Bulletin de la Classe des sciences

Recherches sur la structure des points de diramation d'une surface algébrique multiple (6e note)

Lucien Godeaux

Résumé

Nous considérons une surface algébrique Φ image d'une involution cyclique d'ordre premier p, n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface algébrique, les points de diramation de la surface Φ étant isolés. Si un O' de ces points est de seconde espèce et de troisième catégorie, le cône tangent à la surface en ce point se scinde en quatre cônes (σ_α), (T_1), (T_2), (σ_β) deux cônes consécutifs ayant en commun une génératrice. Le point infiniment voisin de O' sur la droite (T_1), (T_2) peut être simple ou double. Nous considérons ici le cas où ce point est double conique.

COMMUNICATIONS DES MEMBRES

GÉOMÉTIE ALGÉBRIQUE

Recherches sur la structure des points de diramation d'une surface algébrique multiple

(sixième note)

par LUCIEN GODEAUX,
Membre de l'Académie

Résumé. — Nous considérons une surface algébrique Φ image d'une involution cyclique d'ordre premier p, n'ayant qu'un nombre fini de points unis, appartenant à une surface algébrique, les points de diramation de la surface Φ étant isolés. Si un O'de ces points est de seconde espèce et de troisième catégorie, le cône tangent à la surface en ce point se scinde en quatre cônes (σ_α), (τ_1), (τ_2), (σ_β), deux cônes consécutifs ayant en commun une génératrice. Le point infiniment voisin de O' sur la droite (τ_1, τ_2) peut être simple ou double. Nous considérons ici le cas où ce point est double conique.

Nous avons construit dans les premières notes (¹) une surface Φ image d'une involution cyclique n'ayant qu'un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique F, les points de diramation de Φ étant isolés (et multiples pour la surface) (²). Si un de ces points O' est de seconde espèce et de troisième catégorie, le cône tangent se scinde en quatre cônes (σ_α), (τ_1), (τ_2), (σ_β), deux cônes consécutifs ayant une génératrice en commun, mais ne rencontrant pas les autres en dehors du sommet. Dans la première partie de cette

(¹) Les premières notes ont paru dans le Bulletin de l'Académie roy. de Belgique, 1972, pp. 6-22, 158-170, 171-179, 1299-1306).

(²) Voir la *Théorie des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique et applications* (Rome, Editions Cremonese, 1963).

note, nous considérons le cas où le point infiniment voisin de O′ sur la droite commune aux cônes (τ_1), (τ_2) est double conique pour la surface Φ. Dans la seconde partie, nous apportons un complément à notre cinquième note [1], où nous avons supposé que le point en question était simple.

I

1. Sur la surface Φ_1, nous avons quatre courbes rationnelles σ_α, τ_1, τ_2, σ_β d'ordres respectifs a, m, n, b. Nous supposerons que le point O'_1 commun aux courbes τ_1, τ_2 est *double conique pour la surface.*

Aux sections hyperplanes Γ^1 de la surface Φ_1 correspondent sur la surface F des courbes C^1 qui ont en O la multiplicité $\lambda_1 + \mu_1$, où

$$\lambda_1 = a + (H + H')m, \quad \mu_1 = b + (K + K')n.$$

Ces courbes ont λ_1 tangentes en O passant par $(\alpha,1)$ et μ_1 passant par $(\beta,1)$. Elles passent λ_1 fois par les points $(\alpha,1), \dots, (\alpha,x)$, $a + H'm$ fois par $(\alpha, x + 1)$, a fois par $(\alpha, x + 2), \dots, (\alpha, \beta - 1)$, m fois par $(\alpha, x + 1,1), \dots$, P, μ_1 fois par $(\beta,1), \dots, (\beta,x')$, $b + K'n$ fois par $(\beta, x' + 1)$, b fois par $(\beta, x' + 2), \dots, (\beta, \alpha - 1)$, n fois par $(\beta,x' + 1,1)$ $\dots$, P′. Les points $(\alpha, \beta - 1)$, P, P′, $(\beta, \alpha - 1)$ sont unis de première espèce et il leur correspond que Φ_1 respectivement les courbes $\sigma_\alpha, \tau_1, \tau_2, \sigma_\beta$.

Appelons Γ^2 les sections hyperplanes de Φ passant par O'_1 et Φ_2 la surface projection de Φ_1 à partir de O'_1 sur un hyperplan de l'espace ambiant.

