

Effort normal réduit

$$n_p = \frac{N}{N_p} \quad (7.43)$$

Effort tranchant réduit

$$v_p = \begin{cases} \frac{2M_p}{V_p l} & \text{pour la poutre standard SB1} \\ \frac{4M}{V_p l} & \text{pour la poutre standard SB2} \end{cases} \quad (7.44)$$

L'effort plastique normal $N_p = 2bt_f f_{yf} + dt_w f_{yw}$

L'effort tranchant plastique $V_p = 0.577dt_w f_{yw}$

θ_p est la rotation de la section correspondante au moment plastique M_p

$$\theta_p = \begin{cases} \frac{M_p l}{4EI} & \text{pour la poutre standard SB1} \\ \frac{M_p l}{3EI} & \text{pour la poutre standard SB2} \end{cases} \quad (7.45)$$

7.2.6.2. Branche plastique

Cette deuxième branche prolonge la fin de la branche élastique, elle possède un comportement plastique, elle prend fin au moment où les premiers signes du voilement plastique local apparaissent. L'équation de la courbe moment rotation correspondante est écrite sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\theta}{\theta_p} = \frac{M}{M_p} + \left(1 - \frac{M}{M_p}\right) \left[2 \frac{\varepsilon_{hf}}{\varepsilon_{yf}} + \frac{E_f}{E_{hf}} \left(\frac{M}{M_p} - 1 \right) \right] & \text{pour la poutre standard SB1} \\ \frac{M}{M_p} = 1 + 0.005 \frac{\theta}{\theta_p} & \text{pour la poutre standard SB2} \end{cases} \quad (7.46)$$

7.2.6.3. Branche décroissante

Cette branche prolonge la fin du comportement plastique qui a lieu à l'instant où le moment M_{max} est atteint et se prolonge jusqu'à la ruine entière de l'élément, elle traduit l'ensemble des dégradations dues au voilement local. L'équation de la courbe moment rotation correspondante est établie en se basant sur un mécanisme de ruine plastique local observé expérimentalement et sur le principe des travaux virtuels.

7.2.6.3.1. Mécanisme de ruine plastique

7.2.6.3.1.1. Principe du mécanisme de ruine plastique

Le modèle du mécanisme de ruine utilisé est adapté à la forme du mécanisme de ruine réel observé expérimentalement. Le mécanisme de ruine proposé est montré à la figure 7.16, il est composé d'un certain nombre de zones, chaque zone est limitée par des lignes frontières qui

sont dans l'état plastique. La rotation de la poutre s'effectue autour du point O, ce point se situe à une distance δd de la semelle supérieure, il est supposé fixe pendant le mécanisme de déformation, le paramètre δ est évalué en minimisant la relation $M - \theta$. Ce paramètre varie entre 0.85 et 1.

