NOTICE SUR ALPHONSE DEMOULIN

MEMBRE DE L'ACADÉMIE

Né à Bruxelles le 20 *septembre* 1869,
Décédé à Gand le 25 *juin* 1947.

Alphonse-Adolphe-Auguste Demoulin naquit à Bruxelles le 20 septembre 1869, d'Auguste Demoulin, Maître-tailleur et de Marie Grand'Ry. Il était le cadet d'une famille de six enfants ; ses parents étaient originaires de Verviers et étaient venus s'installer à Bruxelles peu après leur mariage.

Après avoir suivi les cours de l'École moyenne, puis de l'Athénée royal de sa ville natale, Demoulin fut admis à l'École normale des Sciences annexée à l'Université de Gand ; il en sortit trois ans plus tard, en 1889, avec le titre de professeur agrégé de l'Enseignement moyen de degré supérieur. L'année suivante, il fut reçu Docteur en Sciences physiques et mathématiques par l'Université de Gand. Il y avait eu pour Maîtres Paul Mansion et Junius Massau.

En 1891, Demoulin fut proclamé lauréat du Concours universitaire pour la période 1890-1891 ; la même année, il prenait part, avec un travail différent, au Concours pour la collation des bourses de voyage et obtenait l'unique bourse réservée à cette époque aux Docteurs en Sciences physiques et mathématiques.

Cette bourse lui permit de se rendre à Paris, où il passa trois semestres, suivant les cours de la Sorbonne et du Collège de France. Mais c'est surtout l'enseignement de Darboux qui l'attira. L'illustre géomètre publiait à l'époque ses *Leçons sur la théorie des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal* ; il eut une influence profonde sur la formation de notre Confrère. Celui-ci passa ensuite un semestre à l'Université de Leipzig, où il suivit les cours de Sophus Lie.

A sa rentrée en Belgique, Demoulin fut nommé répétiteur à l'École du Génie civil de l'Université de Gand (novembre 1893). De 1896 à 1898, il fut chargé de suppléer Mansion dans une partie de son enseignement. Nommé Chargé de cours en octobre 1898, professeur extraordinaire en octobre 1899 et professeur ordinaire en octobre 1904, il partagea l'enseignement de l'Analyse mathématique avec Mansion jusqu'à l'admission de celui-ci à l'éméritat, en 1910. A partir de cette date, il assume seul cet enseignement ; il faisait en candidature le cours d'Analyse mathématique et au Doctorat, le cours d'Analyse supérieure, y compris les compléments. Il conserva cette charge jusqu'à la flamandisation intégrale de l'Université de Gand, en 1936. En 1939, il fut admis à l'éméritat (1).

Demoulin avait été élu Correspondant de l'Académie en 1905, Membre en 1911. Il présida notre Compagnie en 1927. Il était Membre correspondant de la Société royale des Sciences de Liège, de la Société philomatique de Paris, de l'Instituto de Coïmbre. En 1914, il avait été nommé Membre honoraire du Bureau de la Société Mathématique de France.

Notre Confrère fut souvent appelé à exposer les résultats de ses travaux en France : à de nombreuses reprises à la Sorbonne, en 1936 à l'Université de Montpellier, en 1938 à l'Université de Toulouse. Il était Docteur honoris causa des Universités de Bruxelles (1934), de Montpellier (1937) et de Toulouse (1939). Enfin, il était Grand

(1) Bien que la carrière de Demoulin semble avoir été facile, elle débuta cependant par une déconvenue. A sa sortie de l'Université, il postula l'enseignement de la physique à l'École militaire, sans succès. Nous racontant un jour cet échec, notre Confrère ajouta en souriant : « Heureusement, je n'aurais peut-être pas fait de Géométrie infinitésimale ».

Officier de l'Ordre de Léopold et Officier de la Légion d'Honneur.

L'Académie des Sciences de Paris lui avait décerné le Prix de Joest en 1906, le prix Bordin en 1911 et le Prix Poncelet en 1945.

En 1919, le Prix décennal des mathématiques pures fut décerné à Demoulin, pour ses travaux parus pendant la période 1904-1913.

A partir de 1945, la santé de notre Confrère s'altéra ; il vint moins fréquemment à nos séances et la dernière fois que nous le vîmes, il fallut lui donner le bras pour l'aider à gravir l'escalier conduisant à la salle des séances. Le 25 juin 1947, il s'éteignit doucement, quasi sans s'en apercevoir, entouré des soins de son épouse et de l'affection de ceux de ses disciples qui habitaient Gand (1).

* * *

L'œuvre mathématique de Demoulin ressortit presque tout entière à la Géométrie infinitésimale.

(1) Nous avons consulté, pour écrire cette notice, le *Liber Memorialis de l'Université de Gand*, tome II, publié en 1913. Nous devons aussi quelques renseignements à M. le Colonel du Génie de l'Armée française F. Barbel, neveu de Demoulin. Enfin, nous devons à M. Backès, notre Collègue de l'Université de Gand, la liste complète des travaux de notre regretté Confrère.

