Notice sur François DERUYTS

MEMBRE DE L'ACADÉMIE,

né à Liége, le 19 février 1864,
décédé à Liége, le 23 février 1902.

François Deruyts était issu d'une famille d'artistes : son père, Gustave Deruyts, et son grand-père, Jean-Jacques Deruyts, étaient compositeurs de musique. A cette ascendance, il devait, comme son frère aîné, notre confrère M. Jacques Deruyts, le goût des Arts et une prédilection pour la musique.

Après de solides études à l'Athénée royal de Liége, où il fut initié aux mathématiques par le professeur Willière, François Deruyts vint s'inscrire à l'Université de Liége. Il devait y entendre deux Maîtres éminents, C. le Paige et Eug. Catalan, qui eurent sur sa formation mathématique une très grande influence. En mars 1887, François Deruyts fut reçu Docteur en Sciences physiques et mathématiques avec la plus grande distinction, par acclamations. A cette époque, la loi n'exigeait pas la présentation d'un dissertation, cependant notre Confrère avait tenu à remettre au jury trois mémoires originaux, dont deux venaient de paraître dans les *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége.*

De 1889 à 1895, François Deruyts fut, à l'Université de Liége, assistant des cours de Mécanique appliquée et de Physique industrielle, professés alors par V. Dwelshauvers-Dery, dont on sait les travaux importants sur la machine à vapeur. En 1892, il fut nommé répétiteur des cours de Calcul des probabilités et de Mécanique analytique; il suppléa Graindorge dans ce dernier cours en 1895. En 1896, lorsque le Paige assuma la direction de l'Observatoire de Cointe et l'enseignement de l'Astronomie, F. Deruyts fut chargé du cours de Géométrie supérieure. Il fut promu professeur extraordinaire le 23 février 1902, le jour même de sa mort.

En 1898, F. Deruyts fut élu membre correspondant de l'Académie. Depuis 1890, il était membre de la Société royale des Sciences de Liége.

Cette carrière devait malheureusement être interrompue prématurément; François Deruyts devait disparaître à 38 ans. Le 23 février 1902 fut un jour de grand deuil pour l'Université de Liége. Les maîtres et les élèves rendirent un solennel hommage aux mérites du jeune savant, à sa bonté de cœur et à la fierté de son caractère. Les discours prononcés lors des funérailles ont été réunis en une plaquette; leur lecture est émouvante. Si ceux du Recteur Dwelshauvers-Dery, du pro-Doyen de la Faculté des Sciences P. de Heen, de C. le Paige au nom de l'Académie, de J. Beaupain nous font connaître l'homme et le savant, ceux des élèves, MM. Galopin et Renard, nous montrent quelle déférente affection il avait su inspirer aux étudiants.

La plupart des travaux de François Deruyts sont relatifs à la géométrie supérieure. Dans ce domaine, il a continué et considérablement élargi l'œuvre de son maître, C. le Paige. Une vive activité de l'esprit lui permettait de travailler sans effort apparent à des questions difficiles. Les résultats qu'il a obtenus sont devenus classiques et ont contribué à établir la renommée de l'École liégeoise de Géométrie, illustrée avant lui par J.-B. Brasseur, Fr. Folie et C. le Paige.

Dans sa courte carrière professorale, F. Deruyts a formé deux élèves : M. Versluys, qui fut plus tard professeur à l'École polytechnique de Delft, et J. Fairon, qui devait enseigner la Géométrie supérieure de 1911 à 1925 à l'Université de Liége.

***

Parmi les problèmes qui se présentaient aux géomètres lorsque François Deruyts commença ses recherches, en 1886, se trouvaient l'étude des involutions et des homographies d'ordres quelconques, et la construction géométrique des courbes et des surfaces algébriques. Ces questions avaient fait l'objet de travaux importants de F. Folie et de C. le Paige; c'est vers elles que devait se tourner l'activité de notre Confrère.

Dès 1879, dans son *Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la géométrie* (1), C. le Paige avait émis l'idée que l'emploi des espaces à plus de trois dimen-

(1) *Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique*, in-4°, t. XLII.

sions pourrait présenter de l'intérêt dans l'étude des involutions d'ordres supérieurs; c'est cette idée que F. Deruyts a développée dans ses mémoires *Sur la représentation des involutions unicursales* et *Sur la théorie des involutions.* La méthode qu'il a utilisée et qui est aujourd'hui classique, repose sur deux interprétations géométriques d'une forme algébrique binaire.