Sur la surface Φ_2 se trouvent tracées une courbe σ_2 d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m - 1$, une conique ρ équivalente au domaine du centre de projection, une courbe τ_2 d'ordre $n - 1$ et une courbe σ^0 d'ordre b. Les courbes C^2 qui correspondent sur f aux courbes Γ^1 passent a fois par $(\alpha, \beta - 1)$, $m - 1$ fois par P, deux fois par un point P_1, uni de première espèce pour l'involution, au domaine duquel correspond la conique ρ, $n - 1$ fois par P′ et b fois par $(\beta, \alpha - 1)$. Il existe donc sur la surface F une suite de points infiniment voisins successifs de O, appartenant à toutes les courbes C^2, aboutissant au point P_1 et situés sur une branche superminéaires d'origine O. Pour fixer les idées, nous supposerons que cette suite de points est, $(\alpha,1)$,

[1] Bulletin de l'Académie roy. de Belgique, 1973, pp. 143-151.

..., (α,x_1) $(\alpha, x_1 + 1)$ $(\alpha, x_1 + 1, 1)$, ..., P_1. Nous supposerons en premier lieu $x_1 < x$.

Si les courbes C^2 passent y_1 fois par $(\alpha,x_1 i$ et y'_1 fois par le point $(\alpha, x_1 + 1)$, on doit avoir

$$y_1 - y'_1 = 2H_1, \quad y'_1 - a - (H + H')m = 2H'_1,$$

H_1et H'_1 étant des nombres premiers entre eux. Les points infiniment voisins successifs de $(\alpha, x_1 + 1)$ appartenant à toutes les courbes C^2 s'obtiennent en faisant les mêmes opérations que pour chercher le plus grand commun diviseur de $2H_1$ et $2H_1$. On trouve ainsi que les multiplicités des courbes C^2 en $(\alpha,1)$ et $(\beta,1)$ sont respectivement

$$\lambda_2 = a + (H + H\ )(m - 1) + 2(H_1 + H'_1),$$

$$\mu_2 = b + (K + K')(n - 1),$$

et par suite

$$\lambda_2 = \lambda_1 - (H + H') + 2(H_1 + H'_1), \quad \mu_2 = \mu_1 - (K + K').$$

Comme on a $\lambda_2 + \mu_2 > \lambda_1 + \mu_1$, on doit avoir

$$2(H + H') > H + H' + K + K'.$$

La conique ρ rencontre en un point chacune des courbes τ_1 et τ_2. Ces points sont simples pour la surface Φ_2.

La somme des multiplicités des courbes C^2 aux points O, $(\alpha,1)$, ..., $(\alpha, \beta - 1)$ doit être égale à p, ce qui donne

$$(x + 1)(H + H')(m - 1) + 2(x_1 + 1)(H_1 + H'_1) + H'(m - 1) +$$
$$+ 2H'_1 + \beta a + b + (K + K') = p.$$

En utilisant la formule (2) de III, on en déduit

$$2(x_1 + 1)(H_1 + H'_1) + 2H'_1 = (x + 1)(H + H') = H' + K + K'.$$

On a de même, en considérant les multiplicités des courbes C^2 aux points O, $(\beta,1)$, ..., $(\beta, \alpha - 1)$,

$$(x' + 1)(K + K')(n - 1) + K'(n - 1) + (H + H')(m - 1) +$$
$$+ 2(H_1 + H'_1) + \alpha b + a = p$$

d'où, en utilisant la formule (3) de III,

$$2(H_1 + H'_1) = (x' + 1)(K + K') + K' = H + H'.$$

Nous avons supposé $x_1 < x$. L'hypothèse $x_1 > x$ conduit aux mêmes équations. Nous ne considérerons plus dans la suite que l'hypothèse $x_1 < x$.

