

Holographie,
Hologrammes,
Avatars électroniques,
ce que l'on ne vous a pas dit . . .

[3^e partie]

[version provisoire et incomplète – avril 2024]

Yvon Renotte, Dr Sci., enseignant-chercheur honoraire de l'Université de Liège
Past-prof invité, co-fondateur du HOLOLAB, Dépt. AGO (Astrophysique)
y.renotte@uliege.be – <https://orbi.uliege.be/profile?uid=p041181> - www.linkedin.com/in/yvon-renotte-54a91a13
<https://hdl.handle.net/2268/300493>

Annexes

Quelques rappels de théorie

Sommaire

- Préliminaires	p.1
- Hologrammes d'amplitude et de phase : Rappels	p.2
- 1^{re} étape : l'enregistrement	p.4
- 2^e étape : la reconstruction	
- Cas de l'hologramme d'amplitude	p.4
- Cas de l'hologramme de phase	p.6
- Quelques rappels d'interférométrie	
- Enregistrement d'un réseau « classique »	p.8
- Généralisation	p.10
- Application(s) : Montage(s) typique(s) d'enregistrement holographique	p.11
- Cas pratiques	p.14

Préliminaires

En entreprenant la rédaction de ces quelques notes, mon propos n'était pas d'écrire un ^{nième} cours d'optique holographique, ce que d'autres ont fait mieux que je pourrais le faire. Plus modestement, mon but est de tenter d'expliquer aussi simplement que possible ce que sont les hologrammes et l'holographie, et de les comparer à d'autres procédés d'imagerie 2D et surtout 3D. J'ai donc choisi de réduire au strict minimum les approches analytiques et de privilégier les descriptions.

Rappelons que l'holographie reproduit l'image 3D avec toutes ses caractéristiques, notamment la perspective. Il en résulte que lorsque vous observez une telle image, vos voisin(e)s ne voient pas la même scène que vous. Ou plutôt, ils voient la même scène mais sous des angles différents. En photographie et en stéréoscopie, tous les spectateurs voient une seule et même scène, quelle que soit leur position face à celle-ci, celle dont la perspective a été « figée » par la géométrie relative de la scène et de l'opérateur lors de l'enregistrement.

À mesure de l'évolution de la rédaction, je me suis rendu compte qu'il serait difficile d'éviter un minimum de rappels théoriques, sans risquer de « laisser planer chez certain(e)s lecteurs/trices » des

imprécisions préjudiciables à la bonne compréhension de notions et mécanismes à la base du processus holographique. J'ai donc « accepté » de faire une *petite entorse* au principe initialement adopté. Celles et ceux que quelques équations n'effrayent pas (trop) trouveront des informations complémentaires dans l'annexe théorique, les autres peuvent « sauter » cette étape sans préjudice.

Merci à celles et ceux qui ont discuté le(s) sujet(s) abordé(s) et partagé leurs avis avec moi, ainsi qu'à celles et ceux qui m'ont fourni des informations et des documents originaux.

Un merci particulier à Jeff Blyth, Pierre-Alexandre Blanche, Yaël Nazé, Yves et Philippe Gentet, Pierre Chavel et Gilles Pauliat, Brigitte Monfort, René Cahay, François Rémy, . . . toutes mes excuses à celles et ceux, nombreux(ses), que j'oublie . . .

Hologrammes d'amplitude et de phase : Rappels¹

La qualité d'un hologramme est exprimée par sa « *luminosité relative* », c'est-à-dire par son aptitude à transférer dans les images une fraction plus ou moins importante du faisceau utilisé pour le lire. Ce paramètre peut être quantifié, c'est le *rendement de diffraction* η du réseau holographique égal au rapport entre l'intensité I_d de la lumière diffractée formant l'image virtuelle et l'intensité I_R du faisceau de lecture² :

$$\eta = I_d / I_R$$

Pour les hologrammes d'amplitude, les valeurs théoriques maximales de η sont inférieures à 10%. En raison de ces faibles valeurs, on préfère les hologrammes de phase pour lesquels le rendement peut atteindre (quasiment) 100%. Ce qui explique pourquoi, en pratique, on transforme souvent les hologrammes d'amplitude enregistrés dans des émulsions argentiques en hologrammes de phase par un traitement chimique supplémentaire (précisé ultérieurement).

Pour ne pas allonger le paragraphe, l'approche analytique est principalement développée dans le cas de l'*hologramme par transmission* « hors axe ». Celui de l'*hologramme par réflexion* en est aisément déductible en se référant, et en adaptant, les schémas de la figure A.1³.

Nous avons limité l'objet à quatre points puisqu'ils suffisent pour former un volume, à la condition que l'un ne soit pas contenu dans le plan formé par les trois autres. Afin de simplifier la représentation du dispositif d'enregistrement, elle est réduite au matériau photosensible éclairé par le faisceau de référence d'élongation $e_R(t)$ et par ceux diffusés par les points objets, d'élongation $e_{O_i}(t)_{i=1 \rightarrow 4}$ [Figure A.1.b]. La source LASER, les miroirs, les diviseur et élargisseur de faisceau et les éventuels autres composants optiques, sont représentés séparément [Figure A.1.a]. L'éclairement $I(x,y,z)$ est « mesuré » en un point $P(x,y,z)$ de la couche photosensible. L'élongation $e_P(x,y,z)$ est la somme des élongations en P des signaux provenant des points sources O_i et du faisceau de référence. Les distances r_i entre les points objets O_i et $P(x,y,z)$ étant très grandes par rapport à la longueur d'onde λ du rayonnement LASER éclairant la scène et à l'épaisseur d du matériau photosensible d'enregistrement ($r_i \gg \lambda$ et $\gg d$), nous les supposons égales à une valeur « moyenne » r_0 afin de simplifier les calculs sans dénaturer le problème. Cette approximation permet d'également supposer que le *front d'onde objet* Σ_O correspondant est plan, comme le *front d'onde de référence* Σ_R . Dans ces conditions, le déphasage $\varphi(x,y,z)$ entre les ondes incidentes au voisinage de P est fixé par l'angle θ entre les normales aux fronts d'onde précédents [Figure A.1] :

$$\varphi(x,y) = -kx \sin \theta = -\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta = -2\pi \xi x \quad ; \quad \xi = \frac{\sin \theta}{\lambda}$$

$k = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde,

-
1. Etienne Renotte, *Visualisation de modes normaux de vibration par interférométrie holographique*, Mémoire présenté pour l'obtention du grade d'Ingénieur civil électro-mécanicien- tendance aérospatiale, ULg (1990)
 2. Certains auteurs appellent cette grandeur « *efficacité* » du réseau et « *rendement* » la totalité de l'intensité diffractée dans l'ensemble des ordres différents de zéro.
 3. Yvon Renotte, *Holographie, Hologrammes, Avatars électroniques, ce que l'on ne vous a pas dit . . . [2^e partie]*, Figure 16 (2023), 19 ; <https://hdl.handle.net/2268/301852>

si l'indice de réfraction $n > 1$ (par exemple le matériau photosensible) : $\sin \theta = n \sin \theta'$ et $\lambda' = \lambda / n$.

Remarques

Il est légitime de « réduire » l'analyse de l'image holographique à celle de la distribution de l'éclairement en un point P du récepteur photosensible, sachant que *chaque pixel* de celui-ci reçoit l'entière information venant de tous les points de la surface éclairée de l'objet. Chaque pixel est ainsi « représentatif » de l'ensemble.

De ce qui précède on peut aisément déduire que la figure d'interférence créée dans le récepteur est constituée d'une « trame » principale que nous appellerons « la porteuse » de fréquence spatiale Λ fonction de λ , θ et n , résultant de l'interférence entre les faisceaux de référence et objet-moyen. À celle-ci se superpose une distribution locale résultant des interférences entre les faisceaux issus des différents points objets. L'ensemble forme une distribution de franges « fort complexe » qui constituera le réseau holographique après enregistrement (et traitement) du récepteur.