Considérons une forme algébrique binaire de degré n, égalée à zéro,

$$a_x^n \equiv a_0 x_1^n + \binom{n}{1} a_1 x_1^{n-1} x_2 + \cdots + \binom{n}{1} a_{n-1} x_1 x_2^{n-1} + a_n x_2^n = 0.$$

Si nous interprétons x_1, x_2 comme coordonnées homogènes des points d'une ponctuelle r, l'équation précédente représente un groupe de n points de cette ponctuelle. Mais on peut également interpréter les coefficients de la forme comme les coordonnées d'un hyperplan d'un espace E_n à n dimensions. Entre les groupes de n points de la ponctuelle r et les hyperplans de l'espace E_n, on obtient ainsi une correspondance biunivoque, linéaire, présentant les caractères d'une projectivité.

Une involution I_{n-1}^n, d'ordre n et de rang $n-1$, est l'ensemble des groupes de n points de la droite r représentés par l'équation

$$\lambda_0 a_x^n + \lambda_1 b_x^n + \cdots + \lambda_n h_x^n = 0,$$

où

$$a_x^n, b_x^n, \cdots, h_x^n$$

sont des formes linéairement indépendantes et

$$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_a, \ldots, \lambda_n$$

des paramètres variables. Aux groupes de I^n_{n-1} correspondent dans E_n les hyperplans passant par un point A, qui est en quelque sorte l'image de l'involution. En particulier, si l'involution I^n_{n-1} est décomposable, c'est-à-dire si ses groupes contiennent un point fixe de la droite r, le point image appartient à la courbe normale C d'ordre n de E_n, dont les équations paramétriques peuvent s'écrire

$$X_0 : X_1 : \ldots : X_n = \lambda^n : \lambda^{n-1} : \ldots : 1.$$

Aux points de la droite r correspondent donc les points de la courbe C. Aux points d'un groupe de n points de la droite r correspondent les points découpés sur la courbe C par l'hyperplan correspondant. Par conséquent, aux groupes d'une involution I^n_{n-1} correspondent sur C les groupes découpés par les hyperplans passant par le point image de l'involution.

Une involution I^n_k d'ordre n et de rang k, est constituée par l'ensemble des groupes de n points de la droite r communs à $n - k$ involutions indépendantes de rang $n - 1$. Sur la courbe C, les groupes d'une involution I^n_k sont découpés par les hyperplans passant par un espace fixe à $n - k - 1$ dimensions, image de l'involution.

Cette interprétation hyperspatiale des involutions allait permettre à F. Deruyts, dans ses travaux ultérieurs, une ample moisson de résultats nouveaux et une synthèse de la théorie. Déjà, dans les travaux qui viennent d'être cités, il retrouve avec une extrême simplicité des résultats de Em. Weyr, de le Paige, de Lerch et en particulier ceux de Rosanes et De Paolis sur l'expression d'une forme binaire de degré n par une somme de n puissances n-ièmes.

A vrai dire, les involutions découpées sur la courbe normale C par des systèmes linéaires d'hyperplans avaient été considérées par M. G. Castelnuovo dans un travail (1) paru quelques mois avant celui de F. Deruyts, mais les recherches des deux géomètres étaient indépendantes. En présentant le premier travail de F. Deruyts à l'Académie (2), le Paige écrit en effet : « Il (F. Deruyts) avait été devancé dans cette voie par un jeune géomètre italien fort distingué, M. G. Castelnuovo, mais je crois pouvoir ajouter que c'est moi qui ai signalé à M. Deruyts l'existence de ce travail antérieur, alors qu'il m'avait déjà communiqué les principaux résultats de son étude ». Du reste, alors que F. Deruyts partait de la définition des involutions sur une droite pour en arriver aux involutions situées sur la courbe normale C, M. Castelnuovo avait suivi le chemin inverse.

Les homographies ne se prêtent pas, comme les involutions, à une interprétation hyperspatiale aussi simple. Une homographie H_k^n d'ordre n et de rang k est, comme une involution I_k^n, un ensemble de groupes de n points, un groupe de l'ensemble étant déterminé par k points. Mais

(1) Studio dell'involuzione generale sulle curve razionali mediante la loro curva normale dello spazio a n dimensioni (*Atti del R. Istituto Veneto*, 1886, s. 6, t. IV, pp. 1167-1199).

