3° *Tout le corps humain.* Encyclopédie illustrée des connaissances médicales, publiée sous la direction de HENRI BOUQUET. Tomes I et II. (Présenté par M. Ch. Achard.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points unis des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique.* Note de M. **L. GODEAUX.**

Soit I_p une involution cyclique d'ordre premier $p = 2\nu + 1$, appartenant à une surface algébrique F et n'ayant qu'un nombre fini de points unis. On peut toujours prendre comme modèle projectif de F une surface d'ordre pn, de S_R, sur laquelle I_p est engendrée par une homographie H de période p, possédant p axes (espaces linéaires dont tous les points sont unis). Un seul $S^{(0)}$ de ces axes rencontre la surface F et les points de rencontre sont les points unis de I_p. Les hyperplans passant par les autres axes découpent sur F un système linéaire $|C|$ dépourvu de points-base, de dimensions $r < R$, composé au moyen de I_p. En rapportant projectivement les courbes C aux hyperplans d'un espace S_r, F se transforme en une surface Φ, d'ordre n, image de l'involution I_p. On peut d'ailleurs supposer r aussi grand que l'on veut.

Considérons un point uni P et soit ϖ le plan tangent à F en ce point. Si le plan ϖ coupe suivant une droite un axe de H distinct de $S^{(0)}$, P est un point uni parfait; s'il rencontre deux axes $S^{(1)}$, $S^{(2)}$ de H, distincts de $S^{(0)}$, respectivement en P'_1, P'_2, P est un point uni non parfait. Voici quelques résultats que nous avons obtenus dans ce dernier cas.

Projetons F de P sur un hyperplan uni de H ne passant pas par P; nous obtenons une surface F' d'ordre $pn - 1$ et à I_p correspond sur F' une involution I'_p dont P'_1, P'_2 sont des points unis.

Les courbes C passant par P se distribuent en $\nu + 1$ systèmes linéaires $|C_1|, |C_2|, \ldots, |C_{\nu+1}|$ de dimensions respectives $r - 1, r - 2, \ldots, r - \nu - 1$. Les courbes $C_1, C_2, \ldots, C_\nu$ ont en P des multiplicités $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_\nu < p$ et des tangentes fixes PP'_1, PP'_2. Les courbes $C_{\nu+1}$ ont en P un point multiple d'ordre p à tangentes variables. En rapportant projectivement les courbes C_i aux hyperplans d'un espace linéaire à $r - i$ dimensions, on obtient une surface Φ_i image de I_p, qui est une projection de la surface Φ à partir d'un espace passant par le point P' qui correspond à P sur cette surface.

La surface $\Phi_{\nu+1}$ contient une droite dont les points correspondent aux groupes de I_p infiniment voisins du point P. La surface Φ_ν contient deux droites qui correspondent aux points P'_1, P'_2 de F'. Les projections C'_ν des courbes C_ν à partir de P sur F' passent simplement par P'_1, P'_2 et ont en ces points avec la droite P'_1, P'_2 des contacts d'ordres respectifs k et $p-k-1$. Le point P est multiple d'ordre $p-1$ pour les courbes C_ν.

Si les points P'_1, P'_2 sont des points unis parfaits de l'involution I'_p, on a $p=3$ et P' est un point double biplanaire ordinaire de Φ.

Si P'_1 est un point uni parfait et P'_2 un point uni non parfait de I'_p, on a $\alpha_1=\nu+1, \ldots, \alpha_i=\nu+i, \ldots, \alpha_\nu=2\nu=p-1$. Les projections C'_i des courbes C_i à partir de P sur F' ont un point $(\nu-i)$-uple à tangentes variables en P'_1 et ont des tangentes fixes en P'_2. Les courbes C_i ont en P la multiplicité $\nu+i$ et ν tangentes confondues avec PP'_1, i tangentes confondues avec PP'_2. La surface Φ possède en P' un point multiple d'ordre $\nu+1$ et le cône tangent à la surface en ce point est formé d'un cône rationnel d'ordre ν et d'un plan ne contenant qu'une génératrice du cône (r étant suffisamment grand).

Retournons au cas général. Le nombre de branches (ou cycles), d'origine P d'une courbe C_1, est égal au nombre de branches d'origine P' de la section hyperplane homologue de la surface Φ. De plus, deux branches homologues ont même ordre et mêmes rangs successifs. La multiplicité du point P' pour la surface Φ est donc égale à la multiplicité du point P pour les courbes C_1, et le cône des tangentes à cette surface en P' se scinde en deux parties.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines congruences normales.* Note de M. P. Vincensini.

En étudiant certains systèmes cycliques dans leurs relations avec les surfaces à courbure totale constante négative, j'ai été conduit aux observations suivantes que je me permets de signaler.

Envisageons les congruences rectilignes normales (C) qu'une transformation par polaires réciproques par rapport à une sphère laisse normales.

Ces congruences dépendent d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre à laquelle on peut donner une forme simple invariante. Si l'on prend comme surface de départ d'une congruence (C) le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées de l'origine O (centre de la sphère de transformation) sur ses différents rayons, dont les équations sont comme on sait

$$x=\Delta(M, X), \qquad y=\Delta(M, Y), \qquad z=\Delta(M, Z)$$