Extrait du *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liége*
(Séance du 17 mai 1945. — N° 5.)

Sur la construction de surfaces algébriques triples,

par Lucien GODEAUX, Membre de la Société.

(*Première note.*)

Dans nos recherches sur les involutions cycliques n'ayant qu'un nombre fini de points unis appartenant à une surface algébrique [1], nous avons établi le théorème suivant :

Si une surface algébrique possède des points doubles biplanaires ordinaires et si, parmi les hypersurfaces qui découpent sur la surface le système triple de celui des sections hyperplanes, il en est qui passent par les points biplanaires et qui osculent la surface en tout point d'intersection, la surface représente une involution cyclique d'ordre trois appartenant à une surface algébrique possédant un nombre fini de points unis, égal à celui des points doubles biplanaires.

Il n'est pas difficile d'étendre ce théorème au cas où, au lieu des hypersurfaces découpant sur la surface le système triple du système des sections hyperplanes, on considère les hyper-

---

[1] Voir notre exposé sur *Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique* (Paris, Hermann, 1935), où l'on trouvera la bibliographie de la question. Voir aussi, en particulier, différentes notes qui seront citées plus loin.

surfaces découpant 3 k fois le système des sections hyperplanes. C'est ce que nous montrons au début de cette note.

Considérons alors une surface Φ de l'espace ordinaire, image d'une involution d'ordre trois, cyclique, appartenant à une surface algébrique et n'ayant qu'un nombre fini de points unis. Il existe une surface Φ_0, d'ordre multiple de 3, passant par les points doubles biplanaires de Φ (points de diramation) et osculant Φ le long d'une certaine courbe Γ'_1. Il est facile de voir, en reprenant un raisonnement que nous avons fait autrefois, que Φ_0 possède un certain nombre de points doubles biplanaires sur la courbe Γ'_1. L'existence de Φ, osculant Φ_0 le long de Γ'_1, permet alors de conclure, en utilisant le théorème rappelé ci-dessus, que Φ_0 représente une involution cyclique du troisième ordre, appartenant à une surface algébrique et n'ayant qu'un nombre fini de points unis.

Nous terminons cette note en appliquant ce qui précède à un exemple. La surface Φ est, dans cet exemple, une surface cubique possédant trois points doubles biplanaires; elle représente l'involution plane engendrée par une homographie non homologique de période trois. La surface Φ_0 est du sixième ordre et oscule Φ le long d'une sextique gauche de genre trois; elle possède 21 points doubles biplanaires sur cette courbe.

1. Soit Φ une surface appartenant à un espace linéaire S_r à r dimensions et possédant τ points doubles biplanaires ordinaires. Désignons par $|\Gamma|$ le système de ses sections hyperplanes et supposons que parmi les hypersurfaces découpant sur Φ le système $|3\,\Gamma|$ il y en ait au moins une passant par les τ points doubles et osculant Φ en tout point d'intersection. Dans ces conditions, nous avons démontré que la surface Φ est l'image d'une involution cyclique I_3, d'ordre trois, ayant τ points unis (non parfaits) appartenant à une surface F [2].

Si π_a et $\pi^{(1)}$ sont le genre arithmétique et le genre linéaire de Φ, le genre arithmétique p_a et le genre linéaire $p^{(1)}$ de F sont donnés par les formules

$$3(p_a + 1) = \varphi(\pi_a + 1) - 2\tau,$$
$$p^{(1)} - 1 = 3(\pi^{(1)} - 1).$$

Un point double biplanaire est équivalent, au point de vue

(2) Recherches sur les involutions cubiques appartenant à une surface algébrique (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1921, pp. 105-121); Les involutions cycliques... (*Loc. cit.*).

des transformations birationnelles, à deux courbes rationnelles de degré —2, se coupant en un point. Désignons par γ_{i1}, γ_{i2} les courbes équivalentes au i-ième point double de Φ. Si Γ_1 est la courbe le long de laquelle l'hypersurface dont il est question plus haut oscule Φ, on a

$$3\Gamma \equiv 3\Gamma_1 + 2\Sigma\gamma_{i1} + \Sigma\gamma_{i2} \quad (i = 1, 2, ..., \tau). \qquad (1)$$

Cette relation fonctionnelle entraîne d'ailleurs l'existence d'une hypersurface osculant Φ en tout point d'intersection.

