Revue des publications italiennes récentes sur la balistique rationnelle. I.

Nous nous proposons de résumer, dans ces quelques pages, les travaux touchant la balistique rationnelle, publiés récemment en Italie. Ces travaux, dus à des mathématiciens, sont disséminés dans des revues de sociétés savantes, en général peu accessibles en dehors des villes universitaires; nous croyons donc utile de publier ces notes.

Nous commencerons par donner quelques détails sur les tables de tir italiennes, nécessaires pour l'intelligence de ce qui va suivre.

1. — SUR LA CONTEXTURE DES TABLES DE TIR ITALIENNES (1).

Les tables de tir en usage dans l'armée italienne, ont été calculées en prenant pour base l'altitude du polygone de Ciriè, soit 130 m., une pression atmosphérique de 750 mm., une température de 15° et une humidité de 50 p. c. La densité μ de l'air, dans ces conditions, est prise pour unité.

En regard de chaque portée, les tables de tir donnent, en général, trois « coefficients de correction » dénotés C_1, C_2, C_3. Ils sont destinés à permettre de tenir compte de la variation de densité de l'air avec l'altitude.

Le coefficient de correction pour l'altitude de la batterie C_1. Supposons qu'un tir s'effectue à l'altitude de 100 a mètres (en pratique, on arrondit l'altitude à unmultiple d'hectomètres) et sans angle de site. Soit X la distancede la pièce au but, exprimée en mètres. Si a est supérieur à 3, on tient compte de la variation de la densité de l'air.

Si le tir était effectué avec la hausse correspondant à X mètres, dans le cas $a > 3$, il serait trop long de ΔX_1 mètres. Par conséqnent, la hausse doit être prise pour la distance $X - \Delta X^1$.

On a $$\Delta X_1 = C_1 (a - 1).$$

(1) Nous empruntons les renseignements ci-dessous aux ouvrages :

Major L, GUCCI, *Nozioni generali sul puntamento e tiro delle artiglierie.* Torino. Casanova, 1917 (5e éd.).

Capitaine SPERANZINI, *Tiro teorico-pratico delle artiglierie di medio calibro.* Torino, Casanova, 1917 (2e éd.).

Le coefficient C_1 est calculé au moyen de la formule :

$$C_1 = 0{,}0085 \frac{\operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega} X,$$

φ étant l'angle de projection, ω l'angle de chute correspondant à la trajectoire de portée X.

Exemple : Supposons un tir effectué par une pièce de 149 A, à obus, charge n° 9, sur un but situé à 5,000 m., la pièce et le but étant tous deux à l'altitude de 800 m. On a $X = 5.000$, $a = 8$. La table de tir donne $C_1 = 17$, d'où $\Delta X_1 = 17 (8 - 1) = 119$ mètres. Le tir s'effectuera à la hausse correspondant, dans la table, à une portée de $5.000 - 119 = 4.881$ mètres.

Le coefficient de correction de l'angle de site C_2. — Supposons que la différence d'altitude entre la pièce et le but, arrondie à un multiple d'hectomètres, soît $\pm$ 100 h. Soit X la distance horizontale, exprimée en mètres, de la pièce au but. Pour plus de simplicité, nous supposerons que la corrections ΔX_1, dont il est question plus haut, ne doive pas être effectuée.

Au lieu de la distance X, on choisit pour calculer la hausse la distance $X \pm \Delta X_2$ mètres, où

$$\Delta X = C_2 h,$$

$$C_2 = 50 \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega} (\operatorname{tg} \omega + \operatorname{tg} \varphi),$$

de manière à tenir compte du site.

Exemple : Supposons la pièce à 200 m. d'altitude et le but à 800 m. d'altitude. On a donc $h = 6$. La pièce étant un canon de 149 A, tirant à obus, charge n° 9, et la distance pièce-but étant $X = 5.000$ mètres, la table de tir donne $C_2 = 10$. On en déduit $\Delta X_2 = 10 \times 6 = 60$. Le but étant plus élevé que la pièce, on devra prendre, dans la table, la hausse correspondant à la distance 5.060 m.