Il a publié, dans ce domaine, un grand nombre de notes ; beaucoup ont paru dans les Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, sous une forme très concise. Dans son œuvre, il faut particulièrement distinguer ses contributions à la théorie du repère mobile, à la Géométrie projective différentielle et à la théorie des systèmes triples orthogonaux ; c'est surtout de ces questions que nous nous occuperons dans la brève analyse des travaux de notre regretté Confrère qui va suivre.

Bien qu'il n'ait paru qu'en 1894, le premier travail de Demoulin a trait à l'application d'une méthode vectorielle à l'étude de la Géométrie réglée (complexes et congruences de droites, surfaces réglées) ; ce mémoire, qui fut couronné au Concours Universitaire 1890-1891, porte l'empreinte de l'enseignement de Massau et fait prévoir le géomètre que devait devenir son auteur.

Dans cinq notes et mémoires parus de 1890 à 1892 dans les recueils de l'Académie, Demoulin établit, avec beaucoup d'ingéniosité, des relations entre les rayons de courbure en plusieurs points d'une ou de deux courbes planes. Il utilise notamment un système de coordonnées qui lui permet d'obtenir les courbures d'une courbe algébrique d'ordre n en un point multiple d'ordre $n-1$.

Toujours dans les recueils de l'Académie, nous trouvons encore une note sur la déformation des surfaces de révolution et un mémoire sur les surfaces minima. Dans ce dernier, Demoulin établit comment on peut déterminer une surface minima connaissant la représentation sphérique soit de ses lignes asymptotiques, soit de ses lignes de courbure ; il étudie une surface minima du troisième ordre rencontrée par Ribaucour, puis donne une démonstration du théorème de Lie sur la génération des surfaces minima réglées et enfin il détermine les surfaces minima réelles ou imaginaires dont les lignes de courbure sont planes.

* * *

On sait tout le parti que Darboux a tiré, dans ses leçons sur la théorie des surfaces, de l'emploi d'un trièdre de référence mobile. Cette théorie, qui fait appel à la géométrie vectorielle, devait plaire à un ancien élève de Massau et de fait, Demoulin l'a fréquemment employée et il l'a de plus généralisée de plusieurs manières.

Dans la méthode du trièdre mobile, celui-ci est généralement un trièdre trirectangle, mais cette dernière condition n'est évidemment pas nécessaire. L'Académie, sur la proposition de Demoulin, avait mis au concours en 1925 la question suivante : On demande une contribution importante à la Géométrie infinitésimale. Un beau mémoire, dû à Graustein, fut reçu en réponse à cette question et couronné. A la suite du rapport qu'il fit à l'Académie sur ce travail, notre Confrère remarqua que plusieurs des théorèmes de Graustein pouvaient s'établir en utilisant un trièdre birectangle mobile. Le Bulletin de 1926 contient un exposé complet de cette méthode et de nombreuses applications à la théorie des surfaces.

Demoulin avait antérieurement généralisé dans une autre direction la théorie du trièdre mobile. En 1904, il montre comment on peut utiliser, en Géométrie cayleyenne, un tétraèdre de référence mobile, autopolaire par rapport à la quadrique absolue. L'année suivante, il considère, dans une géométrie qu'il appelle anallagmatique et qui n'est autre que la géométrie dont le groupe principal est le groupe conforme, la méthode du pentasphère de référence mobile, figure formée de cinq sphères deux à deux orthogonales. Il aura dans la suite l'occasion d'utiliser fréquemment cette méthode. En Géométrie réglée, il utilise de même une figure de référence mobile formée de six complexes linéaires deux à deux en involution.

Enfin, en 1909, notre Confrère introduit la méthode du tétraèdre de référence mobile en Géométrie projective ; il l'applique à l'étude de l'enveloppe d'une famille de quadriques à un paramètre, la caractéristique d'une quadrique étant formée des côtés d'un quadrilatère gauche. Dans les recherches récentes sur la Géométrie projective différentielle des surfaces, les géomètres ont fréquemment utilisé la méthode du tétraèdre mobile, sans cependant citer Demoulin, dont la note semble être tombée dans l'oubli. Souvent, notre Confrère nous en fit la remarque.

* * *

C'est en 1908 que Demoulin commença à publier ses beaux travaux sur la Géométrie projective différentielle, mais les méthodes qu'il emploie pour établir ses résultats sont, tout au moins au début, les méthodes classiques de la Géométrie infinitésimale métrique ou conforme.