(2) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 1887, 3e série, t. XIV, p. 199.

alors que dans le cas d'une involution, un même groupe est déterminé par k quelconques de ses points, il n'en est plus de même pour l'homographie. Une homographie H_k^n est une correspondance entre n ponctuelles superposées, telle que si l'on choisit un point de k de ces ponctuelles, un point de chacune des $n - k$ ponctuelles restantes est déterminé. L'homographie devient une involution si les n ponctuelles jouent des rôles symétriques.

Dans le cas $n=2$, une homographie H_1^2 peut être considérée comme le produit de deux involutions I_1^2 et les points unis de l'homographie sont les points du couple commun aux deux involutions. Généralisant cette propriété, F. Deruyts obtient une élégante représentation de l'homographie H_2^3 sur la cubique gauche. Il considère, sur une cubique gauche K, trois involutions I_2^3. Deux points de K déterminent un groupe de chacune de ces involutions et les trois points qui complètent ces groupes varient dans une homographie H_2^3. Les points unis de cette dernière forment le groupe commun aux trois involutions données. Une homographie H_2^3 peut d'ailleurs être obtenue par ce procédé de ∞^2 manières. De cette construction, F. Deruyts déduit aisément les propriétés de l'homographie.

Une question, posée au concours universitaire pour la période 1889-1890, devait permettre à F. Deruyts d'écrire un remarquable exposé de la théorie de l'involution et de l'homographie. Il s'agissait « d'exposer et d'étendre les recherches des géomètres sur la théorie de l'involution et de l'homographie ». Le mémoire envoyé en réponse à cette question par F. Deruyts porte comme épigraphe « On sert utilement une science en cherchant à la ramener à des principes généraux »; il fut couronné et le jury proposa son impression aux frais de l'État. En relisant ce mémoire, aujourd'hui que les questions traitées sont devenues classiques, on est frappé de la maturité d'esprit qu'il révèle chez son auteur, alors cependant tout jeune docteur. C'est en utilisant systématiquement la représentation hyperspatiale des involutions que, dans son *Mémoire sur la théorie de l'involution et de l'homographie unicursale*, F. Deruyts conduit son exposé. Les propriétés des éléments multiples, des groupes neutres des involutions, déjà connues et qui parfois avaient été obtenues non sans peines, sont rapidement retrouvées et souvent généralisées. Une foule d'autres propriétés nouvelles viennent s'y ajouter. Il en est de même de la théorie des homographies; la construction d'une homographie d'ordre n, H^n_{n-1}, est obtenue au moyen de n involutions I^n_{n-1}, par le procédé qui a été indiqué plus haut dans le cas $n=3$.

Nous avons dit plus haut que F. Deruyts s'était occupé de la construction des courbes et surfaces algébriques. Étant encore sur les bancs de l'Université, il avait fait connaître un procédé de génération de la surface cubique : Si un trièdre dont les faces passent constamment par trois droites fixes et rencontrant les faces d'un trièdre fixe en trois droites appartenant à une quadrique passant par un point fixe, le sommet de ce trièdre décrit une surface cubique. A la même époque, deux transformations géométriques retiennent son attention; l'une, dans le plan, est liée aux faisceaux de cubiques; l'autre, dans l'espace, est en relation avec les faisceaux de quadriques. Le *Mémoire sur la théorie de l'involution* contient de nombreuses applications géométriques à la génération des courbes et des surfaces. Cela conduit F. Deruyts à une extension du principe de correspondance de Chasles aux correspondances entre un nombre quelconque de ponctuelles superposées.

C'est également dans ce mémoire que François Deruyts établit cette élégante génération de la surface cubique : *Si un triangle se déforme de telle façon que deux de ses côtés s'appuient sur deux couples de droites fixes, tandis que le troisième côté décrit un faisceau de rayons, le sommet opposé décrira une surface cubique.* Il devait revenir l'année suivante sur cette génération, dans une note parue dans le *Bulletin de l'Académie*, pour établir diverses propriétés de la surface cubique.