Figure A.1 – Enregistrement d'un hologramme par transmission, « hors axe »

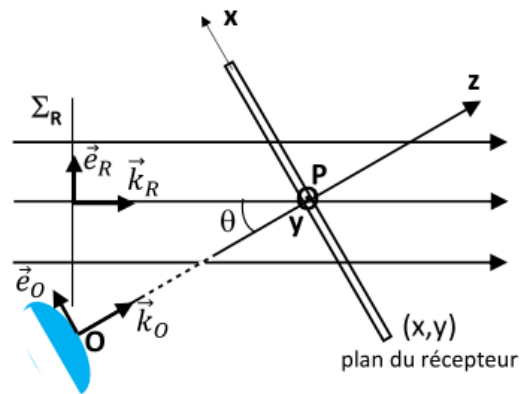
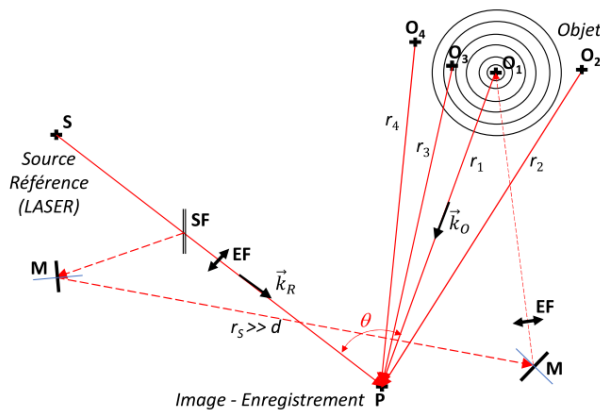


Schéma « bloc » du dispositif d'enregistrement d'un hologramme par transmission : 4 points objets O_i

S : source LASER ; SF : séparateur de faisceaux (50/50) ; M : miroirs (de qualité « optique ») ; EF : élargisseurs de faisceau (les composants conservent la cohérence)

(N.B. les dimensions ne sont pas respectées sur les schémas)

$$r_i \gg d \text{ et } \overline{O_i O_j} \ll r_i ; r_s = (\overline{SF})\overline{P}$$

θ : angle entre les rayons axiaux du faisceau de référence r_s et du faisceau objet r_o

$$r_i \simeq r_j \Big|_{i,j=1 \rightarrow 4}^{i \neq j} = r_o \text{ et } \widehat{r_i r_s} \simeq \widehat{r_o r_s} = \theta$$

La différence δ entre les chemins optiques « référence » r_s et « objet » $[(\overline{SF})\overline{M} + \overline{MM} + \overline{MO} + \overline{OP}]$ doit être inférieure à la longueur de cohérence ℓ du LASER ⁴

Schéma du site d'enregistrement résultant des simplifications permises par la « géométrie relative » des points O_i de l'objet, du faisceau de référence r_s et du récepteur photosensible au voisinage du point $P(x,y,z)$: Oy est dans le plan de la figure, le plan (x,y) est perpendiculaire à Oy et au plan de la figure, l'épaisseur de la couche photosensible $d \ll \overline{OP} = r_o$

$$r_o = \left(\sum_{i=1}^4 r_i \right) / 4$$

→ au voisinage de P, on réduit les fronts d'onde objets à un front d'onde « moyen » Σ_o de vecteur d'onde \vec{k}_o

Le matériau photosensible couvre le côté faisant face à l'objet sur le récepteur

4. L'enregistrement holographique repose sur le processus d'interférence qui résulte de l'interaction entre au moins deux ondes synchrones (*même fréquence*), cohérente (*différence de phase constante au cours du temps*) et non croisées (\vec{E}_i non perpendiculaire à \vec{E}_j). Il en résulte une distribution (quasi)stationnaire de l'éclairement, constituée de zones alternativement claires (les maxima où les ondes arrivent en phase à chaque instant), et sombres (les minima où elles arrivent en opposition de phase à chaque instant). Les LASERS sont des sources de lumière cohérente quoique jamais parfaitement monochromatiques. Le « léger défaut de cohérence temporelle » engendre une largeur de bande $\Delta\nu$ (autour de la fréquence « caractéristique » = la couleur du faisceau LASER) limitant la différence permise entre les chemins optiques des faisceaux qui pourront interférer. C'est la *longueur de cohérence* de la source ℓ . Elle est très petite, de quelques micromètres à plusieurs millimètres pour les sources classiques (à incandescence et luminescence), de plusieurs dizaines de centimètres, de mètres pour les LASERS même « peu cohérents » : $\ell = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$.
Par exemple pour un LASER HeNe : $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 10^{-3} \text{ nm}$ et $\ell = 30 \text{ cm}$; LASER Ar⁺ : $\lambda = 514,5 \text{ nm}$, $\ell =$ quelques dizaines de centimètres à plusieurs mètres selon le filtrage appliqué ; pour le Soleil : $\lambda = 500 \text{ nm}$; $\Delta\lambda = 400 \text{ nm}$ et $\ell = 6.10^{-7} \text{ m}$.

- 1^{re} étape : **l'enregistrement**

Dans la configuration décrite, les élongations des flux en $P(x,y,z)$ sont :

- pour le faisceau de référence : $\vec{e}_R = \vec{E}_R e^{j\omega t}$ de *complexe conjugué* : $\vec{e}_R^* = \vec{E}_R e^{-j\omega t}$
 - pour les faisceaux objets ($i = 1 \rightarrow 4$) : $\vec{e}_{O_i} = \vec{E}_{O_i} e^{j(\omega t - 2\pi x \xi_i)}$ de *conjugués* : $\vec{e}_{O_i}^* = \vec{E}_{O_i} e^{-j(\omega t - 2\pi x \xi_i)}$
- donc $\vec{e}_P = \vec{e}_R + \sum_{i=1}^4 \vec{e}_{O_i}$ et $\vec{e}_P^* = \vec{e}_R^* + \sum_{i=1}^4 \vec{e}_{O_i}^*$

ce qui produit une distribution de l'éclairement $I_P(x,y,z)$, résultant de l'interférence entre les faisceaux r_s et r_{O_i} s'y croisant. Afin de simplifier l'écriture sans altérer la portée des résultats, nous considérerons les faisceaux non polarisés :

$$I_P(x, y, z) = \vec{e}_P \cdot \vec{e}_P^* = \left(\vec{e}_R + \sum_{i=1}^4 \vec{e}_{O_i} \right) \cdot \left(\vec{e}_R^* + \sum_{i=1}^4 \vec{e}_{O_i}^* \right)$$

$$\simeq E_R^2 + \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 + E_R \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) (e^{j2\pi x \xi} + e^{-j2\pi x \xi}) \quad [1]$$

$$= I_R + \left(\sum_{i=1}^4 \sqrt{I_{O_i}} \right)^2 + 2\sqrt{I_R} \cdot \left(\sum_{i=1}^4 \sqrt{I_{O_i}} \right) \cos(2\pi x \xi)$$

$$= I_R + \sum_{i=1}^4 I_{O_i} + 2\sqrt{I_R} \left(\sum_{i=1}^4 \sqrt{I_{O_i}} \right) \cos(2\pi x \xi) + 2 \left(\sum_{i,j=1}^4 \sqrt{I_{O_i} I_{O_j}} \right) \quad [2]$$

compte tenu des conditions précédentes, soit $\xi_i|_{i=1}^4 = \xi = \sin \theta / \lambda$

les I_R et I_{O_i} sont respectivement les éclairements produits en $P(x,y,z)$ par le faisceau de référence r_s et par chacun des faisceaux objet r_i .

