Federigo ENRIQUES (1871-1946) (*)

par Lucien GODEAUX

Il peut paraître étrange, à priori, que nous ayons choisi comme thème d'une communication au Comité belge d'Histoire des Sciences la biographie d'un savant italien. Mais il se fait précisément que, parmi les élèves de ce savant, se trouvent trois Belges aujourd'hui professeurs dans nos Universités. Par leur intermédiaire, Enriques a donc eu une influence sur notre enseignement supérieur et en parlant de ses travaux, il semble que nous remplissions un devoir de reconnaissance. Il était d'ailleurs Associé de l'Académie royale de Belgique, Correspondant de la Société royale des Sciences de Liège et Docteur Honoris Causa de l'Université de Liège.

Federigo Enriques naquit à Livourne le 5 janvier 1871 et fréquenta l'Université de Pise. Il y eut comme Maîtres Betti, Dini, Bianchi et Volterra. Docteur en Mathématiques en 1891, il fut envoyé l'année suivante à Rome pour y travailler sous la direction de Cremona.

Quel était, à cette époque, l'état des études de Géométrie en Italie ? Cremona, par ses propres travaux et par ceux de ses nombreux élèves, avait donné une impulsion remarquable aux recherches de Géométrie; il s'agissait en ordre principal de l'étude des propriétés projectives des courbes et des surfaces algébriques, mais dès 1877, Bertini, mettant à profit la théorie des transformations birationnelles créée par Cremona, s'était placé à un point de vue beaucoup plus général que celui de la Géométrie projective. Etudiant les transformations birationnelles involutives du plan, Bertini n'avait pas cherché à énumérer leurs propriétés projectives, mais avait démontré que ces

(*) Communication faite le 10 février 1951 au Comité belge d'Histoire des Sciences.

transformations peuvent toujours se ramener, par des transformations birationnelles, à quatre types bien déterminés. La Géométrie algébrique plane était créée et c'est dans son cadre que furent étudiés les systèmes linéaires de courbes algébriques planes. On sait que dans cette théorie, deux systèmes linéaires de courbes sont considérés comme équivalents si l'on peut passer de l'un à l'autre par une transformation birationnelle; les systèmes linéaires deux à deux équivalents forment une classe et il s'agit de déterminer dans chaque classe un système satisfaisant à certaines propriétés projectives bien déterminées, par exemple un système dont les courbes ont l'ordre minimum, qui sert à identifier la classe.

Corrado Segre, qui professait la Géométrie supérieure depuis quelques années à l'Université de Turin, cherchait à orienter les jeunes géomètres vers la Géometrie sur une courbe ou une surface algébrique, que Brill et Noether avait développée en Allemagne. Sous son influence et sous celle de Veronese, la Géométrie hyperspatiale était devenue familière à ces géomètres. Le terrain était admirablement préparé pour le nouvel essor qu'allait prendre l'Ecole italienne de Géométrie.

A Rome, Enriques rencontra M. G. Castelnuovo. Celui-ci, élève de Veronese à l'Université de Padoue, avait passé quelques années à l'Université de Turin, avant d'être appelé à Rome par Cremona. C'est de son séjour à Turin, où il fut lié avec Corrado Segre, que datent ses remarquables travaux de Géométrie sur une courbe algébrique. La tendance de ces travaux, familière aujourd'hui aux géomètres, est d'étudier la courbe en soi, indépendamment de ses caractères projectifs, par exemple de son ordre et de la dimension de l'espace dans lequel elle est plongée. C'est précisément le désir de connaître ces recherches qui rapprocha Enriques de M. Castelnuovo. Et alors, comme le dit ce dernier dans la belle « Commemorazione di Federigo Enriques » qu'il lut en janvier 1947 à l'Académie des Lincei, commencèrent ces interminables promenades par les rues de Rome, où le thème favori des conversations fut la géométrie algébrique. Dès qu'il fut au courant de la Géométrie sur une courbe algébrique, Enriques s'attaqua immédiatement à la

Géométrie sur une surface algébrique. Il tenait M. Castelnuovo au courant des progrès de ses recherches et celui-ci soumettait ses résultats à une critique sévère. Cette excellente méthode de travail allait porter ses fruits et dès 1893, Enriques publiait un premier mémoire sur ces questions. C'est vers cette époque qu'après un court séjour à Turin, Enriques fut nommé professeur à l'Université de Bologne; il devait passer près de trente ans dans la vieille cité universitaire, la « dotta Bologna ».

