



J. Deruyt

NOTICE SUR JACQUES DERUYTS

MEMBRE DE L'ACADÉMIE.

*Né à Liège le 18 mars 1862,
mort à Liège le 5 juillet 1945.*

Joseph-Gustave-Jacques Deruyts est né à Liège le 18 mars 1862. Il appartenait à une famille de musiciens ; son grand-père Jean-Jacques Deruyts et son père, Gustave Deruyts, furent compositeurs de musique et voici une dizaine d'années, Jacques Deruyts a publié un *Duo pour piano et violoncelle* retrouvé dans les papiers de son père.

Jacques Deruyts avait un frère, François, son cadet de deux ans, qui mourut prématurément en 1902 ; il était professeur de Géométrie supérieure à l'Université de Liège et Correspondant de l'Académie (1). La famille était très unie et à la mort de François, les deux fils étaient toujours célibataires. Deruyts ne se maria qu'assez tard,

(1) Notice sur François Deruyts. (Annuaire de l'Académie, 1938).

Annuaire de l'Académie

la quarantaine sonnée ; il épousa Mademoiselle Valentine Wodon, cousine de feu Louis Wodon, qui appartient à la Classe des Lettres.

C'est à l'Athénée royal de Liège que Deruyts fit ses études secondaires ; il en sortit en 1878, porteur du certificat d'humanités gréco-latines. Il s'inscrivit à l'Université de Liège, dans la section des Sciences physiques et mathématiques. Celle-ci comportait à cette époque peu d'élèves, la plupart de nos futurs professeurs de Mathématiques fréquentant l'École normale supérieure des Sciences annexée à l'Université de Gand. A l'Université, il eut pour Maîtres Eugène Catalan et Constantin Le Paige, qui eurent sur sa formation une profonde influence.

Reçu Docteur en Sciences physiques et mathématiques en 1883, J. Deruyts resta attaché à l'Université, d'abord comme assistant du Professeur Pérard, qu'il suppléa dans l'enseignement de la physique expérimentale. En 1885, il fut chargé du Cours de Compléments d'Analyse supérieure, qu'il conserva jusqu'en 1924. Il fit, de 1894 à 1911 le cours d'Éléments d'Analyse mathématique à la section des Arts et Manufactures. Trois ans plus tard, en 1897, il assumait la charge du cours d'Analyse supérieure. En 1902, à la mort de son frère, il reprit le cours de Géométrie supérieure. Enfin, en 1911, lors de l'admission à l'éméritat de J. Neuberg, Deruyts eut dans ses

Notice sur Jacques Deruyts

attributions le cours de Calcul différentiel et de Calcul intégral, ainsi que le cours d'Algèbre supérieure de la candidature ingénieur, mais il abandonna la Géométrie supérieure et le cours des Arts et Manufactures. En 1929, lors de la réorganisation de l'enseignement universitaire, le doctorat en Sciences physiques et mathématiques fut scindé en deux licences ; un cours de Compléments de Mathématiques fut créé à la Licence en Sciences physiques et placé dans les attributions de Deruyts, mais celui-ci n'eut pas à le faire.

Deruyts avait été nommé Professeur ordinaire en 1893. En 1932, il fut admis à l'éméritat. Il avait encore à cette époque un enseignement assez chargé, qu'il faisait sans fatigue apparente ; ce ne fut pas sans regret, ni même sans amertume, qu'il abandonna sa chaire. Pendant près de cinquante ans, il avait enseigné à de nombreuses générations d'étudiants, qui ont conservé de leur professeur le meilleur souvenir.

C'est en 1890 que Deruyts fut élu Correspondant de l'Académie ; il avait alors vingt-huit ans. Deux ans plus tard, il fut élu Membre titulaire. En 1909, il fut Président de l'Académie. Il était en outre Membre de la Société des Sciences de Liège depuis 1884, Membre honoraire du Bureau de la Société Mathématique de France depuis 1914 et Membre d'honneur de la Société des Ingénieurs sortis de l'École de Liège (A. I. Lg.).