Le théorème qui vient d'être rappelé peut d'ailleurs être légèrement modifié. Supposons que, la surface Φ ayant toujours τ points doubles biplanaires ordinaires, il existe cette fois, parmi les hypersurfaces découpant sur Φ le système linéaire $|3\,k\Gamma|$, une hypersurface passant par les τ points doubles et osculant Φ en chaque point d'intersection. La courbe de contact, Γ'_1, satisfait à la double relation fonctionnelle

$$3k\Gamma \equiv 3\Gamma'_1 + 2\Sigma\gamma_{i1} + \Sigma\gamma_{i2}, \qquad (2)$$

Remplaçons la surface Φ par sa transformée birationnelle dont les sections hyperplanes sont les courbes $k\Gamma$. Il suffit alors d'appliquer le théorème qui vient d'être rappelé pour en déduire que Φ représente encore une involution cyclique ayant τ points unis (non parfaits) appartenant à une surface F de genres p_a, $p^{(1)}$.

2. Partons maintenant d'une surface F contenant une involution cyclique I_3 d'ordre trois, n'ayant qu'un nombre fini, τ, de points unis non parfaits. On peut construire une surface Φ, image de cette involution, dont les points de diramation sont des points doubles biplanaires ordinaires [3]. Supposons que cette surface Φ, ou une projection de cette surface ayant encore τ points doubles biplanaires isolés, appartienne à l'espace ordinaire S_3 et que son ordre soit $3n$, multiple de trois.

Si nous désignons par Γ les sections planes de Φ et si nous conservons les notations précédentes, il existe certainement une courbe Γ'_1 satisfaisant à la relation (2) pour une valeur $k_0 \geqslant 1$ de k et pour les valeurs de k supérieures à k_0. Cela signifie qu'il existe, parmi les surfaces qui découpent sur Φ les courbes du système $|3k\Gamma|$, une surface passant par les τ points doubles de Φ et osculant cette surface en tout point d'intersection (en

(3) Recherches... (*Loc. cit.*) et Les involutions cycliques... (*Loc. cit.*).

dehors des courbes multiples éventuelles de Φ). Supposons que cette surface soit d'ordre $3kn$ et par conséquent ne passe pas par les courbes multiples éventuelles de Φ. Désignons cette surface par Φ_0.

En reprenant un raisonnement fait antérieurement, nous allons rechercher le nombre des points doubles biplanaires que la surface Φ_0 possède sur la courbe Γ'_1.

La courbe Γ'_1 est d'ordre $3kn^2$. La première polaire d'un point P quelconque par rapport à Φ est d'ordre $3n-1$ et passe par les τ points biplanaires de cette surface. En dehors de ces points, elle coupe Γ'_1 en $3kn^2(3n-1)-\tau$ points et en chacun de ceux-ci, le plan tangent à Φ et par conséquent à Φ_0 passe par P. La première polaire de P par rapport à Φ_0 est d'ordre $3kn-1$ et coupe Γ'_1 en $3kn^2(3kn-1)$ points. Parmi ceux-ci se trouvent les $3kn^2(3n-1)-\tau$ points en lesquels le plan tangent à Φ_0 passe par P. En chacun des $9kn^3(k-1)+\tau$ autres, le plan tangent à Φ_0 doit être indéterminé. Ces points sont précisément des points doubles biplanaires ordinaires de Φ_0 [4].

On voit donc que la surface Φ_0 possède

$$\tau_0 = 9kn^3(k-1)+\tau$$

points doubles biplanaires sur Γ'_1.

Désignons par Γ_0 les sections planes de Φ_0. Les surfaces d'ordre $3n$ découpent, sur Φ_0, des courbes du système $|3n\Gamma_0|$. Parmi ces surfaces, il en est une, Φ, qui passe par les τ_0 points doubles biplanaires de Φ_0 et qui oscule cette surface en chaque point d'intersection. On en conclut que la surface Φ_0 représente une involution cyclique d'ordre trois, ayant τ_0 points unis non parfaits, appartenant à une surface F_0.