C. le Paige, dans ses recherches sur les involutions, avait introduit la notion de couples d'involutions I^n_{n-1} associées. F. Deruyts a montré que la condition nécessaire et suffisante pour que deux involutions soient associées est que le point image de l'une dans l'espace E_n appartienne à l'hyperplan polaire, par rapport à la courbe normale C, du point image de l'autre. Cela devait conduire notre Confrère à l'étude des corrélations involutives. Dans une première note, il étudie, dans un espace à nombre quelconque de dimensions, ce qu'il appelle les corrélations polaires involutives qui ont, depuis, reçu de nom de systèmes-nuls. A ce travail, il faut en rattacher un autre sur les déterminants symétriques gauches. Il reviendra un peu plus tard sur ces questions, dans un mémoire publié par l'Académie, où il étudie d'une manière générale les corrélations entre deux espaces à n dimensions et en particulier les corrélations involutives générales. L'étude du complexe du second degré, engendré par les droites joignant les points conjugués de deux plans réciproques, parue en 1892 dans le *Bulletin de l'Académie*, se rattache directement à ce mémoire.

On sait que von Staudt avait cherché, sans y réussir complètement, à affranchir la géométrie projective de tout appel à la notion de mesure. Pour von Staudt, une projectivité entre deux formes de première espèce est une correspondance biunivoque conservant les quaternes harmoniques. Il s'agit alors de démontrer d'une part, qu'en partant de trois éléments d'une forme de première espèce on peut, par des constructions de quaternes harmoniques, atteindre un élément quelconque de la forme; d'autre part que si deux formes sont projectives, à une série continue d'éléments de l'une correspond une série continue d'éléments de l'autre. Dans un travail commun, C. le Paige et F. Deruyts ont exposé les principes fondamentaux de la géométrie projective en modifiant la définition de projectivité de von Staudt. La propriété de trois couples de points d'une ponctuelle d'être en involution peut s'introduire graphiquement, grâce au théorème de Desargues sur le quadrangle complet. La notion d'involution une fois introduite, une homographie entre deux ponctuelles superposées est définie comme le produit de deux involutions. Le passage aux projectivités entre deux formes de première espèce quelconques se fait ensuite au moyen de projections et de sections.

A partir de 1893, toutes les recherches de François Deruyts ont porté sur les éléments neutres des involutions et sur les groupes de points communs à plusieurs involutions.

Une involution I_k^n étant donnée, un groupe de $k-p$ points de son support impose en général $k-p$ conditions aux groupes de l'involution qui doivent les contenir. Si le nombre de ces conditions est inférieur et est précisément égal à $k-p-i$, le groupe de $k-p$ points considéré est dit groupe neutre d'espèce i. Si l'involution est représentée sur la courbe normale C d'ordre n de l'espace E_n, les groupes neutres d'espèce i de $k-p$ points seront les points d'appui d'espaces à $n-p-i-1$ dimensions contenant l'espace à $n-k-1$ dimensions image de l'involution.

Une première étude de F. Deruyts porte sur la détermination des groupes neutres communs à deux involutions; elle fut suivie d'une étude sur le même problème dans le cas d'un nombre quelconque d'involutions. Pour résoudre ce dernier problème, l'auteur a imaginé une représentation des groupes neutres d'une involution par les groupes de points d'une courbe rationnelle normale d'un espace à un nombre convenable de dimensions. Vient ensuite une recherche sur les groupes communs à plusieurs involutions, ayant des points multiples. Les résultats obtenus se traduisent par des propriétés des courbes rationnelles; citons par exemple le suivant : par sept points de l'espace, on peut mener seize quadriques tangentes à une cubique gauche et telles que les plans déterminés par la tangente au point de contact et par un point déterminé d'intersection de la courbe et de la surface, passent par un point fixe. Revenant aux groupes neutres, F. Deruyts détermine ceux de ces groupes qui sont formés d'éléments multiples.

