Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels

DESIGNATION.

M. **Philibert Guinier** est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter l'Académie à la Conférence constitutive de l'**Union Internationale pour la protection de la Nature**, qui aura lieu à Fontainebleau, du 30 septembre au 7 octobre 1948.

PLIS CACHETÉS.

M. **Pierre Lapostolle** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 10 décembre 1947 et enregistré sous le n° 12.366.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *Électronique, Méthode expérimentale pour l'essai* a priori *des lignes à retards pour amplificateur à ondes progressives.*

(Renvoi à l'examen de M. Louis de Broglie.)

CORRESPONDANCE.

M. **Frédéric Riesz**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Robert Hardouin. *La vie des Abeilles solitaires.*

2° Solange Duplaix. *Détermination microscopique des minéraux des sables.* Préface de M. Jacques Bourcart.

3° *Murex Review*, published by Murex Ltd. Rainham, Essex. Volume 1, n° 1.

4° Bureau d'études géologiques et minières coloniales. *Carte géologique internationale de l'Afrique.* Feuille 2 (présentée par M. Charles Jacob).

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Structure des points unis des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique.* Note (*) de M. **Lucien Godeaux**, transmise par M. Élie Cartan.

Soit F une surface algébrique contenant une involution cyclique I_p d'ordre premier p. On peut prendre, comme modèle projectif de la surface F, une surface normale d'ordre pn, de S_r, sur laquelle I_p est déterminée par une

(*) Séance du 12 juillet 1948.

homographie cyclique H possédant p axes ponctuels $\sigma_0, \sigma_1, \ldots, \sigma_{p-1}$, dont le premier seul rencontre F et détermine sur celle-ci les points unis de I_p [1]. Si ε est une racine primitive d'ordre p de l'unité, on attache aux axes $\sigma_0, \sigma_1, \ldots, \sigma_{p-1}$ de H les quantités $1, \varepsilon, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^{p-1}$, invariants projectifs de H. On désigne par $|C_i|$ le système de courbes découpé sur F par les hyperplans de S_r passant par $\sigma_0, \ldots, \sigma_{i-1}, \sigma_{i+1}, \ldots, \sigma_{p-1}$. $|C_0|$ est dépourvu de points-base.

Soit A un point uni non parfait de I_p. Le plan tangent α à F en A est uni pour H et s'appuie en un point sur deux axes de H; on peut toujours supposer que ces axes sont σ_1 et σ_τ. Soient a_1, a_τ les tangentes à F en A s'appuyant sur σ_1, σ_τ.

Appelons C'_0 les courbes C_0 passant par A; elles ont la multiplicité $\rho_1 < p$ en A, les tangentes étant confondues avec a_1, a_τ. Appelons C''_0 les courbes C'_0 assujetties à toucher en A une droite de α distincte de a_1, a_τ; elles ont en A soit la multiplicité $\rho_2 < p$, les tangentes étant confondues avec a_1, a_τ, soit la multiplicité p, les tangentes étant variables. Dans le premier cas, on appellera C'''_0 les courbes C''_0 touchant en A une droite distincte de a_1, a_τ, et ainsi de suite. Déterminer la structure du point uni A équivaut à déterminer le comportement des courbes $C'_0, C''_0, \ldots$ en A.

Les courbes C_1 ont un point simple en A et y touchent la droite a_τ; les courbes C_τ ont un point simple en A et y touchent a_1.

Soient λ, μ deux entiers positifs satisfaisant à

$$\lambda + \tau\mu \equiv 0 \pmod{p}, \qquad \lambda + \mu < p. \tag{1}$$

Les courbes $\lambda C_1 + \mu C_\tau$ ont la même multiplicité en A que les courbes de l'un des systèmes $|C'_0|, |C''_0|, \ldots$. Réciproquement, si les courbes $C_0^{(k)}$ ont la multiplicité $\lambda + \mu$ en A, λ tangentes coïncident avec a_τ et μ avec a_1, les entiers λ, μ satisfont aux conditions (1).

Les courbes $C_0^{(x)}$ ont en commun au moins deux suites de points fixes, infiniment voisins successifs de A; ces points sont unis non parfaits pour I_p, sauf les derniers de chaque suite qui sont unis parfaits. Ces différentes suites appartiennent à des branches des courbes $C_0^{(x)}$, d'origine A, tangentes à a_1 ou à a_τ. Une courbe C_1 et une courbe C_τ rencontrent chacune une courbe $C_0^{(x)}$ en p points réunis en A.