Sur Φ_0, chacun des points doubles biplanaires équivaut à deux courbes rationnelles de degré -2 se coupant en un point. Soient γ'_{i1}, γ'_{i2} les courbes équivalentes au i-ième point. Sur la surface Φ_0, on a

$$3n\Gamma \equiv 3\Gamma'_1 + 2\Sigma\gamma'_{i1} + \Sigma\gamma'_{i2} \quad (i = 1, 2, \dots, \tau_0).$$

3. Nous allons appliquer ce qui précède à un exemple.

Considérons, dans un plan F, l'involution cyclique engendrée par l'homographie

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 = x_1 : \varepsilon x_2 : \varepsilon^2 x_3, \tag{3}$$

où ε est une racine cubique primitive de l'unité. Elle possède

---

[4] Sur le contact de surfaces le long de courbes (*Bull. de la Soc. roy. des Sc. de Liége*, 1944, pp. 46-58).

trois points unis non parfaits, aux sommets du triangle de référence.

Pour obtenir une surface Φ, image de cette involution, posons

$$X_1 : X_2 : X_3 : X_4 = x_1^3 : x_2^3 : x_3^3 : x_1 x_2 x_3. \tag{4}$$

La surface Φ a pour équation

$$X_1 X_2 X_3 = X_4^3$$

et possède trois points doubles biplanaires ordinaires, aux sommets du tétraèdre de référence situés dans le plan $X_4 = 0$ [5].

Considérons les sextiques planes de F transformées en elles-mêmes par l'homographie (3); elles forment trois systèmes linéaires, l'un dépourvu de points-base, les deux autres ayant pour points-base les points unis de l'involution. L'un de ceux-ci a pour équation

$$x_1^3 \varphi_1 + x_2^3 \varphi_2 + x_3^3 \varphi_3 = 0, \tag{5}$$

où l'on a posé

$$\varphi_i = a_{i1} x_1^2 x_2 + a_{i2} x_2^2 x_3 + a_{i3} x_3^2 x_1 \qquad (i = 1, 2, 3).$$

En élevant au cube les deux membres de l'équation (5) et en tenant compte des relations (4), on obtient l'équation

$$\begin{aligned} & X_1^2 X_2 \psi_1^3 + X_2^2 X_3 \psi_2^3 + X_3^2 X_1 \psi_3^3 \\ & + 3 X_4 [X_2 X_3 \psi_2^2 \psi_1 + X_3 X_1 \psi_3^2 \psi_1 + X_1 X_2 \psi_1^2 \psi_2] \\ & + 3 X_4^2 [X_1 \psi_1^2 \psi_3 + X_2 \psi_2^2 \psi_1 + X_3 \psi_3^2 \psi_2] + 6 X_4^3 \psi_1 \psi_2 \psi_3 = 0, \end{aligned}$$

où l'on a posé

$$\psi_i = a_{1i} X_1 + a_{2i} X_2 + a_{3i} X_3 \qquad (i = 1, 2. 3).$$

Cette surface, Φ_0, passe simplement par les points doubles biplanaires de Φ et oscule cette surface en tout point d'intersection. La courbe de contact, Γ'_1, est d'ordre six et de genre trois.

D'après ce qui précède, la surface Φ_0 possède 21 points doubles biplanaires ordinaires sur Γ'_1. Observons que Φ_0 possède un point triple triplanaire en O_4 (0, 0, 0, 1), mais ce point n'appartient pas à la surface Φ ni, par conséquent, à la courbe Γ'_1.

4. La surface Φ_0 ne possède pas de courbe double, car sa section par le plan $X_4 = 0$ est dépourvue de points multiples (les

---

[5] Étude élémentaire de l'homographie plane de période trois et sur une surface cubique (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1916, pp. 49-61).

plans $\psi_1=0$, $\psi_2=0$, $\psi_3=0$ sont supposés former un trièdre proprement dit); elle ne possède comme singularités que les 21 points doubles biplanaires situés sur la courbe Γ'_1 et le point triple O_4. Il existe une surface cubique Φ passant par les 21 points biplanaires et osculant Φ_0 en tout point d'intersection. Par conséquent, Φ_0 représente une involution cyclique I_3, d'ordre trois, appartenant à une surface F_0, cette involution possédant 21 points unis non parfaits.

Les adjointes de la surface Φ_0 sont des quadriques passant par le point triple O_4, par conséquent la surface Φ_0 a les genres arithmétique $p_a=9$ et linéaire $p^{(1)}=22$. En appliquant les formules rappelées au début, on trouve que F_0 a le genre arithmétique $p_a=15$ et le genre linéaire $p^{(1)}=64$.