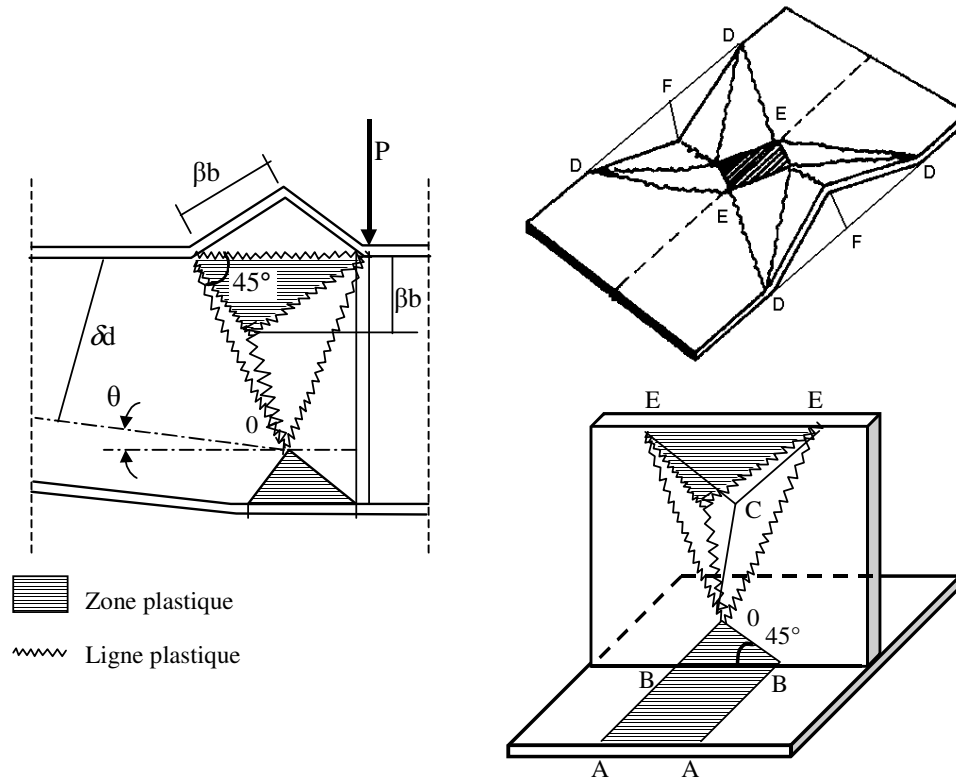


Figure 7.16. Mécanisme de ruine

7.2.6.3.1.2. La méthode de base du mécanisme de ruine plastique

Cette méthode consiste à déterminer la relation $M - \theta$ du mécanisme de voilement local. Cette approche qui permet également d'évaluer la charge de ruine moyennant un critère bien défini est basée sur le principe des travaux virtuels.

Le travail des forces extérieures est donné par :

$$W_e = \sum_i P_i \Delta_i + \sum_j N_j \delta_j \quad (7.47)$$

Le travail des forces intérieures est donné par :

$$W_i = \sum_1 W_1 + \sum_z W_z \quad (7.48)$$

$$W_1 = \frac{t^2 f_y}{4} \int_{l_p} F_1(\varphi) dl \quad (7.49)$$

$$W_z = t f_y \int_{A_p} F_2(\varepsilon) dA \quad (7.50)$$

W_1 est le travail des forces intérieures dans une zone plastique

W_z est le travail effectué dans une frontière

A_p est l'aire de la zone plastique

l_p est la longueur d'une frontière de la zone plastique

$F_1(\varphi)$ et $F_2(\varepsilon)$ sont des fonctions non linéaires (généralement des fonctions trigonométriques).

L'approche proposée est basée sur deux hypothèses

- Les déformations sont constantes dans les zones plastiques et leurs frontières.
- Les déformations sont supposées petites et les fonctions $F_1(\varphi)$ et $F_2(\varepsilon)$ sont considérées linéaires.

Les énergies de déformation W_1 et W_z deviennent :

$$W_1 = \frac{l_p t^2}{4} f_y \varphi \tag{7.51}$$

$$W_z = A_p t f_y \varepsilon \tag{7.52}$$

Pour un mécanisme plastique complexe le travail des forces intérieures est obtenu par sommation des travaux effectués dans chaque zone et chaque frontière.

$$W_i = \sum_i A_{pi} t_i f_{yi} \varepsilon_i + \frac{1}{4} \sum_j l_{pj} t_j^2 f_{yj} \varphi_j \tag{7.53}$$

i est l'indice d'identification de la zone et j est l'indice d'identification de la frontière

Le principe des travaux virtuels des travaux virtuels consiste à admettre l'égalité entre le travail des forces intérieures et celui des forces extérieures, soit :

$$W_e = W_i \tag{7.54}$$

Les développements théoriques sont réalisés par PETCU et GIONCU [P8] dont le but d'élaborer un programme de calcul pour évaluer la capacité de rotation des éléments DUCTROT.M. Les étapes de calcul sont très longues, on se limite dans ce travail à donner les lois $M - \theta$ des branches décroissantes qui représentent les deux modes de mécanisme de ruine plastique local

7.2.6.3.1.3. Voilement plan

- Cas de la poutre standard SB1

$$\frac{M}{M_p} = \frac{1}{C(\chi)} \left[A(\chi) + B(\chi) \frac{1}{\left(\frac{\theta}{\theta_p} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \theta_p^{\frac{1}{2}}} \right] \tag{7.55}$$