La détermination des suites de points est basée sur la remarque suivante : Soient P_1, P_2, P_3 trois points consécutifs d'une suite, s_1, s_2, s_3 leurs multiplicités pour les courbes $C_0^{(x)}$. On a $s_1 \geqq s_2 \geqq s_3$. Si $s_1 > s_2$, les courbes $C_0^{(x)}$ ont en commun un certain nombre de points infiniment voisins successifs de P_2, dont

(1) *Voir* notre exposé sur *Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique* (Paris, 1935). *Voir* aussi deux mémoires parus dans les Mémoires in-8° de l'Académie de Belgique, 1938 et dans les *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1938.

le premier P'_2 est distinct de P_3; la somme des multiplicités de ces points est égale à $s_1 - s_2$ et la multiplicité de P'_2 est au plus égale à $s_2 - s_3$.

Pour chaque valeur de p et de τ, on peut ainsi déterminer la structure du point uni A.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les jets supersoniques plans.*

Note (*) de M. **Frédéric Zerner**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Si, après avoir appliqué la transformation de Legendre à l'équation du potentiel de vitesse d'un fluide compressible, on introduit les caractéristiques de la nouvelle équation comme coordonnées, on obtient

$$(1)\qquad u = f\left(\frac{\lambda+\mu}{2}\right)\cos\frac{\lambda-\mu}{2}, \qquad v = f\left(\frac{\lambda+\mu}{2}\right)\sin\frac{\lambda-\mu}{2}, \qquad x = \frac{\partial\chi}{\partial u}, \qquad y = \frac{\partial\chi}{\partial v}.$$

$$(2)\qquad \frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda\,\partial\mu} = \mathcal{F}(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right),$$

où les fonctions $f[(\lambda+\mu)/2]$ et $\mathcal{F}(\lambda+\mu)$ sont connues.

La surface libre, où $u^2+v^2 = \text{const.}$, est alors représentée par la droite $\lambda+\mu = \text{const.}$ et la condition sur cette limite du régime demande qu'elle soit une ligne de courant

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \operatorname{tg}\frac{\lambda-\mu}{2} = \frac{\left\{\begin{array}{l}\left[f\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda^2} - \frac{\partial^2\chi}{\partial\mu^2}\right) - f'\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} - \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right)\right]\sin\frac{\lambda-\mu}{2}\\ \quad + \left[f\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda^2} - 2\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda\,\partial\mu} + \frac{\partial^2\chi}{\partial\mu^2}\right)\right]\cos\frac{\lambda-\mu}{2}\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\left[f\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda^2} - \frac{\partial^2\chi}{\partial\mu^2}\right) - f'\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} - \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right)\right]\cos\frac{\lambda-\mu}{2}\\ \quad - \left[f\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda^2} - 2\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda\,\partial\mu} + \frac{\partial\chi^2}{\partial\mu^2}\right)\right]\sin\frac{\lambda-\mu}{2}\end{array}\right\}},$$

$$(3)\qquad f\left(\frac{\partial\chi}{\partial\lambda} + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda^2} - 2\frac{\partial^2\chi}{\partial\lambda\,\partial\mu} + \frac{\partial^2\chi}{\partial\mu^2}\right) = \sigma;$$

$$(4)\qquad \frac{\partial^2\chi}{\partial m^2} = -\frac{f}{2f'}\frac{\partial\chi}{\partial l} \qquad \text{avec}\quad \lambda+\mu = l, \quad \lambda-\mu = m$$

et par intégration le long de $\lambda+\mu = l = \text{const.}$

$$(4^{bis})\qquad \left(\frac{\partial\chi}{\partial m}\right)_2 - \left(\frac{\partial\chi}{\partial m}\right)_1 = -\frac{f^2}{2f'}\int^2 \frac{\partial\chi}{\partial l}\,dm.$$

2. L'équation (1) étant hyperbolique, son intégration se fait dans des domaines découpés par des caractéristiques. De ces domaines il y en a qui ne sont limités que par des caractéristiques. Le régime étant donné à la sortie du jet, on y retrouve un problème classique. Les autres sont du type représenté dans la figure à savoir limités de la surface libre et de deux caractéristiques, χ étant donnée sur l'une des deux ($\lambda = \alpha_0 + 2\gamma$). Pour déterminer χ sur la

(*) Séance du 21 juin 1948.