Involuzioni cicliche appartenenti a superficie algebriche

In una Nota pubblicata l'anno scorso, in questo Giornale [1], il Sig. HUTCHERSON ha dato le equazioni di una superficie del quinto ordine contenente una involuzione ciclica di ordine 13 e di una superficie di ordine 13 contenente una involuzione ciclica di ordine 157. Osserviamo che già avevamo considerato queste superficie, determinato la struttura dei punti uniti, quella dei punti di diramazione delle superficie imagini delle involuzioni ed i caratteri invariantivi di queste superficie, precisamente in lavori di cui uno è citato dallo stesso HUTCHERSON. Non vediamo perciò lo scopo del Sig. HUTCHERSON, che non fa menzione dei problemi di cui sopra e non dà nulla di nuovo.

Abbiamo studiato [2] la superficie F:

$$a_1 x_1^{3\eta+1} x_2 + a_2 x_2^{3\eta+1} x_3 + a_3 x_3^{3\eta+1} x_1 + a_4 x_4^{3\eta+2} = 0$$

e sopra questa superficie l'involuzione generata dalla omografia di periodo $p = 9\eta^2 + 3\eta + 1$:

$$\begin{pmatrix} x_1 & \varepsilon x_2 & \varepsilon^{9\eta^2+1} x_3 & \varepsilon^{6\eta^2+\eta+1} x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

dove ε è una radice primitiva dell'unità.

Questa involuzione possiede tre punti uniti. Abbiamo dimostrato che il sistema canonico della superficie imagine di questa involuzione è formato da una curva razionale e da $\eta - 1$ volte un fascio di curve ellittiche. Di più, il sistema bicanonico è irriducibile.

Le superficie del Sig. HUTCHERSON sono casi particolari di F; quella di ordine cinque per $\eta = 1$ e quella di ordine 13 per $\eta = 4$.

Nel caso della superficie del quinto ordine, la superficie imagine ha i generi $p_a = P_4 = 1$. Si ha così un esempio di una superficie di genere uno imagine di una involuzione con un numero finito di punti uniti, appartenente ad una superficie di generi $p_a = p_g =$ [3].

Si può anche considerare la superficie

$$a_1 x_1^{3\eta} x_2 + a_2 x_2^{3\eta} x_3 + a_3 x_3^{3\eta} x_1 + a_4 x_4^{3\eta+1} = 0 .$$

Sopra questa superficie, la omografia di periodo $p = 9\eta^2 - 3\eta + 1$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & \varepsilon x_2 & \varepsilon^{9\eta^2 - 6\eta + 2} x_3 & \varepsilon^{3\eta^2 - 2\eta + 1} x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix},$$

dove ε è una radice primitiva di ordine p dell'unità, genera una involuzione con tre punti uniti. Il sistema canonico della superficie imagine di questa involuzione è un fascio di curve ellittiche contato $\eta - 1$ volte, con tre componenti fisse [4].

Liegi, 8 aprile 1956.

LUCIEN GODEAUX

BIBLIOGRAFIA

(1) *Su alcune involuzioni cicliche dotate di periodo non inferiore a 157* (Le Matematiche, 1955, pp. 15-17).

(2) *Sur quelques surfaces algébriques représentant des involutions cycliques* (Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique, 1951, pp. 1106-1119).

(3) *Sur les involutions de genre un appartenant à une surfaee algébrique* (Bulletin de l'Acad. roy. de Belgique, 1938, pp. 308-313).

(4) *Construction d'une surface dont le système canonique possède des composantes fixes* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1956, pp. 49-56).