Extrait du *Bulletin de l'Académie royale de Belgique* (Classe des Sciences)
Séance du 4 décembre 1948

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

Points unis symétriques des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique,

par Lucien GODEAUX,
Membre de l'Académie.

Dans une note antérieure (1), nous avons établi que les points de diramation homologues des points unis symétriques d'une involution cyclique I_p d'ordre premier $p = 2\nu + 1$, appartenant à une surface algébrique F étaient pour une surface normale de Φ image de l'involution, des points doubles biplanaires auxquels étaient infiniment voisins successifs $\nu - 1$ points doubles biplanaires dont le dernier est ordinaire. Nous allons compléter ce résultat en utilisant les méthodes que nous avons récemment établies (2).

1. Soient F une surface algébrique, I_p une involution cyclique d'ordre premier $p = 2\nu + 1$ appartenant à F, A un point uni symétrique de cette involution. Conservons les notations de nos notes antérieures (3). Les sys-

(1) *Sur les points unis symétriques des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique.* (Revista de la Universidad de Tucuman, 1940, pp. 283-291).

(2) *Recherches sur les points unis isolés des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique* (Bull. de l'Acad. de Belgique, 1948, pp. 206-228, 290-302, 646-650). *Structure des points unis des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique* (C. R., juillet 1948, pp. 173-175). Voir également deux mémoires en cours de publication, l'un dans les Annales de l'École Normale Supérieure, l'autre dans les Annali di Matematica.

(3) *Recherches...* (*loc. cit.*).

tèmes $|C_0'|$, $|C_0''|$, ... ont en A un même nombre de tangentes confondues avec les deux droites unies issues de A. D'une manière précise, si a_1, a_2 sont ces droites unies, les courbes $C_0^{(i)}$ ont en A la multiplicité $2i$ et i tangentes confondues avec le droite a_1, i avec la droite a_2.

Les courbes C_0' ont en A un point double et touchent a_1, a_2. Elles ont en commun une suite de $p - 2$ points fixes $A_{11}, A_{12}, \ldots, A_{1p-2}$ infiniment voisins successifs de A, le premier étant sur a_1 et une suite de $p - 2$ points fixes $A_{21}, A_{22}, \ldots, A_{2p-2}$ infiniment voisins successifs de A, le premier étant sur a_2. Ces points sont unis pour I_p et A_{1p-2}, A_{2p-2} sont unis parfaits.

Sur une courbe $C_0^{(i)}$, le point A ne peut être que l'origine de deux branches, et les points fixes situés sur ces branches sont terminés par des points simples pour les courbes, puisqu'aux domaines de ces points correspondent sur une surface image de l'involution, des droites, composantes infinitésimales d'un point double biplanaire. Supposons que l'on ait

$$p = \alpha i + \beta, \qquad \beta < i.$$

Les courbes $C_0^{(i)}$ passent i fois par les points A_{11}, $A_{12}, \ldots, A_{1\alpha-2}, A_{21}, A_{22}, \ldots, A_{2\alpha-2}$, β fois par les points $A_{1\alpha-1}$, $A_{2\alpha-1}$, un certain nombre de fois par un point B_1, distinct de $A_{1\alpha}$, infiniment voisin de $A_{1\alpha-1}$ et par un point B_2, distinct de $A_{2\alpha}$, infiniment voisin de $A_{2\alpha-1}$.

Si nous posons $i = \alpha_1\beta + \beta_1$ $(\beta_1 < \beta)$, le point B_1 est multiple d'ordre β et est suivi de $\alpha_1 - 2$ points multiples d'ordre β et d'un point multiple d'ordre β_1.

Si $\beta = \alpha_2\beta_1 + \beta_2(\beta_2 < \beta_1)$, à ce dernier point font suite $\alpha_2 - 1$ points multiples d'ordre β_1 suivi d'un point multiple d'ordre β_2. Et ainsi de suite ; on arrivera finalement à une suite de points simples dont le dernier est uni parfait pour I_p. Les branches des courbes $C_0^{(i)}$ contenant B_2 se comportent d'une manière analogue.

2. Supposons que dans le faisceau des tangentes à F en A, l'involution détermine l'homographie

$$x'_1 : x'_2 = \epsilon x_1 : \quad \epsilon^k x_2,$$

où ϵ est une racine primitive d'ordre p de l'unité. On doit avoir

$$i(k+1) \equiv 0, \qquad \text{(mod. } p)$$

pour $i = 1, 2, \ldots, \nu$. On en déduit $k = p - 1$.

Liége, le 20 novembre 1948.