2. Projetons Φ_2 du point O_2' d'intersection de la conique ρ et de la courbe τ_1 sur un hyperplan de l'espace ambiant. Nous obtenons une surface Φ_3 dont nous désignerons les sections hyperplnaes par Γ^3. Sur cette surface sont tracées les courbes σ_α d'ordre a, τ_1 d'ordre $m-2$, une droite ρ_1 projection de la conique ρ, une courbe τ_2 d'ordre $n-1$ et une courbe σ_β d'ordre b, enfin une droite ρ' projection de l'entourage du point O_2'. Aux courbes Γ^3 correspondent sur la surface F des courbes C^3 passant a fois par le point $(\alpha, \beta-1)$, $m-2$ fois par le point P, une fois par P_1, $n-1$ fois par P', b fois par le point $(\beta, \alpha-1)$ et une fois par un point P_2, uni de première espèce pour l'involution, au domaine duquel correspond la droite exceptionnelle ρ'. Il existe donc, sur les courbes C^3 une suite de points infiniment voisins successifs de O, appartenant à une branche superlinéaires. Si celle-ci contient le point $(\alpha,1)$, la multiplicité du point $(\beta,1)$ pour les courbes C^3 est $\mu_3 = b + (K+K')(n-1) = \mu_2$, ce qui est absurde. Il en résulte que la branche en question passe par $(\beta,1)$ et que les courbes C^3 ont en commun une suite de points $(\beta,1), \dots, (\beta,x_1')$, $(\beta, x_1'+1), (\beta, x_1'+1, 1), \dots, P_2$. On en déduit

$$\lambda_3 = a + (H+H')(m-2) + H_1 + H_1',$$
$$\mu_3 = b + (K+K')(n-1) + L + L',$$

où L, L' sont des entiers premiers entre eux.

On a
$$\lambda_3 = \lambda_2 - (H+H') - (H_1+H_1'),$$
$$\mu_3 = \mu_2 - (K+K') + L + L'.$$

Comme on a $\lambda_3 + \mu_2 > \lambda_2 + \mu_3$, on a

$$L + L' > H + H' + H_1 + H_1' + K + K'.$$

En écrivant que la somme des multiplicités des courbes C^3 aux points O, $(\alpha,1)$, ..., $(\alpha, \beta-1)$, ou aux points O, $(\beta,1), \dots, (\beta, \alpha-1)$ est égale à p, on obtient les relations

$$(x+1)(H+H')(m-2) + H'(m-2) + (x_1+1)(H_1+H_1') + H_1' \quad (1)$$
$$+ (K+K')(n-1) + L + L' + \beta a + b = p,$$

$$(x'+1)(\mathrm{K}+\mathrm{K}')(n-1)+\mathrm{K}'(n-1)+(x_1'+1)(\mathrm{L}+\mathrm{L}')+\mathrm{L}'$$
$$+(\mathrm{H}+\mathrm{H}')(m-2)+\mathrm{H}_1+\mathrm{H}_1'+b+a=p,$$

c'est-à-dire, en tenant compte des relations (2) et (3) de III,

$$(x_1+1)(\mathrm{H}_1+\mathrm{H}_1')+\mathrm{H}_1'+\mathrm{L}+\mathrm{L}'=$$
$$=3(x+1)(\mathrm{H}+\mathrm{H}')+2\mathrm{H}'+\mathrm{K}+\mathrm{K}',$$
$$(x_1'+1)(\mathrm{L}+\mathrm{L}')+\mathrm{L}'+\mathrm{H}_1+\mathrm{H}_1'=$$
$$=(x'+1)(\mathrm{K}+\mathrm{K}')+\mathrm{K}_1'+\mathrm{K}'+2(\mathrm{H}+\mathrm{H}').$$

3. Désignons par Γ^4 les sections hyperplanes de Φ_1 osculant la courbe τ_1 en O_1' et par Φ_4 la surface dont les sections hyperplanes sont les courbes Γ^4. Cette surface est la projection de Φ_3 à partir du point O_3' infiniment voisin de O_2' sur la courbe τ_1.

Sur la surface Φ_4 sont tracées une courbe σ_α d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m-3$, une droite ρ_1 correspondant à la conique ρ, une courbe τ_2 d'ordre $n-1$, une courbe σ_β d'ordre b, enfin une droite exceptionnelle ρ_2 correspondant au domaine du point O_3'. Les courbes C^4 correspondant sur F aux courbes Γ^4 passent a fois par le point $(\alpha, \beta-1)$, $m-3$ fois par le point P, une fois par le point P_1, $n-1$ fois par le point P′, b fois par le point $(\beta, \alpha-1)$ et une fois par un point P_3 uni de première espèce pour l'involution. au domaine duquel correspond la droite ρ_2. Ce point est situé sur une branche superlinéaire d'origine O et qui contient le point $(\alpha,1)$ ou le point $(\beta,1)$. Dans le premier cas, la multiplicité du point $(\beta,1)$ pour les courbes C^4 est égale $\mu_4=b+(\mathrm{K}+\mathrm{K}')(n-1)=\mu_2$, ce qui est absurde. On en conclut que les courbes C^4 ont en commun une suite de points infiniment voisins successifs $(\beta,1),\ldots,(\beta, x_2'), (\beta, x_2'+1)$, $(\beta, x_2'+1, 1), \ldots, \mathrm{P}_3'$.