En désignant comme plus haut par Γ_0 les sections planes de Φ_0 et par γ'_{i1}, γ'_{i2} les courbes équivalentes au i-ième point biplanaire, on a

$$3\Gamma_0 \equiv 3\Gamma'_1 + 2\Sigma\gamma'_{i1} + \Sigma\gamma'_{i2} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 21). \tag{6}$$

Aux courbes Γ_0 correspondent sur F_0 des courbes C_0 de genre 28 et de degré 18. A la courbe Γ'_1 correspond sur F_0 une courbe C'_1 de genre 28, passant par les 21 points unis de l'involution I_3, en touchant en chacun de ces points une des directions unies de l'involution. La relation fonctionnelle (6) donne, sur F_0, $C_0 \equiv C'_1$, c'est-à-dire que les courbes C_0, C'_1 appartiennent, comme courbes totales, à un même système linéaire $|C|$, de genre 28 et de degré 18.

Le système $|C|$, transformé en lui-même par la transformation birationnelle de F_0 génératrice de l'involution I_3, ne peut contenir d'autres courbes appartenant à cette involution que les courbes C_0 et C'_0, car, d'une part, $|\Gamma_0|$ est complet et, d'autre part, une courbe appartenant à l'involution et non comprise dans $|C_0|$ doit passer par les points unis de I_3. Comme $|C|$ est de degré 18, une telle courbe se confond nécessairement avec C'_1. Il en résulte que $|C|$ a la dimension quatre.

5. Considérons, sur Φ_0, le système complet $|2\Gamma_0|$, découpé par les quadriques. Ce système est non spécial, a le degré 24, le genre 25 et la dimension 9. Aux courbes $2\Gamma_0$ correspondent sur F_0 des courbes G_0 de genre 73, de degré 72 et le système $|G_0|$ est non spécial. Les courbes G_0 appartiennent comme courbes totales à un système linéaire complet $|G|$, dont la dimension est, d'après le théorème de Riemann-Roch, $r \geqslant 15$.

Sur la surface Φ_0, la courbe

$$G'_1 \equiv \Gamma_0 + \Gamma'_1$$

donne lieu, par (6), à la relation fonctionnelle

$$6\Gamma_0 \equiv 3G'_1 + 2\Sigma\gamma'_{i1} + \Sigma\gamma'_{i2}. \qquad (7)$$

Les courbes G'_1 ont le genre 18 et il leur correspond, sur F_0, des courbes G_1 de genre 73, passant par les 21 points unis de I_3, en y touchant les mêmes directions unies que la courbe C'_1.

La relation (7) donne, sur la surface F_0, $G_1 \equiv G_0$.

Soit, d'autre part, sur la surface Φ_0, la courbe

$$G'_2 \equiv 2\Gamma'_1 + \Sigma\gamma'_{i1}.$$

D'après la relation (6), on a

$$6\Gamma_0 \equiv 3G'_2 + \Sigma\gamma'_{i1} + 2\Sigma\gamma'_{i2}.$$

Si nous désignons par G_2 les courbes qui correspondent sur F_0 aux courbes G'_2, cette relation donne $G_2 \equiv G_0$.

Le système complet $|G|$ contient trois systèmes linéaires : $|G_0|$, $|G_1|$, $|G_2|$, appartenant à l'involution I_3. Observons que les courbes G_2 passent par les points unis de I_3 en y touchant les directions unies qui ne sont pas tangentes à la courbe C'_1. Les courbes G'_2 ont donc le genre 18 et Γ'_1 a, par suite, le degré -8. De plus, les systèmes $|G'_1|$, $|G'_2|$ ont le même degré 10.

Soient r_1 la dimension des systèmes $|G'_1|$, $|G_1|$ et r_2 celle des systèmes $|G'_2|$, $|G_2|$. Les systèmes $|G'_1|$, $|G'_2|$ étant non spéciaux, on a, d'après le théorème de Riemann-Roch, $r_1 \geqslant 2$, $r_2 \geqslant 2$. De plus, comme $|\Gamma_0|$ a la dimension trois, on a $r_1 \geqslant 3$.

