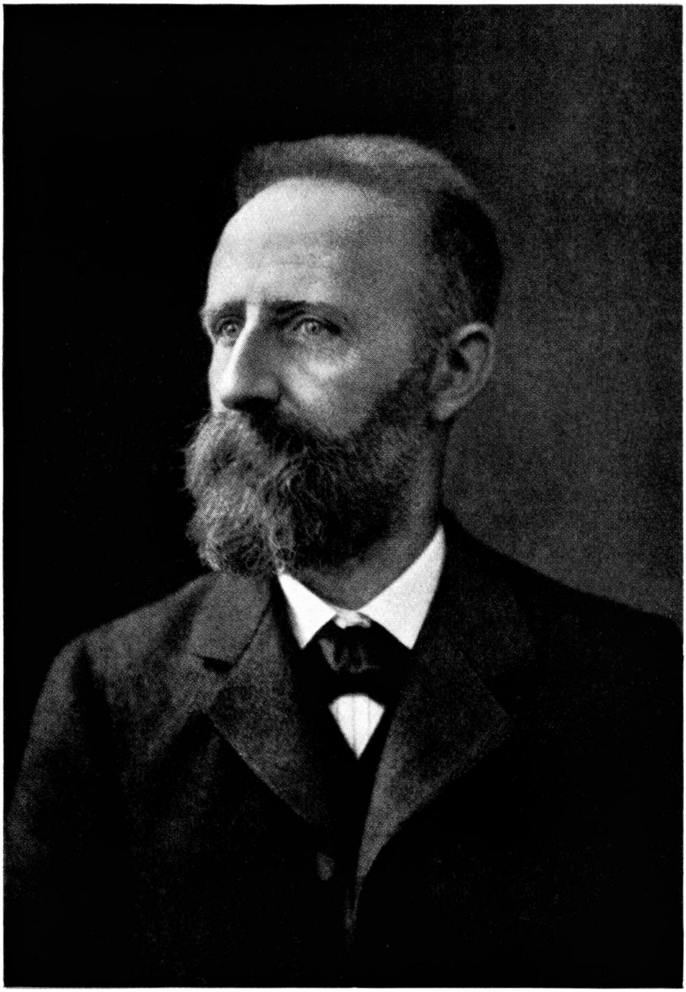

Notice sur Constantin le PAIGE

MEMBRE DE L'ACADÉMIE

né à Liége le 9 mars 1852;
décédé à Liége le 27 janvier 1929.

Constantin-Marie-Michel-Hubert-Jérôme le Paige naquit à Liége le 9 mars 1852. Il commença ses études moyennes à la Fondation François de Sclessin, dirigée à Spa par les Jésuites, pour les continuer à l'École moyenne de Spa et les terminer à l'Athénée royal de Liége. Gradué en lettres le 11 septembre 1869, il suivit l'année suivante le cours de Mathématiques supérieures de V. Falisse. A l'Université de Liége, où il s'inscrivit ensuite, il eut comme maîtres Eugène Catalan, pour l'analyse mathématique, et François Folie, pour la géométrie supérieure. Le 28 juillet 1875, il fut reçu docteur en sciences physiques et mathématiques.

Au cours de ses études moyennes, le Paige fut plusieurs fois lauréat des concours généraux, et il obtint notamment le prix spécial de Mathématiques réservé aux élèves qui, ayant terminé leurs humanités, suivent les cours de première scientifique. Étant encore étudiant, il prit part au concours universitaire 1873-1874; son mémoire sur la théorie du gyroscope reçut une mention honorable. (Le prix fut décerné à Junius Massau, qui commençait ses belles recherches sur l'intégration graphique.)

le Paige ne devait pas rester longtemps éloigné de l'Université; dès le 10 octobre 1876, il y rentre comme chargé du Cours d'Éléments de la théorie des déterminants et du Cours de Compléments d'analyse supérieure. C'était le début d'une carrière universitaire qui devait être particulièrement bien remplie, tant par la diversité des enseignements que par les charges administratives. En 1879, il succède à F. Folie dans l'enseignement de la géométrie supérieure et est, en outre, chargé d'un Cours de Compléments de Géométrie descriptive. Lors de la promotion de Catalan à l'éméritat, le Paige reprend le Cours d'Analyse supérieure et celui de Calcul des probabiltés; il cède l'enseignement des Compléments d'Analyse supérieure à M. J. Deruyts et celui des Compléments de Géométrie descriptive à J. Neuberg. La mort de J. Graindorge et le départ de F. Folie, nommé directeur de l'Observatoire royal d'Uccle, devaient amener une profonde modification dans les charges d'enseignement de le Paige. En 1896, il abandonne le Cours de Géométrie supérieure à son élève de prédilection, F. Deruyts, et est chargé du Cours de Mécanique céleste et du Cours de Compléments de Mécanique analytique. En 1897, il est déchargé, au profit de M. J. Deruyts, du Cours d'Analyse supérieure et reprend le Cours d'Éléments d'Astronomie et de Géodésie.

Ajoutons que lors de la réorganisation des Universités en 1890-1898, le Paige avait été chargé du Cours d'Histoire des Sciences mathématiques et physiques, et du Cours d'Astronomie physique.

La profonde érudition de le Paige s'accommodait de cette diversité d'enseignement. Il convient d'ajouter qu'en reprenant la succession de F. Folie, le Paige devenait en même temps directeur de l'Institut Astrophysique de Cointe, annexé à l'Université; par son dévouement, cet Institut, qui a rendu et rend encore aujourd'hui tant de services, fut sauvé de la destruction.

le Paige fut nommé professeur extraordinaire en 1882, professeur ordinaire en 1885 et admis à l'éméritat en 1922. Il fut Recteur de l'Université pendant la période triennale 1895-1898 et succéda, en 1905, à Bormans comme Administrateur-Inspecteur de l'Université. C'est en cette qualité qu'il eut à résister, de 1914 à 1918, aux exigences de l'occupant; il sut le faire avec fermeté. La paix revenue, son dévouement contribua à rendre rapidement à l'Université son ancienne activité.