Le coefficient de correction pour le tir fusant C_3—. Lorsque le tir fusant s'effectue à une altitude (arrondie à un multiple d'hectomètres) de 100 *a* mètres, la variation de la densité de l'air influe sur la vitesse de combustion de la poudre du canal fusant. A une densité moindre correspond une vitesse de combustion moindre et, par suite, un retard dans l'éclatement du shrapnel. Pour amener l'éclatement à bonne hauteur, on calcule la graduation de la fusée d'après une distance fictive $X - \Delta X_3$ mètres, X étant la distance mesurée de la pièce au but.

On a $$\Delta X_3 = C_3 (a - 1)$$

$$C_3 = 0{,}0087 \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega} X.$$

Exemple : Supposons un tir fusant effectué par une pièce de 149 A., charge n° 8, distance $X = 5000$ mètres. Supposons, de plus, $a = 6$. La table de tir donne $C_3 = 22$, d'où $\Delta X_3 = 22 (6-1) = 110$. La graduation de la fusée devra donc être celle qui, dans la table, correspond à la distance $5000 - 110 = 4890$ mètres.

II. — F. Severi, sur les corrections au tir d'artillerie dépendant des variations de la densité de l'air. (1)

M. Severi s'est proposé d'écrire une instruction sur les corrections à apporter au tir en fonction des variations de la densité de l'air, permettant d'utiliser les anciennes tables de tir, sans compliquer outre mesure les calculs des commandants de batterie. A cet effet, il a imaginé d'introduire une altitude fictive, permettant d'utiliser les coefficients C_1, C_3 des tables. Cette instruction a été appliquée dans l'armée dont faisait partie M. Severi (comme adjoint au commandement de l'artillerie) depuis avril 1918.

Le travail dont il est question ici est, en quelque sorte, la justification théorique de cette instruction Ce qui nous paraît intéressant, c'est le souci de l'auteur de mettre en évidence les questions d'approximation.

Première approximation de la variation de portée en fonction des variations de la densité de l'air. Si B est la pression atmosphérique (en millimètres de mercure) et θ la température (en degrés centigrades), la densité balistique de μ l'air est exprimée, par la formule :

$$\mu = 0{,}3852 \frac{B}{273 + \Theta} \quad (1).$$

Si l'on différentie cette équation et que l'on admet que l'on peut considérer les différentielles comme des accroissements finis, on a :

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{\Delta B}{B} - \frac{\Delta \Theta}{273 + \Theta}.$$

L'accroissement de portée ΔX dû à une variation $\Delta \mu$ de la densité de l'air à l'origine de la trajectoire est :

$$\Delta X = -X \frac{\operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega} \frac{\Delta \mu}{\mu}$$

(formule donnée dans les traités de balistique). Cette formule peut s'écrire, en introduisant le coefficient C_1,

(1) F. Severi. – *Sulle correzioni al tiro d'artiglieria dipendenti dalle variazioni di densita dell' aria* (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Let ed. Arti, 1919, t. LXXVIII, pp. 297-322.

$$\Delta X = -\frac{C_1}{0{,}0085}\,\frac{\Delta\,\mu}{\mu}$$

et on a donc, en vertu de (1),

$$\Delta X = C_1\left(\frac{\Delta\,\Theta}{0{,}0085\,(273+\Theta)} - \frac{\Delta\,B}{0{,}0085\,B}\right).$$