De même, si nous désignons par Γ^{i+1} les sections de Φ_1 par les hyperplans ayant un contact d'ordre $i-1$ en O_1' avec la courbe τ_1 et par C^{i+1} les courbes qui leur correspondent sur F, ces courbes ont en commun des points infiniment voisins successifs de O qui contiennent le point $(\beta,1)$ et dont le dernier est un point uni de première espèce de l'involution auquel correspond une droite exceptionnelle ρ_{i-2} sur la surface dont les sections hyperplanes sont les courbes Γ^{i+1}.

4. Supposons en particulier $i = m$. Les courbes Γ^{m+1} ne rencontrent plus la courbe τ_1 mais rencontrent en un point la conique ρ et en a points la courbe σ_α. Les courbes C^{m+1} qui leur correspondent sur F passent a fois par le point $(\alpha, \beta - 1)$,une fois par le toint P_1, ne passent plus par le point P, passent $n - 1$ fois par le point P', b fois par le point $(\beta, \alpha - 1)$. Il existe une suite de points infiniment voisins successifs de O contenant les points

$$(\beta,1), \ldots, (\beta,x'_{m-1}), (\beta,x'_{m-1},1), (\beta,x'_{m-1} + 1,1), \ldots, P'_{m-2}.$$

Les courbes C^{m+1} passent par les points $(\alpha,1)$, $(\beta,1)$ avec respectivement lex multiplicités

$$\lambda_{m+1} = a + H_1 + 2H'_1,$$

$$\mu_{m+1} = b + (K + K')(n - 1) + L_m + L'_m,$$

où L_m et L'_m sont des entiers premiers entre eux.

En exprimant que la somme des multiplicités des courbes C^{m+1} en O, $(\alpha,1), \ldots, (\alpha, \beta - 1)$, ou en 0, $(\beta, 1), \ldots, (\beta, \alpha - 1)$ est égale à p, et en utilisant les formules (2) et (3) de III, on a

$$(x_1 + 1)(H_1 + H'_1) + H'_1 + L_m + L'_m =$$

$$= (x + 1)(H + H')m + H'_m m + K + K';$$

$$H_1 + 2H'_1 + (x'_{m+1} + 1)(L_m + L'_m) + L'_m =$$

$$= (x' + 1)(K + K') + K' + (H + H')m.$$

5. Sur la surface Φ_2 désignons par O''_1 le point d'appui de la conique ρ sur la courbe τ_2 et projetons de ce point la surface Φ_2 sur un hyperplan de l'espace ambiant. Soient Φ'_3 la surface obtenue et Γ'^3 ses sections hyperplanes.

Sur la surface Φ'_3 sont tracées une courbe σ_2 d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m - 1$, une droite ρ projection de la conique ρ, une courbe τ_2 d'ordre $n - 2$, une courbe σ^0 d'ordre b et une droite exceptionnelle ρ'' sections de Φ'_3 par le plan tangent à Φ_2 au point O''_1. Les courbes C'^3, qui correspondent aux courbes Γ'^3 sur la surface F, passent simplement par un point P'_2 uni de première espèce pour l'involution, au domaine duquel correspond sur la surface Φ'_3 la droite ρ''. Il existe donc sur la surface F une branche superlinéaire d'origine O qui contient le point P'_2 et soit le point $(\alpha,1)$ soit le point $(\beta,1)$. Supposons que ce soit la seconde hypothèse qui se présente, Alors les courbes C'^3 passent a fois par le point $(\alpha, \beta - 1)$, $m - 1$ fois par le point P et une fois par le point P_1. Il en résulte qu'elles passent par le point $(\alpha,1)$ avec la multiplicité $\lambda_3' = a + (H + H')(m - 1) + H_1 + H_1' = \lambda_3$, ce qui est absurde, car les surfaces Φ_3 et Φ_3' sont certainement distinctes. On en conclut que les courbes C'^3 ont en commun une suite de points infiniment voisins successifs $(\alpha,1), \ldots, (\alpha,x''), (\alpha, x'' + 1), (\alpha, x'' + 1, 1), \ldots, P_2'$. On a pour les multiplicités des courbes C'^3 aux points $(\alpha,1)$, $(\beta,1)$,

