer par un développement de Taylor limité. A cette intégrale, de La Vallée Poussin a substitué une autre intégrale qui fournit directement un polynôme. A vrai dire, cette intégrale avait déjà été rencontrée par un géomètre français d'origine hollandaise, Stieljes. D'autre part, le problème étudié par de La Vallée Poussin l'avait aussi été par le géomètre allemand Landau, qui était arrivé à la même intégrale dans une publication précédant de quelques semaines celle de notre compatriote. Les recherches étaient indépendantes l'une de l'autre, mais l'intégrale porte le nom d'intégrale de Landau.

Le polynôme fourni par l'intégrale de Landau dépend d'un entier  $n$ . La différence entre la fonction et le polynôme dépend de la valeur de  $n$  et on est conduit à se demander quelle est la nature de cette différence. De La Vallée Poussin résoud cette question dans l'hypothèse où la fonction donnée est continue et possède



en chaque point une dérivée à droite et une dérivée à gauche bornées. Cette hypothèse fait rentrer dans la théorie une ligne polygonale et montre l'intérêt de la question pour l'interpolation.

On sait comment se présente le problème de l'interpolation. Des mesures faites par l'expérimentateur fournissent un certain nombre de points dans un plan, il s'agit de tracer une courbe passant par ces points susceptible de rendre compte du phénomène étudié. En général, on utilise une formule due à Lagrange qui consiste à former un polynôme dont les valeurs coïncident avec les résultats de l'expérimentateur aux points ou nœuds considérés. On faisait implicitement certaines hypothèses à savoir que le polynôme de Lagrange tend à se confondre avec une fonction donnée lorsque le nombre de nœuds croît indéfiniment et d'autre part, que de petites variations des données avaient peu d'influence sur le polynôme. Borel et Runge ont montré qu'il fallait rejeter la première hypothèse et de La Vallée Poussin que la seconde pouvait ne pas être satisfaisante. On doit à ce dernier une nouvelle formule, ne présentant pas ces inconvénients et dont toutes les formules d'interpolation connues se présentent comme cas particulier. La nouvelle formule permet d'interpoler toute fonction bornée et intégrable au sens de Riemann et elle converge vers la fonction à interpoler lorsque le nombre de nœuds croît au-delà de toute limite. On remarquera que le polygone ayant pour sommets les nœuds est une fonction satisfaisant aux conditions précédentes.

Revenons au problème de l'approximation des fonctions par des polynômes. Notre savant compatriote a montré que l'on peut résoudre le problème de l'approximation en substituant aux polynômes des séries trigonométriques et que cela présente parfois des avantages. La théorie de ces séries lui doit d'ailleurs des résultats fondamentaux et il a montré notamment leurs liens avec les séries de Fourier, séries qui procèdent suivant les sinus et les cosinus des multiples successifs d'un arc et dont les coefficients sont déduits d'une fonction par des quadratures.

En 1918, de La Vallée Poussin fit un cours sur ces questions en Sorbonne. Cela donna lieu à un ouvrage : *Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle.*

Ces remarquables travaux valurent à leur auteur, pour la seconde fois, le Prix décennal des Sciences mathématiques, décerné cette fois pour les travaux effectués de 1914 à 1923.

Borel a introduit des fonctions d'une variable complexe qu'il appelle fonctions quasi-analytiques qui ont en commun avec les fonctions analytiques la propriété d'être connues lorsque l'on connaît leur valeur ainsi que celles de leurs dérivées en chaque point mais qui ne sont pas comme les fonctions analytiques, développables en séries de Taylor. De La Vallée Poussin a consacré de belles études à ces fonctions et a notamment considéré leurs approximations par des séries de Fourier.

De La Vallée Poussin allait maintenant abandonner l'étude des fonctions d'une variable réelle, pour celle des fonctions d'une variable complexe  $z = x + iy$ . Il devait cependant consacrer encore une étude aux premières.

Une solution d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre  $n$  est complètement déterminée lorsque l'on connaît sa valeur et celle de ses  $n - 1$  premières dérivées en un point. De La Vallée Poussin s'est demandé dans quelles conditions l'unicité de l'intégrale pourrait être conservée lorsque l'on se donne sa valeur en  $n$  points. Dans le cas  $n = 2$ , le problème avait été résolu par Picard, mais sa solution dans ce cas allait être obtenue par de nouvelles méthodes et étendue au cas  $n$  supérieur à 2. Cette solution concerne en premier lieu le cas où il s'agit de variables réelles et est ensuite étendue au cas de variables complexes. Dans ce dernier cas, les affixes des points donnés doivent être situés dans un polygone dont le rayon n'est pas supérieur à la racine positive d'une équation construite à partir des modules maxima des coefficients de l'équation différentielle.