Considérons une surface (M) et soient α = const, β = const. ses asymptotiques ; soient (M_α), (M_β) les asymptotiques qui se croisent au point M, t et t' leurs tangentes en ce point. Lorsque le point M décrit soit (M_α), soit (M_β), les tangentes t', t engendrent des surfaces réglées. Les demi-quadriques osculatrices à ces réglées, le long des génératrices passant par M, ont même support. C'est là un théorème énoncé par Lie sans démonstration en 1882 et le support commun des deux demi-quadriques est pour cette raison appelé *quadrique de Lie*. Deux démonstrations du théorème de Lie ont été données par Demoulin, mais l'intérêt de ses recherches réside dans l'étude qu'il fait de l'enveloppe de la quâdrique de Lie. Lorsque α

varie seul, la caractéristique de la quadrique de Lie se compose de t' et de deux génératrices g, g' s'appuyant sur t'. De même, lorsque β varie seul, la caractéristique se compose de t et de deux génératrices h, h' s'appuyant sur t. Les quatre droites g, g', h, h' forment un quadrilatère gauche, qui fut appelé plus tard *quadrilatère de Demoulin*, dont les sommets décrivent les quatre nappes d'une surface qui, avec la surface (M), forment l'enveloppe de la quadrique de Lie. Notre Confrère examine plus particulièrement le cas où les droites g, g' d'une part, les droites h, h' d'autre part, coïncident. L'enveloppe de la quadrique de Lie se compose alors de deux nappes : la surface (M) et une surface (M') qui a précisément même quadrique de Lie que (M) et les asymptotiques se correspondent sur les deux surfaces. Demoulin est revenu à plusieurs reprises sur cette question, notamment en 1925 dans une note que Fubini et M. Cech, dans leur *Geometria proiettiva differenziale*, qualifiaient d'importante (1).

(1) J'ai plus tard étudié les surfaces (M), (M') en considérant les surfaces comme lieux de leurs tangentes et en utilisant la représentation de l'espace réglé sur l'hyperquadrique de Klein. On peut consulter sur cet objet notre exposé sur *La théorie des surfaces et l'espace réglé* (Paris, Hermann, 1934). M. Finikoff m'a fait l'honneur d'appeler les surfaces (M), (M') les surfaces de Demoulin-Godeaux.

Les surfaces (M), (M') ont mêmes directrices de Wilczynski, l'une est la droite MM', l'autre est la polaire de cette droite par rapport à la quadrique de Lie relative au point M. Nous avons démontré que la seconde directrice de Wilczynski engendre une congruence de Goursat. Demoulin a généralisé ce résultat : Il considère une famille de quadriques Q, dépendant de deux paramètres, telle que les quadriques n'aient que deux points caractéristiques M, N et que les caractéristiques pour deux déplacements infiniment petits se composent chacune de deux coniques. Parmi les propriétés de cette famille de quadriques se trouve la suivante : la polaire par rapport à la quadrique Q de la droite MN engendre une congruence de Goursat la plus générale.

Demoulin s'est fréquemment occupé de la transformation de Laplace et des congruences W. Étant donnée une surface F, on peut lui faire correspondre une surface F' telle que la congruence ayant pour nappes focales F, F' soit W. Demoulin dit alors que F' est la transformée de Guichard de la surface F ; c'est la même transformation que Bianchi a appelée transformation asymptotique. Si F_1 et F_2 sont les transformées de Guichard d'une surface F et si au point M de celle-ci correspondent respectivement des points M_1, M_2 de F_1, F_2, Bianchi a établi qu'il existe, sur la droite intersection des plans tangents en M_1, M_2 à F_1, F_2, une infinité de points M' qui engendrent des surfaces qui correspondent aux surfaces F_1, F_2 dans des transformations de Guichard. Le plan tangent à une surface (M') en un point M' passe par la droite $M_1 M_2$. Une surface (M') et la surface F correspondent à F_2 dans des transformations de Guichard, donc il existe sur la droite $M_1 M_2$, une infinité de points M'' engendrant des surfaces transformées de Guichard de la surface F et de la surface (M') considérée. Cela conduit Demoulin à associer à cette figure quatre demi-quadriques ayant pour supports deux quadriques. Les caractéristiques de chacune de ces quadriques se composent des côtés d'un quadrilatère gauche.

Signalons également cet élégant théorème, généralisation d'un théorème de Darboux. Soient (M), (M') deux surfaces qui se correspondent point par point et soient M, M' deux points homologues. A toute tangente à la surface (M) correspond une tangente à la surface (M'). Considérons deux couples de tangentes t_1 et t'_1, t_2 et t'_2 correspondantes. Pour que les droites t_1, t_2 soient coupées respectivement par les droites t'_2, t'_1, il faut que les foyers de la droite MM' soient conjugués harmoniques par rapport à M, M'. Les plans menés par MM' et par deux tangentes homologues quelconques sont alors conjugués harmoniques par rapport aux plans focaux de la droite MM'.

Dans ses travaux, Demoulin a fréquemment utilisé des transformations et notamment la transformation de Lie, qui fait correspondre les sphères aux droites de l'espace. Si deux surfaces se correspondent dans une transformation de Guichard, leurs homologues dans une transformation de Lie se correspondent dans une transformation de Ribaucour. Dans la transformation de Guichard, il y a conservation des asymptotiques et dans celle de Ribaucour, il y a conservation des lignes de courbure. Notre Confrère a d'ailleurs fait l'étude directe de cette transformation, en utilisant la méthode du pentasphère de référence mobile. Étant donnée une surface (M), on considère une sphère tangente à cette surface en un point M. Cette sphère engendre une famille à deux paramètres et possède deux points caractéristiques : le point M et un second point M'. On peut s'arranger de telle sorte que les lignes de courbure de la surface (M') correspondent à celles de la surface (M). La surface (M') est alors la transformée de Ribaucour de la surface (M).