On sait quel est le problème qui se pose en Géométrie sur une surface algébrique. Les surfaces algébriques se répartissent en classes, deux surfaces appartenant à une même classe s'il existe, entre les points de ces surfaces, une correspondance birationnelle (ne s'étendant pas nécessairement aux espaces ambiants). Il s'agit alors de caractériser les surfaces d'une classe, ou encore de déterminer les caractères d'une surface invariants vis-à-vis des transformations birationnelles, de telle sorte que si ces caractères sont les mêmes pour deux surfaces, elles appartiennent à la même classe.

Deux importants mémoires sur ces questions avaient été publiés par Noether en 1869 et en 1874, mais comme le remarque M. Castelnuovo, les démonstrations du savant géomètre étaient parfois laborieuses et certaines propriétés étaient établies plutôt par intuition que par démonstration. Au contraire, on trouve dans le mémoire d'Enriques un développement harmonieux de la théorie. Cependant, ce mémoire ne satisfaisait pas entièrement son auteur et en 1896, il publiait son « Introduzione alla Geometria sopra une superficie algebrica » qui restera classique. On pourra sans doute modifier sur quelques points les développements d'Enriques et lui-même d'ailleurs l'a fait en 1901 pour simplifier l'introduction du système canonique, mais sa méthode devra nécessairement être suivie dans tout exposé de la théorie.

Pour bien se rendre compte des difficultés que dut vaincre Enriques, il faut remarquer que si la Géométrie sur une surface algébrique est la suite naturelle de la Géométrie sur une courbe algébrique, elle en est tout autre chose qu'une extension facile. L'outil fondamental dans l'étude des courbes est constitué par les séries de groupes de points ; sur une surface algébrique, ces séries sont remplacées par des systèmes de courbes algébriques tracées sur la surface. Or, les propriétés de ces systèmes ne sont pas des extensions simples de celles des séries de groupes de points; au contraire, il y a parfois des différences essentielles : Il suffit, pour s'en convaincre, de comparer par exemple l'énoncé du théorème de Riemann-Roch sur une courbe à celui du théorème qui porte le même nom sur une surface. Une certaine propriété augmente la dimension d'une série linéaire de groupes de points sur une courbe, alors que la propriété analogue sur une surface diminue la dimension d'un système linéaire. Nous faisons allusion à ce qu'on appelle les séries et les systèmes spéciaux.

Comme nous l'avons dit plus haut, à l'époque où Enriques commença ses recherches, la théorie des systèmes linéaires de courbes du plan venait d'être établie. La première tâche d'Enriques fut d'étendre cette théorie à une surface algébrique quelconque. Cette extension n'est pas chose aisée, car il existe sur une surface quelconque des systèmes de courbes qui n'ont pas leur analogue dans le plan. Une chose ardue fut notamment l'extension de l'opération d'adjonction. Cette opération fait correspondre à un système linéaire un second système linéaire, l'adjoint au premier qui, sur une surface, contrairement à ce qui se passe dans le plan, peut contenir comme partie le système initial. On obtient ainsi, en soustrayant un système linéaire de son adjoint, lorsque la chose est possible, le système canonique de la surface. Enriques eut l'heureuse idée de considérer non seulement le système canonique, mais aussi ses multiples : les systèmes pluricanoniques. Tous ces systèmes ont un caractère invariant vis-à-vis des transformations birationnelles et leurs dimensions sont des invariants de la surface. La fécondité de cette idée fut tout de suite démontrée par la construction d'une surface dont le système canonique n'existe pas, alors que le double de ce système existe (D'autres surfaces possédant la même propriété ont été découvertes depuis). Les nouveaux invariants : les plurigenres, venaient s'ajouter aux trois invariants déjà connus : le genre géométrique, le genre arithmétique et le genre linéaire, mais qu'Enriques introduit d'une manière rigoureuse.