- Cas de la poutre standard SB2

$$\frac{M}{M_p} = \frac{1}{C(\chi)} \left[A(\chi) + 2B(\chi) \frac{2^{\frac{1}{2}}}{(\theta - \theta_p)^{\frac{1}{2}}} \right] \tag{7.56}$$

$$A(\chi) = \left[2\gamma\delta \left(1 + \frac{1}{2} \frac{t_w}{t_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} \right) + \frac{1}{2} (1-\delta)^2 \frac{dt_w}{ct_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} + (2-\delta) + \frac{1}{2} \frac{t_f}{d} \right] \frac{1}{1 - \frac{\beta b}{l}} \quad (7.57)$$

$$B(\chi) = 2 \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1-\gamma}{\beta} + \frac{\beta}{1-\gamma} + \frac{2+2\beta^2-3\beta\gamma+\gamma+\gamma^2}{\gamma(1+\beta-\gamma)} \right] \frac{t_f}{d} \frac{(\beta\gamma)^{\frac{1}{2}}}{\chi^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2} \delta \frac{(2+\chi) \left(1 + \frac{\eta^2}{\gamma^2} \right) \chi^2 - \chi(2+\chi^2)}{\chi^{\frac{1}{2}} \left[(1-\chi)^2 - \frac{\eta^2 \chi^2}{\gamma^2} \right]^{\frac{1}{2}}} \frac{t_w^2}{bt_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} \right\} \quad (7.58)$$

$$C(\chi) = m \left[4 \left(1 + \frac{t_f}{d} \right) + \frac{1}{2} \frac{dt_w}{ct_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} \right] \frac{1 + \frac{n_p}{2e_0}}{1 - 0.822 n_p \bar{\lambda}^2} \quad (7.59)$$

Les paramètres β , δ , m et n_p sont définis respectivement aux paragraphes 7.2.4.2.

$\chi = \frac{\beta b}{\delta d}$ est le paramètre géométrique du mécanisme de ruine

$\gamma = 2 \frac{\beta}{\delta}$ est le rapport entre la longueur du voilement de la semelle et la profondeur du voilement de l'âme.

η est un paramètre qui peut prendre les trois valeurs suivantes :

$\eta = \beta$ si la colonne adjacente est sans plats de continuité

$\eta = 1.5\beta$ si la colonne adjacente possède des plats de continuité

$\eta = 0.9 \left(\frac{2d}{b} - 0.5 \right)$ si la poutre possède des plats de recouvrement

$$e_0 = \frac{M_p}{N_p d} \quad (7.60)$$

$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{f_{yf}}{E} \right)^{\frac{1}{2}}$ est l'élanement normalisé de la semelle

7.2.6.3.1.4. Voilement hors plan

- cas des poutres standards SB1 ET SB2

$$\frac{M}{M_p} = \frac{1}{C} \left(A + B_1 \frac{1}{\left(\frac{\theta}{\theta_p} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \theta_p^{\frac{1}{2}}} + B_2 \frac{1}{\left(\frac{\theta}{\theta_p} - 1 \right)^{\frac{3}{4}} \theta_p^{\frac{3}{4}}} \right) \quad (7.61)$$

$$A = \frac{t_f}{d} \frac{1}{1 - \frac{\beta b}{l}} \quad (7.62)$$

$$B_1 = \left(\frac{b}{d}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 - \frac{\beta b}{l}} + \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{1 + \frac{b^2}{4d^2}}{1 + \frac{9c^2}{4d^2}} + 1 + \frac{3b^2}{4d^2} \right] \left(\frac{2b}{d}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1 + \left(\frac{3b}{2d} + 2\frac{d}{l}\right)^2}{1 - \frac{3b}{l}} \left(\frac{b}{2d}\right)^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{2t_w^2}{bt_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} \quad (7.63)$$

$$B_2 = \frac{3}{2} 2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{d}{b}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{t_f}{d} \quad (7.64)$$

$$C = m \left[4 \left(1 + \frac{t_f}{d}\right) + \frac{1}{2} \frac{dt_w}{ct_f} \frac{f_{yw}}{f_{yf}} \right] \frac{1 + \frac{n_p}{2e_0}}{1 - 0.822n_p \lambda} \quad (7.65)$$