Annuaire de l'Académie

* * *

A l'époque où Deruyts fit ses études, la théorie des formes algébriques jouissait d'une grande vogue. Cayley, Aronhold, Clebsch, Gordan, Sylvester, d'autres encore, avaient poussé très loin la théorie des formes binaires. Cette théorie faisait l'objet de l'enseignement de Le Paige, qui lui avait également apporté des contributions intéressantes. Le moment était venu d'aborder la théorie des formes à un nombre quelconque de variables et c'est à ce problème que Deruyts s'attaqua ; il devait lui consacrer la majeure partie de son activité scientifique.

On sait que l'on entend par forme algébrique un polynome entier, rationnel et homogène par rapport à une ou plusieurs séries de variables. Considérons une forme algébrique f dépendant d'un certain nombre de séries de n variables homogènes (x) , (y) , ..., (z) , de même espèce. Effectuons sur ces variables une même substitution linéaire S et soient (X) , (Y) , ..., (Z) les transformées des variables (x) , (y) , ..., (z) .

Appelons d'une manière générale a les coefficients de la forme f et écrivons la même forme en employant les variables (X) , (Y) , ..., (Z) et en désignant les coefficients par A . Ceux-ci s'expriment en fonctions des coefficients a et des coeffi-

Notice sur Jacques Deruyts

cients de la substitution S ; ils sont dits les transformés des coefficients a .

Considérons une fonction rationnelle et entière g des coefficients a et des variables (x) , (y) , ..., (z) et la fonction G obtenue en remplaçant dans g les quantités a , (x) , (y) , ..., (z) par leurs transformées A , (X) , (Y) , (Z) . Si l'on a

$$G = \delta^\alpha g,$$

où δ est le déterminant des coefficients de la substitution S (supposé différent de zéro) et α entier, la fonction g est appelée fonction invariante. Si la fonction g ne dépend pas des variables, mais uniquement des coefficients, c'est un invariant ; si elle ne dépend que des variables, c'est un covariant identique. On peut d'ailleurs partir de plusieurs formes algébriques données f , f_1 , ... portant sur les mêmes variables et définir les fonctions invariantes où figurent les coefficients de ces différentes formes.

La notation symbolique de Clebsch et Aronhold joue un rôle important dans la théorie des formes algébriques ; on l'introduit très simplement de la manière suivante : Reprenons la forme algébrique f et supposons qu'elle soit de degré α par rapport aux variables (x) , de degré β par rapport aux variables (y) , ..., de degré γ par rapport aux variables (z) . Considérons d'autre part des formes linéaires

Annuaire de l'Académie

ξ, η, \dots, ζ respectivement par rapport aux variables $(x), (y), \dots, (z)$ et formons le produit

$$\xi^{\alpha} \eta^{\beta} \dots \zeta^{\gamma}$$

Considérons un terme déterminé de la forme f et, dans le produit précédent, le terme qui contient les variables avec les mêmes exposants. Pour écrire le coefficient dans le terme considéré de la forme f , il suffira de placer en indices les exposants des variables figurant dans le terme correspondant du produit, en conservant le coefficient numérique. On voit tout de suite les simplifications qui sont apportées par cette représentation, qui revient à remplacer une forme algébrique quelconque par un produit de puissances de formes linéaires.

Pour rechercher les fonctions invariantes d'un système de formes algébriques données, à n séries de n variables homogènes, Deruyts commence par décomposer la substitution S en produit de substitutions simples. Ces substitutions, si l'on interprète les variables x_1, x_2, \dots, x_n comme coordonnées homogènes des points d'un espace projectif à $n-1$ dimensions, sont ce que les géomètres appellent les homologies générales et spéciales. Les premières consistent à multiplier une des variables par un facteur constant :

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1, \quad \dots, \quad x_{i-1} = X_{i-1}, \quad x_i = aX_i, \\ x_{i+1} &= X_{i+1}, \quad \dots, \quad x_n = X_n, \end{aligned} \quad (S_i).$$

Notice sur Jacques Deruyts

Dans les secondes, on ajoute à une des variables une autre multipliée par un facteur constant :

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1, \quad \dots, \quad x_{h-1} = X_{h-1}, \quad x_h = X_h + aX_h, \\ x_{h+1} &= X_{h+1}, \quad \dots, \quad x_n = X_n. \end{aligned} \quad (S_{hh}).$$

On peut d'ailleurs, pour les substitutions de la seconde sorte, se limiter aux substitutions $S_{1,2}$, $S_{2,3}$, ..., $S_{n-1,n}$.

