EXTRAIT DU *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liége*
Séance du 22 janvier 1942. — N° 1.

Remarques sur un mémoire de M. Foulon sur les polygones funiculaires gauches,

par L. GODEAUX, Membre de la Société.

M. E. Foulon vient de publier un mémoire sur les polygones funiculaires gauches [1]; nous voudrions présenter quelques remarques au sujet de la partie géométrique de ce travail.

Après avoir défini ce qu'il entend par polygone funiculaire gauche, M. Foulon étudie les polygones funiculaires relatifs à trois forces gauches quelconques. Sa construction revient à ceci (pp. 19 et 20) :

Considérons trois droites a, b, c, deux à deux gauches et un triangle ABC dont les sommets sont respectivement sur les droites a, b, c, le côté AC s'appuyant sur b en un point D. Soit A'B' un segment de droite parallèle à b. Par A', menons une parallèle à AB et par C', une parallèle à BC. Ces droites se rencontrent en un point S que l'auteur appelle pôle du polygone funiculaire ABC. Il s'agit de rechercher le lieu du point S lorsque le triangle ABC varie. L'auteur remarque que lorsque les points A, C restent fixes et que le point B varie sur la droite b, le lieu du pôle S est une droite parallèle à AC et rencontrant la droite A'C' en un point D' tel que

$$AD \, . \, A'D' = CD \, . \, C'D'.$$

On peut remarquer, en outre, que si la droite AC varie, le point B restant fixe, le point S décrit une droite; il en résulte que le lieu du point S est une quadrique, éventuellement dégénérée en deux plans (cette dégénérescence se présente lorsque le point D' reste fixe, c'est-à-dire lorsque les droites a, b, c sont parallèles à un même plan, et seulement dans ce cas).

M. Foulon ne fait cette remarque qu'à la page 88 de son mémoire. A vrai dire, il a indiqué, dans l'erratum, que cette

---

(1) Les polygones funiculaires gauches et leurs applications au calcul des constructions à trois dimensions (*Bulletin des cours et laboratoires d'essais des constructions du Génie civil et d'Hydraulique fluviale*, Liége, 1940, t. I, n° 3).

remarque devait être placée en note au bas de la page 21, mais il ne s'en sert pas pour déterminer la nature du lieu du point S. Il préfère avoir recours à la géométrie analytique, ce qui alourdit inutilement ses développements [2]. Observons encore que l'emploi de la remarque précédente eût permis à M. Foulon une discussion plus claire et plus concise des propriétés des pôles des polygones funiculaires relatifs à quatre ou à cinq forces.

M. Foulon applique ensuite la notion de polygone funiculaire gauche à la réduction de systèmes de forces de l'espace et à l'étude des systèmes-nuls, questions classiques auxquelles il n'apporte aucun élément nouveau. A la page 79 de son mémoire, il écrit, à propos des figures réciproques de la statique graphique des systèmes de l'espace : « Nous en exposerons ici les propriétés essentielles parce qu'elles peuvent être déduites plus simplement et d'une manière plus intuitive par la considération des polygones funiculaires gauches... ». En fait, il s'agit de la théorie des systèmes-nuls. Nous avouons ne pas partager l'opinion de l'auteur. Au contraire [3] !

Liége, le 5 janvier 1942.

---

(2) Le mémoire dont il est question ici a eu une première édition autographiée, présentée à la Faculté des Sciences appliquées de l'Université de Liége comme thèse d'agrégation de l'Enseignement supérieur, en 1938. Le mémoire imprimé ne reproduit pas exactement l'autographie de 1938. Dans celle-ci, l'auteur, en recherchant l'équation du lieu du point S, avait conduit certaine élimination d'une façon si malheureuse qu'il trouvait pour ce lieu l'ensemble d'une quadrique et d'un plan. Une discussion, particulièrement confuse d'ailleurs, ne lui avait pas permis de se débarrasser de ce plan, solution étrangère comme le montre la recherche du lieu par la géométrie élémentaire. Nous avons, à l'époque, signalé cette erreur de l'auteur à la Faculté des Sciences appliquées; nous sommes heureux de constater qu'il a été tenu bonne note de nos observations, tout au moins sur ce point.

(3) L'auteur paraît ignorer à peu près complètement la littérature de cette question classique. A part Moebius, il ne cite que l'*Aperçu historique* de Chasles (édition de 1889) et nos *Leçons de Géométrie projective* (Liége, 1933). Rappelons que l'*Aperçu historique* de Chasles fut couronné par l'Académie royale de Belgique en 1829 et publié une première fois dans le tome II des *Mémoires couronnés* in-4° de cette Compagnie en 1837.

On peut croire que la théorie des systèmes-nuls devint rapidement classique. C'est ainsi que Cremona, dans son célèbre ouvrage *Le figure reciproche nella statica grafica*, dont la première édition parut à Milan (Hoepli) en 1872, supposé cette théorie connue. Notons en passant que les systèmes-nuls furent étudiés par Giorgini dans un mémoire publié en 1828, avant les publications de Moebius sur cet objet (voir les *Opere Matematiche di Luigi Cremona*, vol. III, Milano, Hoepli, 1917).

M. Foulon cite l'ouvrage de « l'ingénieur » Cremona. Celui-ci conquit en effet le diplôme de « *dottore negli studi d'ingegneria civile ed architetto* » à l'Université de Pavie en 1853. L'Italie s'enorgueillit à juste titre d'une École de Géométrie particulièrement brillante; Cremona en fut le fondateur. Si nous faisons cette remarque, c'est que M. Foulon, dans l'introduction à son mémoire, a soin de dire, lorsqu'il cite le nom d'un savant, si celui-ci est ou fut ingénieur, même lorsque — et c'est le cas pour Cremona — l'œuvre scientifique de ce savant n'a que de lointains rapports avec l'art de l'ingénieur. Cela nous a paru quelque peu puéril. Qu'eût fait M. Foulon s'il avait dû citer Cayley ?

M. HAYEZ, Impr. de l'Académie royale, 112, rue de Louvain, Bruxelles
(Domicile légal : rue de la Chancellerie, 4)

N° Réf. 2019