Rapportons projectivement les courbes G aux hyperplans d'un espace linéaire S_2 à r dimensions. A la surface F_0 correspond une surface, que nous désignerons toujours par F_0, sur laquelle l'involution I_3 est engendrée par une homographie de période trois ayant trois axes ponctuels σ_0, σ_1, σ_2. Les hyperplans passant par σ_1, σ_2 découpent sur F_0 les courbes G_0; σ_0 a donc la dimension 9 et coupe F_0 aux 21 points unis de l'involution. Les hyperplans passant par σ_2, σ_0 découpent sur F_0 les courbes G_1 et σ_1 a donc la dimension r_1; il ne rencontre pas F_0. Les hyperplans passant par σ_0, σ_1 découpent sur F_0 les courbes G_2 et σ_2 a la dimension r_2; il ne rencontre pas F_0.

Au point triple O_1 de Φ_0 correspondent sur F_0 trois points triples déterminant un plan uni s'appuyant en un point sur chacun des axes σ_0, σ_1, σ_2 de l'homographie. En effet, si ces points étaient en ligne droite, cette droite serait unie et s'appuyerait sur deux des axes σ_0, σ_1, σ_2; mais alors, les courbes de l'un des systèmes $|2\,\Gamma_0|$, $|G'_1|$, $|G'_2|$ passeraient toutes par O_4, ce qui est impossible.

Aux courbes canoniques de Φ_0, c'est-à-dire aux courbes $|2\,\Gamma_0|$ passant par O_4, correspondent sur F_0 les courbes G_0 passant par les trois points triples de cette surface, donc les courbes canoniques de F_0 sont les courbes G passant par ces trois points triples. Si p_g est le genre géométrique de F_0, on a donc $r=p_g+2$.

D'autre part, d'après la théorie des homographies, on a

$$r = r_1 + r_2 + 11.$$

Observons que la courbe Γ'_1 ne peut appartenir à une quadrique, car alors les génératrices d'un mode de cette quadrique seraient des quadrisécantes de Γ'_1 et Φ serait réductible. Un plan α coupe Γ'_1 suivant six points qui ne peuvent appartenir à une conique. Une courbe $\Gamma'_1+\Gamma_0$ coupe donc la section de Φ_0 par α, suivant douze points : six qui ne peuvent appartenir à une même conique et six qui sont en ligne droite. Ces 12 points n'appartiennent pas à une cubique, c'est-à-dire forment un groupe non spécial. On en conclut que les courbes G'_1 découpent sur une courbe Γ_0 une série non spéciale g^2_{12}. Mais alors, les courbes G'_1 passant par trois points d'une courbe Γ_0 contiennent cette courbe comme partie et sont complétées par la courbe Γ'_1, qui est isolée. On a donc $r_1=3$.

Les courbes G'_2 découpent, sur une courbe Γ_0, des groupes de 12 points. Parmi ceux-ci se trouve le groupe des 6 points comptés chacun deux fois, découpé par la courbe $2\,\Gamma'_1$. Ce groupe, appartenant à Φ, se trouve sur une cubique du plan de Γ_0 osculatrice à cette courbe en chacun de ses points; il est donc spécial. La série découpée par les courbes G'_2 sur Γ_0 est donc spéciale. Par un groupe de 12 points de cette série ne peut passer qu'une cubique adjointe à Γ_0 et l'indice de spécialité de la série est donc égal à l'unité. Les courbes G'_2 découpent donc sur Γ_0 une série g^3_{12}. Comme une courbe G'_2 ne peut contenir une courbe Γ_0 comme partie, la dimension de $|G'_2|$ est donc $r_2=3$.

On conclut de tout ceci que la dimension de $|G|$ sur F_0 est $r=17$. Par suite, $p_g=15$. Le genre arithmétique de F_0 étant $p_a=15$, *la surface* F_0 *est régulière.*

6. La surface Φ_0 et la surface formée de Φ et des trois plans

$$\psi_1 = 0, \quad \psi_2 = 0, \quad \psi_3 = 0$$

déterminent un faisceau de surfaces du sixième ordre osculant Φ le long de Γ'_1 et ayant un point triple en O_1. Parmi ces surfaces se trouve la surface Φ'_0, d'équation

$$\begin{aligned} & X_1^2 X_2 \psi_1^3 + X_2^2 X_3 \psi_2^3 + X_3^2 X_1 \psi_3^3 \\ & + 3X_4 [X_2 X_3 \psi_2^2 \psi_3 + X_3 X_1 \psi_3^2 \psi_2 + X_1 X_2 \psi_1^2 \psi_2] \\ & + 3X_4 [X_1 \psi_1^2 \psi_3 + X_2 \psi_2^2 \psi_1 + X_3 \psi_3^2 \psi_2] + 6 X_1 X_2 X_3 \psi_1 \psi_2 \psi_3 = 0, \end{aligned}$$

possédant un point quadruple en O_4.