Il suffira, pour qu'une fonction soit invariante par rapport à une substitution S , qu'elle le soit par rapport aux substitutions $S_1, S_2, \dots, S_{12}, S_{13}, S_{23}, \dots, S_{n-1,n}$, et qu'elle satisfasse en outre à une autre condition dont nous parlerons tantôt.

Pour qu'une fonction g soit invariante par rapport aux substitutions S_1, S_2, \dots, S_n , il suffit qu'elle soit isobare. Voici ce que Deruyts entend par là.

Appelons poids d'un coefficient d'une forme par rapport à l'indice i , la somme des exposants de x_i, y_i, \dots, z_i dans le terme où figure ce coefficient. Considérons ensuite un produit de coefficients des formes données et des variables (x), (y), ... (z) : le poids de ce produit, par rapport à l'indice i , sera la somme des poids des coefficients par rapport à l'indice i , diminuée de la somme des exposants de x_i, y_i, \dots, z_i . Si nous considérons maintenant une fonction g , elle sera isobare par rapport à l'indice i si tous ses termes ont le même poids par rapport à cet indice et cette valeur sera le poids de la forme par rapport à l'indice considéré.

Évidemment, si la fonction g est invariante par rapport à toutes les substitutions de la première sorte, elle est isobare par rapport à tous les indices.

La condition pour que la fonction g soit invariante par rapport à la substitution $S_{h, h+1}$ se traduit par une équation aux dérivées partielles $[h, h+1] = 0$, à laquelle la fonction doit satisfaire.

Deruyts appelle fonction semi-invariante une fonction isobare par rapport aux indices $1, 2, \dots, n$, satisfaisant aux équations aux dérivées partielles

$$[1, 2] = 0, [2, 3] = 0, \dots, [n-1, n] = 0.$$

En particulier, si la fonction est indépendante des variables, elle est appelée semi-invariant.

Si une fonction semi-invariante a le même poids par rapport aux différents indices $1, 2, \dots, n$, elle devient une fonction invariante au sens donné plus haut à ce terme et un semi-invariant devient un invariant.

La méthode symbolique de Clebsch et Aronhold qui, avant Deruyts, n'avait été utilisée que pour les fonctions invariantes, est transportée par celui-ci aux fonctions semi-invariantes. On peut ainsi faire correspondre à toute fonction semi-invariante une expression symbolique qui n'est autre que la fonction semi-invariante de mêmes poids, mais relative à des formes linéaires. Cette

Notice sur Jacques Deruyts

expression symbolique est d'ailleurs une somme de produits de déterminants formés soit avec les coefficients des formes linéaires, soit avec les variables, et de formes linéaires.

Dans une fonction invariante, le coefficient du terme contenant uniquement les variables x_1, y_1, \dots, z_n porte le nom de source de la fonction. Sa connaissance permet d'en déduire la fonction, à une puissance du déterminant des inconnues près.

Un semi-invariant est la source d'une fonction invariante. D'une manière précise, si p, q, \dots, r sont les poids respectivement par rapport aux indices $1, 2, \dots, n$ d'un semi-invariant ψ , celui-ci est la source d'une fonction invariante Ψ , de poids nuls, contenant les variables $(x), (y), \dots, (z)$ aux degrés p, q, \dots, r . Cette fonction Ψ a pour facteur le déterminant des inconnues à la puissance r . L'autre facteur, qui ne contient plus que les $n - 1$ premières séries de variables, est appelé par Deruyts covariant primaire. C'est par l'étude des covariants primaires que Deruyts poursuit la recherche des fonctions invariantes. On peut déduire toutes les fonctions invariantes des covariants primaires ; d'une manière précise, toute fonction invariante est la somme de covariants identiques multipliés par des polaires de covariants primaires. Plus tard, Deruyts a d'ailleurs démontré que la réduction des fonctions invariantes aux covariants primaires est la plus complète que l'on

Annuaire de l'Académie

puisse établir. Cette propriété est d'autant plus importante que Deruyts montre que tout covariant primaire d'un système de formes algébriques quelconques est une somme de produits et de puissances d'un certain nombre fini de ces covariants. Pour arriver à cette dernière propriété, l'auteur utilise les méthodes qui ont permis à Hilbert d'établir que, une suite de polynomes étant donnée, ceux-ci peuvent s'exprimer en fonction d'un nombre limité d'entre eux.