Une fois la théorie générale établie, Enriques s'assigna pour but de caractériser les propriétés des surfaces d'après la valeur de leurs genres, en commençant par les surfaces dont les genres sont peu élevés. Il établit ainsi l'existence d'un grand nombre de surfaces dont il étudia les propriétés, parfois curieuses et inattendues. Dans ce genre de recherches, il faut ranger le beau mémoire qu'il écrivit, en collaboration avec M. Severi, sur les surfaces hyperelliptiques, auquel l'Académie des Sciences de Paris attribua le Prix Bordin en 1907.

Entre temps, Enriques apportait des contributions essentielles à diverses questions. Il réussit à démontrer qu'une surface possédant un faisceau de courbes rationnelles appartient à la classe des réglées, classe qu'il caractérisa plus tard par les valeurs de deux plurigenres. Citons aussi la détermination des groupes continus de transformations birationnelles du plan, qu'il établit par une élégante méthode basée sur les propriétés des systèmes linéaires de courbes. Plus tard, en collaboration avec M. Fano, il résolut la même question, mais par d'autres méthodes, pour les transformations birationnelles de l'espace.

Pendant que la Géométrie sur une surface algébrique se développait en Italie par les travaux d'Enriques et de M. Castelnuovo, auquel on doit de profondes recherches sur les systèmes de courbes tracées sur une surface, elle était, en France, l'objet d'importantes études de Picard, de Painlevé, et de G. Humbert, mais ces géomètres se plaçaient au point de vue transcendant. Généralisant la théorie des intégrales abéliennes, Cayley et Clebsch avaient introduit les intégrales doubles attachées à une surface. On doit à Picard une autre extension des intégrales abéliennes; à une surface algébrique, ce géomètre attache les intégrales de différentielles totales qui portent aujourd'hui son nom (1888). Une surface algébrique ne possède pas en général d'intégrales de Picard de première espèce, mais la comparaison des recherches faites en France et en Italie faisait prévoir qu'il y avait identité entre les surfaces qui possèdent de telles intégrales et celles qui contiennent des systèmes continus non linéaires de courbes du même ordre. De 1902 à 1905, cette question passionna les géomètres italiens : Enriques, M. Castelnuovo et M. Severi, qui commençait alors sa brillante carrière.

Sur une surface irrégulière, c'est-à-dire sur une surface dont le genre géométrique est supérieur au genre arithmétique, les courbes d'un ordre donné se distribuent en un nombre fini de systèmes continus, chacun de ceux-ci étant un système algébrique de systèmes linéaires. Enriques, en 1904, arriva à cette conclusion que la dimension du système algébrique en question est égale à la différence entre le genre géométrique et le genre arithmétique, c'est-à-dire à ce que l'on appelle l'irrégularité de la surface. Quelques années plus tard, H. Poincaré devait établir cette propriété par voie transcendante. D'abord acceptée par tous les géomètres, la démonstration d'Enriques fut cependant reconnue incomplète par M. Severi en 1921. Il semble cependant désirable d'avoir une démonstration de ce théorème par les méthodes algébrico-géométriques, mais malgré les efforts d'Enriques, de M. Severi et de M. B. Segre, une telle démonstration n'a pas encore pu être mise sur pied.