En comparaison avec le voilement plan, dans le voilement hors plan apparaît un troisième terme qui produit des dommages supplémentaires. Les relations suivantes peuvent être appliquées pour évaluer la pente moyenne k de la branche décroissante, la capacité de rotation μ_m correspondante au moment maximum M_{max} et la capacité de rotation μ_θ correspondante à la rotation ultime θ_u :

$$k = \frac{\frac{M_{max}}{M_p} - 1}{\frac{\theta_u}{\theta_p} - \frac{\theta_m}{\theta_p}}, \quad \mu_m = \frac{\theta_m}{\theta_p} - 1, \quad \mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_p} - 1 \quad (7.66)$$

7.2.6.3.1.5. Interaction entre le voilement plan et le voilement hors plan

La figure 7.18 montre la courbe moment rotation en présence de deux modes de voilement. Théoriquement deux valeurs de la rotation ultime sont calculables, θ_{up} correspondante au voilement plan et θ_{un} correspondant au voilement hors plan. A cause de l'interaction entre ces deux modes de voilement une troisième valeur de la rotation ultime peut être obtenue. Des études aussi bien théoriques qu'expérimentales montrent que c'est toujours le voilement plan qui se forme en premier et le voilement hors plan apparaît en dernier lieu si la rigidité de la semelle comprimée est suffisamment détériorée par les déformations plastiques. Des tests numériques montrent que la courbe moment rotation correspondante au voilement hors plan se situe au-dessus de la courbe moment rotation correspondante au voilement plan, mais elle décroît rapidement pour intercepter et se situer au-dessous de cette dernière. La théorie d'interaction des deux modes de voilement dans le domaine plastique est difficile à élaborer en comparaison avec la théorie d'interaction dans le domaine élastique [G12] . Seuls des approximations approchées sont réalisables et qui montrent que l'effet de cette interaction peut produire des détériorations faibles, moyennes, fortes ou très forte selon les pentes des tangentes au point d'intersection des deux branches décroissantes des deux types de courbes moment-rotation. Si l'angle entre les deux tangentes au point d'intersection est grand l'effet de l'interaction est faible.

En pratique le mode de voilement à sélectionner est celui qui donne la valeur minimum de la rotation ultime θ_u . Deux cas peuvent se présenter en prenant comme référence la droite horizontale $M = mM_p$, les valeurs à attribuer au paramètre de ductilité m sont décrites au paragraphe 7.2.4.2.

- Si dans le domaine $M > mM_p$ il n'y a pas d'intersection entre les courbes qui représentent les deux modes de voilement, dans ce cas le mode de voilement à sélectionner est celui qui produit la valeur minimum du moment maximum et de la rotation ultime
- Si dans le domaine $M > mM_p$ il y a une intersection entre les courbes qui représentent les deux modes de voilement, dans ce cas le moment maximum est celui correspondant au voilement plan et la rotation ultime est celle correspondant au voilement hors plan.