En remplaçant Θ par $15°$, B par 750 mm., puis $\Delta\,\Theta$ par $\Theta - 15$, $\Delta\,B$ par $B - 750$, de manière à prendre comme origine la densité $\mu = 1$ ($\Theta = 15$, $B = 750$), cette formule devient :

$$\Delta X = C_1\,(0{,}408\,\Theta - 0{,}157\,B + 111{,}63) \quad (2).$$

On conviendra de dire que, si une pièce d'artillerie se trouve dans un endroit de température $\Theta°$ et de pression B^{mm}, son altitude balistique est (en hectomètres) :

$$a = 0{,}408\,\Theta - 0{,}157\,B + 111{,}63 \quad (3).$$

Comparant alors la formule (2) à la formule réglementaire de correction d'altitude :

$$\Delta X_1 = C_1\,(a - 1),$$

on voit qu'il suffira d'adjoindre à la table de tir une table à double entrée donnant les valeurs de *a* de la formule (3) en fonction des valeurs de Θ et de B.

Erreurs tolérables dans la lecture de Θ *et de* B. — La formule (3) montre immédiatement que si Θ varie de $1°$, ΔX varie de $0{,}408\,C_1$. Or, l'ordre de grandeur de C_1 est d'environ $0{,}004\,X$, par conséquent, si Θ varie de $1°$, ΔX varie de moins de $\frac{2\,X}{1000}$. Si l'on observe que la profondeur de la zone des 50 p.c. est sensiblement le centième ou $\frac{3}{2}$ centième de la portée, on voit qu'il suffit de faire la lecture de la température Θ avec $2°$ d'approximation.

De même, on constate que la pression B doit être évaluée avec 5 mm. d'approximation.

Cela étant, la table donnant les altitudes fictives *a*, peut être calculée pour des valeurs de Θ, de $2°$ en $2°$, pour les valeurs de B, de 5mm. en 5 mm.

On peut conclure de ce raisonnement qu'il est inutile de tenir compte de l'humidité de l'air. Si *f* dénote la tension de la vapeur d'eau contenue dans l'air en mm. de mercure, la formule (1) doit être modifiée en remplaçant B par $B - 0{,}377\,f$. Une variation de *f* influe donc d'une valeur sensiblement égale à une variation de 3 mm. de pression atmosphérique.

Relation entre les altitudes balistiques de deux stations. — Si deux stations se trouvent dans des conditions climatériques analogues, mais si l'altitude réelle de l'une surpasse de *h* hectomètres celle de l'autre, l'altitude balistique a' de la station la plus élevée vaut sensiblement

$$a' = a + 1{,}5\, h,$$

a étant l'altitude balistique de la station la moins élevée.

Si h est, au plus, égal à 3, si l'on prend $a' = a + h$, l'erreur commise sur la portée est inférieure à la profondeur de la zone des 50 p.c. Cette remarque est utile dans la distribution des stations météorologiques chargées de fournir les éléments atmosphériques aux batteries.

Formules rigoureuses. — M. Severi a établi la formule rigoureuse donnant la différentielle de la portée en fonction des éléments de la trajectoire. Nous ne la reproduirons pas, mais nous indiquerons à ce propos une hypothèse faite par M. Severi dans l'établissement de la formule (2). Soient Ox, Oy deux axes situés dans le plan de tir, Ox étant horizontal, Oy vertical, O étant l'origine de la trajectoire. Le paramètre de courbure β de Siacci, en un point (x, y) de la trajectoire, a pour valeur

$$\beta = \frac{\mu_y}{\mu} \frac{F(v)}{F(u)} \frac{\operatorname{Cos} \tau}{\operatorname{Cos}^2 \varphi},$$

où :

v est la vitesse au point considéré,

u la pseudo-vitesse au point considéré.

$F(v)$ la fonction retardatrice,

τ l'inclinaison de la trajectoire au point considéré,

μ_y la densité de l'air au point considéré,

μ la densité de l'air à l'origine,

φ l'angle de projection.

Eh bien, dans la première approximation, M. Severi admet que les valeurs moyennes de β, introduites dans la méthode de Siacci, sont égales.