Le premier terme de l'équation [2] correspond à l'éclairement produit en P par le faisceau de référence r_s , le deuxième à la somme des éclairements produits en P par les faisceaux r_i , le troisième exprime les interférences entre r_s et chacun des r_i , le quatrième les interférences mutuelles entre les r_i . *L'ensemble donne une figure d'interférence extrêmement complexe en chacun des pixels de la couche photosensible.*

Le matériau d'enregistrement et/ou les traitements post-exposition appliqués déterminent le type d'*hologramme* produit : *d'amplitude ou de phase.*

Pour rappel : typiquement, les hologrammes enregistrés dans des *émulsions argentiques*, simplement développées et fixées, donnent des *hologrammes d'amplitude*. Un post-traitement de blanchiment pourra le muter en un *hologramme de phase* par transformation des clusters argentiques formant l'image latente en clusters d'un sel argentique transparent. Les *dichromates* et les *photopolymères* donnent presque tous, directement, des hologrammes de phase par micro-variations locales de l'indice de réfraction ou en créant un microrelief de surface (cas des *photoresists*)⁵.

- 2^{de} étape : **la reconstruction**

Le réseau – hologramme traité est lu à l'aide du faisceau de référence r_s sous des conditions géométriques identiques à celles de l'enregistrement faute de quoi les images seront « au mieux » déformées, « au pire » illisibles [Figure A.2].

Un autre « défaut de cohérence » peut intervenir, le défaut de ponctualité des sources plus ou moins étendues. Ce défaut de *cohérence spatiale* réduit la visibilité des franges d'interférence. Il intervient peu dans les éclairements LASERS.

- Orazio Svelto, *Principles of LASERS*, Plenum Press NY (1998) ; Sébastien Forget, *Les LASERS et leurs applications*, Laboratoire de Physique des LASERS – Université Paris-Nord (2006) ; http://www-lpl.univ-paris13.fr:8090/Documents/Cours%20Laser_complet.pdf
- Eugene Hecht, *Optics*, Addison-Wesley Publishing, 2^d ed. (1987), 259-269 et 577-593
- 5. Howard M. Smith, *Holographic Recording Materials*, Topics in Applied Physics, Vol.20, Springer-Verlag (1977), R.A. Bartolini, *Photoresists*, 209-227
- Gurusamy Manivannan and Roger Lessard, *Trends in Holographic Recording Materials*, TRIP Vol.2, 8, Elsevier Science (1994), 282-290

Cas de l'hologramme d'amplitude

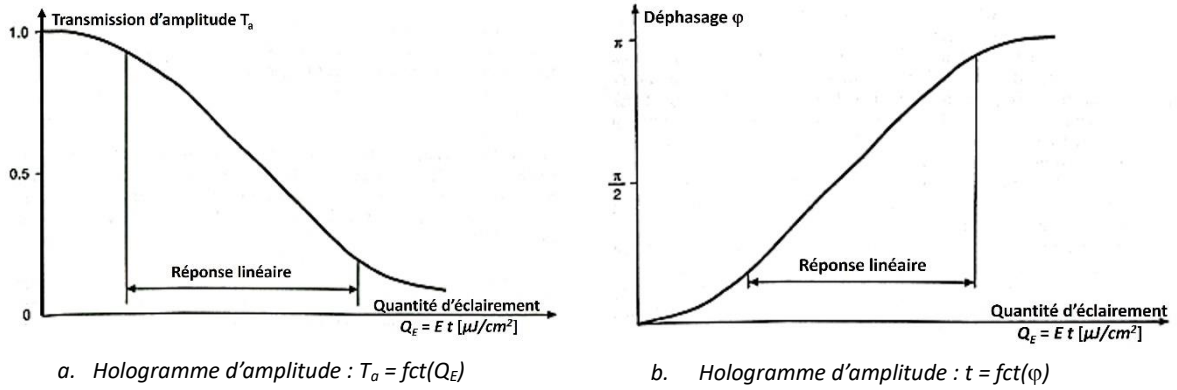
Historiquement le premier type d'hologramme réalisé ⁶. Le réseau diffracte la lumière du faisceau de lecture r_s comme si elle provenait de chacun des points de l'objet. **L'image de celui-ci est donc virtuelle et observée au travers de l'hologramme.**

L'éclairage étant cohérent, le processus de lecture sera analysé en examinant la distribution des amplitudes diffractées en fonction de l'éclairement des pixels du « récepteur traité » par le faisceau r_s correctement élargi. La réponse du substrat utilisé est donc la courbe exprimant la variation de T_a , la transmission de l'amplitude, en fonction de Q_E , la quantité d'éclairement [$\mu\text{J}/\text{cm}^2$] = $E t$. Cette courbe permet de déterminer la durée correcte de l'exposition t [s] à partir de la mesure de l'éclairement E [$\mu\text{W}/\text{cm}^2$] du champ objet, de manière à situer au mieux le point de fonctionnement au milieu de la partie linéaire de la courbe caractéristique du photorécepteur [Figures A.2.a]. Celle-ci peut s'écrire

$$T_a(x, y) = T_0 + \beta t \cdot I_P(x, y, z) \quad [3]$$

T_0 et β étant des caractéristiques du matériau photosensible, respectivement le bruit de fond (voile) et la pente (sensibilité = $\Delta T_a / \Delta Q_E$ [J/m^2]⁻¹), et t la durée d'exposition [s].

Figure A.2 – Courbes réponses typiques d'un matériau photosensible en fonction de la quantité d'éclairement Q_E ⁷



L'amplitude complexe du faisceau diffracté $a_d(x, y)$ lorsque l'on éclaire la zone $P(x, y)$ de l'hologramme avec le faisceau de référence r_s , est

$$a_d(x, y) = T_a(x, y) \cdot a_R \quad [4]$$

a_R étant l'amplitude complexe de r_s . Rappelons que nous avons choisi r_s pour référence de phase nulle, donc a_R se réduit à sa partie réelle E_R .

En posant $\beta t = \tau$, $\rho = T_0 + \tau E_R^2$, $\mu = \tau E_R^2$ et en associant [1], [3] et [4]

$$\begin{aligned} a_d(x, y) &= \left\{ T_0 + \tau \cdot \left[E_R^2 + \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 + E_R \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) (e^{j2\pi x \xi} + e^{-j2\pi x \xi}) \right] \right\} \cdot E_R \\ &= E_R \left[\rho + \tau \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 \right] + \mu \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) e^{j2\pi x \xi} + \mu \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) e^{-j2\pi x \xi} \\ &= \psi a_R + \mu \sum_1^4 a_{I_r}^* + \mu \sum_1^4 a_{I_v} \quad [5] \end{aligned}$$

Si l'on considère les N points de la surface éclairée de l'objet, l'amplitude complexe diffractée en $P(x, y, z)$ devient :

6. Emmet Leith and Juris Upatnieks, *Reconstructed wave-fronts and communication theory*, J. Opt. Soc. Am., 52 (1962), 1123-1130 ; *Wave-front reconstruction with continuous-tone transparencies*, JOSA, 53 (1963), 522 A ; *Wave-front reconstruction with continuous-tone objects*, JOSA, 53 (1963), 1377-1381 ; *Wave-front reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects*, JOSA, 54 (1964), 1295-1301
7. Hans I. Bjelkhagen, *Silver-Halide Recording Materials for Holography and their Processing*, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag (1993), 57-75

$$a_d(x, y) = \psi a_R + \mu \sum_{i=1}^N a_{I_r}^* + \mu \sum_{i=1}^N a_{I_v} \quad [6]$$

En multipliant $a_d(x, y)$ par e_R , on obtient les rayonnements diffractés correspondant à la figure A.2 de gauche

$$e_d = a_d(x, y) \cdot e^{j\omega t} = \psi E_R e^{j\omega t} + \mu \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) e^{j(\omega t + 2\pi x \xi)} + \mu \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) e^{j(\omega t - 2\pi x \xi)} \quad [7]$$