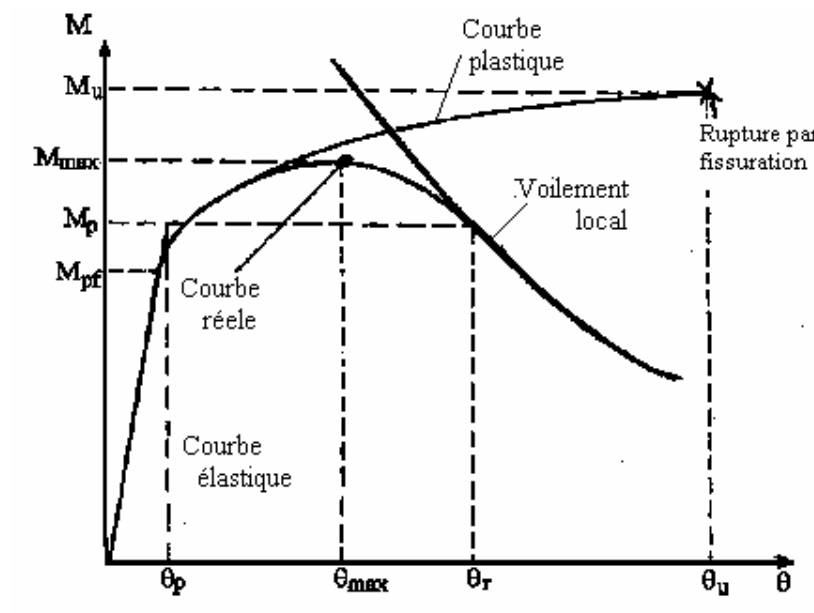


Figure 7.17. Courbe moment-rotation réelle et approchée

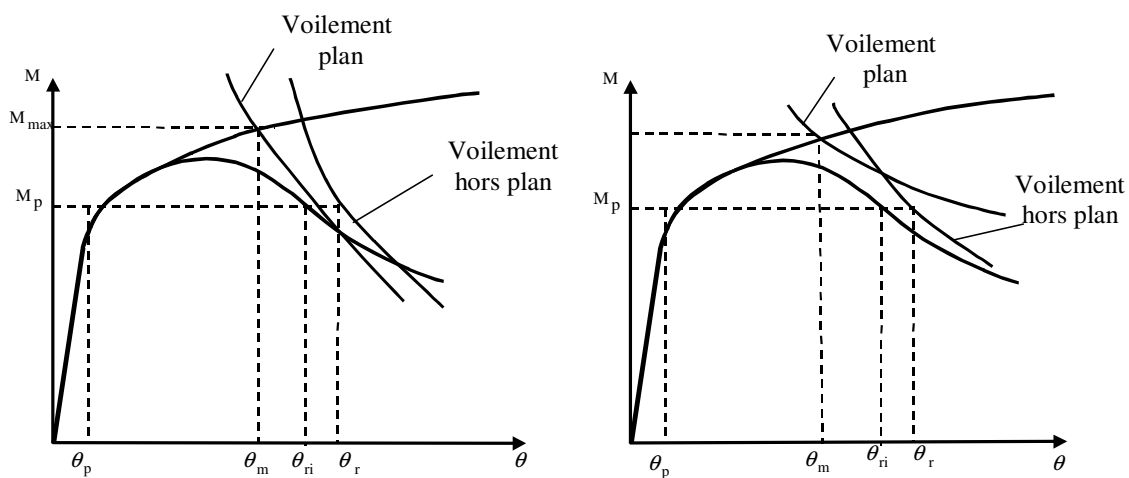


Figure 7.18. Courbes d'interaction voilement plan et voilement hors plan

7.2.7 INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEFORMATION SUR LA CAPACITE DE ROTATION

Dans le cas des structures de Génie Civil soumises aux sollicitations sismique, le domaine pratique des vitesses de déformation se situe entre 0.0001 s^{-1} et 1.0 s^{-1} . Le tableau 7.5 donne des ordres de grandeur des vitesses de déformation selon la nature du séisme considéré.

Type de séisme	Faible	Modéré	Fort	Très fort
$\dot{\epsilon}$	$10^{-4} - 10^{-3}$	$10^{-3} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^0$

Tableau 7.5. Intervalles des vitesses de déformation caractérisant les différents types de séismes

L'influence de la vitesse de déformation est considérée dans le cas d'un séisme fort où la vitesse de déplacement du sol est assez élevée et engendre des vitesses de déformation très significatives dans les éléments structuraux. La vitesse de déformation peut réduire fortement la ductilité des éléments et par conséquent provoque une rupture fragile prématurée. En l'absence de toute information, la vitesse de déformation dans les zones les plus sollicitées de la structure peut être estimée par la relation suivante proposée par GIONCU [G13]

$$\dot{\epsilon} = \frac{2 v_g h}{H b} \quad (7.67)$$

- v_g : vitesse de déplacement du sol
- h : hauteur de la section
- b : largeur de la semelle
- H : hauteur du centre de gravité de la structure entière

Nous avons vu au chapitre 2 -§ 2.3.3.7 que la vitesse de déformation à pour effet d'augmenter la limite élastique f_y , la contrainte ultime f_u et leur rapport $\rho_y = \frac{f_y}{f_u}$

$$f_{ysr} = \varphi_{ysr} f_y \quad (7.68)$$

$$f_{usr} = \varphi_{usr} f_u \quad (7.69)$$

où $\varphi_{ysr} = 1.46 + 0.0925 \log \dot{\epsilon}$

$$\varphi_{usr} = 1.15 + 0.0496 \log \dot{\epsilon}$$

$$\rho_{ysr} = \frac{f_{ysr}}{f_{usr}} = \frac{\varphi_{ysr}}{\varphi_{usr}} \rho_y \quad (7.70)$$

