

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Auteur du texte. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1948-07-01.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus ou dans le cadre d'une publication académique ou scientifique est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source des contenus telle que précisée ci-après : « Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France » ou « Source gallica.bnf.fr / BnF ».

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service ou toute autre réutilisation des contenus générant directement des revenus : publication vendue (à l'exception des ouvrages académiques ou scientifiques), une exposition, une production audiovisuelle, un service ou un produit payant, un support à vocation promotionnelle etc.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisation.commerciale@bnf.fr.

DESIGNATION.

M. **PHILIBERT GUINIER** est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter l'Académie à la Conférence constitutive de l'**UNION INTERNATIONALE POUR LA PROTECTION DE LA NATURE**, qui aura lieu à Fontainebleau, du 30 septembre au 7 octobre 1948.

PLIS CACHETÉS.

M. **PIERRE LAPOSTOLLE** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 10 décembre 1947 et enregistré sous le n° 12.366.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *Électronique, Méthode expérimentale pour l'essai a priori des lignes à retards pour amplificateur à ondes progressives.*

(Renvoi à l'examen de M. Louis de Broglie.)

CORRESPONDANCE.

M. **FRÉDÉRIC RIESZ**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse ses remerciements à l'Académie.

M. le **SECRETÉAIRE PERPÉTUEL** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

- 1° **ROBERT HARDOUIN**. *La vie des Abeilles solitaires.*
- 2° **SOLANGE DUPLAIX**. *Détermination microscopique des minéraux des sables.*
Préface de M. **JACQUES BOURCART**.
- 3° *Murex Review*, published by Murex Ltd. Rainham, Essex. Volume 1, n° 1.
- 4° Bureau d'études géologiques et minières coloniales. *Carte géologique internationale de l'Afrique*. Feuille 2 (présentée par M. Charles Jacob).

GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE. — *Structure des points unis des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique.* Note (*) de M. **LUCIEN GODEAUX**, transmise par M. Élie Cartan.

Soit F une surface algébrique contenant une involution cyclique I_p d'ordre premier p . On peut prendre, comme modèle projectif de la surface F , une surface normale d'ordre pn , de S_r , sur laquelle I_p est déterminée par une

(*) Séance du 12 juillet 1948.

homographie cyclique H possédant p axes ponctuels $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{p-1}$, dont le premier seul rencontre F et détermine sur celle-ci les points unis de I_p ⁽¹⁾. Si ε est une racine primitive d'ordre p de l'unité, on attache aux axes $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{p-1}$ de H les quantités $1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^{p-1}$, invariants projectifs de H . On désigne par $|C_i|$ le système de courbes découpé sur F par les hyperplans de S_r passant par $\sigma_0, \dots, \sigma_{i-1}, \sigma_{i+1}, \dots, \sigma_{p-1}$. $|C_0|$ est dépourvu de points-base.

Soit A un point uni non parfait de I_p . Le plan tangent α à F en A est uni pour H et s'appuie en un point sur deux axes de H ; on peut toujours supposer que ces axes sont σ_1 et σ_τ . Soient a_1, a_τ les tangentes à F en A s'appuyant sur σ_1, σ_τ .

Appelons C'_0 les courbes C_0 passant par A ; elles ont la multiplicité $\rho_1 < p$ en A , les tangentes étant confondues avec a_1, a_τ . Appelons C''_0 les courbes C'_0 assujetties à toucher en A une droite de α distincte de a_1, a_τ ; elles ont en A soit la multiplicité $\rho_2 < p$, les tangentes étant confondues avec a_1, a_τ , soit la multiplicité p , les tangentes étant variables. Dans le premier cas, on appellera C'''_0 les courbes C''_0 touchant en A une droite distincte de a_1, a_τ , et ainsi de suite. Déterminer la structure du point uni A équivaut à déterminer le comportement des courbes C'_0, C''_0, \dots en A .

Les courbes C_1 ont un point simple en A et y touchent la droite a_τ ; les courbes C_τ ont un point simple en A et y touchent a_1 .

Soient λ, μ deux entiers positifs satisfaisant à

$$(1) \quad \lambda + \tau\mu \equiv 0 \pmod{p}, \quad \lambda + \mu < p.$$

Les courbes $\lambda C_1 + \mu C_\tau$ ont la même multiplicité en A que les courbes de l'un des systèmes $|C'_0|, |C''_0|, \dots$. Réciproquement, si les courbes $C_0^{(k)}$ ont la multiplicité $\lambda + \mu$ en A , λ tangentes coïncident avec a_τ et μ avec a_1 , les entiers λ, μ satisfont aux conditions (1).