Image virtuelle orthoscopique

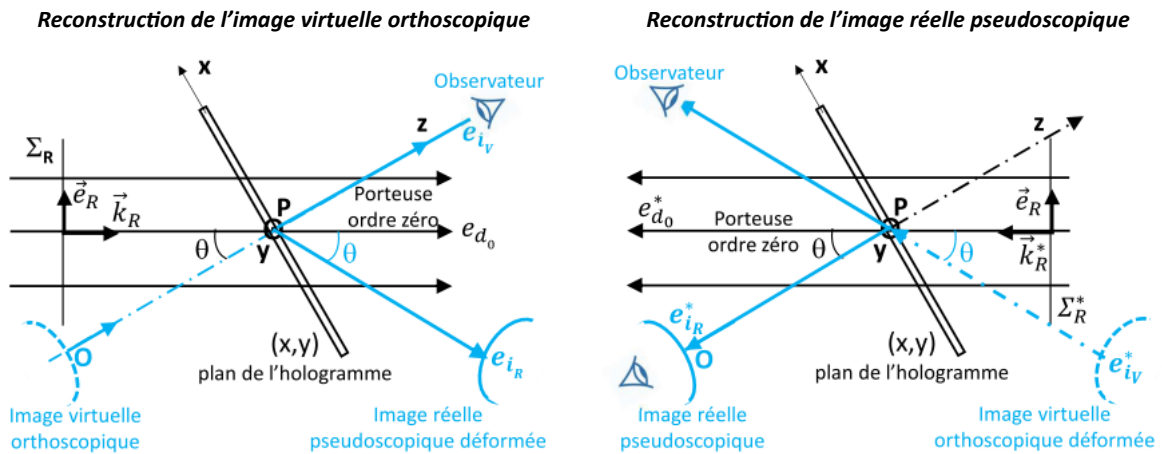
En multipliant par le complexe conjugué e_R^* , ceux correspondant à la figure A.2 de droite

$$e_d^* = a_d(x, y) \cdot e^{-j\omega t} = \psi E_R e^{-j\omega t} + \mu \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) e^{-j(\omega t - 2\pi x \xi)} + \mu \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) e^{-j(\omega t + 2\pi x \xi)} \quad [8]$$

Image réelle pseudoscopique

- Le premier terme de la somme [7] est le faisceau de lecture / référence à un coefficient constant près. Il correspond à l'ordre zéro transmis par le réseau éclairé par r_s . Le premier terme de [8] est équivalent pour le faisceau conjugué (ce qui correspond pratiquement à retourner l'hologramme sur lui-même autour de Oy ou à l'éclairer en sens inverse).
- Le troisième terme de [7] est la somme des faisceaux émis par les points éclairés de l'objet, à un coefficient constant près. Il correspond à l'image virtuelle orthoscopique de l'objet, observée en transmission [Figure A.3 – gauche]. Le deuxième terme de [8], équivalent, correspond à l'image réelle pseudoscopique de l'objet, en transmission [Figure A.3 – droite].
- Le deuxième terme de [7] est la somme des faisceaux conjugués des points éclairés de l'objet, à un coefficient constant près. Il correspond à l'image réelle pseudoscopique déformée de l'objet. Le troisième terme de [8], équivalent, correspond à l'image virtuelle orthoscopique et déformée de l'objet.

Figure A.3 : Schéma du dispositif de lecture de l'hologramme enregistré à l'aide du montage en transmission de la Figure A.1- droite



Cas de l'hologramme de phase

Comme signalé, la première étape est analogue à celle du cas précédent. C'est le rôle du matériau d'enregistrement qui intervient différemment et entraîne une analyse différente de la seconde étape.

Le matériau photosensible est transparent, du moins après les traitements post-exposition, et l'information est enregistrée sous forme de variations locales, microscopiques, de la phase.

Précédemment, nous avons supposé que le(s) traitement(s) post-exposition ne modifiaient que la transparence du matériau, par exemple de l'émulsion, laissant inchangés (ou modifiant uniformément) son indice de réfraction et/ou son épaisseur. Le déphasage imposé par le substrat est donc constant pour tout rayon incident et peut être ignoré, ce qui fut le cas ci-avant.

Le stockage de l'information est réalisé par les variations de la *transparence complexe du substrat*

$$t(x, y) = e^{-\alpha d} e^{-jknd} = |t| e^{j\varphi} ; \quad k = 2\pi/\lambda$$

α est le coefficient d'absorption, d l'épaisseur et n l'indice de réfraction du substrat

Dans le premier cas, seul α varie avec la quantité d'éclairement Q_E reçue. Pour l'hologramme de phase, les traitements doivent être tels que $\alpha = 0$ et seuls n et/ou d varient avec Q_E ce qui entraîne

$$|t| = 1 \text{ et } t(x, y) = e^{j\varphi(x, y)} \quad [3']$$

La réponse du matériau d'enregistrement sera donc exprimée par des courbes traduisant la « *variation de la phase* » en fonction de celle de la quantité d'éclairement [Figure A.2.b] :

$$\varphi(x, y) = \varphi_0 + \varphi_1 Q_E(x, y) \quad [4'], \quad Q_E(x, y) = t E(x, y)$$

φ_0 et φ_1 étant des caractéristiques du matériau photosensible, respectivement le bruit de fond et la pente (sensibilité = $\Delta\varphi_1 / \Delta Q_E$ [(J/m²)⁻¹]), t la durée d'exposition [s].

En associant [1], [3'] et [4'], les *formules d'Euler* et développements en série *des fonctions de Bessel*⁸ donnent

$$\varphi(x, y) = \varphi_0 + \varphi_1 t I_P(x, y) = \varphi_0 + \varphi_1 t \left[E_R^2 + \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 + 2 E_R \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) \cos(2\pi x \xi) \right]$$

et

$$t(x, y) = \exp j \left\{ \varphi_0 + \varphi_1 t \left[E_R^2 + \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 \right] \right\} \cdot \exp j \varphi_1 t \left[2 E_R \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) \cos(2\pi x \xi) \right] = \gamma e^{j\alpha \cos \vartheta}$$

où

$$\gamma = \exp j \left\{ \varphi_0 + \varphi_1 t \left[E_R^2 + \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right)^2 \right] \right\} ; \quad \alpha = 2\varphi_1 t E_R \left(\sum_{i=1}^4 E_{O_i} \right) ; \quad \vartheta = \cos(2\pi x \xi)$$

Comme précédemment, on peut généraliser de 4 points sources aux N points de la surface éclairée de l'objet.

$$t(x, y) = \gamma [\cos(\alpha \cos \vartheta) + j \sin(\alpha \cos \vartheta)]$$

$$= \gamma \left[J_0(\alpha) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(\alpha) \cos(2n\vartheta) + 2j \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+2} J_{2n+1}(\alpha) \cos((2n+1)\vartheta) \right]$$

chacune des fonctions de Bessel de première espèce $J_i(\alpha)$ correspond à un ordre de diffraction. En se limitant premier :

$$t(x, y) = \gamma (J_0(\alpha) + 2j J_1(\alpha) \cos \vartheta) = \gamma [J_0(\alpha) + j J_1(\alpha) (e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta})]$$

$$= \gamma [J_0(\alpha) + j J_1(\alpha) (e^{j2\pi\xi x} + e^{-j2\pi\xi x})] = a_d(x, y) / a_R(x, y) \quad [4']$$

$$a_d(x, y) = a_R(x, y) \gamma [J_0(\alpha) + j J_1(\alpha) (e^{j2\pi\xi x} + e^{-j2\pi\xi x})] \quad [5']$$

donc

$$e_d = a_d(x, y) \cdot e^{j\omega t} = \gamma J_0(\alpha) E_R e^{j\omega t} + j \left\{ \gamma J_1(\alpha) \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) [e^{j(\omega t + 2\pi x \xi)} + e^{j(\omega t - 2\pi x \xi)}] \right\} \quad [7']$$

8. André Angot, *Compléments de Mathématiques à l'usage des Ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications*, 6^e édition, Masson et Cie éditeurs (1971), 377-378
Maurice Denis-Papin, *Mathématiques générales*, 7^e édition, Dunod (1959), Tome 1, 165-168