L'effet de la vitesse de déformation sur le moment et la rotation plastique est donné par les relations suivantes

$$M_{psr} = \varphi_{ysr} M_p \quad (7.71)$$

$$\theta_{psr} = \varphi_{ysr} \theta_p \quad (7.72)$$

$$\epsilon_{ufsr} = \frac{\epsilon_{uf}}{1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{40.4} \right)^{0.2}} \quad (7.73)$$

Cette relation qui exprime l'effet de la vitesse de déformation sur la déformation ultime de rupture est donnée par COWPER et SYMONDS [C14]. L'indice sr est affecté aux variables dans lesquelles on a incorporé l'effet de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. L'effet de la vitesse de déformation est déterminé pour chaque mode de voilement et pour chaque type de poutre standard. Donc sous l'effet de la vitesse de déformation les relations établies aux paragraphes 7.2.6.1, 7.2.6.2 et 7.2.6.3 deviennent :

- **Branche élastique**

$$\frac{\theta}{\theta_{psr}} = \frac{M}{M_{psr}} \quad (7.74)$$

- **Branche plastique**

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{\theta_{psr}} = \frac{M}{M_{psr}} + \left(1 - \frac{M_{psr}}{M}\right) \left[2 \frac{\epsilon_{hf}}{\epsilon_{yf}} \frac{1}{\phi_{sr}} + \frac{E_f}{E_{hf}} \left(\frac{M}{M_{psr}} - 1 \right) \right] \quad \text{pour la poutre standard SB1} \\ \frac{M}{M_{psr}} = 1 + 0.005 \frac{\theta}{\theta_{psr}} \quad \text{pour la poutre standard SB2} \end{array} \right. \quad (7.75)$$

- **Branche décroissante**

Dans le cas du mécanisme de ruine plastique les relations établies au paragraphe 7.2.6.3.1.3. et 7.2.6.3.1.4 sont modifiées par substitution de f_{yfsr} et f_{yws} respectivement à f_{yf} et f_{yw} . La pente moyenne k de la courbe moment rotation, la ductilité μ_m et la ductilité μ_θ sont modifiées selon les relations suivantes :

$$k_{sr} = \frac{\frac{M_{msr}}{M_{psr}} - 1}{\frac{\theta_{usr}}{\theta_{psr}} - \frac{\theta_{msr}}{\theta_{psr}}}, \quad \mu_{msr} = \frac{\theta_{msr}}{\theta_{psr}} - 1, \quad \mu_{\theta sr} = \frac{\theta_{usr}}{\theta_{psr}} - 1 \quad (7.76)$$

7.2.8. INFLUENCE DE L'ACTION CYCLIQUE ET SISMIQUE SUR LA CAPACITE DE ROTATION

La méthode d'évaluation de la capacité de rotation que nous venons de décrire avec et sans effet de la vitesse de la vitesse de déformation, est élaborée dans les deux cas sous l'hypothèse d'un chargement monotonique statique. Donc elle ne peut pas être appliquée directement aux cas des structures soumises aux actions cycliques ou sismiques. En effet les dommages cumulés dus au voilement local, la rupture fragile, la fatigue oligocyclique, etc, ont une grande influence sur le comportement des éléments structuraux subissant de grandes déformations plastiques en cas de séisme majeur. Certains auteurs proposent d'appliquer cette méthode aux cas de chargements cycliques et sismiques moyennant des corrections établies sur la base des études expérimentales. Avant de donner ces méthodes de correction tout en faisant la distinction entre l'influence d'un chargement cyclique et d'un chargement sismique il sera très important d'examiner brièvement l'influence de l'action cyclique sur les dommages dus au voilement local et sur la propagation de la fissuration.