Le 15 décembre 1885, l'Académie élisait le Paige membre correspondant et, le 15 décembre 1890, membre titulaire. Il fut Directeur de la Classe des Sciences en 1907.

le Paige était membre de la Société royale des Sciences de Liége (1878) et en devint le Secrétaire général en 1886, membre de la Société royale des Sciences de Bohême; correspondant étranger de l'Académie Pontificale des Nuovi Lincei (1881), de l'Académie royale des Sciences de Lisbonne (1883), membre de l'Académie impériale Léopoldino Carolinienne des Curieux de la Nature à Halle (1883), membre honoraire de la Société mathématique d'Amsterdam (1886); il appartenait, en outre, à la Société scientifique de Bruxelles, à la Société mathématique de France et à celle de Prague.

Il est mort à Liége le 27 janvier 1929.

Les premières recherches de le Paige ont porté sur les fractions continues, sur certaines équations différentielles, sur le calcul des différences, les nombres de Bernoulli; mais bientôt, la théorie des formes algébriques et la géométrie absorbent toute son activité; pendant une quinzaine d'années, ses mémoires sur ces questions se succéderont et ses résultats lui vaudront l'attribution du Prix quinquennal des Sciences physiques et mathématiques pour la période 1879-1883. Plus tard, c'est vers l'Astronomie et surtout vers l'Histoire des Sciences que le Paige tournera son activité. Ajoutons que dans le domaine de l'Archéologie et en Héraldique, ses avis faisaient autorité.

***

On sait que J.-B. Brasseur avait créé, à l'Université de Liége, un Cours libre de Géométrie supérieure; il y exposait la théorie des courbes et des surfaces algébriques telle qu'il l'avait construite en partant de la Géométrie descriptive. Brasseur avait formé un élève, F. Folie, qui, lorsque l'enseignement de la géométrie supérieure fut officiellement organisé en 1876, devint titulaire du cours. Trois ans plus tard, comme nous l'avons dit, Folie cédait l'enseignement de la géométrie supérieure à l'élève qu'il avait formé : C. le Paige. Esprit original, Folie avait, pendant les dix années qu'il consacra à des recherches de géométrie, cherché à perfectionner la théorie projective des courbes et des surfaces algébriques et tenté de généraliser la notion de rapport anharmonique. Ceci explique la direction qu'allaient prendre les recherches de le Paige [1].

Bien au courant de la littérature mathématique de son époque, le Paige allait immédiatement dominer les questions étudiées. Alors que Folie n'avait fait appel qu'aux théories purement géométriques, il allait au contraire utiliser la théorie des formes algébriques, en ce temps à l'ordre du jour. La théorie des formes algébriques, créée par le géomètre anglais Boole en 1841, avait immédiatement retenu l'attention de Cayley et de Sylvester en Angleterre, d'Hermite en France, de Clebsch et Aronhold en Allemagne; elle est en communion étroite avec la géométrie projective, ce qui explique pourquoi le Paige devait y être amené.

Une forme algébrique est une fonction algébrique entière et homogène par rapport à une ou plusieurs séries de n variables. Si, dans une

---

[1] On peut ajouter que Brasseur devait sa formation géométrique à Dandelin, qui professa la géométrie analytique à l'Université de Liége de 1825 à 1830. L'histoire anecdotique de l'Université de Liége conserve, sous une forme piquante, le souvenir de l'enthousiasme de Brasseur exposant à ses élèves les théorèmes célèbres de son Maître sur les sections coniques.

forme algébrique donnée, on effectue une même substitution linéaire sur les séries de variables dont elle dépend, on obtient une nouvelle forme ayant certaines propriétés analogues à celles de la première. L'objet de la théorie des formes algébriques est l'étude des propriétés de cette espèce qui ne sont pas altérées par une substitution linéaire. D'une manière plus précise, si l'on applique aux différentes séries de variables d'une forme algébrique les substitutions linéaires d'un certain groupe, on obtient des relations linéaires entre les coefficients de la forme et de sa transformée; ces relations déterminent des substitutions linéaires formant un groupe en isomorphisme holoédrique avec le premier. Une fonction rationnelle et homogène des coefficients, qui demeure inaltérée (ou invariante) pour les substitutions du second groupe, est un invariant absolu. Plus généralement, on appelle invariant une fonction rationnelle et homogène des coefficients et éventuellement des variables qui se reproduit sous l'effet d'une substitution sur les variables, multipliée par une puissance entière du déterminant (module) des coefficients de cette substitution. Que l'on interprète maintenant les séries de n variables homogènes considérées comme les coordonnées projectives de points d'un espace linéaire S_n à n dimensions, les substitutions sur les variables deviennent des homographies de cet espace et l'égalité à zéro des invariants traduit des propriétés projectives des variétés algébriques plongées dans cet espace. La liaison est telle que les Allemands ont parfois appelé théorie des invariants projectifs la théorie des formes algébribriques.

C'est surtout la théorie des formes binaires qui avait, au moment où le Paige commença ses travaux, retenu l'attention des géomètres; la liaison entre les formes binaires quadratiques et la théorie des homographies et des involutions du second ordre avait été mise en pleine lumière et quelques extensions avaient été tentées. Il appartenait à le Paige de coordonner ces extensions et de leur donner toute leur généralité.

Considérons une forme algébrique n— linéaire binaire, c'est-à-dire une forme à n séries de deux variables homogènes. Interprétons ces n séries de variables comme les coordonnées projectives respectivement de n ponctuelles s_1, s_2, ..., s_n. Si l'on choisit un point dans $n-1$ des ponctuelles, la forme détermine un point de la dernière ponctuelle. On dit qu'il existe entre les ponctuelles une homographie d'ordre n et de rang $n-1$. Si les n ponctuelles sont superposées et si la forme est symétrique par rapport aux n séries de variables, l'homographie devient une involution d'ordre n et de rang $n-1$, c'est-à-dire un ensemble ∞^{n-1} de groupes de n points tel que $n-1$ points de la ponctuelle déterminent un groupe.