Lorsqu'ils écrivirent leur traité de *Geometria proiettiva differenziale* (1), G. Fubini et M. E. Cech demandèrent à Demoulin de résumer dans une note qui devait être placée à la fin du second volume, ses travaux de Géométrie projective différentielle. Notre Confrère n'eut malheureuse-

(1) Bologne, Zanichelli, 1927.

ment pas le temps de rédiger cette note et on ne peut que le regretter. Fubini et M. E. Cech durent se contenter de courtes indications bibliographiques ; ils citent plusieurs notes parues dans les Comptes Rendus sur les surfaces R et les surfaces Ω, une note sur les congruences appartenant à un complexe linéaire et plusieurs travaux dont il a déjà été question ici.

Considérons une suite de Laplace ..., M_{-i}, ..., M_{-1}, M, M_1,..., M_i, ... Si les congruences engendrées par les droites M_k M_{k+1}, M_l M_{l+1} sont W, toutes les congruences engendrées par les droites joignant deux points consécutifs de la suite sont W. Ce théorème, dû à notre Confrère, a été l'origine de ses travaux et de ceux de M. Tzitzeica sur les surfaces R. Un réseau conjugué est un réseau R lorsque les tangentes à ses courbes engendrent des congruences W et une surface contenant au moins un réseau R est une surface R. Une surface Ω est l'homologue d'une surface R dans la transformation de Lie. Une propriété caractéristique des surfaces Ω est que ses normalies développables découpent sur une certaine surface un réseau à invariants égaux. Les études sur les surfaces R et les surfaces Ω sont en quelque sorte parallèles et Demoulin poursuit ses recherches en considérant tantôt les surfaces R, tantôt les surfaces Ω suivant la manière dont les propriétés à établir se présentent.

Chemin faisant, Demoulin est conduit à considérer des réseaux conjugués dont les tangentes appartiennent à des complexes linéaires non spéciaux ; il montre que si ces complexes sont en involution, le réseau appartient à une suite de Laplace de période quatre.

La considération des congruences de droites appartenant à un complexe linéaire conduit Demoulin à l'étude du problème suivant : Soient deux droites *d*, *d'* engendrant des congruences dont les développables se correspondent ; désignons par P, Q les foyers de *d*, par P', Q' ceux de *d'*. Dans quelles conditions les droites PP', QQ' engendrent-elles des congruences dont les nappes focales sont respectivement engendrées par les points P, P' et Q, Q' ?

Ajoutons enfin que l'application de la transformation de Lie aux surfaces dont les quadriques de Lie ont deux ou trois points caractéristiques fournit à Demoulin de nombreuses propriétés des cyclides.

Les contributions de Demoulin à la Géométrie projective différentielle sont importantes et peut-être ce que nous en avons dit dans ce qui précède n'en donne qu'une faible idée. Notre dessein était de montrer dans quelles directions les recherches de notre Confrère furent orientées et nous espérons y avoir réussi.

* * *

On sait ce que l'on entend par système triple orthogonal : Étant données trois familles simplement infinies de surfaces, ces trois familles forment un système triple orthogonal si deux surfaces prises arbitrairement dans deux quelconques des trois familles se coupent à angle droit. On sait aussi que sur toute surface de l'une des familles, les surfaces des autres familles découpent les lignes de courbure. Une famille de surfaces susceptible d'appartenir à un système triple orthogonal est appelée famille de Lamé.

Les systèmes triples orthogonaux ont fait l'objet de nombreuses recherches ; Darboux leur a consacré un traité, Bianchi et Guichard, notamment, ont apporté à leur théorie d'importantes contributions. Dès le début de sa carrière scientifique, Demoulin avait eu son attention attirée par les questions soulevées par la théorie de ces systèmes, comme en témoignent plusieurs de ses publications. En 1911, l'Académie des Sciences de Paris mit au concours une question sur les systèmes triples orthogonaux ; le mémoire présenté par Demoulin fut couronné (Prix Bordin 1911) ; il contient d'importants résultats et nous allons rapidement en indiquer quelques uns.

La première question que notre Confrère se pose est la détermination de propriétés caractéristiques d'une famille de Lamé. Citons en une, dont Demoulin fut amené à modifier l'énoncé à la suite d'une remarque de Darboux dans son rapport sur le mémoire couronné.

Considérons ∞^1 surfaces (M) et soient A, A′ les centres de courbure géodésique en M des lignes de courbure passant par ce point. Soient S la sphère de centre A et S′ la sphère de centre A′ passant toutes deux par le point M. Ces sphères sont appelées sphères de courbure géodésique. Les sphères S et les sphères S′ forment deux systèmes dépendant de trois paramètres, c'est-à-dire forment deux complexes de sphères. Suivant l'observation de Darboux, étant donné un complexe de sphères S, il existe une seule sphère S′ orthogonale à toute sphère S et à toutes les sphères du complexe infiniment voisines de S. La sphère S′ engendre à son tour un complexe et la relation entre les deux complexes est réciproque. Ces deux complexes sont dits conjugués. La condition établie par Demoulin peut alors s'énoncer de la manière suivante : Pour qu'une surface engendre une famille de Lamé, il faut et il suffit que les complexes formés par les sphères de courbure géodésique de cette surface soient conjugués.

