

ENRIQUES (F.). — *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, raccolte e coordinate da Federigo Enriques Terza edizione. Parte prima, Critica dei principii. Volume I, articoli di U. Amaldi, F. Enriques, F. Guarducci, G. Vailati, G. Vitali. Un volume in-8° de vi-398 pages. Prix 50 lire. Bologne, Nicola Zanichelli, 1924.

Volume II, articoli di U. Amaldi, R. Bonola, E. Bompiani, O. Chisini, F. Enriques, D. Gigli. Un volume in-8° de 466 pages. Prix 70 lire. Bologne, Nicola Zanichelli, 1925.

Parte seconda. I problemi classici della geometria e le equazioni algebriche. Articoli di B. Calò, G. Castelnuovo, A. Conti, E. Daniele, F. Enriques, A. Giacomini, V. Notari, A. Sabbatini. Un volume in-8° de 606 pages, Prix 90 lire. Bologne, Nicola Zanichelli, 1926.

En terminant l'analyse de la première édition des *Questioni* de M. Enriques, Jules Tannery s'exprimait dans ces termes :

« On voit que les matériaux rassemblés par M. Enriques sont aussi riches qu'intéressants, au point de vue scientifique, philosophique, historique et pédagogique. Son livre exercera certainement une excellente influence sur l'étude et l'enseignement de la Géométrie, influence qui, il faut l'espérer, ne sera pas bornée à l'Italie. »

On peut croire que Tannery a été bon prophète, puisque M. Enriques publie aujourd'hui la troisième édition de son recueil, preuve que celui-ci a effectivement paru intéressant à de nombreux lecteurs. Mais alors que la première édition formait un volume de 532 pages, les trois volumes parus de l'édition actuelle comprennent déjà près de 1500 pages (la deuxième édition, parue en 1912-1914 comportait deux volumes).

L'ouvrage de M. Enriques a pour but de présenter aux professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire, un exposé d'ensemble des questions de mathématiques supérieures qui intéressent les mathématiques élémentaires, de manière à permettre à ces professeurs d'avoir une vue plus élevée des matières qu'ils doivent enseigner. La première édition remplissait ce programme pour la géométrie, mais dans la seconde édition déjà intervenaient

(1) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1900, deuxième série, t. XXIV, p. 168-174.



les questions d'algèbre et d'analyse. L'édition actuelle, qui s'étend à l'ensemble des mathématiques, a été remaniée et en dehors d'articles nouveaux, des articles des éditions antérieures ont été remaniés de manière à conserver l'homogénéité de l'ouvrage en relation avec l'élargissement du programme.

Voici tout d'abord la liste des articles qui composent les trois volumes :

1. Enriques. L'évolution des idées géométriques dans la pensée grecque : point, ligne et surface (vol. I, p. 1-40).
2. Amaldi. Sur les concepts de droite et de plan (p. 41-108).
3. Guarducci. De la congruence et du mouvement (p. 109-142).
4. Vailati. Sur la théorie des proportions (p. 143-191).
5. Vitali. Sur les applications du postulat de la continuité dans la géométrie élémentaire (p. 193-230).
6. Enriques. Les nombres réels (p. 231-389).
7. Amaldi. Sur la théorie de l'équivalence (vol. II, p. 1-59).
8. Chisini. Aires, longueurs et volumes dans la géométrie élémentaire (p. 61-131).
9. Gigli. Nombres complexes à deux et à plusieurs unités (p. 133-270).
10. Bompiani. Le principe de continuité et l'imaginaire en géométrie (p. 271-308).
11. Bonola. Sur la théorie des parallèles et sur les géométries non-euclidiennes (p. 309-427).
12. Enriques. Espace et temps devant la critique moderne (p. 311-459).
13. Sabbatini. Sur les méthodes élémentaires pour la résolution des problèmes géométriques (remaniement et extension de l'article publié sous le même titre dans la première édition par feu Baroni (vol. III, p. 1-154).
14. Daniele. Sur la résolution des problèmes géométriques avec le compas (p. 155-179).
15. Giacomini. Sur la résolution des problèmes géométriques avec la règle et les instruments linéaires : contribution de la géométrie projective (p. 181-230).
16. Castelnuovo. Sur la résolubilité des problèmes géométriques avec les instruments élémentaires : contribution de la géométrie analytique (p. 231-262).





17. Enriques. Sur les équations algébriques résolubles par des radicaux quadratiques et sur la construction des polygones réguliers (p. 263-305).

18. Daniele. Sur la construction du polygone régulier de 17 côtés (p. 307-324).

19. Conti. Problèmes du troisième degré : duplication du cube. Trisection de l'angle (p. 325-416).

20. Notari. Les équations du quatrième degré et les systèmes de deux équations du second degré à deux inconnues (p. 417-484).

21. Notari. L'équation du cinquième degré : théorème de Ruffini-Abel (p. 485-508).

22. Calò. Sur les problèmes transcendants et en particulier sur la quadrature du cercle (p. 509-573).

23. Enriques. Quelques observations générales sur les problèmes géométriques (p. 575-596).

On voit, par cette énumération, la richesse des matériaux rassemblés par M. Enriques et ses collaborateurs. Nous ne pouvons songer à analyser en détail chacun des articles séparément, mais nous tâcherons de faire comprendre l'esprit qui a présidé à leur rédaction. Chaque article est un exposé critique de la question traitée; il contient un historique de cette question et des comparaisons entre les divers concepts et méthodes proposés par les géomètres qui l'ont étudiée. Le souci constant de M. Enriques et de ses collaborateurs est de montrer les réactions les unes sur les autres des diverses manières de traiter un même sujet.

Sans entrer dans le détail des questions traitées, il nous semble cependant utile de donner quelques indications glanées de-ci de-là dans les trois volumes des *Questioni*.

Dans le premier article, M. Enriques examine, à la lumière des textes des précurseurs et des commentateurs d'Euclide parvenus jusqu'à nous, la genèse et le développement des idées qui ont conduit aux éléments d'Euclide. Dans l'article de M. Vitali, on trouve une élégante démonstration du théorème de Jordan sur la division du plan par une ligne fermée, due à M. P. Benedetti; on y trouve également l'exposé de la démonstration du théorème fondamental de la projectivité, d'après la méthode de M. Enriques. (Nous dirons en passant que cette méthode nous paraît préférable



à toutes celles qui ont été proposées.) Dans le sixième article, on trouvera une critique très intéressante des théories analytiques des nombres irrationnels, des développements étendus sur la théorie de Cantor et sur les nombres non-archimédiens. L'article de M. Chisini se termine par l'étude des définitions proposées pour l'aire d'une surface courbe. Signalons le grand intérêt de l'article de M. Bompiani sur le principe de continuité de Poncelet, et celui de l'article de M. Enriques sur l'espace et le temps.

Le troisième volume également est d'un intérêt considérable. Nous ne pouvons mieux traduire l'impression que nous laissent les volumes de M. Enriques qu'en disant que nous souhaitons les voir, non pas dans la bibliothèque de tous ceux qui ont la charge d'enseigner les mathématiques, mais sur leur table de travail. Il semble d'ailleurs, après la lecture des *Questioni*, que l'on ressent davantage l'impression de beauté qui se dégage des Mathématiques. Et nous ferons nôtre la conclusion de J. Tannery rappelée au début de ce compte rendu.

L. GODEAUX.

---