Capelli, qui avait appliqué à la théorie des formes algébriques l'opération polaire et formé des développements en séries pour obtenir les fonctions invariantes, avait déjà rencontré les covariants primaires et en avait souligné l'importance, mais sans en pousser l'étude aussi loin que Deruyts le fit. Comme Franz Meyer l'écrit dans son *Rapport sur les progrès de la théorie projective des invariants dans le dernier quart de siècle*(1), Deruyts a fait faire un progrès essentiel à cette théorie.

Les recherches dont il vient d'être question ont paru dans les recueils de l'Académie et de la

(1) *Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs* (BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, 1894, 1895, 1896). Traduction du travail publié en allemand dans le *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, en 1892.

Notice sur Jacques Deruyts

Société des Sciences de Liège de 1887 à 1891, mais l'auteur a coordonné ses résultats et simplifié ses démonstrations dans son *Essai d'une théorie générale des formes algébriques*, publié en 1891 dans les Mémoires de la Société des Sciences de Liège.

Dans les travaux précédents, les séries de variables considérées sont toutes de même espèce, c'est-à-dire que, suivant la terminologie employée, il s'agit de variables cogrédientes. Deruyts a également consacré plusieurs notes aux formes contenant des séries de variables contragrédientes. Si l'on interprète les variables x_1, x_2, \dots, x_n comme coordonnées d'un point d'un espace projectif à $n-1$ dimensions, les variables qu'il considère sont les coordonnées pluckériennes des espaces linéaires appartenant à l'espace principal.

En 1896, Deruyts a brusquement cessé toute publication ; si l'on fait exception pour le discours *Sur l'abstraction mathématique et ses applications* qu'il prononça comme président de l'Académie en 1909 à la séance publique de la Classe des Sciences, il ne reprit la plume qu'en 1911. Le problème qu'il aborde alors ressortit à la théorie des formes algébriques. Dans celle-ci, on rencontre des expressions qui, lorsque les variables sont soumises à des substitutions linéaires, subissent également une substitution linéaire ; tels sont par exemple les coefficients d'une forme. Deruyts considère

Annuaire de l'Académie

un système d'éléments p associés aux variables x , subissant, lorsque les x sont soumis à une substitution linéaire S , une substitution linéaire Σ . Il suppose que les paramètres de Σ sont des fonctions rationnelles et entières des paramètres de S , à une puissance entière du déterminant de la substitution S près ; que si S coïncide avec l'identité, il en est de même de Σ ; enfin qu'au produit de deux substitutions telles que S correspond le produit des substitutions Σ homologues. Les groupes formés par les substitutions S et par les substitutions Σ sont donc isomorphes. Il démontre que dans ces conditions, les éléments p peuvent être regardés comme constitués par des fonctions linéaires des coefficients des formes primitives, multipliées par des puissances entières du covariant identique formé par les variables.

Deruyts reprend ensuite le même problème, mais en supposant que les paramètres de Σ sont des fonctions rationnelles quelconques de ceux de S ; il démontre que ces paramètres sont nécessairement des fonctions entières, éventuellement divisées par une puissance entière du déterminant des coefficients de S .

Après ces travaux, Deruyts reviendra encore à deux reprises sur la théorie des formes algébriques, dans une note au Congrès de Strasbourg, en 1920, où il énonce un théorème sur les formes à plusieurs séries de n variables, et dans une der-

Notice sur Jacques Deruyts

nière note, parue en 1939, où il revient sur la théorie générale des fonctions invariantes.