Après quelques remarques sur les familles de Lamé formées de surfaces possédant des points singuliers, Demoulin passe à l'étude des transformations des systèmes triples orthogonaux. Supposons qu'un point M dépendant de trois paramètres u_1, u_2, u_3 décrive un système triple orthogonal, u_1, u_2, u_3 étant les paramètres des familles de Lamé composant ce système. Considérons trois sphères S_1, S_2, S_3 tangentes en M respectivement aux surfaces de paramètres u_1, u_2, u_3. Demoulin détermine ces sphères de telle sorte que leur second point d'intersection P décrive un système triple orthogonal, les surfaces de paramètres u_1, u_2, u_3 de ce système étant respectivement tangentes en P aux sphères S_1, S_2, S_3. Il retrouve ainsi un résultat dû à Ribaucour et dit en abrégé que les systèmes (M) et (P) se correspondent dans une transformation de Ribaucour.

On sait en quoi consiste la transformation de Combescure des systèmes triples orthogonaux. A un système triple orthogonal (M) engendré par un point M, on fait correspondre un système triple orthogonal (M') tel que les normales aux trois surfaces passant par un point M' soient parallèles respectivement aux normales aux trois surfaces homologues du premier système, passant par le point M dont M' est l'homologue. Demoulin démontre le théorème suivant : Si deux points M, M' décrivent deux systèmes triples orthogonaux qui se correspondant dans une transformation de Combescure, tous les points qui divisent le segment MM' dans des rapports constants décrivent des systèmes triples orthogonaux qui se correspondent deux à deux dans des transformations de Combescure. La droite MM' porte une seconde infinité simple de points décrivant des systèmes triples orthogonaux qui correspondent aux précédents dans des transformations de Ribaucour et se correspondent deux à deux dans des transformations de Combescure. Ce théorème le conduit à se poser le problème de la détermination, de la manière la plus générale, d'une infinité de points situés sur une droite mobile et décrivant des systèmes triples orthogonaux qui se correspondent. La partie du mémoire consacrée à cette question est malheureusement restée inédite.

* * *

Nous n'avons pas épuisé, dans ce qui précède, la contribution apportée par Demoulin aux Mathématiques. A plusieurs reprises, il s'est occupé de la détermination des surfaces dont les lignes de courbure sont planes ou sphériques. On lui doit également la détermination des invariants différentiels et des invariants intégraux des surfaces dans le groupe conforme de l'espace à trois dimensions. Il s'est également occupé de la théorie des équations aux dérivées partielles, bien qu'il ait peu publié sur cet argument. Citons encore une démonstration fort simple de la propriété fondamentale des Wronskiens. Et cette énumération pourrait être continuée.

Demoulin était un géomètre très fin, qui savait trouver des liens cachés entre des questions en apparence disparates ; ce fut plusieurs fois l'origine de beaux travaux. C'était un grand travailleur ; les résultats qu'il obtenait au cours de ses recherches étaient consignés sur des feuilles de farde d'écolier et il avait l'habitude d'inscrire, à côté d'un résultat saillant, le jour et l'heure auxquels il l'avait obtenu. Bien souvent, nous avons vu de ces feuilles, jaunies par le temps, où l'heure indiquée était 2 ou 3 heures du matin. Mais nous avons toujours eu l'impression que notre Confrère n'aimait pas rédiger et cela explique peut-être l'extrême concision des travaux qu'il a publiés. Il est vraisemblable que dans ses notes, il existe beaucoup de résultats inédits.

Pendant de longues années, Demoulin fit à l'Université de Gand le cours d'Analyse mathématique, destiné à la fois aux élèves ingénieurs et aux étudiants en Mathématiques. Au dire de ses anciens élèves, il était d'une clarté incomparable, captivant un auditoire dont la plupart des assistants n'avaient cependant pour dessein que d'utiliser plus tard les matières enseignées dans la pratique de leur métier d'ingénieur. Au Doctorat en Sciences physiques et mathématiques, il enseignait l'Analyse supérieure et la Géométrie infinitésimale. Il a formé plusieurs élèves. Le premier, Émile Merlin, qui devait trouver en 1938 une mort tragique dans un stupide accident de montagne, avait étudié les réseaux conjugués et les congruences qui leur sont associées. Rentré en Belgique après un séjour à Paris comme titulaire d'une bourse de voyage, il dut, pour vivre, se tourner vers l'Astronomie et entra à l'Observatoire d'Uccle comme assistant. Il fut plus tard professeur d'Astronomie à l'Université de Gand. Parmi les autres élèves, citons J. Rose, mort récemment, et MM. A. Lembrechts et F. Backès, actuellement professeurs à l'Université de Gand.