La représentation conforme allait maintenant retenir l'attention de La Vallée Poussin ; il devait y trouver le même succès que dans ses recherches antérieures.

Rappelons, sans approfondir, que la représentation conforme d'une aire  $A'$  sur une aire  $A$  est une correspondance biunivoque entre les points  $z' = x' + iy'$  de  $A'$  et les points  $z = x + iy$  de  $A$ , conservant les angles. Si à deux courbes  $C, D$  se coupant en un point  $P$  de  $A$  correspondent dans  $A'$  des courbes  $C', D'$  se coupant en un point  $P'$ , l'angle des tangentes aux courbes  $C', D'$

en  $P'$  est égal à l'angle des tangentes aux courbes  $C$ ,  $D$  en  $P$  et de même orientation. On obtient cette représentation en posant  $z' = f(z)$ , où  $f(z)$  est une fonction holomorphe de  $z$ , c'est-à-dire une fonction uniforme possédant une dérivée en chaque point et restant finie, comme par exemple un polynôme entier et rationnel  $P(z)$  dans une aire de dimension finie.

Le problème de la représentation conforme a été posé par Riemann dans sa thèse en 1851. Il avait énoncé le théorème suivant : Un domaine simplement connexe dont la frontière contient plus d'un point, peut être représenté conformément et simplement sur un cercle d'une infinité de manière. Mais la démonstration était insuffisante. Depuis, de nombreux géomètres se sont attaqués au problème : Neumann, Schwarz, Poincaré, Carathéodory, Lindelöf et bien d'autres.

Considérons une aire  $A$  limitée par  $n + 1$  contours  $C, C_1, C_2, \dots, C_n$  dépourvus de singularités. L'un de ces contours,  $C$ , est extérieur aux autres et deux quelconques des contours intérieurs  $C_1, C_2, \dots, C_n$  ne se rencontrent pas. De plus, on peut passer d'un point de l'aire à un autre par un cheminement continu entièrement compris dans l'aire. L'aire  $A$  est appelée aire de connexion  $n + 1$  (ou de genre  $n$ ). On observera que si l'on joint deux des contours par une coupure, l'ordre de connexion de  $A$  est diminué d'une unité.

Pour expliquer en quoi consiste le problème de la représentation conforme, nous devons encore introduire la notion de fonction harmonique. Une fonction  $U(x, y)$  est dite harmonique dans une aire  $A$  si elle a une seule valeur finie et continue dans l'aire et sur son contour et si elle satisfait à l'équation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0.$$

Si  $f(z)$  est une fonction holomorphe dans l'aire et si on pose,

$$f(z) = U(x, y) + iV(x, y),$$

les fonctions  $U$  et  $V$  sont harmoniques.

Nous pouvons maintenant énoncer le problème de Dirichlet. Si sur le contour d'une aire plane connexe on donne des valeurs arbitraires constituant sur chaque courbe du contour une chaîne

finie et continue, construire une fonction harmonique dans l'aire qui, sur le contour, prend les valeurs données.

Revenons maintenant au problème de Riemann dont il a été question plus haut. Il s'énonce de la manière suivante : Étant donné dans le plan de la variable  $z$  une aire  $A$  simplement connexe, de contour  $C$ , et dans le plan de la variable  $z'$  un cercle  $C'$  de centre  $O$ , il existe une fonction  $z' = f(z)$ , holomorphe dans  $A$ , donnant une représentation conforme de cette aire sur le cercle  $C'$ . On peut de plus supposer que le point  $O$  correspond à un point déterminé de  $A$  et qu'un point de la circonférence du cercle  $C'$  correspond à un point déterminé du contour  $C$ . Mais encore une fois, la démonstration de Riemann manquait de rigueur.

Dans deux importants mémoires, de La Vallée Poussin résoud le problème de Riemann pour une aire de connexion  $n + 1$ . Dans ce but, il introduit des courbes, les cassiniennes, rencontrées autrefois par l'astronome Cassini, qui sont des ovales d'égal module d'un polynôme et qui forment précisément des aires de connexion multiple. Il montre alors que l'on peut représenter conformément une aire de connexion  $n + 1$  sur une aire dont les frontières sont les cassiniennes correspondant à un polynôme de degré égal ou supérieur à  $n$  mais ne possédant que  $n$  racines distinctes. Dans la démonstration, le principe de Dirichlet intervient pour former la fonction holomorphe.