* * *

Comme nous l'avons dit plus haut, l'œuvre principale de Deruyts concerne la théorie des formes algébriques, mais il a aussi travaillé dans d'autres directions. Tout au début de sa carrière, avant même d'aborder la théorie des formes algébriques, il a consacré quelques études au calcul approché d'intégrales définies, à des développements en séries, aux polynômes de Legendre et enfin à des classes de polynômes qu'il appelle polynômes conjugués. Il considère deux suites de polynômes P_0, P_1, P_2, \dots et Q_0, Q_1, Q_2, \dots . Si l'on a

$$\int_a^b f(x)P_m(x)Q_n(x)dx = 0$$

lorsque m et n sont différents, $f(x)$ étant une fonction donnée, a et b deux constantes, les deux suites de polynômes sont dites conjuguées par rapport à la fonction $f(x)$ et aux limites, a , b . Il démontre que si $m = n$, l'intégrale précédente ne peut être nulle. De plus, si une des suites est donnée, l'autre est complètement déterminée. Deruyts est revenu à plusieurs reprises sur ces

Annuaire de l'Académie

questions et ses résultats ont été utilisés par Burkhardt (1).

Notre Confrère a également apporté des contributions à la théorie des déterminants.

Dans son enseignement, il a toujours eu grand souci de la rigueur et, surtout après qu'il eût repris l'enseignement de l'Analyse mathématique en candidature, il a longuement médité sur les principes des Mathématiques. Il a notamment imaginé une nouvelle méthode d'introduction des nombres irrationnels et écrit un mémoire sur la généralisation de la notion d'aire et de volume aux espaces à plusieurs dimensions. Jusqu'à son dernier jour, il n'a cessé de travailler dans cette direction.

* * *

Lorsque l'auteur de ces lignes était sur les bancs de l'Université de Liège, Deruyts faisait au Doctorat en Sciences physiques et mathématiques tous les cours de Mathématiques pures : Analyse supérieure, Compléments d'Analyse supérieure et Géométrie supérieure. Les Cours de Doctorat

(1) *Entwicklungen nach oscillirenden Functionen und Integration der Differentialgleichungen der mathematischen Physik* (Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1908).

Notice sur Jacques Deruyts

étaient bisannuels. Trois fois par semaine, les mardi, jeudi et samedi, nous retrouvions notre professeur dans la petite salle du Doctorat. Il n'est pas sans intérêt de dire quelle était la matière de son enseignement. Le cours d'Analyse mathématique était consacré pendant un an à la théorie des fonctions uniformes d'une variable complexe et aux fonctions elliptiques. La seconde année, après les préliminaires indispensables sur les fonctions uniformes de plusieurs variables complexes, les équations différentielles et aux dérivées partielles faisaient l'objet de l'enseignement. Dans le cours de Compléments d'Analyse supérieure, la Géométrie infinitésimale et la Théorie des formes algébriques alternaient d'année en année. L'enseignement de la Géométrie supérieure était au fond assez élémentaire. Une année, Deruyts faisait un exposé de la Géométrie projective sans appel à des notions métriques ; l'autre année, c'étaient les préliminaires de la théorie des courbes et des surfaces algébriques au moyen de la Géométrie analytique qui faisaient l'objet de ses leçons. Comme nous l'avons dit, Deruyts avait repris cet enseignement à la mort de son frère François, mais il a toujours paru à ses auditeurs que, ajouté à ses autres attributions, c'était pour lui une lourde charge. Il n'avait pas moins de dix heures de cours par semaine et peut-être est-ce à cela que l'on doit la brusque interrup-

Annuaire de l'Académie

tion de ses publications dont nous parlions plus haut. Quoi qu'il en soit, son enseignement était clair et méthodique ; il avait une conception élevée des devoirs de sa charge et ses étudiants avaient pour lui une respectueuse estime.

Dans son enseignement de candidature, il s'attachait longuement à dégager les principes et n'arrivait à la définition de la dérivée d'une fonction que vers la fin de janvier, ce qui n'était pas sans inconvénient pour ceux de ses collègues qui devaient utiliser cette notion.

Très attaché à l'Université, son admission à l'éméritat lui fut un véritable chagrin, bien que les manifestations de ses Collègues et de ses élèves lui eussent prouvé qu'il avait servi avec honneur l'Alma Mater et le pays. La mort de sa Femme, survenue quelques mois plus tard, fut pour lui un coup d'autant plus dur, dont il ne se remit jamais complètement.