Comme nous l'avons dit plus haut, notre Confrère dut cesser son enseignement en 1936, lors de la flamandisation intégrale de l'Université de Gand ; cette retraite prématurée le chagrina d'autant plus que, tout en reconnaissant à nos compatriotes du Nord le droit absolu d'être instruits dans leur langue maternelle, il eut voulu voir conserver le foyer de culture française qu'était l'ancienne Université de Gand. A cette Université, il avait donné le meilleur de lui-même. Son admission à l'éméritat en 1939 y passa cependant inaperçue car, comme il nous le fit remarquer à l'époque, avec une pointe d'ironie teintée d'un peu d'amertume, on n'avait pas pensé à le remercier officiellement des services rendus !

LUCIEN GODEAUX.

BIBLIOGRAPHIE

PUBLICATIONS ACADÉMIQUES

Mémoires in 8°

Sur la courbure des lignes planes. 1890, t. XLIV, 48 p.
Sur diverses conséquences du théorème de Newton. 1891, t. XLV, 18 p.
Sur une transformation géométrique applicable à la théorie des roulettes. 1891, t. XLV, 35 p.
Sur les surfaces minima réglées et sur les surfaces minima à lignes de courbure planes. 1899, t. LVIII, 38 p.

Bulletins 3^e^ série.

Note sur le développement en série des fonctions sinus, cosinus et de la fonction exponentielle. 1890, t. XIX, pp. 541-542.
Sur la courbure des lignes d'ordre p possédant un point multiple d'ordre p—1. 1891, t. XXII, pp. 120-128.
Quelques propriétés du système de deux courbes algébriques. 1892, t. XXIII, pp. 527-547.
Note sur une déformation des surfaces de révolution. 1895, t. XXX, pp. 61-66.

Bulletins de la Classe des Sciences.

Rapport sur un mémoire de M. Wilczynski. 1909, pp. 1189-1210.

Discours prononcé aux funérailles de J. Massau. 1909, pp. 305-308.

Sur les surfaces isothermiques et sur les tétraèdres de Moebius. 1913, pp. 1181-1199.

Sur les transformations de Guichard et les systèmes K. 1919, pp. 101-112.

Sur les surfaces dont les lignes de courbure d'un système sont planes ou sphériques et sur les familles de Lamé dont les trajectoires orthogonales sont planes ou sphériques. 1919, pp. 179-184.

Sur les systèmes Θ et sur les systèmes R. 1919, pp. 185-197.

Sur la transformation de Moutard et quelques-unes de ses applications géométriques. 1919, pp. 261-284.

Sur les congruences de sphères cycliques et sur les systèmes triples orthogonaux à lignes de courbure planes ou sphériques dans un système. 1919, pp. 339-359.

Sur les transformations de Ribaucour. 1919, pp. 425-440.

Sur les surfaces réglées, les surfaces cerclées et les surfaces à lignes de courbure sphériques dans un système. 1919, pp. 511-520.

Sur les équations de Moutard à solutions quadratiques. 1920, pp. 193-215, 418-438, 503-523 ; 1921, pp. 10-32.

Sur les congruences qui appartiennent à un complexe linéaire et sur les surfaces Φ. 1920, pp. 215-232.

Sur la surface minima d'Enneper. 1921, pp. 293-309.

Sur les surfaces cerclées. 1921, pp. 499-507 ; 1922, pp. 479-504.

Sur les équations M. 1925, pp. 401-405.

Sur un groupe de huit surfaces. 1925, pp. 406-417.

Rapport sur le Concours de l'Académie de 1925. 1926, pp. 7-19.

Sur la méthode du trièdre birectangle mobile et quelques-unes de ses applications. 1926, pp. 70-91, 243-265, 397-421.

Sur les surfaces de Guichard. 1926, pp. 266-281.

Détermination des invariants différentiels et des invariants intégraux pour le groupe conforme. 1926, pp. 220-

Sur la correspondance ponctuelle entre deux surfaces par parallélisme des plans tangents et sur la déformation infiniment petite. 1927, pp. 466-492, 591-629.

Sur deux transformations des surfaces dont les quadriques de Lie n'ont que deux ou trois points caractéristiques. 1933, pp. 479-502, 574-592, 1132-1363.

Sur les systèmes C et les congruences de sphères C. 1933, pp. 870-876.
Sur les congruences de sphères dont la courbure est égale à un. 1933, pp. 877-880 ; 1935, pp. 770-772.
Rapport sur le Concours de l'Académie de 1933. 1933, pp. 1344-1349.
Rapport sur le Concours de l'Académie de 1937. 1937, pp. 896-899.

Annuaire.

Notice sur Paul Mansion. 1929, pp. 1-71.

Autres publications.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris.

Sur les relations qui existent entre les éléments infinitésimaux de deux surfaces polaires réciproques. 1892, t. CXIV, pp. 1102-1104.
Sur les courbes tétraédrales symétriques. 1892, t. CXV, pp. 280-282.
Sur une généralisation des courbes de M. Bertrand. 1893, t. CXVI, pp. 246-249.
Sur la correspondance par orthogonalité des éléments. 1893, t. CXVI, pp. 681-683.
Sur une propriété métrique commune à trois classes particulières de congruences rectilignes. 1894, t. CXVIII, pp. 242-244.

