

Sur les points d'Eckardt d'une surface cubique (seconde note)

Lucien Godeaux

Résumé

Rectification à la première note à la suite d'une observation de M. B. Segre.

Citer ce document / Cite this document :

Godeaux Lucien. Sur les points d'Eckardt d'une surface cubique (seconde note). In: Bulletin de la Classe des sciences, tome 57, 1971. pp. 455-456;

doi : <https://doi.org/10.3406/barb.1971.61912>

https://www.persee.fr/doc/barb_0001-4141_1971_num_57_1_61912

Fichier pdf généré le 04/06/2020

Sur les points d'Eckardt d'une surface cubique

(seconde note)

par LUCIEN GODEAUX
Membre de l'Académie

Résumé. — Rectification à la première note à la suite d'une observation de M. B. Segre.

Soit F une surface cubique privée de point multiple contenant trois points d'Eckardt P_1, P_2, P_3 situés sur une droite p n'appartenant pas à la surface. Désignons par $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3$ les plans tangents à F en ces points et par p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} les droites passant par P_i et situées dans le plan $\bar{\omega}_i$.

La droite commune aux plans $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2$ ne peut appartenir à F et chacune des droites p_{21}, p_{22}, p_{23} rencontre une des droites p_{11}, p_{12}, p_{13} . Nous supposons que la droite p_{1k} rencontre la droite p_{2k} .

Le même raisonnement repris en considérant les plans $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_3$ montre que les droites p_{11}, p_{12}, p_{13} rencontrent par exemple respectivement les droites p_{31}, p_{32}, p_{33} . Il en résulte que les droites p_{11}, p_{21}, p_{31} trouvent dans un même plan α_1 passant par la droite p . De même les droites p_{12}, p_{22}, p_{32} se trouvent dans un plan α_2 et les droites p_{13}, p_{23}, p_{33} dans un plan α_3 , ces plans passant par la droite p .

Dans notre première note ⁽¹⁾, nous avons supposé que les trois droites situées dans le plan α_i concouraient en un point P'_i , qui était à son tour un point d'Eckardt. Or, M. Segre, en analysant les surfaces cubiques possédant des points d'Eckardt ⁽²⁾, a montré que ces trois conditions étaient superflues. Il a d'ailleurs donné un exemple d'une

⁽¹⁾ La première note est parue dans ce Bulletin, 1970, pp. 89-95.

⁽²⁾ *The non-singular cubic surfaces* (Oxford, The Clarendon Press, 1942), p. 152.

surface ne possédant que trois points d'Eckardt et précisément la surface d'équation

$$x_1^3 + x_2^3 + ax_3^3 + bx_4^3 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3 = 0,$$

la droite p ayant pour équations $x_3 = x_4 = 0$ et n'appartenant pas à la surface. Les points d'Eckardt sont les points $P_1(1,0,0,0)$, $P_2(0,1,0,0)$, $P_3(1,-1,0,0)$

Les plans $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3$ ont respectivement pour équations

$$x_2 + x_3 + x_4 = 0, \quad x_1 + x_3 + x_4 = 0, \quad x_1 + x_2 = 0$$

et l'ensemble des plans $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ a pour équation

$$ax_3^3 + bx_4^3 + (x_3 + x_4)^3 = 0,$$

les constantes a et b étant choisies de telle sorte que ces trois plans soient distincts.

On constate que la surface que nous avons considérée est un cas particulier de celle de M. Segre.

Liège, le 14 avril 1971.