[7'] et [8'] sont analogues respectivement à [7] et [8] à un détail près : les signaux « images » sont en *quadrature de phase* avec les signaux de référence $e_R = E_R e^{j\omega t}$ et $e_d^* = E_R e^{-j\omega t}$.

$$e_d^* = a_d(x, y) \cdot e^{-j\omega t} \\ = \gamma J_0(\alpha) E_R e^{-j\omega t} + j \left\{ \gamma J_1(\alpha) \left(\sum_{i=1}^N E_{O_i} \right) [e^{-j(\omega t - 2\pi x \xi)} + e^{-j(\omega t + 2\pi x \xi)}] \right\} \quad [8']$$

Quelques rappels d'interférométrie

- **Enregistrement d'un réseau « classique »** ⁹

Comme rappelé ci-avant, l'enregistrement de l'hologramme d'un objet / d'une scène consiste à mémoriser sur un support photosensible la distribution d'éclairement résultant de l'interférence entre deux ondes cohérentes. On devrait plus précisément dire « dans » au lieu de « sur » puisque le substrat a une épaisseur, certes très petite comparées aux autres dimensions, mais non nulle. De même réduire le dispositif à deux ondes, la porteuse (de l'information « objet ») et la référence (directement issue de la source LASER) résulte d'une approximation détaillée au paragraphe précédent. Nous avons également admis que les deux fronts d'onde peuvent être considérés comme plans. Après traitement (si nécessaire : certains photopolymères sont *auto-développants* !) de l'enregistrement, son éclairage par l'onde de référence permet de reconstruire le front d'onde avec toutes ses caractéristiques, en amplitude et en phase. Deux types d'hologrammes peuvent résulter des opérations décrites. Soit l'information est enregistrée sous forme de variations de la densité optique / niveaux de gris (hologrammes d'amplitude) ou de micro-variations d'indice / micro-reliefs de surface (hologrammes de phase).

Pour ne pas rebuter le lecteur dès l'abord, nous pouvons considérer la formation du réseau holographique dans le cas relativement simple de deux ondes incidentes planes d'intensités I_1 et I_2 , coplanaires, de mêmes angles d'incidence θ et de polarisation γ_i par rapport au plan d'incidence normal à la surface du substrat d'enregistrement [Figure A.4]. Les conditions choisies ne constituent pas une limitation de généralité. Nous envisagerons un cas plus général ultérieurement.

En appliquant à la géométrie de la Figure A.4 un développement analogue à celui ayant conduit à la relation [1] du paragraphe précédent, on obtient la distribution d'éclairement dans l'air

$$I_P(x, y, z) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} (\overline{TE}_1^0 \cdot \overline{TE}_2^0) x \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} + \Delta\varphi(x, y, z)) \quad [9] \\ \vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{K}^0 = (K_x, K_y, K_z) = \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{k}_2^0 - \vec{k}_1^0) \text{ et } \vec{r} = (x, y, z)$$

Afin « d'alléger l'écriture », on peut annuler $\Delta\varphi(x, y, z)$ moyennant un choix adéquat de l'origine des coordonnées.

Dans les conditions choisies :

$$\vec{K} \cdot \vec{r} = \left[\begin{pmatrix} x \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \\ y \cos\frac{\pi}{2} \\ z \cos\theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ y \cos\frac{\pi}{2} \\ z \cos(-\theta) \end{pmatrix} \right] = -\frac{4\pi}{\lambda} x \sin\theta = Kx$$

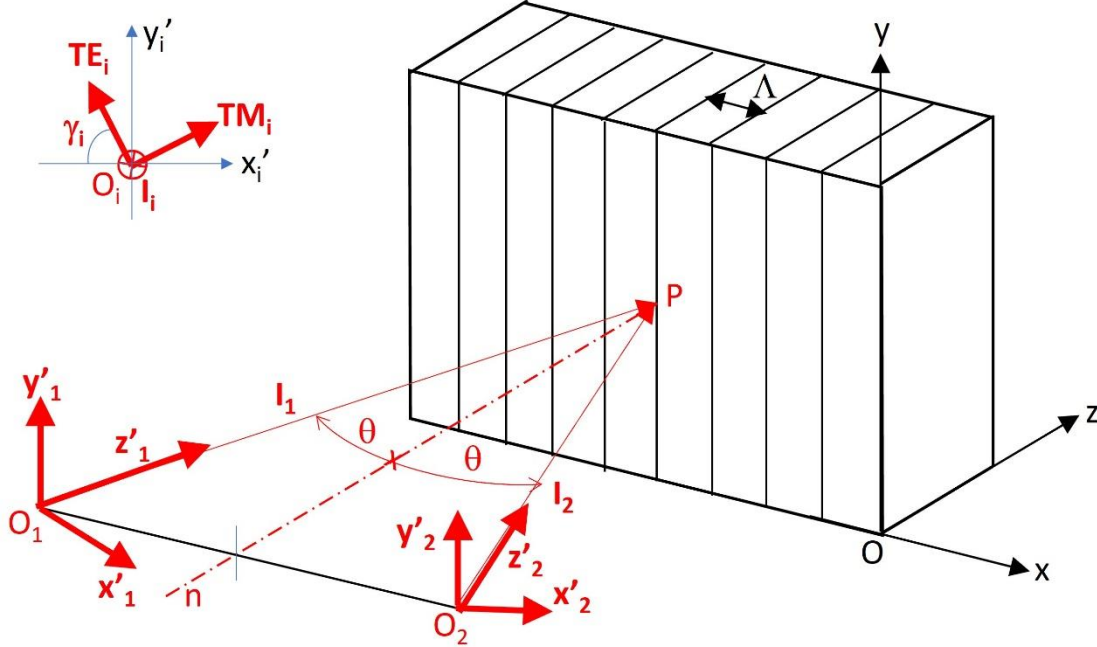
$$K_y = 0, K_z = 0 \text{ et } K = K_x = -4\pi \sin\theta / \lambda$$

9. Philippe Lemaire, *Étude et développement d'une méthodologie expérimentale globale pour la caractérisation optique des cristaux photoréfractifs de type sillénite*, Thèse soutenue en vue de l'obtention du grade de docteur en sciences physiques, ULg (1993)

Marc Georges, *Étude, développement et applications à l'interférométrie d'une caméra holographique dynamique basée sur des cristaux photoréfractifs du type sillénite*, Thèse soutenue en vue de l'obtention du grade de docteur en sciences physique, ULg (1998)

$$\vec{T}E_1^0 = \begin{pmatrix} -\cos \gamma_1 \\ \sin \gamma_1 \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{(x'_1, O_1, y'_1)} = \begin{pmatrix} -\cos \theta \cos \gamma_1 \\ \sin \gamma_1 \\ -\sin \theta \cos \gamma_1 \end{pmatrix} \Big|_{(x, O, y)} \quad \text{et} \quad \vec{T}E_2^0 = \begin{pmatrix} -\cos \gamma_2 \\ \sin \gamma_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{(x'_2, O_2, y'_2)} = \begin{pmatrix} -\cos \theta \cos \gamma_2 \\ \sin \gamma_2 \\ \sin \theta \cos \gamma_2 \end{pmatrix} \Big|_{(x, O, y)} \quad 10$$

Figure A.4 – Dispositif interférentiel « élémentaire » entre les faisceaux I_1 et I_2



α est le coefficient d'absorption du substrat, n son indice de réfraction et $\Delta\phi$ la différence de phase des ondes incidentes (supposée constante), Λ est le pas du réseau ; le plan d'incidence (O_1, P, O_2) est normal au plan (x, O, y) ; $P \in (x, O, y)$
 TE_i et TM_i sont les composantes du champ électromagnétique transversal, respectivement les composantes électrique et magnétique – en pratique TE est considéré comme « le vecteur lumière », il est donc associé à l'état de polarisation