$$\lambda_3' = a + (H + H')(m - 1) + H_1 + H_1' + M + M',$$

$$\mu_3' = b + (K + K')(n - 2),$$

les nombres M et M' étant premiers entre eux.

Des relations précédentes, on conclut

$$\lambda_3' = \lambda_2 - (H + H') + M + M',$$

$$\mu_3' = \mu_2 - 2(K + K')$$

et

$$M + M' > H + H' + 2(K + K').$$

Si l'on exprime que la somme des multiplicités des courbes C'^3 aux points O, $(\alpha,1)$- ..., $(\alpha, \beta - 1)$ est égale à p, on a

$$(x + 1)(H + H')(m - 1) + K'(m - 1) + (x_1 + 1)(H_1 + H_1') + H' =$$
$$= (x'' + 1)(M + M') + M' + (K + K')(n - 2) + \beta a + b = p$$

ou, en utilisant la formule (1),

$$(x'' + 1)(M + M') + M' + K + 2K' = H + 2H' + L + L'.$$

On a de même, en considérant les points O, $(\beta,1), \ldots, (\beta, \alpha - 1)$,

$$(x' + 1)(K + K')(n - 2) + K'(n - 2) + (H + H')(m - 1) +$$
$$+ H'(m - 1) + H_1 + 2H_1' + M + 2M' + \alpha b + a = p$$

ou, en tenant compte de l'équation (3) de III,

$$H_1 + 2H_1' + M + 2M' = 2(x' + 1)(K + K') + 2K' + H + 2H'.$$

6. Sur la surface Φ_3, la droite ρ'' rencontre la courbe τ_2 en un point O_3''. Projetons cette surface de ce point sur un hyperplan de l'espace

ambiant. Soient Φ_4' la surface obtenue et Γ'^4 ses sections hyperplanes. Le plan tangent à Φ_3' au point O_3'' coupe Φ_4' suivant une droite exceptionnelle ρ_1'' qui représente le domaine d'un point P_3' uni de première espèce pour l'involution sur la surface F. Les courbes C'^4 qui correspondent sur F aux courbes Γ'^4 passent simplement par P_3' et il existe une suite de points infiniments voisins successifs de O qui aboutit au point P_3'.

Si cette suite passe par le point $(\beta,1)$, la multiplicité du point $(\alpha,1)$ pour les courbes C'^4 est $\lambda_4' = a + (x + 1)(H + H')(m - 1) + H_1 + H_1' = \lambda_3$, ce qui est absurde. La suite de points en question contient donc le point $(\alpha,1)$.

Et ainsi de suite.

7. Projetons la surface Φ_1 de l'espace à n dimensions ayant en O_1' un contact d'ordre $n - 1$ avec la courbe τ_2 sur un espace linéaire à $r_0 - n - 1$ dimensions ne rencontrant pas le centre de projection. Soient Φ_n' la surface obtenue et Γ'^n ses sections hyperplanes.

Sur la surface Φ_n' sont tracées une courbe σ_α d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m - 1$, une droite ρ projection de la conique ρ de la surface Φ_2, une courbe σ_β d'ordre b et une droite exceptionnelle ρ_{n-2}'' déterminée sur Φ_n' par l'espace à $n + 1$ dimensions ayant un contact d'ordre n avec τ_2 en O_1'. Cette droite représente le domaine d'un point P_{n-1}' de la surface F, uni de première espèce pour l'involution, simple pour les courbes C'^n qui correspondent sur F aux courbes Γ'^n. Ce point clot une suite de points infiniment voisins successifs de O appartenant à toutes les courbes C'^n. Un raisonnement analogue au précédent montre que cette suite de points contient le point $(\alpha,1)$. On a