On peut reprendre, pour la surface Φ'_0, les mêmes développements que pour la surface Φ_0. La surface Φ'_0 possède également 21 points doubles biplanaires ordinaires sur la courbe Γ'_1; elle représente une involution cyclique d'ordre trois appartenant à une surface F'_0. Les développements concernant les systèmes $|C|$, $|G|$ sur la surface F_0 se transportent sans modifications à des systèmes analogues sur la surface F'_0. Les seules modifications concernent les valeurs des genres des surfaces Φ'_0, F'_0.

Les adjointes de Φ'_0 sont les cônes du second ordre de sommet O_4. Cette surface a donc les genres $p_a = 6$, $p^{(1)} = 9$.

Les genres arithmétique et linéaire de F'_0 sont $p_a = 6$, $p^{(1)} = 25$.

La surface F'_0 possède actuellement trois points quadruples, situés dans un plan s'appuyant en un point sur chacun des espaces σ_0, σ_1, σ_2. Ces points doivent être doubles pour les courbes canoniques de F'_0. On en déduit pour cette surface $p_a = 6$; elle est donc régulière.

7. Si, dans l'équation de la surface Φ_0, on développe le produit $\psi_1 \psi_2 \psi_3$, on obtient une somme de termes dont l'un est

$$(a_{11} a_{22} a_{33} + a_{11} a_{32} a_{23} + \cdots + a_{31} a_{22} a_{13}) X_1 X_2 X_3.$$

Les nombres a ayant été choisis arbitrairement, on peut supposer que le coefficient de ce terme n'est pas nul et, en tenant compte de l'équation de Φ, remplacer $X_1X_2X_3$ par X^3_4. On obtient ainsi une surface Φ''_0 osculant Φ le long de Γ'_1 et possédant toujours 21 points doubles biplanaires ordinaires sur cette courbe.

Les raisonnements faits plus haut pour Φ_0 sont encore valables. Φ''_0 représente une involution cyclique du troisième ordre appartenant à une surface F''_0. Actuellement, les adjointes de Φ''_0 sont les quadriques et les genres de cette surface sont $p_a = 10$, $p^{(1)} = 25$. La surface F''_0 a les genres $p_a = 18$, $p^{(1)} = 73$.

Sur la surface F''_0, le système $|G|$ est le système canonique. On démontre encore qu'il a la dimension $r = 17$ et que par suite F''_0 a le genre géométrique $p_g = 18$; la surface est régulière.

8. La courbe Γ'_1, sextique de genre trois n'appartenant pas à une quadrique, est située sur ∞^3 surfaces cubiques. On peut trouver facilement quatre surfaces cubiques linéairement indépendantes passant par la courbe en question. L'une d'elles est la surface Φ. Pour avoir les autres, multiplions les deux membres de l'équation (5) par $x_2 x^2_3$; en tenant compte des équations (4), nous obtenons

$$\Sigma X_i (a_{i1} X_4^2 + a_{i2} X_2 X_3 + a_{i3} X_3 X_4) = 0 \quad (i = 1, 2, 3),$$

équation d'une surface cubique passant par Γ'_1.

On obtient de même les surfaces

$$\Sigma X_i (a_{i1} X_1 X_4 + a_{i2} X_4^2 + a_{i3} X_3 X_1) = 9,$$
$$\Sigma X_i (a_{i1} X_1 X_2 + a_{i2} X_2 X_4 + a_{i3} X_4^2) = 0.$$

Liége, le 3 mai 1945.

M. HAYEZ, Imprimeur de l'Académie royale de Belgique, rue de Louvain, 112, Bruxelles.
(Domicile légal : rue de la Chancellerie, 4)