Les courbes $C_0^{(\infty)}$ ont en commun au moins deux suites de points fixes, infiniment voisins successifs de A ; ces points sont unis non parfaits pour I_p , sauf les derniers de chaque suite qui sont unis parfaits. Ces différentes suites appartiennent à des branches des courbes $C_0^{(\infty)}$, d'origine A , tangentes à a_1 ou à a_τ . Une courbe C_1 et une courbe C_τ rencontrent chacune une courbe $C_0^{(\infty)}$ en p points réunis en A .

La détermination des suites de points est basée sur la remarque suivante : Soient P_1, P_2, P_3 trois points consécutifs d'une suite, s_1, s_2, s_3 leurs multiplicités pour les courbes $C_0^{(\infty)}$. On a $s_1 \geq s_2 \geq s_3$. Si $s_1 > s_2$, les courbes $C_0^{(\infty)}$ ont en commun un certain nombre de points infiniment voisins successifs de P_2 , dont

(1) Voir notre exposé sur *Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique* (Paris, 1935). Voir aussi deux mémoires parus dans les *Mémoires in-8° de l'Académie de Belgique*, 1938 et dans les *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1938.

le premier P'_2 est distinct de P_3 ; la somme des multiplicités de ces points est égale à $s_1 - s_2$ et la multiplicité de P'_2 est au plus égale à $s_2 - s_3$.

Pour chaque valeur de p et de τ , on peut ainsi déterminer la structure du point uni A.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les jets supersoniques plans.*

Note (*) de M. **FREDÉRIC ZERNER**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Si, après avoir appliqué la transformation de Legendre à l'équation du potentiel de vitesse d'un fluide compressible, on introduit les caractéristiques de la nouvelle équation comme coordonnées, on obtient

$$(1) \quad u = f\left(\frac{\lambda + \mu}{2}\right) \cos \frac{\lambda - \mu}{2}, \quad v = f\left(\frac{\lambda + \mu}{2}\right) \sin \frac{\lambda - \mu}{2}, \quad x = \frac{\partial \chi}{\partial u}, \quad y = \frac{\partial \chi}{\partial v}.$$

$$(2) \quad \frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda \partial \mu} = \mathcal{F}(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \right),$$

où les fonctions $f[(\lambda + \mu)/2]$ et $\mathcal{F}(\lambda + \mu)$ sont connues.

La surface libre, où $u^2 + v^2 = \text{const.}$, est alors représentée par la droite $\lambda + \mu = \text{const.}$ et la condition sur cette limite du régime demande qu'elle soit une ligne de courant

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \text{tg} \frac{\lambda - \mu}{2} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \left[f\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mu^2}\right) - f'\left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\right) \right] \sin \frac{\lambda - \mu}{2} \\ + \left[f\left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} + \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda^2} - 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda \partial \mu} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mu^2}\right) \right] \cos \frac{\lambda - \mu}{2} \end{array} \right\}}{\left\{ \begin{array}{l} \left[f\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mu^2}\right) - f'\left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\right) \right] \cos \frac{\lambda - \mu}{2} \\ - \left[f\left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} + \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda^2} - 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda \partial \mu} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mu^2}\right) \right] \sin \frac{\lambda - \mu}{2} \end{array} \right\}},$$

$$(3) \quad f\left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} + \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\right) + f'\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda^2} - 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial \lambda \partial \mu} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mu^2}\right) = \sigma;$$

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \chi}{\partial m^2} = - \frac{f}{2f'} \frac{\partial \chi}{\partial l} \quad \text{avec} \quad \lambda + \mu = l, \quad \lambda - \mu = m$$

et par intégration le long de $\lambda + \mu = l = \text{const.}$

$$(4^{bis}) \quad \left(\frac{\partial \chi}{\partial m}\right)_2 - \left(\frac{\partial \chi}{\partial m}\right)_1 = - \frac{f^2}{2f'} \int_1^2 \frac{\partial \chi}{\partial l} dm.$$

2. L'équation (1) étant hyperbolique, son intégration se fait dans des domaines découpés par des caractéristiques. De ces domaines il y en a qui ne sont limités que par des caractéristiques. Le régime étant donné à la sortie du jet, on y retrouve un problème classique. Les autres sont du type représenté dans la figure à savoir limités de la surface libre et de deux caractéristiques, χ étant donnée sur l'une des deux ($\lambda = \alpha_0 + 2\gamma$). Pour déterminer χ sur la

(*) Séance du 21 juin 1948.