Deruyts ne recherchait pas les honneurs et il fallait beaucoup insister pour qu'il accepte d'être l'objet de la moindre manifestation. En 1940, il y avait cinquante ans qu'il avait été élu à l'Académie ; le fait est assez rare pour que notre Secrétaire Perpétuel, M. de Sélys Longchamps, songeât à organiser une manifestation toute intime, lors de la séance des trois Classes. Nous fûmes chargé de consulter Deruyts et l'accueil fut assez frais ; ce fut un non catégorique. Quelques jours avant

Notice sur Jacques Deruyts

la séance, il revint cependant sur sa décision ; au cours de la séance du 7 mai après-midi, nous rappelâmes les étapes de sa carrière dans une brève allocution, à laquelle il répondit en évoquant de lointains souvenirs académiques (1). Un dîner, égayé par la verve étincelante de notre regretté Confrère Capart, alors président de l'Académie, réunit quelques Confrères autour de lui. Il fut très sensible à cet hommage de l'Académie à son doyen d'élection.

Le jour anniversaire de ses quatre-vingts ans, le Bureau de la Faculté des Sciences de Liège et les professeurs qui avaient été ses élèves allèrent le féliciter et à ce geste aussi, il fut très sensible.

Deruyts s'éteignit doucement le 5 juillet 1945, entouré des soins d'une nièce qui, depuis la mort de sa Femme, habitait avec lui. Il avait pu voir la libération du pays, mais il avait beaucoup souffert pendant le dernier hiver. Comme tous ses concitoyens, il avait dû, sous la menace des bombes volantes, se réfugier dans les caves, sans feu. Peut-être cela a-t-il hâté sa fin.

Il était grand Officier de l'Ordre de Léopold et de l'Ordre de la Couronne.

LUCIEN GODEAUX.

(1) Cinquantenaire Académique de M. J. Deruyts. Discours de M. L. Godeaux, allocution de M. J. Deruyts (BULLETIN DE L'ACADÉMIE, 1940).

BIBLIOGRAPHIE

PUBLICATIONS ACADÉMIQUES

Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers.

Sur certains développements en séries. 1886, tome XLVII.

Sur une classe de polynomes conjugués. 1886, tome XLVIII.

Sur la généralisation des semi-invariants. 1888, tome LI.

Sur les transformations linéaires et la théorie des covariants. 1889, tome LI.

Sur la loi de formation des fonctions invariantes. 1889, tome LI.

Détermination des fonctions invariantes de formes à plusieurs séries de variables. 1890, tome LII.

Mémoires des Membres.

Sur le développement de certaines fonctions algébriques. 1890, tome XLIX.

Mémoires in 8°.

Sur les ensembles polyédroïdes à un nombre quelconque de dimensions. 1935.

Notice sur Jacques Deruyts

Bulletins (3^e série).

- Sur le calcul approché de certaines intégrales définies. 1886, t. XI, p. 307.
- Sur quelques propriétés des semi-invariants. 1887, t. XIII, p. 226.
- Développements sur la théorie des formes binaires. 1887, t. XIV, p. 53.
- Sur la théorie des formes algébriques à un nombre quelconque de variables. 1888, t. XV, p. 951.
- Sur la différentiation mutuelle des fonctions invariantes. 1888, t. XVI, p. 207.
- Sur quelques propriétés des transformations linéaires. 1888, t. XVI, p. 576.
- Sur les fonctions semi-variantes. 1890, t. XIX, p. 255.
- Sur la réduction des fonctions invariantes. 1890, t. XX, p. 265.
- Sur les covariants primaires. 1890, t. XX, p. 116.
- Sur le nombre des fonctions invariantes. 1891, t. XXI, p. 437.
- Rapport sur la nouvelle rédaction du mémoire de M. Beaupain : Sur quelques formules de calcul intégral. 1891, t. XXI, p. 417.
- Sur une extension de la loi de réciprocité de M. Hermite. 1891, t. XXII, p. 11.
- Sur les formes algébriques à particularités essentielles. 1892, t. XXIII, p. 152.