$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_i \rightarrow (\vec{T}E_1^0 \cdot \vec{T}E_2^0) = \cos^2 \theta \cos^2 \gamma_i + \sin^2 \gamma_i - \sin^2 \theta \cos^2 \gamma_i = 1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \gamma_i$
donc

$$I_P(x, y, z) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} (1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \gamma_i) \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} x \sin \theta\right) = I_t (1 + m \cdot \cos Kx) \quad [9']$$

$$I_t = I_1 + I_2 ; m = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} (1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \gamma_i)$$

I_t est la somme des intensités, m le facteur de modulation et K le nombre d'onde du réseau de pas Λ

La relation [9'] pourrait être généralisée en introduisant le facteur d'absorption α [exprimé en m^{-1}]

$$I_t e^{-\frac{\alpha z}{\cos \theta}} (1 + m \cdot \cos Kx) \quad [10]$$

Les valeurs des paramètres α caractéristiques des matériaux transparents (l'air, la gélatine, le verre et autres substrats) ^{7,11} sont très faibles ($\leq 10^{-10}$) et concernent des chemins optiques très courts

10. Matrice de transfert du vecteur $\vec{T}E_1^0$ du plan (x'_1, O_1, y'_1) au plan $(x, O, y) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$

Matrice de transfert du vecteur $\vec{T}E_2^0$ du plan (x'_2, O_2, y'_2) au plan $(x, O, y) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$

11. J. Duclaux, Mesures des coefficients d'absorption de l'atmosphère, I. Méthodes, J. Phys. Radium, 6 (7) (1935), 323-328 ; [Archive ouverte HAL : https://hal.science/jpa-00233340](https://hal.science/jpa-00233340) (04-02-2008)

(quelques mètres dans l'air, quelques mm et μm dans le substrat photosensible) ce qui entraîne que l'exponentiation peut être égalée à 1.

Les résultats précédents détaillent la distribution de l'éclairement produite dans l'air par l'interférence des faisceaux I_1 et I_2 . En pénétrant dans le matériau d'indice $n > 1$, la lumière subit une réfraction entraînant que $\sin \theta = n \sin \theta'$ et $\lambda' = \lambda / n$, donc une variation des valeurs des paramètres α , K , Λ et m . Par exemple si le substrat est une émulsion de microcristaux argentiques (halogénure d'argent) dispersés dans une fine couche (5 à 15 μm) de gélatine très pure (qualité photographique), elle-même uniformément étalée sur une mince (1,5 à 3,5 mm) lame de verre de qualité optique (faces le plus rigoureusement parallèles possible, transparence uniforme), n passe de 1 à 1,5, α augmente¹¹ mais reste suffisamment petit pour conserver l'approximation de l'exponentiation à 1, m varie légèrement (le terme en $\sin^2 \theta$ est divisé par n^2). K et Λ ne varient pas ce qui est logique en respect de la « continuité optique » lors des traversées des divers dioptrés (interfaces air/substrat, substrat/verre et verre/air). Les paramètres « primés » concernent les valeurs dans le substrat photosensible d'indice $n > 1$:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{\lambda'}{2 \sin \theta'} = \Lambda' \text{ et } K = \frac{2\pi}{\Lambda} = K'$$

On notera que les égalités entre K et K' , ainsi qu'entre Λ et Λ' résultent de la géométrie considérée. Nous verrons ultérieurement que ce n'est généralement pas le cas.

En l'occurrence, la distribution des franges d'interférence est normale au plan (x, O, y) , au vecteur du réseau $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$, parallèle à (y, O, z) , sa période spatiale est Λ et sa fréquence spatiale $1/\Lambda$ [p / mm : paires de traits / mm]. La visibilité des franges

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \text{ sachant que } I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \text{ et } I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2.$$

- Généralisation

On peut étendre la relation [9] au cas où les angles d'incidence sont différents ($\theta_1 \neq \theta_2$), de même que les plans de polarisation ($\gamma_1 \neq \gamma_2$) et d'incidence ($\psi_1 \neq \psi_2$) et que ceux-ci ne sont pas normaux au plan (x, O, y) .

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\begin{pmatrix} -\cos \psi_2 \sin \theta_2 \\ -\sin \psi_2 \\ \cos \psi_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \psi_1 \sin \theta_1 \\ -\sin \psi_1 \\ \cos \psi_1 \cos \theta_1 \end{pmatrix} \right] = -\frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \cos \psi_1 \sin \theta_1 + \cos \psi_2 \sin \theta_2 \\ \sin \psi_2 - \sin \psi_1 \\ \cos \psi_1 \cos \theta_1 - \cos \psi_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{pmatrix} = 2\pi \begin{pmatrix} \Lambda_x^{-1} \\ \Lambda_y^{-1} \\ \Lambda_z^{-1} \end{pmatrix}$$

$$|K| = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\sin^2 \left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \right) + \cos \psi_1 \cos \psi_2 \sin^2 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right)} = \frac{4\pi}{\lambda} \Omega = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad [11] \rightarrow \Lambda = \frac{\lambda}{2\Omega}$$

$$\vec{T}\vec{E}_1^0 = \begin{pmatrix} -\cos \gamma_1 \\ \sin \gamma_1 \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{(x'_1, 0, y'_1)} = \begin{pmatrix} -\cos \theta_1 \cos \gamma_1 \\ \cos \psi_1 \sin \gamma_1 - \cos \gamma_1 \sin \theta_1 \sin \psi_1 \\ -\sin \theta_1 \cos \psi_1 \cos \gamma_1 - \sin \psi_1 \sin \gamma_1 \end{pmatrix} \Big|_{(x, 0, y)}$$

Domingos De Sousa Meneses, Cristiane N. Santos, Myriam Eckes, Leire Del Campo, Patrick Echegu, Bernard Monod, Gérard Jeandel, Gilles Parent, *Propriétés optiques des verres*, [Présentation verres nancy nov2010b \(ustverre.fr\)](https://www.ustverre.fr/site/ustv/Nancy2010/presentations/Parent.pdf), <https://www.ustverre.fr/site/ustv/Nancy2010/presentations/Parent.pdf>

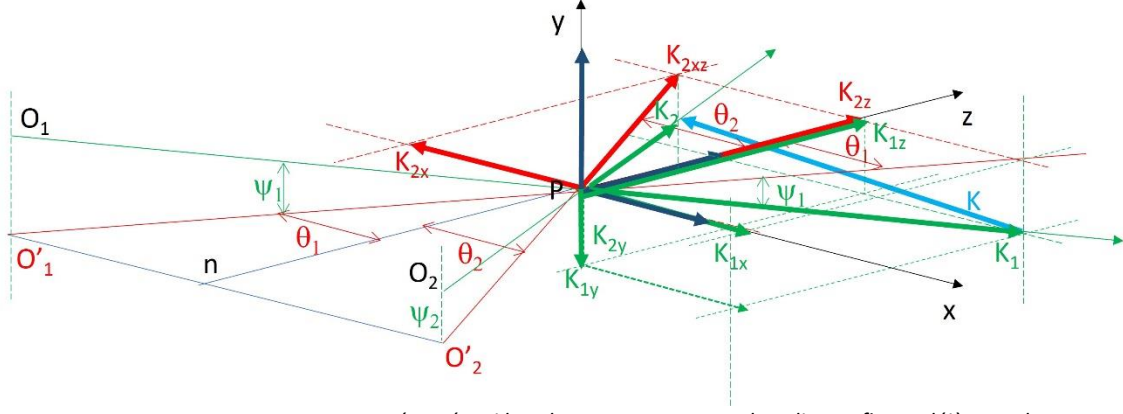
A.M.Shehap, Kh.H.Mahmoud, M.F.H.Abdelkader, Tarek M.El-Basheer, *Optical properties of gelatin/TGS composites*, Exp. Theo. Nanotechnology 2 (2017), 103–121

Howard M. Smith (ed), *Holographic Recording Materials*, Topics in Applied Physics Vol.20 (1977), Springer-Verlag

$$\overline{TE}_2^0 = \begin{pmatrix} -\cos \gamma_2 \\ \sin \gamma_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{(x'_2, O_2, y'_2)} = \begin{pmatrix} -\cos \theta_2 \cos \gamma_2 \\ \sin \theta_2 \sin \psi_2 \cos \gamma_2 + \cos \psi_2 \sin \gamma_2 \\ \sin \theta_2 \cos \psi_2 \cos \gamma_2 - \sin \psi_2 \sin \gamma_2 \end{pmatrix} \Big|_{(x, O, y)} \quad 12$$

Je laisse aux lecteur(trice)s « courageux(ses) » le soin d'effectuer le calcul des produits scalaires !