Sur une propriété caractéristique de l'élément linéaire des surfaces spirales. 1894, t. CXVIII, pp. 337-340.

Sur les courbes dont les tangentes appartiennent à un complexe. 1897, t. CXXIV, pp. 1077-1079.

Sur les relations entre les éléments infinitésimaux de deux figures homographiques ou corrélatives. 1898, t. CXXVI, pp. 390-392.

Sur une correspondance entre deux espaces réglés. 1899, t. CXXIX, pp. 200-202.

Sur les surfaces dont les lignes de courbure d'un système sont égales. 1900, t. CXXX, pp. 823-825.

Sur la théorie générale des congruences rectilignes. 1900, t. CXXX, pp. 1701-1703.

Sur deux surfaces qu'on peut adjoindre à toute surface de Weingarten. 1900, t. CXXXI, pp. 330-333.

Sur une classe particulière de surfaces réglées. 1901, t. CXXXII, pp. 1097-1100.

Sur les surfaces susceptibles d'une déformation continue avec conservation d'un système conjugué. 1901, t. CXXXIII, pp. 265-268.

Sur deux classes particulières de congruences de Ribaucour. 1901, t. CXXXIII, pp. 628-630.

Sur les systèmes conjugués persistants. 1901, t. CXXXIII, pp. 986-989.

Sur la déformation des conoïdes droits. 1902, t. CXXXIV, pp. 1038-1041, 1176.

Sur les surfaces qui peuvent, dans plusieurs mouvements, engendrer une famille de Lamé. 1903, t. CXXXVI, pp. 1541-1544.

Sur une propriété caractéristique des familles de Lamé. 1904, t. CXXXVIII, pp. 133-134.

Sur l'emploi d'un tétraèdre de référence mobile en géométrie cayleyenne. 1905, t. CXXXIX, pp. 393-396.

Sur les surfaces de Voss de la géométrie non euclidienne. 1905, t. CXL, pp. 1226-1229.

Principes de géométrie anallagmatique et de géométrie réglée intrinsèques. 1905, t. CXL, pp. 1526-1529.

Sur la théorie des surfaces et des enveloppes de sphères en géométrie anallagmatique. 1905, t. CXLI, pp. 302-304.

Sur les enveloppes de sphères dont les deux nappes se correspondent avec conservation des angles. 1905, t. CXLI, pp. 459-462.

Sur deux systèmes cycliques particuliers. 1905, t. CXLI, pp. 496-499.

Sur les surfaces isothermiques et sur une classe d'enveloppes de sphères. 1905, t. CXLI, pp. 1210-1212.

Sur les surfaces réglées. 1908, t. CXLVI, pp. 1381-1384.

Sur la théorie des asymptotiques. 1908, t. CXLVII, pp. 413-415.

Sur la quadrique de Lie. 1908, t. CXLVII, pp. 493-496.

Sur quelques propriétés des surfaces courbes. 1908, t. CXLVII, pp. 565-568, 669-672.

Sur la cyclide de Lie. 1908, t. CXLVII, pp. 1038-1040, 1385-1387.

Sur les familles de Lamé composées de cyclides de Dupin. 1909, t. CXLVIII, pp. 269-272.

Principes de géométrie projective intrinsèque. 1909, t. CXLVIII, pp. 460-463.

Sur les surfaces telles que les courbures géodésiques des lignes de courbure soient respectivement fonctions des courbures principales correspondantes. 1909, t. CXLVIII, pp. 1500-1504.

Sur la transformation de Ribaucour. 1910, t. 150, pp. 25-29.

Sur les systèmes et les congruences K. 1910, t. 150, pp. 156-159, 310-313.

Sur les familles de Lamé composées de surfaces possédant des points singuliers. 1910, t. 151, pp. 587-589.

Sur certains couples de systèmes triples orthogonaux. 1910, t. 151, pp. 796-800.

Sur les surfaces R et les surfaces Ω. 1911, t. 153, pp. 590-593, 705-707.

Sur les surfaces R. 1911, t. 153, pp. 797-799.

Sur les surfaces Ω. 1911, t. 153, pp. 927-929.

Sur une propriété générale des lignes tracées sur une surface, 1913, t. 156, pp. 40.

Sur une propriété caractéristique des familles de Lamé. 1913, t. 157, pp. 1053.

Résolution d'un problème de calcul intégral. 1913, t. 157, pp. 1505-

Sur les surfaces cerclées. 1921, t. 173, pp. 341-343.

Sur les surfaces dont les quadriques de Lie n'ont que deux points caractéristiques. 1924, t. 179, pp. 20-

Sur la Géométrie conforme des surfaces et des systèmes triples orthogonaux. 1926, t. 182, pp. 1008-

Sur une classe de congruences. 1929, t. 188, pp. 138-

Sur la théorie des réseaux. 1929, t. 189, pp. 1053-

Sur une classe de familles de quadriques à deux paramètres. 1933, t. 197, pp. 508-511.

Sur quelques classes de congruences W. 1933, t. 197, pp. 634-636.

