En étudiant le problème d'extrapolation, nous avons obtenu les expressions suivantes pour les limites des $\sigma_n^2(\varepsilon, k)$:

$$\sigma^2(\varepsilon, 1) = \lim_{n \to \infty} \sigma_n^2(\varepsilon, 1) = e^{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \log s(\lambda)\, d\lambda}, \tag{2}$$

$$\sigma^2(\varepsilon, k) = \lim_{n \to \infty} \sigma_n^2(\varepsilon, k) = \sigma^2(\varepsilon, 1)(1 + b_1^2 + \ldots + b_{k-1}^2), \tag{3}$$

où les b_k sont déterminés par les relations

$$\left\{\begin{array}{l} \log s(\lambda) = a_0 + a_1 \cos\lambda + a_2 \cos 2\lambda + \ldots, \\ e^{\frac{1}{2}(a_1\omega + a_2\omega^2 + \ldots)} = 1 + b_1\omega + b_2\omega^2 + \ldots \end{array}\right. \tag{4}$$

Les constantes b_k ont ici la même signification que dans le théorème VII du Livre cité de M. Wold.

En particulier, $\sigma^2(\varepsilon, k) = 0$, quel que soit k, si $s(\lambda) = 0$ sur un ensemble de mesure positive et aussi quand l'intégrale

$$\int_0^\pi \log s(\lambda)\, d\lambda$$

diverge. C'est le cas des suites *singulières* de M. Wold.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la construction d'une surface algébrique irrégulière.* Note de M. LUCIEN GODEAUX, présentée par M. Élie Cartan.

Considérons la surface Φ du quatrième ordre contenant 32 droites : 16 droites $a_1, a_2, \ldots, a_{16}$ ne se rencontrant pas deux à deux et 16 droites $b_1, b_2, \ldots, b_{16}$ deux à deux gauches, une droite a rencontrant 10 droites b et une droite b, 10 droites a. Cette surface a été étudiée par M. Traynard (*Ann. de l'École Norm. sup.*, 1907), qui a montré qu'elle est hyperelliptique. La surface Φ contient un système linéaire $|C|$, de degré 12, de dimension 7, de courbes C d'ordre 12 et de genre 7, rencontrant en six points chacune des droites b, mais ne rencontrant pas en général les droites a. Les surfaces du sixième ordre passant par une courbe C rencontrent encore Φ suivant des courbes C' d'ordre 12, de genre 7, rencontrant en six points chacune des droites a, mais ne rencontrant pas en général les droites b, formant un système linéaire $|C'|$ de degré 12 et de dimension 7.

En rapportant projectivement les courbes C aux hyperplans d'un espace linéaire S_7, à sept dimensions, la surface Φ se transforme birationnellement en une surface d'ordre 12, possédant 16 points doubles coniques homologues des droites a. Cette surface représente une involution d'ordre deux appartenant à une surface de Picard F, les points de diramation étant les 16 points doubles coniques, car aux sections planes de Φ correspondent des courbes d'ordre 12, passant par les 16 points doubles, le long de chacune desquelles une hyperquadrique touche la surface. En opérant de même à partir du système $|C'|$, on obtient dans un espace S_7 une surface d'ordre 12, possédant 16 points doubles coniques correspondant aux droites b. Cette surface représente une involution d'ordre 2 appartenant à une surface de Picard F', les points de diramation étant les 16 points doubles. Entre les surfaces Φ et F, nous avons donc une correspondance (1,2) ayant comme courbe de diramation l'ensemble des droites a et entre les surfaces Φ, F', une correspondance (1,2) ayant comme courbe de diramation l'ensemble des droites b.

Appelons homologues deux points de F, F' qui correspondent à un même point de Φ. Les surfaces F, F' sont liées par une correspondance (2,2); soit F_0 une surface représentant les couples de points homologues dans cette correspondance. Les surfaces F, F' représentent des involutions du second ordre I, I' appartenant à F_0. Les transformations birationnelles involutives génératrices de ces involutions sont permutables et leur produit engendre une involution I'' du second ordre dont nous désignerons par F'' une surface image.

Entre les surfaces Φ et F'', nous avons une correspondance (1,2) dont la courbe de diramation est formée des droites a et b. La surface Φ étant de genre 1 ($p_a = P_4 = 1$), les homologues sur F'' des droites a et b forment une courbe canonique de cette surface. Les courbes qui correspondent sur F'' aux sections de Φ par les surfaces du quatrième ordre sont également des courbes canoniques de la surface. Les adjointes à ces courbes sont les transformées des sections de Φ par les surfaces du huitième ordre; elles découpent sur une courbe canonique la série canonique complète, par conséquent la surface F'' est régulière. En appliquant une formule de M. Severi sur les correspondances entre deux surfaces algébriques, on trouve que F'' a les genres $p_a = p_g = 35$. D'autre part, le genre linéaire de F'' est $p^{(1)} = 129$.

Entre les surfaces F'' et F_0, nous avons une correspondance (1,2) ayant comme points de diramation les 160 points qui correspondent, sur F'', aux points de Φ communs aux droites a et b. On en conclut que le genre arithmétique de F_0 est $p_a = 31$. Le système canonique de F_0 comprend comme partie le transformé du système canonique de F'', par conséquent le genre géométrique de F_0 est $p_g \geq 35$. La surface F_0 est donc irrégulière et son irrégularité est au moins égale à 4.

Entre les surfaces F et F_0, nous avons une correspondance (1,2) ayant comme courbe de diramation l'ensemble des 16 courbes (de genre 4) de F transformées des droites b de Φ et comme points fondamentaux, les points de F qui correspondent aux droites a de Φ. La formule de M. Severi déjà utilisée, appliquée à cette correspondance, donne, pour le genre arithmétique de F_0, la valeur $p_a = 31$ déjà obtenue.

Les courbes qui correspondent sur F_0 aux droites a et b de Φ forment une courbe canonique de la première surface. Cette courbe canonique est donc formée de 16 courbes de genre quatre ne se rencontrant pas deux à deux et de 16 autres courbes de genre 4 ne se rencontrant pas deux à deux; une des 16 premières courbes rencontre 10 des secondes et inversement.

La surface irrégulière F_0 ne semble pas rentrer dans les classes actuellement connues de surfaces irrégulières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations aux dérivées partielles et invariants canoniques d'un groupe fonctionnel.* Note de M. N. **Saltykow**, présentée par M. Élie Cartan.

Considérons l'équation aux dérivées partielles

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0, \tag{1}$$

les p_s désignant les dérivées $\partial z/\partial x_s$.

Supposons que l'équation linéaire des caractéristiques correspondante

$$(F, f) = 0 \tag{2}$$

admette le groupe fonctionnel de r intégrales distinctes

$$f_1, f_2, \ldots, f_r \qquad (r < 2n - 1) \tag{3}$$

à μ fonctions distinguées

$$\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_\mu \ (\mu = r - 2\rho). \tag{4}$$