

XXIII.—Sur les congruences linéaires de quintiques gauches rationnelles.

PAR LUCIEN GODEAUX.

M. Enriques (*) a démontré que, étant donnée une congruence linéaire de courbes gauches rationnelles d'ordre impair, on peut toujours trouver une transformation birationnelle de l'espace transformant la congruence donnée en une congruence linéaire de droites. Dans certains cas, ce théorème peut être démontré d'une façon plus élémentaire; c'est ce qui a lieu notamment lorsqu'il s'agit d'une congruence linéaire de quintiques gauches rationnelles; c'est ce que nous nous proposons de démontrer dans cette note.

1.—Soit Σ une congruence linéaire de quintiques gauches rationnelles de première espèce (**), C . Les courbes C de Σ découpent, sur un plan arbitraire, une involution d'ordre cinq qui, d'après un théorème de M. Castelnuovo (***), est rationnelle. On en déduit que:

La congruence Σ est rationnelle.

2.—Considérons une congruence linéaire de droites G . Cette congruence est rationnelle et on peut, donc, établir une correspondance birationnelle K entre les congruences G et Σ .

(*) *Math. Annalen*, 1895.

(**) On sait qu'il y a deux espèces de courbes gauches rationnelles d'ordre cinq: celles de première espèce sont situées sur des surfaces cubiques et ne peuvent être situées sur des quadriques; une quintique rationnelle de seconde espèce est située sur une quadrique et admet une infinité de quadrisécantes.

(***) *Math. Annalen*, 1894.

Imaginons, d'autre part, qu'il existe, entre l'espace contenant Σ et celui contenant G , une collinéation Ξ . Cela étant, nous établissons une correspondance birationnelle entre ces deux espaces de la manière suivante:

Par un point P passe une courbe C de Σ et une seule. Cette courbe admet, comme on sait, une seule quadrisécante q . À la courbe C correspond, par K , une droite d de G , et au plan déterminé par q et P correspond, dans Ξ , un plan π . La droite d et le plan π se rencontrent généralement en un seul point Q , que nous ferons correspondre à P .

Inversement, par un point Q passe une droite d , et à cette droite correspond, par K , une courbe C de Σ . À la quadrisécante q de cette courbe C correspond, par Ξ , une droite q' . Au plan déterminé par Q et q' correspond, par Ξ , un plan (passant par q) rencontrant C (en dehors de q) en un point P homologue de Q .

La correspondance entre P et Q est bien birationnelle et elle transforme les C de Σ en les droites d de G . Donc:

Une congruence linéaire de quintiques gauches rationnelles est birationnellement identique à une congruence linéaire de droites.

Les Métiers de Furnes, 21 février 1915.