En résumé, nous voyons donc que la formule de M. Severi suppose que :

a) Les valeurs moyennes de β sont égales ;

b) On peut, sans erreur sensible, substituer des accroissements finis aux différentielles.

Seconde approximation. — Il est résulté de l'expérience que la formule (2) donnait, en général, une correction trop faible, particulièrement pour les tirs à longue portée. M. Severi a établi une seconde formule, en conservant l'hypothèse *a*, mais en laissant tomber l'hypothèse *b*. Voici comment il procède :

On a
$$\frac{dX}{d\mu} = -\frac{C_1}{0{,}0085\, \mu},$$

d'où
$$\frac{d^2X}{d\mu^2} = \frac{C_1}{0{,}0085\, \mu^2}\left(\frac{1}{0{,}0085}\frac{dC_1}{dX} + 1\right)$$

D'autre part,

$$\Delta X = \Delta\mu \left(\frac{dX}{d\mu}\right)_{\mu = 1} + \frac{1}{2}\Delta\mu^2 \left(\frac{d_2X}{d\mu^2}\right)_{\mu = \bar{\mu}},$$

$\bar{\mu}$ étant compris entre 1 et $1 + \Delta\mu$.

En combinant ces diverses formules, on trouve :

$$\Delta X = C_1 (a - 1) + \frac{C_1}{2.0{,}0085\,\bar{\mu}^2}\left[\frac{1}{0{,}0085}\left(\frac{dC_1}{dX}\right)_{\mu = \bar{\mu}} + 1\right]\Delta\mu^2$$

C_1 étant une fonction croissante de X, $\frac{dC_1}{dX}$ est positif pour $\mu = \bar{\mu}$ et, par suite, le second terme de la formule précédente est positif, ce qui confirme le résultat fourni par l'expérience et invoqué plus haut.

Une valeur plus approchée de ΔX s'obtiendra en prenant

$$\Delta X = \Delta\mu \left(\frac{dX}{d\mu}\right)_{\mu = 1} + \frac{1}{2}\Delta\mu^2 \left(\frac{d_2X}{d\mu^2}\right)_{\mu = 1},$$

c'est-à-dire :

$$\Delta X = C_1 (a - 1) + \frac{C_1}{2.0{,}0085}\left[\frac{1}{0{,}0085}\left(\frac{dC_1}{dX}\right)_{\mu = 1} + 1\right]\left(a - 1\right)^2.$$

Une valeur moyenne du coefficient de $C_1\ (a - 1)^2$ est 0,006, d'où la formule de correction

$$\Delta X = C_1 (a - 1) + 0{,}006\, C_1 (a - 1)^2$$

Il est intéressant de citer l'exemple du tir du canon de 152 de 45 calibres, à la portée de X = 19.000 m. et à la cote balistique $a = 16$ hectomètres. On trouve

$C_1 = 86$, $C_1 (a - 1) = 1.290^m$ $0{,}006\, C_1 (a - 1)^2 = 116^m$

Or, la profondeur de la zone des 50 p. c. est, dans ces conditions, de 144 m.

Emploi de l'altitude balistique pour le tir fusant. — Soient G la graduation de la fusée, t la durée de combustion, r_o la vitesse de combustion du canal fusant à l'origine de la trajectoire. Les variations ΔG, Δt, Δr_o de ces éléments pour des variations de la densité de l'air, sont, d'après Bianchi (1), liées par la relation

$$\frac{\Delta G}{G - G} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta r}{r_o},$$

G_o étant la graduation correspondant à la durée $t = 0$.

Le premier terme $\frac{\Delta t}{t}$ est donné par la formule (2)

$$\frac{\Delta t}{t} = \left(\frac{x \operatorname{tg} \psi_x}{T_x U_x \sin \omega} - 1\right)\frac{\Delta \mu}{\mu},$$

(1) G. BIANCHI. — *Corso teorico-pratico di bàlistica esterna.* Torino, Pasta, 1910.