Figure A.5 – Interférence entre deux faisceaux : cas général



Les vecteurs TE ne sont pas représentés, ni le substrat, pour ne pas alourdir une figure déjà complexe
Ces simplifications n'altèrent pas les résultats
Les couleurs n'ont pas de signification, elles permettent simplement de repérer les différents vecteurs

- **Exemple(s) d'application(s) : Montage(s) typique(s) d'enregistrement holographique**

À partir de ces relations on peut retrouver et compléter les cas précédents, par exemple celui illustré à la figure A.1

Dans l'air, $\theta_1 = \theta$; $\theta_2 = 0$; $\psi_1 = \psi_2 = 0$; $\gamma_1 = \gamma_2 = 90^\circ$

$$K = |\vec{K}| = |\vec{k}_2 - \vec{k}_1| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi}{\Lambda} \rightarrow \Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \text{ et } (\overline{TE}_1^0 \cdot \overline{TE}_2^0)_{(x, O, y)} = 1$$

$$K_x = |\vec{K}_x| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta = \frac{2\pi}{\zeta_x} \rightarrow \zeta_x = \frac{\lambda}{\sin \theta} ; \vec{K}_y = 0$$

$$K_z = |\vec{K}_z| = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta - 1) = \frac{4\pi}{\lambda} \sin^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow \zeta_z = \frac{\lambda}{\cos \theta - 1} = \frac{\lambda}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$K^2 = K_x^2 + K_z^2, \quad \frac{1}{\Lambda^2} = \frac{1}{\zeta_x^2} + \frac{1}{\zeta_z^2} \text{ et } \frac{\zeta_x}{\zeta_z} = \frac{1 - \cos \theta}{2 \sin \theta} = \tan \frac{\theta}{2}, \quad \frac{\zeta'_x}{\zeta'_z} = \tan \frac{\theta'}{2}$$

Le système de franges formé par l'interférence entre les faisceaux I_1 et I_2 est orienté verticalement, parallèlement à l'axe Oy, perpendiculaire au plan (x,O,z), faisant un angle $\theta/2$ avec Oz dans ce plan et dans l'air, un angle $\theta'/2$ dans le matériau photosensible d'indice de réfraction $n > 1$ [Figure A.6-1].

12. Matrice de transfert du vecteur \overline{TE}_1^0 du plan (x'_1, O_1, y'_1) au plan $(x, O, y) = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 \sin \psi_1 & \cos \psi_1 & \sin \psi_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \cos \psi_1 & -\sin \psi_1 & \cos \theta_1 \cos \psi_1 \end{pmatrix}$

Matrice de transfert du vecteur \overline{TE}_2^0 du plan (x'_2, O_2, y'_2) au plan $(x, O, y) = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 \sin \psi_2 & \cos \psi_2 & \sin \psi_2 \cos \theta_2 \\ -\sin \theta_2 \cos \psi_2 & -\sin \psi_2 & \cos \theta_2 \cos \psi_2 \end{pmatrix}$

La lumière subit une réfraction en pénétrant dans le matériau et les franges d'interférence changent d'inclinaison : les composantes selon Ox sont conservées, pas celles selon Oz .

L'interfrange vaut Λ dans l'air, Λ' dans le substrat photosensible :

$$\sin \theta = n \sin \theta' , \quad \lambda' = \lambda/n \quad \text{et} \quad \Lambda = \lambda/2 \sin(\theta/2) \quad \text{et} \quad \Lambda' = \lambda'/2 \sin(\theta'/2)$$

$X = \Lambda/\cos(\theta/2) = \Lambda'/\cos(\theta'/2)$ est la distance entre les franges verticales selon Ox dans l'air et dans le substrat

$$X = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2) \cdot \cos(\theta/2)} = \frac{\lambda'}{2 \sin(\theta'/2) \cdot \cos(\theta'/2)} = \frac{\lambda}{2n \sin(\theta'/2) \cdot \cos(\theta'/2)}$$

et

$$\sin(\theta/2) \cdot \cos(\theta/2) = n \sin(\theta'/2) \cdot \cos(\theta'/2)$$

$Z = \Lambda/\sin(\theta/2)$ et $Z' = \Lambda'/\sin(\theta'/2)$ sont les distances entre les franges verticales selon Oz , respectivement dans l'air et dans le substrat [Figure A.6-2]:

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{\Lambda' \sin(\theta/2)}{\Lambda \sin(\theta'/2)} = \frac{\tan(\theta/2)}{\tan(\theta'/2)} ; \quad X = Z \tan \frac{\theta}{2} = Z' \tan \frac{\theta'}{2}$$

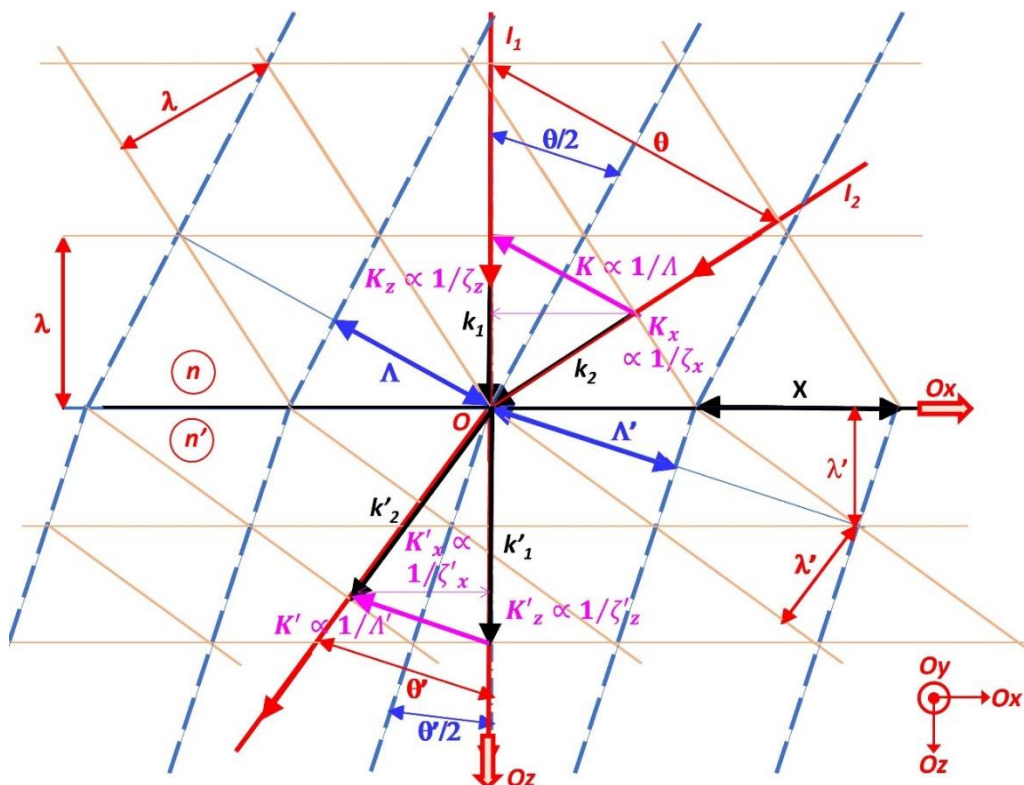
$$\frac{\Lambda'}{\Lambda} = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{n \sin \frac{\theta'}{2}} = \frac{\cos \frac{\theta'}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} ; \quad \frac{\Lambda'_x}{\Lambda_x} = \frac{\Lambda' \cos \frac{\theta'}{2}}{\Lambda \cos \frac{\theta}{2}} = \frac{\tan \frac{\theta}{2}}{n \tan \frac{\theta'}{2}} ; \quad \frac{\Lambda'_z}{\Lambda_z} = \frac{\Lambda' \sin \frac{\theta'}{2}}{\Lambda \sin \frac{\theta}{2}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\Lambda_x}{\Lambda_z} = \frac{1}{\tan \frac{\theta}{2}} ; \quad \frac{\Lambda'_x}{\Lambda'_z} = \frac{1}{\tan \frac{\theta'}{2}} ; \quad \frac{\Lambda'_x}{\Lambda'_z} \cdot \frac{\Lambda_z}{\Lambda_x} = \frac{\tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{\theta'}{2}}$$