Si l'on considère $n-r$ formes binaires n— linéaires, on obtient une homographie d'ordre n et de rang r ; r points pris sur r quelconques des ponctuelles s_1, s_2, ..., s_n déterminent un point sur chacune des autres. Si les $n-r$ formes sont symétriques et si les ponctuelles sont superposées, l'homographie devient une involution d'ordre n

et de rang *r*. Une telle involution peut d'ailleurs également être représentée par l'équation

$$\lambda_0 \varphi_0 (x_1, x_2) + \lambda_1 \varphi_1 (x_1, x_2) + \dots \lambda_r \varphi_r (x_1 x_2) = 0,$$

où les λ sont variables et les φ des formes binaires d'ordre n. Pour un système de valeurs des λ (non tous nuls), l'équation précédente représente un groupe de n points de l'involution.

Tels sont les concepts que le Paige a introduits dans ses recherches et qui lui ont permis l'interprétation géométrique de la théorie des formes algébriques binaires.

C'est par l'étude des involutions d'ordre n et de rang un, déjà considérées par Clebsch dans ses *Vorlesungen über Geometrie*, que le Paige débute en 1877; mais dès l'année suivante, dans son *Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la géométrie*, il aborde l'étude des homographies et des involutions d'ordre n et de rang $n-1$. Partant de deux formes binaires d'ordre n, il forme certaines expressions des racines de ces formes dont la somme est, à un facteur près, égale à l'invariant linéo-linéaire des deux formes. Le rapport de deux quelconques des expressions formées est un invariant absolu, égal à ce que Folie avait appelé un rapport anharmonique de degré n et introduit par une autre voie. Par analogie avec le second ordre, les deux groupes de n points représentés sur une droite par les deux formes seront appelés conjugués harmoniques d'ordre n si l'invariant linéo-linéaire (aussi appelé invariant quadratique) de ces deux formes est nul. Cette notion est étudiée en elle-même et appliquée à la théorie des homographies et des involutions. Ainsi le Paige établit que si sur une ponctuelle, $n+1$ groupes de n points sont tels qu'il est possible de déterminer n points conjugués harmoniques d'ordre n de chacun des groupes, ces $n+1$ groupes appartiennent à une involution d'ordre n et de rang $n-1$.

Poursuivant ses recherches sur les homographies et les involutions, le Paige s'est surtout attaché au troisième et au quatrième ordre. Il a réuni les résultats qu'il avait obtenus sur le troisième ordre dans ses ***Essais de Géométrie supérieure du troisième ordre*** (1882). On trouve, dans cet important mémoire, la théorie complète et définitive des formes trilinéaires binaires et son application aux homographies et aux involutions du troisième ordre, de rang deux ou un. Les couples neutres, les points unis de ces figures y sont étudiés à fond. De plus, on y trouve toute une série de constructions graphiques relatives aux involutions cubiques. Ces constructions sont faites en prenant comme support de l'involution, non plus une droite, mais une conique. Pour représenter une involution cubique du premier rang sur une conique C, le Paige part du théorème de Poncelet : si deux triangles sont inscrits dans la conique C et circonscrits à une conique K, il existe une infinité de triangles jouissant de la même propriété; les sommets de ces triangles sont les ternes de points de l'involution. Il considère également l'involution découpée sur la conique C par les coniques d'un faisceau dont un point-base appartient à C.

La forme binaire quadrilinéaire, c'est-à-dire l'homographie d'ordre quatre et de rang trois, a été étudiée par le Paige dans une note parue dans les *Actes de l'Académie royale de Turin* (1882); il y utilise la représentation géométrique suivante : Étant données dans l'espace quatre droites s_1, s_2, s_3, s_4 deux à deux gauches, les plans de l'espace découpent sur ces droites quatre ponctuelles liées par une homographie d'ordre quatre et de rang trois. Les résultats de ce travail ont été utilisés récemment par Corrado Segre (1).

Les études précédentes conduisirent le Paige à des procédés de construction d'invariants et de covariants de formes binaires; d'un autre côté, il a également appliqué ses résultats à la génération des courbes et des surfaces algébriques. Mais avant de rendre compte de ses travaux sur ce sujet, nous voudrions dire encore quelques mots de ses recherches sur les involutions.

Ém. Weyr avait déterminé le nombre de groupes de $k+1$ points communs à deux involutions, l'une de rang un, l'autre de rang k, marquées sur un même support; le Paige, partant de cette formule, établit par récurrence, en s'aidant du principe de correspondance de Chasles, le nombre de groupes de $k + k'$ points communs à deux involutions, l'une de rang k, l'autre de rang k'.

(1) Sulle corrispondenze quadrilineari tra forme de 1ª specie e su alcune loro rappresentazioni spaziali (*Annali di Matematica*, 1920, s. 3, t. XXIX, pp. 105-141).

Il applique ensuite cette formule à la recherche de propriétés des courbes rationnelles spatiales ou hyperspatiales.