Reprenons l'involution I_k^n et sa représentation sur la courbe normale C de l'espace E_n. Considérons un espace E_k ne rencontrant pas l'espace E_{n-k-1}, image de l'involution. Projetons la courbe C à partir de E_{n-k-1} sur l'espace E_k. Nous obtenons une courbe rationnelle C′, d'ordre n et aux groupes de I_k^n correspondent les groupes découpés sur C′ par les hyperplans de E_k. On obtient ainsi une nouvelle représentation hyperspatiale de l'involution. Un groupe neutre d'espèce i de $k-p$ points est formé de points de la courbe C′ appartenant à un espace à $k-p-i-1$ dimensions. En particulier, une involution I_3^n est représentée par les sections planes d'une courbe rationnelle gauche d'ordre n; les groupes neutres de trois points sont donnés par les trisécantes de la courbe C′. Il existe des groupes neutres de la première espèce $k+q$ points; dans le cas $k=3$, q est égal à l'unité et ils sont fournis par les quadrisécantes de la courbe. F. Deruyts démontre qu'une involution I_3^n possède $\frac{1}{2}(n-3)\binom{n-2}{3}$ groupes neutres de première espèce de quatre points; c'est le nombre des quadrisécantes de la courbe rationnelle C^n. Peu après il détermine les groupes neutres de première espèce de $2k-2$ points d'une involution I_k^n. Il passe ensuite à la détermination des groupes neutres d'espèce quelconque et à celle des groupes neutres possédant des éléments multiples. Chaque fois, il déduit des résultats obtenus des propriétés géométriques des courbes gauches. Ainsi, par exemple, il établit que par trois points, on peut mener $4(n-1)(2n-3)$ cubiques gauches tangentes à une courbe gauche rationnelle d'ordre n et ayant encore un point commun avec cette courbe.

Une courbe gauche rationnelle du sixième ordre possède six quadrisécantes formant une configuration intéressante, qui a été étudiée en détail par F. Deruyts. La courbe et ses quadrisécantes forment l'intersection d'une surface cubique et d'une surface réglée du quatrième ordre variable.

F. Deruyts a enfin considéré les polygones inscrits aux courbes planes et gauches, parvenant ainsi entre autres à un théorème qui généralise le théorème de Poncelet sur les triangles inscrits et circonscrits à des coniques : les $n+1$ faces de deux polygones de $n+1$ sommets inscrits dans une courbe normale d'ordre n d'un espace à n dimensions, sont osculatrices à une autre courbe normale d'ordre n de cet espace.

La note contenant ces dernières recherches, parue en décembre 1898 dans le *Bulletin de l'Aca-*

démie, devait être la dernière de l'auteur, déjà miné par la maladie qui devait l'emporter trois ans plus tard [1]. Une courte note manuscrite, retrouvée il y a une dizaine d'années par son frère, notre Confrère M. J. Deruyts, a été publiée par celui-ci; elle est relative à la théorie des déterminants.

***

Nous avons cherché, dans les lignes qui précèdent, à montrer l'importance des résultats obtenus en géométrie par François Deruyts. Il nous paraît utile, pour mieux caractériser ces travaux, de reproduire un passage du discours prononcé au nom de l'Académie par C. Le Paige, aux funérailles de celui qui fut successivement son élève, son collègue et son confrère.

« En pleine possession des ressources de l'analyse, maniant avec une facilité extrême la conception féconde de ce que l'on appelle les hyperespaces; François Deruyts résolvait, comme en se jouant, les problèmes les plus compliqués

---

[1] Ces circonstances empêchèrent F. Deruyts d'arriver à la solution complète du problème de la détermination des groupes neutres d'une involution, solution dont il était bien près. Le problème devait être résolu complètement par un géomètre italien, M. F. Severi, par application du principe de correspondance de Chasles. Voir SEVERI, I gruppi neutri con elementi multipli, in un'involuzione sopra un ente razionale (*Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, 1° sem. 1900, pp. 379-381).

de la détermination des éléments singuliers dans les involutions d'ordres quelconques.

» Où d'autres, et non des moindres, avaient fait appel aux vérités les plus abstraites de l'analyse numérique, notre confrère appliquait de simples identités, des relations récurrentes élémentaires, des propriétés évidentes des déterminants.

