RENDICONTI DEL SEMINARIO DELLA FACOLTÀ DI SCIENZE DELLA UNIVERSITÀ DI CAGLIARI
(Estratto dal fasc. 1-2 - Vol. XXII 1952)

Geometria algebrica

LUCIEN GODEAUX

Ancora sopra una particolare involuzione di GEISER

SUNTO. — Si mostra che una critica del Prof. TURRI *ad un risultato stabilito in una nota dello stesso titolo (Questi* Rendiconti, XXI *pp. 1-3) è senza valore.*

In una nota dello stesso titolo di questi *Rendiconti* (XXI pp. 1-3), ho dimostrato che esiste una particolare involuzione di GEISER che muta in sè il sistema lineare delle cubiche piane per sei punti. Era una risposta ad una critica del Prof. TURRI sopra un ragionamento — classico — che si trova in uno mio libro [1].

In una nuova nota di questi *Rendiconti* (XXI, pp. 4-6), il Prof. TURRI vorrebbe provare che la mia costruzione è falsa! Il tutto riviene a studiare la rappresentazione della superficie cubica F di equazione

$$x_4 f_1 (x_1, x_2, x_3) + f_3 (x_1, x_2, x_3) = 0$$

sopra un piano σ.

La superficie F è mutata in sè dall'omologia armonica T':

$$\frac{x'_1}{x_1} = \frac{x'_2}{x_2} = \frac{x'_3}{x_3} = \frac{x'_4}{-x_4}.$$

Colle notazioni della mia prima nota, alle rette di σ corrispondono sopra F le cubiche gobbe K che incontrano le rette b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, b_{31}, b_{32} in due punti. Si vede facilmente che T' fa corrispondere alle curve K le cubiche gobbe K' che incontrano le

(1) *Géométrie algébrique* (Liège, Sciences et Lettres et Paris, Masson, tome II, 1949), N.o 463.

rette a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32} in due punti. A queste cubiche K' corrispondono nel piano σ curve Γ del quinto ordine aventi sei punti doppi $A_{11}, A_{12}, \ldots\ldots, A_{32}$ (che corrispondono alle rette a_{11}, $a_{12}, \ldots\ldots, a_{32}$). Le rette A_{11} A_{12}, A_{21} A_{22}, A_{31} A_{32} hanno in comune il punto A che corrisponde al punto O (0, 0, 0, 1) di F. Nel piano σ corrisponde all'omologia T' una trasformazione di GEISER che fa corrispondere alle rette le quintiche Γ.

I punti uniti di T sono il punto isolato A e i punti della cubica Δ che corrisponde alla curva

$$x_4 = 0, \; f_3 \,(x_1, \, x_2, \, x_3) = 0$$

di F.

Fra i cinque punti di intersezione di una retta generica r di σ e della curva Γ corrispondente, tre sono sopra Δ, i due rimanenti si corrispondono (doppiamente) nella T.

Ad una retta r che contenga A corrisponde una curva Γ che *tocca* r nel punto A e incontra ancora r in tre punti di Δ (ed è quì la svista del Prof. TURRI). Infatti sopra F, ad una cubica K che contenga O (0, 0, 0, 1) corrisponde, nella T', una cubica K' che *tocca* K in O.

Dunque: *esiste una particolare involuzione di* GEISER *che muta in sè il sistema delle cubiche piane per sei punti.*

Liegi (Università), il 20 ottobre 1952.