(2) G. BIANCHI, *loc. cit.*

où x est l'abcisse du point d'éclatement, ψ_x l'angle de projection, T_x la durée du parcours, ω_x l'angle de chute, U_x la vitesse restante relative à la trajectoire de portée x.

Pour le second terme, on adopte la formule empirique

$$r = r_o - 100\, r' \, (q - 1),$$

où q est l'altitude réelle en hectomètres, r_o la vitesse de combustion sous 750 mm. de pression, r la vitesse de combustion à l'altitude q, r' un coefficient numérique dépendant de la fusée. De cette formule on déduit

$$\frac{\Delta\, r_o}{r_o} = - \frac{100\, r'}{r_o} \, (q - 1),$$

Si a est l'altitude balistique (en hectomètres) on a

$$a - 1 = - \frac{\Delta\, \mu}{0{,}0085},$$

d'où, en prenant pour origine la densité $\mu = 1$,

$$\frac{\Delta\, t}{t} = 0{,}0085 \left(1 - \frac{x \operatorname{tg} \psi_x}{T_x\, U_x \sin \omega_x} \right) (a - 1).$$

De ces formules, on déduit

$$\Delta\, G = \lambda\, (a - 1) + \frac{100\, r'}{r_o} \, (a - q) \, (G - G_o), \qquad (4)$$

après avoir posé

$$\lambda = \left[0{,}0085 \left(1 - \frac{x \operatorname{tg} \psi_x}{T_x\, U_x \sin \omega_x} \right) - \frac{100\, r'}{r_o} \right] (G - G_o).$$

En négligeant, dans la formule (4), le second terme, on commet, en général, une erreur de l'ordre d'une division de la graduation, alors que le premier terme porte généralement sur des dizaines de divisions. On négligera donc le second terme et on prendra la formule $\Delta\, G = \lambda\, (a - 1)$.

Cette variation de la graduation correspond à une variation

$$\Delta\, X_3 = C_3 \, (a - 1),$$

de la portée. La formule réglementaire pour la correction du tir fusant est donc toujours applicable, en prenant l'altitude balistique.

M. Severi fait remarquer que cette formule, de même d'ailleurs que la formule réglementaire, se révèle peu satisfaisante en pratique. Il signale au sujet du tir fusant un phénomène très curieux. En haute montagne, sous de grands angles de tir, certaines fusées à temps ne fonctionnent plus, c'est-à-dire que la vitesse de combustion se réduit à zéro.

Tables de tir graphiques. — Pour certaines pièces d'artillerie en usage dans l'Armée italienne, il existe des tables de tir graphiques représentant le faisceau des trajectoires pour une vitesse initiale donnée. Elles sont établies en supposant le but sur l'horizon de la pièce. Sur ces tables se trouvent indiquées les lignes d'égale élévation, c'est-à-dire les lieux géométriques des points situés en dehors du plan de l'horizon et à des distances variant de 200 en 200 mètres de la bouche à feu (distances corrigées du $\Delta \dot{X}_2$). On y trouve également les lignes d'égale graduation de la fusée à temps. Ces tables sont construites pour une même pièce et une même vitesse initiale, pour les attitudes de 200 en 200 mètres.

M. Severi propose de se limiter à une seule table de tir graphique (pour chaque pièce et chaque vitesse initiale) correspondant à une densité balistique de l'air $\mu = 1$. Sur ces tables se trouveraient imprimées des tables donnant notamment les diverses valeurs du coefficient C_1 et les déviations probables. Pour corriger l'inclinaison fournie par la table graphique, lorsque l'altitude de la batterie est a, il suffirait de calculer la correction ΔX (fournie par une des deux formules dont il est question plut haut) en utilisant la valeur de C_1 correspondant à la trajectoire passant par le but ; de traduire cette correction en déviations probables et de corriger l'inclinaison en conséquence.

(A suivre.) L. GODEAUX, Lieutenant de réserve du 18 A.
Professeur à l'Ecole Militaire.