Annuaire de l'Académie

- Sur les relations qui existent entre certains déterminants. 1892, t. XXIII, p. 507.
- Sur certaines substitutions linéaires. 1892, t. XXIV, p. 102.
- Sur la réduction la plus complète des fonctions invariantes. 1892 t. XXIV, p. 286.
- Sur la réduction des fonctions invariantes dans le système des variables géométriques. 1892, t. XXIV, p. 550.
- Sur les équations caractéristiques des fonctions invariantes réduites. 1893, t. XXV, p. 450.
- Sur une propriété des fonctions invariantes. 1893, t. XXVI, p. 258.
- Sur les formes à plusieurs séries de variables d'espèces différentes. 1894, t. XXVIII, p. 157.
- Rapport sur le mémoire couronné de M. Lucien Lévy : Sur les systèmes de surfaces triplement orthogonaux. 1894, t. XXVIII, p. 480.
- Rapport sur un mémoire de M. Beaupain : Sur les fonctions hypergéométriques de seconde espèce et d'ordre supérieur. 1895, t. XXIX, p. 214.
- Rapport sur le travail de M. J. Beaupain : Sur les fonctions hypergéométriques de seconde espèce et d'ordre supérieur (2^e communication). 1895, t. XXX, p. 4.
- Rapport sur un travail de M. A. Demoulin : Sur une déformation des surfaces de révolution. 1896, t. XXXII, p. 82.

Notice sur Jacques Deruyts

- Sur les fonctions invariantes associées à un système transformable. 1896, t. XXXII, p. 92.
Quelques propriétés du déterminant d'un système transformable, 1896, t. XXXII, p. 433.
Rapport sur un travail de M. A. Demoulin. 1898, t. XXXVIII, p. 232.

Bulletins de la Classe des Sciences.

- Rapport sur un travail de M. J. Beaupain : Sur une classe de fonctions qui se rattachent aux fonctions de Jacques Bernouli. 1900, p. 255.
Rapport sur un travail de M. J. Beaupain : Sur la fonction gamma double. 1904, p. 894.
L'abstraction mathématique et ses applications (Discours). 1909, p. 1323.
Étude des éléments définis d'une manière abstraite comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables. 1911, p. 525.
Sur les transformations linéaires induites à paramètres rationnels. 1911, p. 554.
Remarques sur deux notes de M. Winants. 1924.
Discours prononcé aux funérailles de C. le Paige. 1929.
Sur la théorie des formes algébriques. 1939, p. 360.
Cinquantenaire académique de M. J. Deruyts. 1940, p. 183.

Annuaire de l'Académie

Autres Publications.

Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège.

Note sur quelques propriétés des déterminants multiples. 1883, 2^e série, t. IX.

Sur certaines sommes de déterminants. 1883, t. X.

Remarques sur quelques points de la dynamique. 1884, t. X.

Sur les fonctions X_n de Legendre. 1884, t. XI.

Sur l'analyse combinatoire des déterminants. 1884, t. XI.

Sur une classe de polynomes analogues aux fonctions de Legendre. 1887, t. XIV.

Sur certains systèmes de polynomes associés. 1887, t. XIV.

Sur les semi-invariants de formes binaires (deux notes). 1888, t. XV.

Essai d'une théorie générale des formes algébriques. 1891, t. XVII.

Publication d'une note de François Deruyts sur la théorie des déterminants. 1928, 3^e série, t. XIV.

Divers.

Sur la valeur du reste des formules d'approximation pour le calcul des intégrales définies (Bulletin de la Société Mathématique de France. 1888, t. XIV).

Notice sur Jacques Deruyts

Éloge funèbre du Professeur Pierre de Heen (Publications de l'Université de Liège, 1919).

Note sur la théorie des formes algébriques (C. R. du Congrès des Mathématiciens de Strasbourg, 1920).

Méthode nouvelle d'exposé de la théorie des nombres irrationnels (C. R. du Congrès de Liège de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, 1924).

Biographie de C. le Paige (Bulletin des amis de l'Université de Liège, 1929).

Cours d'Analyse infinitésimale fait à l'Université de Liège. Deux volumes, publiés par l'Association des élèves des Écoles spéciales. Autographies. Quatre éditions de 1912 à 1929.

Cours d'Algèbre supérieure (en collaboration avec C. le Paige) publié par l'Association des élèves des Écoles spéciales. Autographie. Quatre éditions de 1912 à 1927.

Leçons d'Algèbre (Déterminants — Théorie des équations). Bruxelles, Hayez, 1929.

Publication de compositions musicales de Gustave Deruyts et de Jean-Jacques Deruyts. Liège. 1925 et 1935.