Si l'on projette une surface d'un point sur un plan, on obtient un « plan multiple », sorte de surface formée de feuillets superposés, reliés entre eux par une courbe, la courbe de diramation, contour apparent de la surface. Enriques s'est posé le problème de reconnaître quand une courbe donnée dans un plan peut être la courbe de diramation d'un plan multiple. Il a apporté à la solution de ce problème des contributions essentielles, mais la construction de toutes les courbes de diramation ne peut être déduite de ses résultats.

Toute sa vie, Enriques a poursuivi des recherches sur les surfaces algébriques. En 1932, les leçons qu'il fit à l'Université de Rome, où il avait été appelé en 1922, furent recueillies et publiées par un de ses élèves, M. L. Campedelli, aujourd'hui professeur à l'Université de Florence. Après sa mort, aux premières heures du 14 juin 1946, on trouva sur sa table de travail le manuscrit, prêt pour l'impression, d'un exposé de la théorie des surfaces algébriques. Cet exposé fut publié en 1949, par les soins de ses deux derniers élèves, MM. Pompilj et Franchetta.

A ces ouvrages, il faut ajouter les Leçons sur la théorie des équations et des fonctions algébriques, publiées de 1915 à 1934 en collaboration avec M. Chisini, professeur à l'Université de

Milan et ses Leçons sur les surfaces rationnelles, publiées en 1939 par M. Conforto, professeur à l'Université de Rome.

Lorsqu'Enriques arriva en 1894 à l'Université de Bologne, il fut chargé du cours de Géométrie projective. Cela le conduisit à réfléchir aux principes de cette géométrie. On sait que von Staudt avait voulu construire la Géométrie projective sans recourir aux notions de mesure, mais que la démonstration qu'il donnait d'un théorème essentiel manquait de rigueur. Enriques introduisit un système de postulats qui évite cet écueil et qui est aujourd'hui classique; le point essentiel est l'introduction d'un postulat qui traduit géométriquement la notion de coupure de Dedekind. Nous avons personnellement utilisé la méthode d'Enriques pendant de longues années dans notre enseignement de la Géométrie projective et nous avons pu ainsi en apprécier la valeur.

Mais Enriques ne se bornât point à l'étude des principes de la Géométrie projective, il passa ensuite à l'examen des principes de la géométrie en général. Il fut conduit à considérer les postulats de la géométrie euclidienne sous deux aspects : d'une part, il faut tenir compte des critères logiques d'indépendance et de compatibilité des postulats ; d'autre part, des critères d'ordre psychologique. Ce dernier point de vue conduit à examiner les sensations et les expériences qui ont servi à formuler ces postulats. Comme Enriques le remarque, les trois groupes de sensations qui sont à la base de la topologie, de la géométrie métrique et de la géométrie projective sont respectivement les sensations tactilo-musculaires, les sensations du toucher conduisant à la notion de mesure et celles de la vue. C'est lui qui fut chargé d'écrire, pour l'Encyclopédie des Sciences mathématiques allemande, l'article sur les principes de la géométrie, et ce fut une remarquable étude.

Passant des principes de la Géométrie à ceux de la Science en général, Enriques publia en 1906 ses « Problemi della Scienza », où il expose des vues originales et très profondes sur la question. Cet ouvrage connut un grand succès et en 1911, son auteur fut chargé de présider le Congrès international de Philosophie, qui se tint à Bologne.

Parallèlement à ses recherches sur les surfaces algébriques, Enriques poursuivra jusqu'à son dernier jour ses études sur la philosophie des Sciences. Peu à peu ces dernières le conduiront à l'examen de l'évolution de la pensée scientifique à travers les âges. Nous lui devons dans ce domaine de nombreux articles et plusieurs ouvrages, entre autres un volume « Per la storia della logica » (1922) et, en collaboration avec M. G. de Santillana, une remarquable histoire de la pensée scientifique dans l'antiquité greco-romaine (1932). Avec le même collaborateur, il publia plus tard un abrégé de cette histoire, mais continuée jusqu'aux temps modernes (1937). Citons enfin une belle étude sur les Mathématiques dans l'histoire et dans la culture (1938).