$$\lambda_n' = a + (H + H')(m - 1) + H_1 + H_1' + M_{n-1} + M_{n-1}',$$

$$\mu_n' = b.$$

Les courbes C'^{n-1} construites comme les courbes C'^n, ont en $(\alpha,1)$, $(\beta,1)$ les multiplicités

$$\lambda_{n-1}' = a + (H + H')(m - 1) + H_1 + H_1' = M_{n-2} + M_{n-2}',$$

$$\mu_{n-1}' = b + K + K'.$$

On a donc

$$\lambda'_n = \lambda'_{n-1} + M_{n-1} + M'_{n-1} - (M_{n-2} + M'_{n-2}),$$
$$\mu'_n = \mu'_{n-1} - (K + K'),$$

On en conclut

$$M_{n-1} + M'_{n-1} > M_{n-2} + M'_{n-2} + K + K'.$$

II

8. Reprenons le cas examiné dans notre note V où les courbes τ_1, τ_2 ont en commun un point O'_1 simple pour la surface Φ_1. Reprenons le n° 7.

Sur la surface Φ'_3, dont les sections hyperplanes sont les courbes Γ'^3, se trouvent une courbe σ_α d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m - 1$, une courbe τ_2 d'ordre $n - 2$, une courbe σ_β d'ordre b et une droite exceptionnelle ρ'_0. Celle-ci représente le domaine d'un point P'_2 de la surface F, uni de première espèce pour l'involution.

Il existe donc sur la surface F une suite de points infiniment voisins successifs de O, aboutissant au point P'_2, appartenant à toutes les courbes C'^3 homologues des courbes Γ'^3. Dans notre note V, nous avons examiné le cas où cette suite contient le point $(\alpha,1)$. Nous supposerons maintenant qu'elle contient le point $(\beta,1)$.

Dans cette hypothèse, les courbes C'^3 ont en $(\alpha,1)$, $(\beta,1)$ les multiplicités

$$\lambda'_3 = a + (H + H')(m - 1),$$
$$\mu'_3 = b + (K + K')(n - 2) + L + L',$$

L et L′ étant des nombres premiers entre eux.

En exprimant que la somme des multiplicités des courbes C'^3 aux points O, $(\alpha,1), \ldots, (\alpha, \beta - 1)$ ou O, $(\beta,1), \ldots, (\beta, \alpha - 1)$ est égale à p, on a

$$(x + 1)(H + H')(m - 1) + H'(m - 1) + (K + K')(n - 1) + L + L'$$
$$+ \beta a + b = p,$$
$$(x'' + 1)(L + L') + L' + (x' + 1)(K + K')(n - 2) + K'(n - 2)$$
$$+ (H + H')(m - 2) + b + \beta a = p.$$

En utilisant les formules (2) et (3) de III, on a

$$L + L' = (x + 1)(H + H') + 2(K + K') + H' + 2K',$$

$$(x'' + 1)(L + L') + L' = 2(x' + 1)(K + K') + 2K' + H + 2H'.$$

On a également

$$H_1 + H'_1 + L + L' > K + K'.$$

9. Considérons la surface Φ'_4 projection de Φ_1 à partir de la tangente à la courbe τ_2 en O'_1 sur un espace à $r_0 - 2$ dimensions ne rencontrant pas la tangente. Sur cette surface Φ'_4 sont tracées une courbe σ_α d'ordre a, une courbe τ_1 d'ordre $m - 1$, une courbe τ_2 d'ordre $n - 3$, une courbe σ_β d'ordre b et une droite exceptionnelle ρ'_1 section de Φ'_4 par le plan osculateur à τ_2 en O'_1.

La droite ρ'_1 représente le domaine d'un point P'_3 de F uni de première espèce pour l'involution. Il existe une suite de points infiniment voisins successifs de O se terminant au point P'_3, appartenant à toutes les courbes C'^4 homologues sur F des sections hyperplanes de Φ'_4. Si cette suite ne comprend pas le point $(\alpha,1)$, mais le point $(\beta,1)$, le point $(\alpha,1)$ est multiple d'ordre $\lambda'_4 = a + (H + H')(m - 1) - \lambda_2$, ce qui est absurde. Il en résulte que les courbes C'^4 se comportent comme les courbes C'^4 considérées dans la note V. Il en est de même des courbes $C'^5, \ldots, C'^n$.

Liège, le 14 mars 1973.