Variation de $\cos \theta$ en passant de $n = 1$ à $n > 1$ sachant que $\sin \theta = n \sin \theta'$

$$\theta' = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{n} \right) \quad \text{et} \quad \cos \theta' = \cos \left[\sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{n} \right) \right]$$

Fig. A.6-1



Par exemple, dans une émulsion argentique du type HOLOTEST 8E75 HD – Agfa-Gevaert d'épaisseur 190 μm , $n = 1,5$, pour $\theta = 45^\circ \Rightarrow \theta' \simeq 28,13^\circ$

LASER	λ' (nm)	Λ (nm)	Λ' (nm)	X (nm)	(lp/mm)	Z (μm)	(lp/mm)	Z' (μm)	(lp/mm)
HeNe – $\lambda = 632,8$ nm	421,87	826,8	868,1	894,9	1117	2,1605	463	3,5726	280
Ar ⁺ – $\lambda = 514$ nm	342,66	671,6	705	726,9	1376	1,7549	570	2,9019	345

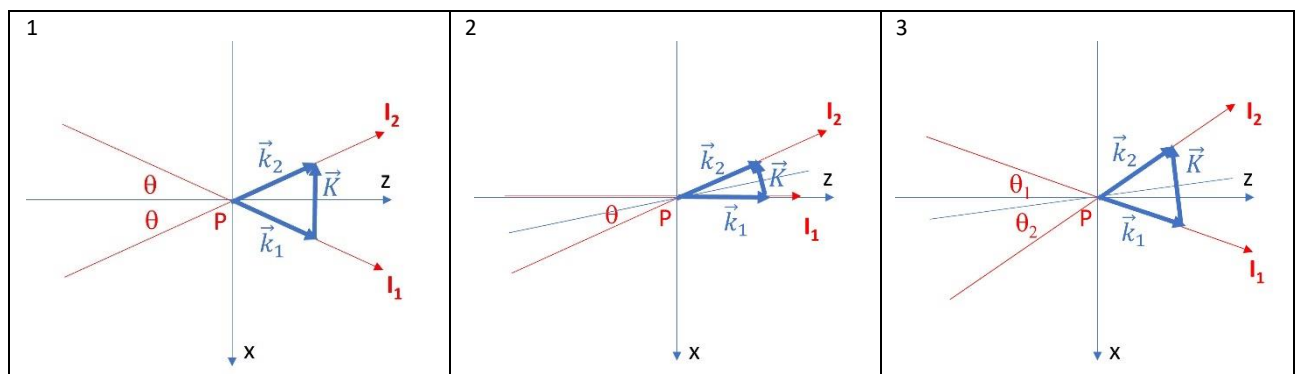
soient grosso-modo 50 à 60 « franges théoriques » dans l'épaisseur du substrat. Pratiquement, l'expérience montre que seulement la vingtaine de « premières franges » agissent effectivement.

En résumé, connaissant l'angle d'attaque θ , l'indice de réfraction n du matériau d'enregistrement et la longueur d'onde λ du LASER utilisé pour l'enregistrement, on peut déterminer les caractéristiques du réseau à l'extérieur et enregistré dans le matériau.

Quelques cas « pratiques intéressants »

θ_i	ψ_i	$ K = 2\pi/\Lambda$	
$\theta_1 = \theta_2 = \theta$	$\psi_1 = \psi_2 = 0$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta$	Fig.A.7-1
$\theta_1 = 0$ $\theta_2 = \theta$	$\psi_1 = \psi_2 = 0$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\theta/2)$	Fig.A.7-2
$\theta_1 \neq \theta_2$	$\psi_1 = \psi_2 = 0$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$	Fig.A.7-3
$\theta_1 \neq \theta_2$	$\psi_1 = \psi_2 = \psi$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \psi \sin \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right)$	Fig.A.7-4
$\theta_1 \neq \theta_2$	$\psi_1 = \psi$ $\psi_2 = 0$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\sin^2 \frac{\psi}{2} + \cos \psi \sin^2 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right)}$	Fig.A.7-5
$\theta_1 \neq \theta_2$	$\psi_1 \neq \psi_2$	$ K = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\sin^2 \left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \right) + \cos \psi_1 \cos \psi_2 \sin^2 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right)}$	Fig.A.7-6

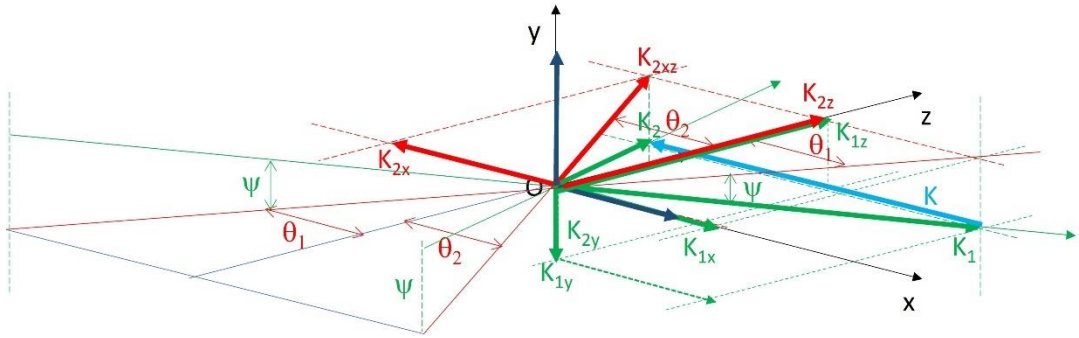
Fig.A.7



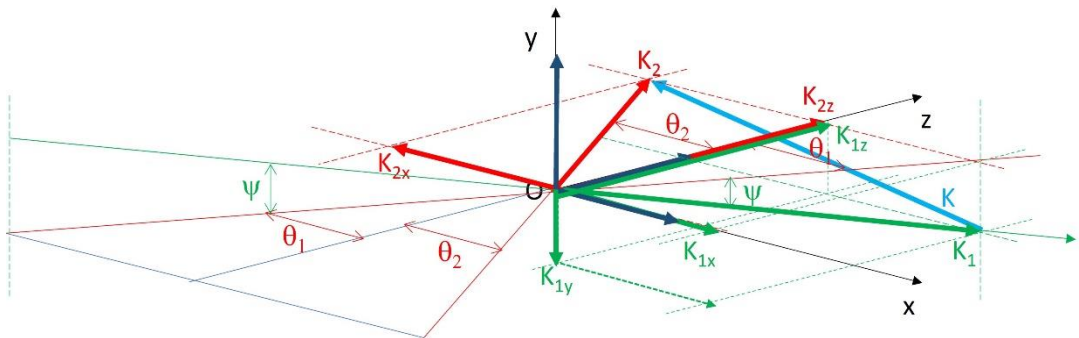
Afin de ne pas « alourdir » les figures, il n'est pas tenu compte du matériau photosensible. On peut retrouver son rôle détaillé au paragraphe précédent.

Dans les trois premiers cas, les franges d'interférence (non représentées) sont perpendiculaires au vecteur K et au plan (x, P, z) . Leur trace dans ce plan est signalée par un trait bleu.

4



5



6