» Il avait la vue claire, comme intuitive, des espaces à un nombre quelconque de dimensions; il se mouvait à l'aise dans ce milieu tout d'abstraction, et ses démonstrations pouvaient tenir en quelques lignes. »

*
* *

Esprit très cultivé, F. Deruyts n'avait pas borné exclusivement son activité aux recherches de géométrie. Dans sa jeunesse, il avait fréquenté le laboratoire de physique, et on lui doit des recherches expérimentales faites en collaboration l'une avec P. de Heen, l'autre avec V. Dwelshauvers-Dery. Comme assistant du Cours de Mécanique appliquée de l'Université de Liége, il eut l'occasion de s'occuper de l'étude des machines à vapeur. Il a publié, à l'usage des étudiants fréquentant le Laboratoire de Mécanique appliquée, une table des propriétés de la vapeur d'eau, qu'il fit précéder d'une introduction très claire sur la thermodynamique appliquée aux machines à vapeur.

LUCIEN GODEAUX.

Liége, le 15 octobre 1937.

BIBLIOGRAPHIE

Travaux académiques.

Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers.

Sur la correspondance homographique entre les éléments des deux espaces linéaires quelconques (1892, t. LII, pp. 1-40).

Bulletins (3e série).

Sur la représentation des involutions unicursales (1887, t. XIV, pp. 322-345).

Sur la théorie de l'involution (1887, t. XIV, pp. 650-664).

Détermination des variations de la chaleur spécifique des liquides avec la température (en collaboration avec P. de Heen) (1888, t. XV, pp. 168-191).

Sur les théorèmes fondamentaux de la géométrie projective (en collaboration avec C. Le Paige) (1888, t. XV, pp. 335-348).

Sur la représentation de l'homographie de seconde espèce sur la cubique gauche (1889, t. XVII, pp. 312-329).

Sur une propriété commune aux courbes normales des espaces linéaires (1889, t. XVII, pp. 545-554).

Sur un procédé de génération de la surface cubique (1891, t. XXII, pp. 35-55).

Construction d'un complexe de droites du second ordre et de la seconde classe (1892, t. XXIV, pp. 571-577).

Note sur les groupes d'éléments neutres communs à deux involutions quelconques (1893, t. XXVI, pp. 232-235).

Sur les groupes d'éléments neutres communs à un nombre quelconque d'involutions, 1894, t. XXVII, pp. 495-517).

Sur certains groupes d'éléments communs à deux involutions (1896, t. XXXI, pp. 664-674).

Note sur les groupes neutres à éléments multiples associés à des involutions unicursales (1898, t. XXXV, pp. 196-206).

Note sur les sécantes multiples des courbes gauches rationnelles (1898, t. XXXV, pp. 287-294).

Note sur la configuration formée par les quadrisécantes des courbes gauches rationnelles du sixième ordre (1898, t. XXXV, pp. 421-438).

Note sur les éléments neutres de l'involution et leurs applications aux courbes gauches (1898, t. XXXV, pp. 885-894).

Sur la détermination des éléments neutres d'espèce quelconque (1898, t. XXXVI, pp. 187-193).

Sur quelques propriétés des courbes gauches (1898, t. XXXVI, pp. 194-204).

Sur quelques propriétés des polygones inscrits aux courbes gauches (1898, t. XXXVI, pp. 553-556).

Travaux non publiés par l'Académie.

Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége.

Génération d'une surface du troisième ordre (1886, 2e série, p. XIV, pp. 1-12).

Sur quelques transformations géométriques (1887, 2e série, t. XIV, pp. 1-14).

Expériences sur l'intensité relative des harmoniques dans les timbres de la voix (en collaboration avec V. Dwelshauvers-Dery) (1889, 2e série, t. XVI, pp. 1-10).

Sur une propriété des déterminants symétriques gauches (1890, 2e série, t. XVII, pp. 1-6).

Sur la corrélation polaire involutive dans un espace linéaire quelconque (1890, 2e série, t. XVII, pp. 1-16).

Mémoire sur la théorie de l'involution et de l'homographie unicursale (1890, 2e série, t. XVII, pp. 1-208).

Sur la théorie des déterminants (note posthume) (1927, 3e série, t. XIV, pp. 1-7).

Périodiques divers.

Génération linéaire de quelques courbes à éléments multiples (*Mathesis*, 1887, pp. 241-244).

Note sur la représentation de l'involution (*Bulletin de l'Association des élèves des Écoles spéciales*, Liége, 1894, pp. 16-22).

Ouvrage publié à part.

Table des propriétés de la vapeur d'eau saturée, précédée d'une introduction sur l'application de la thermodynamique aux moteurs à vapeur (Liége, Vaillant-Carmanne, 1891).