EXTRAIT DU *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liége*
Séance du 20 mai 1937, nº 5.

Sur les surfaces algébriques dont les sections hyperplanes sont les courbes canoniques,

par LUCIEN GODEAUX, Membre de la Société.

(Troisième note.)

11. Soient A_1, A_2, A_3, A_4 les sommets d'un tétraèdre, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ les faces opposées, a_{ik} la droite $A_i A_k$. Considérons la surface F, du neuvième ordre, passant triplement par les droites $a_{12}, a_{24}, a_{43}, a_{31}$ et ayant des droites doubles infiniment voisines des précédentes, distribuées de la manière suivantes : la droite double infiniment voisine de a_{12} est située dans le plan α_4, la droite double infiniment voisine de a_{24} dans le plan α_3, la droite double infiniment voisine de a_{43} dans le plan α_1 et enfin la droite double infiniment voisine de a_{31} dans le plan α_2. La droite a_{14} coupe F en cinq points confondus en A_1 et en cinq points confondus en A_4, elle appartient donc à la surface. Il en est de même de la droite a_{23}.

Si l'on prend le tétraèdre $A_1A_2A_3A_4$ comme figure de référence, l'équation de la surface F s'écrit

$$a_1x_1^5x_2x_4^3 + a_2x_2^5x_4x_3^3 + a_3x_3^5x_1x_2^3 + a_4x_4^5x_3x_1^3$$
$$+ x_1x_2x_3x_4\left[x_1^2x_2x_4\alpha_1 + x_2^2x_3x_4\beta_1 + x_3^2x_1x_2\gamma_1 + x_4^2x_1x_3\delta_1\right] = 0,$$

$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ et δ_1 étant des formes linéaires en x_1, x_2, x_3, x_4.

Les droites a_{14}, a_{23} sont simples pour la surface F.

12. Les adjointes d'ordre $n - 4$ de la surface F sont des surfaces du cinquième ordre passant doublement par les droites $a_{12}, a_{24}, a_{43}, a_{31}$ et simplement par les droites doubles infiniment voisines. Les droites a_{14}, a_{23} coupent ces surfaces en six points et, par conséquent, appartiennent à ces surfaces.

Le plan α_1 doit couper les surfaces en question suivant la droite a_{34} comptée trois fois, la droite a_{24} comptée deux fois et la droite a_{23} comptée une fois. Il en résulte que le plan α_1 appartient à toutes ces surfaces. Pour la même raison, il en est de même des plans $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ et le système canonique de F est donc découpé par les surfaces

$$x_1x_2x_3x_4(\lambda_1x_1 + \lambda_2x_2 + \lambda_3x_3 + \lambda_4x_4) = 0,$$

résultat que l'on obtient d'ailleurs aisément par le calcul.

Le système canonique de F est donc le système $|C|$ de ses sections planes et on a $p_g = 4$.

Les courbes C ont le genre $p^{(1)} = 12$. Les droites a_{14}, a_{23} sont des courbes exceptionnelles de la surface; sur une transformée birationnelle de F dépourvue de courbes exceptionnelles, le système canonique a deux points-base simples et son degré est $p^{(1)} - 1 = 11$.

13. Les adjointes du sixième ordre à la surface F ont pour équation

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 x_1^3 x_2 x_4^2 + \lambda_2 x_2^3 x_4 x_3^2 + \lambda_3 x_3^3 x_1 x_2^2 + \lambda_4 x_4^3 x_3 x_1^2 + \lambda_5 x_1^3 x_4^3 + \lambda_6 x_2^3 x_3^3 \\ + x_1 x_2 x_3 x_4 \varphi_2 (x_1, x_2, x_3, x_4) = 0, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

où φ_2 est une forme quadratique à coefficients variables. Ces surfaces forment un système de dimension 15 et découpent sur F des adjointes C' aux courbes C.

Le système $|C|$ étant le système canonique de F, son adjoint $|C'|$ en est le système bicanonique. On trouve d'ailleurs que les biadjointes d'ordre dix de F sont formées des quatre faces du tétraèdre de référence et des surfaces (1). On en conclut que le bigenre de F est $P_2 = 16$. Mais, d'autre part, on a

$$P_2 = p_a + p^{(1)},$$

par conséquent $p_a = 4$ et la surface F est régulière.

La surface F *est une surface projectivement canonique, régulière, de genres* $p_a = p_g = 4$, $p^{(1)} = 12$, $P_2 = 16$.

Liége, le 18 mai 1937.

M. HAYEZ, Imprimeur de l'Académie royale de Belgique, rue de Louvain, 112, Bruxelles.