La dernière note de le Paige consacrée à la théorie des involutions fut présentée à l'Académie en 1887; il s'y occupe de l'existence de groupes neutres d'espèce supérieure, c'est-à-dire de groupes de points imposant moins de $k-1$ conditions aux groupes d'une involution de rang k. A la même séance, il présentait le premier travail de son élève François Deruyts, où ce dernier représentait les involutions d'ordre n sur les courbes rationnelles normales d'un espace projectif à n dimensions. Dès 1878, dans son mémoire *Sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la géométrie*, le Paige avait indiqué, à vrai dire sous une forme assez vague, l'utilité que pourraient présenter ces espaces dans l'étude des involutions. Il y était revenu à diverses reprises dans ses travaux ultérieurs; le parallélisme entre la théorie de la cubique gauche et celle des involutions du troisième ordre, qu'il avait si profondément étudiées, ne lui avait évidemment pas échappé et il l'avait d'ailleurs utilisé dans la construction de la surface cubique. Cependant, c'est surtout en algébriste que le Paige a étudié les homographies et les involutions et, sauf lorsqu'il a en vue des constructions géométriques, la nature du support n'est pas en général spécifiée. On sait que les courbes rationnelles hyperspatiales dans les théories dont il est question ici furent utilisées à la même époque, d'une manière indépendante, par Fr. Deruyts et par M. G. Castelnuovo (1).

Comme nous l'avons dit plus haut, l'activité de le Paige s'est aussi tournée vers la construction linéaire des courbes et surfaces algébriques.

La génération des coniques de Steiner au moyen de deux faisceaux projectifs de droites avait été étendue par Chasles aux courbes algébriques planes. Pour engendrer une cubique plane par exemple, ce géomètre considère un faisceau de droites et un faisceau de coniques homographiques. Dans le mémoire *Sur les courbes du troisième ordre*, qu'il écrivit en collaboration avec F. Folie, le Paige considère la cubique plane comme le lieu des points communs aux rayons homologues de trois faisceaux liés par une homographie du troisième ordre et du second rang. Toute cubique donnée admet une simple infinité de générations de cette sorte. Les auteurs étudient les relations entre la cubique plane, les homographies et les involutions du troisième ordre; ils en déduisent la construction par points d'une cubique donnée par neuf points. Plus tard, le Paige reviendra sur la question pour étudier la configuration des neuf points d'inflexion d'une cubique plane.

La surface du troisième ordre est susceptible d'une génération analogue; August avait montré que le lieu du point commun aux plans de trois faisceaux liés par une homographie du troisième

(1) Voir la « Notice sur François Deruyts » (*Annuaire de l'Académie*, 1938.

ordre et de rang deux est une surface du troisième ordre passant par les axes des trois faisceaux. Partant de cette propriété, le Paige va se proposer de construire une surface cubique donnée par dix-neuf points.

Dans son mémoire *Sur les surfaces du troisième ordre* (1888), le Paige matérialise tout d'abord la génération d'August de la manière suivante :

Si un tétraèdre se déforme de telle manière que trois de ses faces passent par trois droites données a_1, a_2, a_3 *tandis que les côtés de la quatrième face s'appuient sur les arêtes* b_1, b_2, b_3 *d'un trièdre donné, cette quatrième face enveloppant une quadrique Q tangente aux trois faces du trièdre, le quatrième sommet décrit une surface cubique passant par les droites* a_1, a_2, a_3 *et par le sommet du trièdre* [1].

Ce théorème ramène la construction d'une surface cubique donnée par trois de ses droites et par sept points, à celle d'une quadrique Q donnée par neuf plans tangents. C'est cette dernière construction qu'il faut d'abord effectuer. Dans ce but, le Paige établit les propriétés suivantes : Si α, β, γ sont trois plans tangents à une quadrique Q et A, B, C les points de contact (non situés en ligne droite par hypothèse), les droites $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$ coupent le plan ABC en trois points A′, B′, C′ formant un triangle homologique au

[1] Nous rectifions dans cet énoncé une erreur de plume qui s'est glissée dans l'énoncé de le Paige, et qu'il a d'ailleurs rectifiée lui-même lors de la publication de son mémoire.

premier. Soit l l'axe de l'homologie. Si l'on projette de l les points de rencontre d'un plan tangent à la quadrique Q avec les droites $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$, on obtient trois plans variables dans une involution du troisième ordre et de rang deux. Si l'on mène, de toutes les manières, les plans passant par les intersections des arêtes d'un trièdre avec trois plans passant par une droite ne contenant pas le sommet du trièdre, on obtient six nouveaux plans tangents à un cône de seconde classe.

Une quadrique Q étant donnée par neuf de ses plans tangents, le Paige montre comment on peut construire les points de contact de trois α, β, γ de ces plans et déterminer par conséquent la droite l. Les six autres plans tangents donnés permettent alors de déterminer l'involution de troisième ordre du faisceau de plans d'axe l.

Revenons maintenant à la surface cubique. Il s'agit de ramener la construction de la surface donnée par dix-neuf points à celle qui a été donnée plus haut. Dans ce but, le Paige procède par réductions successives. En utilisant les propriétés des involutions d'ordre trois et de rang deux, il ramène la construction d'une surface cubique donnée par une droite, trois groupes de trois points en ligne droite et six autres points à des constructions de surfaces cubiques données par trois droites et sept points. Il ramène ensuite aux constructions précédentes celle d'une surface cubique dont on donne une droite, trois points en ligne droite et douze autres points. Il passe après cela à la construction d'une surface cubique donnée par trois points en ligne droite et seize autres points, pour arriver enfin à la surface donnée par dix-neuf points.

Ajoutons que les constructions nécessaires relatives aux involutions du troisième ordre sont effectuées en prenant comme support une cubique gauche.

Ces beaux résultats, joints aux autres recherches de l'auteur, valurent à celui-ci le Prix quinquennal des Sciences physiques et mathématiques pour la période 1879-1883 [1]. Il nous a été donné de constater, à maintes reprises, que la construction de la surface cubique était celui des résultats de le Paige le plus connu à l'étranger.