Ces activités multiples n'absorbaient cependant pas entièrement la vie d'Enriques. Préoccupé de la formation des professeurs de Mathématiques de l'enseignement moyen, il publia, avec plusieurs collaborateurs, les « Questioni riguardanti le matematiche elementari », qui eurent de nombreuses éditions, dont la première remonte à 1900. Il écrivit également, en collaboration avec M. U. Amaldi, un cours de géométrie, et un cours d'algèbre à l'usage de l'enseignement moyen.

La plupart des ouvrages d'Enriques, qu'ils traitent de Mathématiques, de Philosophie ou d'Histoire des Sciences, furent traduits dans plusieurs langues.

J'ai été l'élève d'Enriques en 1912 et en 1913-14. Ce ne fut pas le hasard qui me conduisit à Bologne. Mes premières recherches de géométrie m'avaient mis en relation avec Stuyvaert, bon géomètre, que l'injustice des hommes tint trop longtemps éloigné de l'enseignement supérieur. Stuyvaert m'avait guidé vers l'étude des travaux des géomètres italiens et suivant ses conseils, lorsque j'étais sur les bancs de l'Université de Liège, j'avais étudié la théorie des transformations birationnelles et d'autres questions sur les courbes et les surfaces algébriques qui n'étaient pas, à cette époque, enseignées dans les cours de Géométrie supérieure dans notre pays. Le hasard me mit un jour sous les yeux l'« Intorno ai fondamenti della geometria sopra le superficie algebriche » paru dans les Atti de l'Académie de Turin en 1901. Je fus tout de suite séduit tant par la profondeur des résultats obtenus que par l'élégance des méthodes employées; je suis profondément reconnaissant à Enriques de m'avoir accueilli avec tant de bienveillance quelques années plus tard et de m'avoir initié à la Géométrie algébrique. Etudier sous la direction d'Enriques était un véritable enchantement. Le matin, Chisini, alors son assistant, et moi, allions le chercher soit chez lui, soit à l'Université lorsqu'il y avait fait cours. Commençait alors une longue promenade sous les arcades de Bologne, ou au Giardino Margherita, ou encore à San Michele in Bosco, pendant laquelle nous lui exposions ce que nous avions fait la veille; les judicieux conseils qu'il nous prodiguait dirigeaient nos lectures et nos recherches. Le soir, je le retrouvais au « Caffè delle Scienze », qui devait ce nom au fait que Galvani l'avait fréquenté autrefois. S'y réunissaient quelques professeurs des différentes Facultés et j'y entendis maintes discussions d'un grand intérêt.

En 1939, Enriques fut victime des absurdes lois raciales et il dut abandonner sa chaire. La publication de ses travaux lui fut même interdite et, chose à peine croyable, la nouvelle édition d'un volume de la théorie des équations et fonctions algébriques fut détruite. Ce n'est pas sans un serrement de cœur que je lus la lettre qu'il m'écrivit le 12 décembre 1941. Après m'avoir indiqué quelques résultats auxquels il était parvenu, il ajoutait : « Comme je ne peux pas, pour le moment, publier ces résultats, veuillez conserver cette lettre pour établir éventuellement la priorité ».

Enriques reprit son enseignement à l'Université de Rome en 1944. Ce ne fut hélas pas pour longtemps; deux ans plus tard, la mort le fauchait. Il avait semé à profusion des idées géniales, il avait formé de nombreux élèves, pour lesquels il s'était toujours dépensé sans compter. Son œuvre mathématique eut largement suffi à lui assurer une des premières places dans le monde savant, mais on peut en dire autant de son œuvre en Philosophie. Dans sa contribution à la construction de l'édifice scientifique, se trouvent de nombreuses pierres angulaires. Ceux qui l'ont connu ne peuvent encore aujourd'hui penser sans une profonde tristesse à sa disparition.

Liège, le 22 janvier 1951.