Sur une extension de la notion de transformation conforme aux espaces d'ordre supérieur à deux. 1933, t. 197, pp. 594-596.

Sur les transformations R et T. 1933, t. 197, pp. 879-881.

Sur la courbure des congruences de sphères. 1935, t. 202, pp. 1234-

Sur la théorie des lignes tracées sur une surface. 1939, t. 208, pp. 251-253

Bulletin des Sciences Mathématiques.

Sur la relation qui existe entre les courbures de deux surfaces inverses. 1892, pp. 268-270.
Sur deux classes particulières de congruences rectilignes. 1894, pp. 233-240.
Sur les surfaces minima applicables sur des surfaces de révolution ou sur des surfaces spirales. 1897, pp. 244-252.
Sur la transformation de M. Lie et sur les surfaces enveloppes de sphères. 1898, pp. 194-197.
Une interprétation géométrique des coordonnées α, β, ξ de M. Darboux. 1899, pp. 242-244.

Bulletin de la Société Mathématique de France.

Quelques remarques sur la théorie des courbes gauches. 1892, pp. 43-46.
Note sur les courbes tétraédrales (insérée dans un article de M. G. Fouret) 1892, pp. 60-64.
Sur le complexe des droites par lesquelles on peut mener à une quadrique deux plans tangents rectangulaires. 1893, pp. 122-132.
Sur une classe particulière des courbes gauches. 1893, pp. 8-13.
Sur une équation aux dérivées partielles du second ordre renfermant $2m + 1$ fonctions arbitraires. 1893, p. 43.
Sur la relation qui existe entre les courbures totales de deux surfaces polaires réciproques

par rapport à un paraboloïde de révolution. 1893, pp. 83-84.

Sur la congruence lieu des axes centraux des complexes linéaires passant par trois droites données. 1893, pp. 92-96.

Sur une propriété caractéristique de l'élément linéaire des surfaces de révolution. 1894, pp. 47-49.

Note sur la détermination des couples de surfaces applicables tels que la distance de deux points correspondants soit constante. 1895, pp. 71-75.

Sur un théorème de Ribaucour et sur une propriété caractéristique des surfaces spirales. 1895, pp. 198-203.

Détermination des surfaces qui possèdent un réseau conjugué formé exclusivement de courbes dont les tangentes appartiennent à un complexe tétraédral. 1897, pp. 83-91.

Sur la torsion d'une courbe définie par son plan osculateur. 1900, pp. 180-183.

Sur le cylindroïde et sur la théorie des faisceaux de complexes linéaires. 1901, pp. 39-50.

Mathesis.

Sur une propriété des Wronskiens. 1889, p. 136.

Sur la détermination du degré de multiplicité des racines d'une équation lorsqu'elles sont séparées. 1889, pp. 288-289.

Sur une propriété de la limite supérieure des racines d'une équation. 1889, pp. 269-270.

Démonstration de la propriété fondamentale des Wronskiens. 1897, pp. 62-63.

Démonstration géométrique d'une propriété des lignes asymptotiques d'une surface réglée. 1899, p. 159.

Démonstration d'un théorème de Lancret. 1901, pp. 137-138.

Sur le théorème de Rolle. 1902, pp. 81-84.

Détermination de quelques classes de courbes gauches. 1902, pp. 129-134, 165-166.

Démonstration des formules d'Euler et d'Olinde Rodrigues. 1902, pp. 185-186.

Généralisation d'un théorème d'Ed. Lucas. 1903, pp. 16-19.

Note sur les trajectoires isogonales. 1903, pp. 176-178.

Sur quelques transformations géométriques. 1906, pp. 169-177.

Paul Mansion. 1922, p. 9.

Proceedings of the Mathematical Congress of Toronto, 1924.

Détermination des invariants différentiels et des invariants intégraux des surfaces pour le groupe conforme. Tome I, pp. 795-829.

Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège.

Recherches sur les systèmes triples orthogonaux. 1921, pp. 1-98.

Revue des Questions Scientifiques.

La Géométrie réglée et ses applications, par G. Koenigs. 1895, pp. 613-617.
La vie et l'œuvre de Paul Mansion. 1929, pp. 217-250.

Bulletin astronomique de l'Observatoire royal de Belgique.

Adolphe Quetelet, Fondateur de l'Observatoire royal de Belgique. 1935, pp. 1-6.

Congrès de Coïmbre, 1925.

Sur les surfaces isothermiques.

Liber Memorialis de l'Université de Gand (1913).

Notice sur Junius Massau, tome II, pp. 250-257.
Notice personnelle, tome II, pp. 324-328.

Bulletin de la Société belge d'Astronomie.

Note sur l'hodographe. 1895.

Association Française pour l'Avancement des Sciences.

Détermination du rayon de courbure d'une conique inscrite à un triangle au point de contact de la conique avec un des côtés. Congrès de Marseille, 1891.

Ouvrage publié à part.

Mémoire sur l'application d'une méthode vectorielle à l'étude de divers systèmes de droites (complexes, congruences, surfaces réglées). Bruxelles, Castaigne et Paris, Naud. Un volume in-8° de VI-118 pages. 1894.