On doit également à le Paige une autre construction de la surface cubique. Considérons deux quaternes de droites a_1, a_2, a_3, a_4 et b_1, b_2, b_3, b_4, les droites du dernier quaterne étant deux à deux gauches. Les plans passant par a_1, a_2, a_3, a_4 et coupant respectivement les droites b_1, b_2, b_3, b_4 en des points d'un même plan engendrent des faisceaux liés par une homographie du quatrième ordre et de rang trois. Le lieu des points communs à quatre plans homologues dans cette homographie est une surface du qua-

---

(1) **Le jury comprenait les professeurs De Koninck, Spring, Catalan, Rousseau, Swarts et les généraux Liagre et De Tilly. Le rapport, écrit par ce dernier, a été publié au *Moniteur belge* du 21 décembre 1884. (Jusqu'en 1904, les rapports sur les Prix quinquennaux ou décennaux de Mathématiques pures ont été régulièrement publiés. On peut regretter que cette tradition se soit perdue.)**

trième ordre passant par la droite a_1, a_2, a_3, a_4 et qui est par conséquent particulière. Si les quatre droites a_1, a_2, a_3, a_4 appartiennent à un même plan, celui-ci fait partie de la surface du quatrième ordre, qui est complétée par une surface du troisième ordre circonscrite au quadrilatère complet formé par les quatre droites a_1, a_2, a_3, a_4. Inversement, si l'on considère un quadrilatère complet inscrit dans une section plane d'une surface cubique et que l'on projette les points de celle-ci des quatre côtés, on obtient quatre faisceaux de plans liés par une homographie d'ordre quatre et de rang trois. De cette propriété, le Paige a déduit celles des pentaèdres complets inscrits dans une surface du troisième ordre.

La construction d'une quartique plane donnée par quatorze points a également retenu l'attention de le Paige; elle est basée sur le principe suivant : Partageons les quatorze points donnés en deux groupes, l'un, A, contenant dix points, et l'autre les quatre points restants A_1, A_2, A_3, A_4. Les quartiques passant par les points A et par un des quatre points A_1, A_2, A_3, A_4 découpent, sur une droite r, une involution d'ordre quatre et de rang trois, que l'on peut construire au moyen des quartiques décomposées en une cubique et une droite. On aura ainsi sur la droite r quatre involutions ayant un groupe commun. Les points de ce groupe appartiennent évidemment à la quartique passant par les quatorze points donnés. Le problème pourra d'ailleurs être simplifié en considérant une droite *r* passant par deux des points A_1, A_2, A_3, A_4.

Dans un autre ordre d'idées, le Paige a étudié deux transformations birationnelles involutives du plan; l'une est connue sous le nom d'involution de Geiser et est déterminée par les cubiques planes passant par sept points; l'autre est déterminée par un faisceau de cubiques planes et un faisceau de droites dont le sommet est un point-base du premier faisceau.

Nous avons essayé, dans ce qui précède, de retracer les résultats qui nous ont paru les plus saillants, obtenus par le Paige en mathématiques pures; ils nous ont paru suffisants pour mettre en relief la forte personnalité et le mérite de leur auteur. Parmi les travaux dont il n'a pas été question ci-dessus, on peut citer notamment des recherches sur les déterminants.

*
* *

Adolphe Quetelet avait publié, en 1864, une *Histoire des Sciences mathématiques et physiques chez les Belges*, et appelé ainsi l'attention des chercheurs sur maints mathématiciens belges dont l'œuvre, tombée dans l'oubli, avait cependant été utile au développement de la science. Parmi ceux qui complétèrent le travail de Quetelet, le Paige occupe une place en vue; grâce à lui, l'œuvre de deux Belges qui vécurent au XVIIe siècle, le mathématicien René-François de Sluse et l'astronome Godefroid Wendelin, fut mise en pleine lumière.

Le chanoine liégeois René-François de Sluse (1622-1685) fut non seulement, comme mathématicien, un des précurseurs les plus en vue du calcul différentiel et du calcul intégral, mais encore un linguiste, un historien, un physicien, un chimiste et même un botaniste. Il fut en correspondance suivie avec Pascal, Huygens, Oldenburg, Michel-Ange Ricci, Wallis, le prince Léopold de Toscane, P. Lambeck, etc. Les patientes investigations de le Paige dans les bibliothèques de Leyde, de Londres, de Paris lui permirent de publier les lettres échangées entre Sluse et ces savants.

L'œuvre mathématique de Sluse porte sur la quadrature de certaines courbes, la cubature de volumes et la recherche de centres de gravité; sur la géométrie cartésienne et son application à la construction des racines des équations; sur la détermination des tangentes, des points d'inflexion et des maxima et minima. On trouvera dans l'ouvrage de le Paige un exposé de cette œuvre. Bornons-nous à dire qu'il a effectué la quadrature de ce qu'il appelle les « courbes en perle », d'équation

$$y^m = kx^p(a - x)^m,$$

ce qui revient à l'intégration de différentielles binômes, et que, pour construire la tangente à une courbe, il a donné le calcul de la sous-tangente. Sluse fut d'ailleurs élu membre de la Société Royale de Londres (16 avril 1674), peu après la publication d'un ouvrage fort estimé en son temps, qu'il avait intitulé *Mesolabum*.

En 1890 parurent les *Notes pour servir à l'histoire des mathématiques dans l'ancien Pays de Liége;* le Paige y revient sans doute sur de Sluse, mais il consacre bon nombre de pages à l'astronome Godefroid Wendelin, né à Herck-la-Ville en 1580, dont les observations et les travaux astronomiques furent remarquables. Le premier, Wendelin a su démêler les variations dans la durée des oscillations du pendule; il a constaté et établi la diminution continue de l'obliquité de l'écliptique; il a calculé, avec une exactitude inconnue jusqu'à lui, la parallaxe solaire; il a établi que la seconde loi du mouvement elliptique est vérifiée pour les satellites de Jupiter, apportant ainsi une confirmation éclatante aux idées de Képler.

On trouve également dans ces *Notes* bien d'autres noms intéressants.