Pour  $n = 1$ , le polynôme est du premier degré et les cassiniennes correspondantes sont deux cercles concentriques, l'on obtient la représentation conforme d'une aire de connexion un sur une couronne circulaire. On retrouve ainsi un théorème obtenu par d'autres méthodes par Scottky.

Le problème de Dirichlet fait intervenir une fonction harmonique prenant certaines valeurs sur la frontière d'une aire ; de La Vallée Poussin a montré que cette fonction était une intégrale de Stieltjes. Résultat capital.

Les dernières recherches de notre compatriote ont été condensées dans un ouvrage intitulé : *Le Potentiel logarithmique. Balayage et représentation conforme*, paru en 1949. Il nous paraît difficile de faire comprendre la matière de ce volume dans ces

quelques pages, il fut précédé de plusieurs mémoires parus avant la guerre ; il apporte des solutions définitives à bien des questions et à lui seul, il aurait suffi à asseoir la réputation de son auteur. Le manuscrit en était terminé en 1945, mais les difficultés de l'édition d'après-guerre en ont retardé la publication. Le *Centre Belge de Recherches Mathématiques* fut heureux d'assurer celle-ci.

Nous voici au terme d'un rapide aperçu des travaux du Baron de La Vallée Poussin ou tout au moins de ses principaux travaux, car nous eussions pu faire allusion aussi à des travaux de géométrie. Dans un discours qu'il prononça en 1928, il disait : « j'ai » beaucoup et passionnément aimé les mathématiques. Dès » qu'elles m'ont été révélées, je me suis donné à elles sans réserve. » Je leur ai beaucoup demandé et, quoi qu'elles aient pu me refuser, elles n'ont jamais cessé de me sourire. » La Mathématique est un art et il fit de la mathématique en grand artiste. Ce qui se dégage de son œuvre, c'est la beauté sereine de ses raisonnements et de ses résultats.

Il est injuste de parler de l'œuvre d'un savant sans faire allusion à son entourage familial. C'est au cours d'un voyage en Suède qu'il rencontra celle qui devait devenir Madame de La Vallée Poussin. Cinq enfants vinrent égayer le ménage, mais la mère de famille sut toujours assurer à son mari le calme nécessaire à ses études. De son côté, lorsqu'il lui avait fixé un rendez-vous, il pouvait assister à une séance importante, il quittait celle-ci pour ne pas faire attendre sa femme. Il l'appelait parfois « sa collaboratrice sans le savoir. »

Les honneurs n'ont pas manqué à de La Vallée Poussin. En 1928, suivant une coutume de l'Université de Louvain, une manifestation fut organisée trente-cinq ans après sa promotion de professeur extraordinaire. Plus tard, en 1943, on fêta ses cinquante ans de professorat. Dès le 15 décembre 1898, il était élu correspondant de l'Académie, il en devint membre en 1908 et présida la Classe des Sciences en 1923. Il était Associé de l'Institut de France et appartenait à plusieurs Académies étrangères dont celle des Lincei. Il était Docteur Honoris Causa des Universités de Paris, de Toronto, de Strasbourg et d'Oslo.

Lorsqu'après la guerre de 1914-1918 fut créée l'*Union internationale des Mathématiciens*, il en fut le premier Président. Il fut appelé à faire des conférences dans un grand nombre d'Universités.

Comme on l'a vu, il fit des cours à Paris en 1916 et 1918. Pendant son séjour à Paris, il se lia d'amitié avec deux mathématiciens français, Henri Lebesgue et M. Paul Montel, que nous avons encore la joie d'avoir parmi nous. C'étaient trois hommes accueillants aux jeunes, toujours prêts à les conseiller. Nous avons fait la connaissance de notre illustre compatriote en 1912 et depuis, nous avons siégé à ses côtés pendant quelque trentecinq ans à l'Académie. Qu'il nous soit permis de dire la profonde estime que nous avons pour lui.

L'illustre mathématicien s'est éteint doucement, le 2 mars 1962 ; jusqu'à ses dernières heures, il avait conservé une parfaite lucidité d'esprit.

Quel artiste était de La Vallée Poussin ! Lorsque l'on regarde son œuvre dans son ensemble, on est ébloui par sa beauté.

Lucien GODEAUX,  
Membre de l'Académie Royale.

#### RÉFÉRENCE

Notice par Lucien GODEAUX, dans *l'Annuaire de l'Académie Royale de Belgique*, 1967, suivie de la liste complète des publications de Charles DE LA VALLÉE POUSSIN.