GÉOMÉTRIE. — *Sur les points de diramation des surfaces algébriques multiples*. Note (1) de M. **Lucien Godeaux**.

Considérons une surface algébrique F contenant une involution I_p d'ordre premier p, n'ayant qu'un nombre fini de points unis. Soit Φ une surface normale image de I_p, sur laquelle les points de diramation sont des points isolés; ces points sont singuliers pour la surface (2).

Aux sections hyperplanes Γ de Φ correspondent sur F des courbes C formant un système linéaire en général incomplet. Appelons C′ les courbes C passant par un point uni A de I_p et supposons que A ne soit pas un point uni parfait (c'est-à-dire que dans le domaine du premier ordre de A, il n'y ait que deux points unis de I_p). Les courbes C′ ont en A une certaine multiplicité, inférieure à p, et elles ont en commun un certain nombre de points fixes, infiniment voisins de A, unis pour I_p. Chacune des suites formées par ces points se termine par un point uni parfait de I_p. Au domaine de ce point correspond, sur la surface Φ, une courbe infiniment petite, infiniment voisine du point de diramation A′ homologue de A. Du comportement des courbes C′ au point A, on déduit la singularité de A′ pour la surface Φ, et inversement.

Nous avons étudié le cas où le cône tangent en A′ à la surface Φ se décompose en deux cônes, nécessairement rationnels, d'ordre n_1, n_2, ayant en commun une droite. S'il existe un point multiple de Φ, infiniment voisin de A′, ce point est nécessairement double.

Deux cas peuvent se présenter :

1° Au point A′, multiple d'ordre n_1+n_2 pour Φ, sont infiniment voisins successifs k points doubles biplanaires dont le dernier est ordinaire. On a

$$p=(2k+1)n_1n_2+n_1+n_2.$$

Les courbes C′ ont en A la multiplicité n_1+n_2; elles ont en commun une suite de $(2k+1)n_2$ points multiples d'ordre n_1, infiniment voisins successifs de A et, dans une autre direction, une seconde suite de $(2k+1)n_1$ points multiples d'ordre n_1, infiniment voisins successifs de A.

---

(1) Séance du 26 octobre 1937.

(2) Au sujet des propriétés de ces involutions, voir notre exposé sur *Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique*, Paris, 1935.

2° Au point A′ sont infiniment voisins successifs k points doubles biplanaires suivis d'un point double conique. On a $p = 2(k+1)n_1 n_2 + n_1 + n_2$. Les courbes C′ ont encore la multiplicité $n_1 + n_2$ en A; à ce point sont infiniment voisins successifs, d'une part $2(k+1)n_2$ points multiples d'ordre n_1, et d'autre part $2(k+1)n_1$ points multiples d'ordre n_2.

Inversement, si les courbes C′ ont en A les singularités qui viennent d'être indiquées, la surface Φ présente au point A′ la singularité correspondante.

Pour établir ces propriétés, nous considérons un modèle projectif de la surface F, sur lequel les courbes C appartiennent à un système plus ample, non composé au moyen de l'involution, mais contenant, outre $|C|$, $p-1$ autres systèmes linéaires composés au moyen de I_p. Ces systèmes ont les points unis de I_p comme points-base; deux d'entre eux ont A comme point-base simple.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le rôle des quadriques d'inertie dans la théorie des coordonnées elliptiques.* Note (¹) de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Soit

$$Q(x, y, z) = \sum \frac{x^2}{A} - 1 = 0$$

l'équation d'une quadrique à centre. Les coordonnées elliptiques λ_1, λ_2, λ_3 d'un point x_0, y_0, z_0(P) sont données par

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_0 = \sqrt{\dfrac{(A-\lambda_1)(A-\lambda_2)(A-\lambda_3)}{(A-B)(A-C)}}, \qquad y = \sqrt{\dfrac{(B-\lambda_1)(B-\lambda_2)(B-\lambda_3)}{(B-C)(B-A)}}, \\ \qquad\qquad z = \sqrt{\dfrac{(C-\lambda_1)(C-\lambda_2)(C-\lambda_3)}{(C-A)(C-B)}}. \end{array} \right.$$

On déduit de ces expressions l'égalité

$$(2) \quad \sum \frac{x_0^2}{A} - 1 = -\frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{ABC},$$

dont le premier membre représente $Q(x_0, y_0, z_0)$.

Les λ qui figurent au second membre sont les paramètres des trois quadriques homofocales de Q, qui passent par le point P; ce ne sont pas de

(¹) Séance du 22 décembre 1937.