La vaste érudition de le Paige devait encore s'exercer dans un autre domaine. Bon nombre de tentatives ont été faites pour expliquer l'origine des signes d'opération. En s'appuyant sur des textes anciens, le Paige montre que « le signe d'addition n'est qu'une déformation très légère du signe qui, pendant toute la durée du moyen âge, a été usité pour représenter la conjonction latine *et* »; et il fait voir que les arithméticiens des XV[e] et XVI[e] siècles confirment cette interprétation.

Nous avons dit que le Paige fut Recteur de l'Université de Liége pendant les années 1894-1897. La tradition, malheureusement abandonnée depuis peu, voulait que le Recteur consacrât le discours qu'il prononce à la séance d'ouverture des cours à une question intéressant son enseignement. Le rectorat de le Paige nous valut une remarquable esquisse de l'histoire de l'Astronomie depuis les Grecs jusqu'à nos jours.

⁂

François Folie avait doté l'Université de Liége de l'Institut Astrophysique de Cointe, qui avait connu sous sa direction une très grande activité; mais lorsqu'il fut chargé de la direction de l'Observatoire royal d'Uccle, l'Institut fut abandonné, une partie des instruments fut envoyée à Uccle, et il fut même question de supprimer l'observatoire liégeois. Le dévouement de le Paige, qui assuma, malgré ses lourdes charges d'enseignement, la direction de l'Institut Astrophysique, empêcha ce véritable « crime contre l'esprit ».

Sous la direction de le Paige, l'Institut Astrophysique de Cointe connut un renouveau d'activité. Aidé par notre confrère M. Dehalu, à cette époque répétiteur des Cours d'Astronomie et de Calcul des probabilités à l'Université, le Paige organisa des travaux pratiques pour les élèves de la candidature-ingénieur et un service de documentation pour les exploitations minières de la région liégeoise, qui rendit les plus grands services.

On doit à le Paige quelques recherches d'astronomie : la *Détermination des coordonnées de l'Institut*, la *Réduction du lieu apparent*, la *Photographie de l'atmosphère*, les *Visées au bain de mercure*, etc. Le Cours d'Astronomie sphérique et de Géodésie qu'il professait à l'Université fut publié par les soins de M. Dehalu.

*
* *

Constantin le Paige fut un savant de grande classe. En géométrie, il a abordé des questions dont le développement de la science imposait l'étude; il suffit, pour s'en convaincre, de remarquer qu'à l'époque où il publiait ses travaux, les mêmes questions étaient étudiées par de nombreux mathématiciens, dont plusieurs sont illustres. Les résultats qu'il a obtenus sont essentiels et resteront. L'Université de Liége s'enorgueillit à juste titre de l'avoir compté parmi ses Maîtres; il est un des chaînons importants de l'École liégeoise de Géométrie. Ses travaux sur l'histoire des mathématiques font autorité et eussent suffi à eux seuls à lui assurer une place très honorable dans le monde scientifique. Comme Recteur et comme Administrateur-Inspecteur, il a rendu de nombreux services à l'Université. Sa fermeté devant les exigences de l'occupant, de 1914 à 1918, son dévouement lorsque, l'ennemi chassé de notre pays, il fallut rouvrir les portes de l'Université, lui assurent la reconnaissance unanime. Lorsqu'en 1922, il fut admis à l'éméritat, une manifestation fut organisée en son honneur; le Recteur, M. Ch. de Jace, nos confrères MM. J. Deruyts, M. Lohest et M. Dehalu, M. le Professeur J. Brassine et un étudiant, M. Schiffers, surent lui rendre un hommage mérité.

Si la valeur d'un savant se mesure à son œuvre, lorsque ce savant est en même temps professeur il existe un autre critère pour le juger : son influence sur ses élèves. Dans cet ordre d'idées aussi, le Paige a fait œuvre utile; trois de nos confrères le considèrent comme leur Maître : M. Jacques Deruyts, dans la Théorie des formes algébriques; le regretté François Deruyts, en Géométrie; M. Marcel Dehalu, en Astronomie et en Physique du Globe. M. Henry Janne, qui professe la mécanique et la physique mathématique aux licences en sciences mathématiques et physiques de l'Université de Liége, lui doit aussi sa formation. Et le signataire de ces lignes se permettra également de se réclamer de son enseignement.

LUCIEN GODEAUX.

Liége, le 10 septembre 1938.

---

(1) Sources: *Liber Memorialis de la manifestation en l'honneur de Constantin le Paige*, Liége, 23 mai 1923; *Liber Memorialis de l'Université de Liége*, 1936: *Documents universitaires;* L. GODEAUX, *L'École de Géométrie de l'Université de Liége*, lecture faite à la séance publique de la Classe des Sciences (*Bulletins de l'Académie*, décembre 1933).

BIBLIOGRAPHIE

TRAVAUX ACADÉMIQUES

Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers.

Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la géométrie, 1878, t. XLII.

Mémoires de l'Académie.

Mémoire sur les courbes du troisième ordre (en collaboration avec F. Folie), 1881, t. XLIII, et 1882, t. XLV.

Bulletins (2e série).

Note sur l'équation $xy''+ky'-y=0$, 1876, t. XLI, p. 1011.

Relation nouvelle entre les nombres de Bernoulli, 1876, t. XLI, p. 1017.

Note sur la transformation des coordonnées dans la géométrie analytique de l'espace, 1876, t. XLII, p. 384.

Remarques sur la théorie des fractions continues périodiques, 1877, t. XLIII, p. 337.

Sur quelques points de géométrie supérieure, 1877, t. XLIV, p. 231.

Sur quelques propriétés de l'invariant quadratique simultané de deux formes binaires, 1877, t. XLIV, p. 365.

Note sur l'extension des théories de l'involution et de l'homographie, 1877, t. XLIV, p. 546.

Sur les points multiples des involutions supérieures, 1878, t. XLVI, p. 247.

Sur certains covariants d'un système cubo-biquadratique, 1878, t. XLVI, p. 765.

Sur quelques théorèmes relatifs aux surfaces d'ordre supérieur (en collaboration avec F. Folie), 1879, t. XLVIII, p. 41.

Note sur certains combinants des formes algébriques binaires, 1879, t. XLVIII, p. 530.

Note sur certains covariants de formes algébriques binaires, 1880, t. XLIX, p. 113.

Sur la représentation géométrique des covariants d'une forme biquadratique, 1880, t. L, p. 115.

Bulletins (3e série).

Sur la théorie des polaires, 1881, t. I, p. 134.

Note sur certains covariants, 1881, t. I, p. 490.

Note sur les courbes du troisième ordre (en collaboration avec M. Folie), 1881, t. I, p. 610.

Sur la théorie des formes binaires à plusieurs séries de variables, 1881, t. II, p. 40.

Sur une représentation géométrique de deux transformations uniformes, 1882, t. III, p. 760.

Sur les courbes du troisième ordre, 1882, t. IV, p. 334.

Sur quelques transformations géométriques uniformes, 1882, t. IV, p. 415.

Note sur l'homographie du troisième ordre, 1883, t. V, p. 85.

Sur les surfaces du second ordre, 1883, t. V, p. 618.

Sur la génération de certaines surfaces par des faisceaux quadrilinéaires, 1884, t. VIII, p. 238.

Sur la forme quadrilinéaire et les surfaces du troisième ordre, 1884, t. VIII, p. 555.

Sur le nombre des groupes communs à des involutions supérieures marquées sur un même support, 1886, t. XI, p. 121.

Sur les homographies dans le plan, 1886, t. XI, p. 422.

Recherches sur le pentaèdre, 1887, t. XIII, p. 488.

Sur les éléments neutres des involutions, 1887, t. XIV, p. 211.

Sur les théorèmes fondamentaux de la géométrie projective (en collaboration avec Fr. Deruyts), 1888, t. XV, p. 335.

Un astronome belge du XVII^{e} siècle : Godefroid Wendelin, 1890, t. XX, p. 709.

Note sur le livre de Georges Monchamp : Galilée et la Belgique, 1892, t. XXIII, p. 7.

Démonstration d'un théorème de Tchébychef, 1893, t. XXV, p. 235.

Sur la tempête du 12 novembre 1894, 1894, t. XVIII, p. 426.

De l'action du Soleil sur les plaques photographiques, 1897, t. XXXIII, p. 429.

Sur la photographie de l'atmosphère (suite à une note de M. De Heen), 1897, t. XXXIII, p. 802.

Sur la photographie du Soleil, 1897, t. XXXIV, p. 16.

Bulletins de la Classe des Sciences.

Discours prononcé aux funérailles de François Deruyts, 1902, p. 168.

Réponse à un travail de M. Ch. Lagrange, 1903, p. 373.

Note bibliographique sur l'ouvrage de M. G. Barone, professeur à l'Observatoire d'Alessio : Sur la grande pluie météorique de novembre 1899, 1903, p. 11.

L'étude de la Terre. Discours prononcé, comme directeur, à la séance publique de la Classe des Sciences du 17 décembre 1907, 1907, p. 1079.

Sur les termes d'aberration et de parallaxe dans la réduction au lieu apparent des étoiles, 1909, p. 1243.

Sur l'année de la mort de Godefroid Wendelin, 1910, p. 160.

TRAVAUX NON PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE

Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.

Note sur les nombres de Bernoulli, 1875, t. LXXXI.

Sur le développement de cot x, 1879, t. LXXXVIII.

Sur l'élimination, 1880, t. XC.

Sur l'invariant du dix-huitième ordre des formes binaires du cinquième ordre, 1881, t. XCII.

Sur le déterminant fonctionnel d'un nombre quelconque de formes linéaires, 1881, t. XCII.

Sur une propriété des formes trilinéaires, 1881, t. XCII.

Sur les formes trilinéaires, 1881, tt. XCII et XCIII.

Sur la théorie des formes trilinéaires, 1881, t. XCIII.

Sur les formes algébriques à plusieurs séries de variables, 1882, t. XCIV.

Sur les formes quadratiques à deux séries de variables, 1882, t. XCIV.

Sur les surfaces du troisième ordre, 1883, t. XCVII.

Sur les involutions biquadratiques, 1884, t. XCVIII.

Sur les courbes du quatrième ordre, 1884, t. XCVIII.

Sur les groupes de points en involution marqués sur une surface, 1884, t. XCIX.

Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége.

Notes d'analyse et de géométrie, 1879, (2), t. IX.

Sur quelques points de la théorie des formes algébriques, 1880, (2), t. IX.

Essais de géométrie supérieure du troisième ordre, 1882, (2), t. X.

Sur l'involution cubique, 1884, (2), t. XI.

Démonstration d'un théorème de von Staudt, 1887, (2), t. XV.

Notice historique sur la détermination des coordonnées géographiques de Liége, 1888, (2), t. XV.

Longitude de l'Observatoire de Cointe, 1900, (3), t. II.

Sur la réduction au lieu apparent. Termes dus à l'aberration, 1901, (3), III.

Étude sur les visées au bain de mercure, 1901, (3), III.

Bulletin de la Société Mathématique de France.

Sur les déterminants bordés, 1880, t. VIII.

Sur la règle de multiplication des déterminants, 1881, t. IX.

Nouvelle Correspondance Mathématique.

Note sur l'essai pour les coniques, 1876, t. II.

Remarque sur une note de M. Glaisher, 1876, t. II.

Sur l'enveloppe d'un cylindre de révolution, 1876, t. II.

Sur une équation aux différences finies, 1876, t. II.

Sur l'équation $y'' + \frac{m}{x} y' + xy = 0$, 1877, t. III.

Note sur une équation aux différences finies, 1877, t. III.

Sur la multiplication des déterminants, 1877, t. III.

Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler, 1877, t. III.

Sur l'équation $\Sigma_0^2(a_i+b_ix+c_ix^2)\dfrac{d^iy}{dx^i}=0$, 1877, t. III.

Sur une transformation de déterminants, 1878, t. IV.

Sur un théorème de M. Mansion, 1878, t. IV.

Sur un théorème de M. Catalan, 1878, t. IV.

Sur la multiplication des déterminants, 1879, t. V.

Sur une propriété des déterminants hémisymétriques d'ordre pair, 1880, t. VI.

Sur quelques propriétés des déterminants, 1880, t. VI.

Annales de la Société scientifique de Bruxelles.

Sur les nombres de Bernoulli et sur quelques fonctions qui s'y rattachent, 1876, t. I.

Notes sur certaines équations différentielles, 1876, t. I.

Note sur l'involution des ordres supérieurs, 1877, t. II.

Sur quelques questions relatives aux quartiques planes, 1884, t. VIII.

Acta Mathematica.

Sur les surfaces de troisième ordre, 1883, t. III, pp. 181-200.

Nouvelles recherches sur les surfaces du troisième ordre, 1884, t. V, pp. 195-204.

Atti della R. Accademia di Torino.

Sur la forme quadrilinéaire, 1882, t. XVII.

Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei.

Sur les formes trilinéaires, 1881, t. XXXIV.

Sur le système de deux formes trilinéaires, 1881, t. XXXV.

Sur quelques théorèmes de géométrie supérieure, 1882, t. XXXVI.

Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften, Wien.

Ueber eine Relation zwischen der singulären Elementen cubischer Involutionen, 1880, t. LXXXI.

Bemerkungen über cubischen Involutionen, 1880, t. LXXXI; 1881, t. LXXXIII.

Ueber conjugierte Involutionen, 1881, t. LXXXIV; 1882, t. LXXXV.

Notiz über die 2k-elementige neutral Grupp einer Involution $(k+1)$-ter Stufe und $(2k+1)$-ten Grades, 1882, t. LXXXVI.

Ueber eine Eigenschaft der Flächenzweiten Grades, 1883, t. LXXXVII.

Ueber die Hesse'sche Fläche einer Fläche dritter Ordnung, 1885, t. XCI.

Sitzungsberichte der k. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften, Prag.

Sur les déterminants hémisymétriques d'ordre pair, 1880.

Note sur l'involution biquadratique du troisième rang et sur son application aux courbes du quatrième ordre, 1881.

Sur une propriété des cubiques planes, 1882.

Sur une courbe de la quatrième classe à trois tangentes doubles, 1884.

Journaux de Mathématiques.

Note sur la théorie des polaires dans les courbes géométriques. (*Casopsis pro pestovani Mathematiky à Fysiky*, 1881, t. X.)

Sur l'équation du quatrième degré (*Idem*, 1885, t. XIV.)

Sur une propriété des formes algébriques préparées. (*Mathematische Annalen*, 1879, t. XV.)

Sur les formes binaires à plusieurs séries de variables. (*Journal des Sciences mathématiques et naturelles de l'Académie royale de Lisbonne*, 1882-1883, t. IX.)

Homographies et involutions des ordres supérieurs. (*Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas*, Coïmbre, 1883.)

Histoire des Sciences.

Correspondance de René-François de Sluse, publiée pour la première fois et précédée d'une introduction. (*Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche*, 1884, t. XVII.)

Un géomètre belge du XVII^e^ siècle : René-François de Sluse. (*Ciel et Terre*, 1887.)

Lettre de M. le Paige à M. G. Longchamps (relative au géomètre montois J.-F. Lepoivre). (*Journal de Mathématiques spéciales*, 1887; *Mémoires de la Société des Sciences du Hainaut*, 1887.)

Un astronome belge du XVII^e^ siècle : Godefroid Wendelin. (*Ciel et Terre*, 1891.) — Reproduction de la lecture faite à la séance publique de la Classe des Sciences en 1890.

Notes pour servir à l'Histoire des Mathématiques dans l'ancien Pays de Liége. (*Bulletin de l'Institut archéologique liégeois*, 1890, t. XXI.)

Sur l'origine de certains signes d'opération. (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1891-1892, t. XVI.)

Sur les notations algébriques avant Descartes. (*Idem*, 1895-1896, t. XX.) — Cette note est simplement mentionnée; il est indiqué qu'elle devait paraître dans les *Annales*. Nous ne l'y avons pas trouvée.

Discours sur l'astronomie des Grecs. (*Séance d'ouverture solennelle des cours*, Liége, 1895.)

Discours sur l'astronomie au temps de Képler. (*Idem*, 1896.)

Discours sur l'astronomie moderne. (*Idem*, 1897.)

Divers.

Notice sur le Gédéon, tragi-comédie de Libert de Houthem. (*Bulletin des Bibliophiles liégeois*, t. IV.)

A propos d'une charte inédite de la Chapelle des clercs. (*Idem.*)

Étude des variations de la verticale. (*Bulletin de la Société belge d'Astronomie*, 1898, t. III.)

L'introduction de l'imprimerie au Pays de Liége et les premiers imprimeurs liégeois. (*Catalogue de l'Exposition de l'Art ancien au Pays de Liége*, Liége, 1905.)

Gravures de Saint-Trond. (*Idem.*)

Ouvrages publiés à part.

Cours d'Astronomie et de Géodésie, publié par M. Dehalu, Astronome à l'Observatoire de Cointe (Liége, Jaspar, 1902.) — Une première édition autographiée de ce cours avait été publiée en 1900 par M. Dehalu.

Cours de Calcul des Probabilités, publié avec l'autorisation de M. le Prof. le Paige par L. Lafontaine (Liége, Thyssen et Weyns, s.d.)

Le Cours d'Astronomie et de Géodésie et celui de Calcul des Probabilités furent à plusieurs reprises publiés en autographie par les soins de l'Association des Élèves des Écoles spéciales.