7.2.8.1. Dommages dus au voilement local

KRAWINKLER et ZOHREI [K34], BALLIO et CASTIGLIONI [B9, B13, B14] ont étudié le comportement cyclique des structures dans le domaine plastique sous chargement d'amplitudes constantes. Ces études ont mis en évidence trois phases de détérioration de la résistance (Figure 7.19.a)

- Pendant la première phase de 5 à 10 cycles de chargement le taux de détérioration de la résistance par cycle est très important.
- Pendant la deuxième phase le comportement cyclique se stabilise et la résistance reste pratiquement constante.
- Pendant la troisième phase entre 40 et 60 cycles la détérioration s'accélère à cause de la fissuration qui se propage en profondeur à travers les semelles

C'est durant les premiers cycles d'une excitation sismique que la ductilité connaisse une détérioration rapide et par conséquent ils constituent le domaine de détérioration de la capacité de rotation.

7.2.8.2. Dommages dus à la propagation de la fissuration

Pour les sections compactes où l'influence du voilement local est négligeable. Le type de détérioration est montré à la figure 7.19.b, ce comportement est caractérisé par une croissance lente de la fissuration dans les zones les plus sollicitées sans influence notable sur la détérioration de la résistance et de la rigidité, à la fin de ce stade une croissance rapide de la fissuration conduit à la ruine de la structure. Ce type de dommage peut être évité par un choix adéquat des élancements et des méthodes appropriées des procédés de soudage.

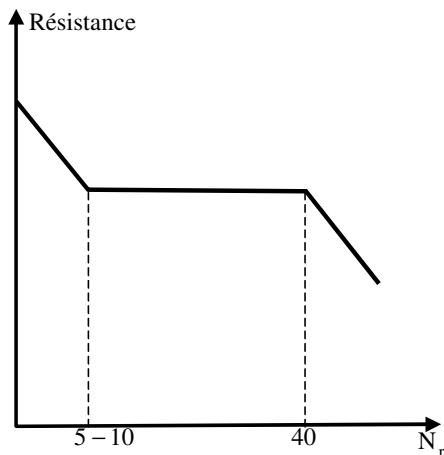


Figure 7.19.a. Courbes de détériorations dûe au voilement local

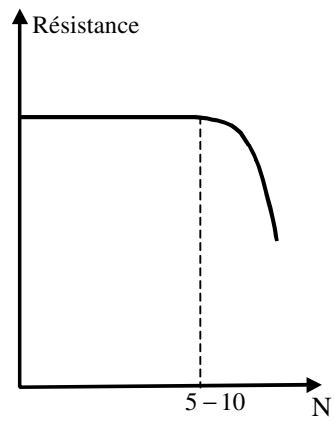


Figure 7.19.b Courbes de détériorations dûe à la propagation de la fissuration

7.2.9. CORRECTION DE LA CAPACITE DE ROTATION TENANT COMPTE DE L'ACTION CYCLIQUE

L'influence du chargement cyclique sur la capacité de rotation est due essentiellement à la détérioration de la rigidité et de la résistance en présence du voilement local. La courbe moment rotation obtenue dans le cas d'un chargement monotonique est comparée à la même courbe correspondante à l'enveloppe d'un chargement cyclique (voir figure 7.20), permet de constater une réduction considérable de la capacité de rotation. Sur la base des études

expérimentales BALLIO, CALADO et CASTIGLIONI [B8, B9, B13, B14] proposent la relation suivante :

$$\mu_{ac} = (N_f)^{\frac{1}{\alpha}} \mu_a \quad (7.77)$$

N_f est le nombre de cycles à la rupture

α est un coefficient numérique déterminé expérimentalement, il dépend de la forme de l'élément et de l'effort normal, $\alpha = 3.86$ pour HEB 220 et $\alpha = 2.28$ HEA 220 pour $N = 0$.

La seule limitation de cette méthode suppose que le nombre de cycles N_f à la rupture est connu au préalable. Une méthode pratique qui ne tient pas compte de N_f est proposée par les auteurs.

$$\mu_{ac} = r_s r_N \mu_a \quad (7.78)$$

r_s et r_N sont des coefficients numériques qui introduisent l'influence des proportions géométriques et de l'effort normal. Les valeurs des coefficients r_s et r_N sont calculées selon les recommandations suivantes :

$$r_s = \begin{cases} 0.85 & \text{pour } \left(\frac{b}{t_f}\right)_{\min} \\ 0.70 & \text{pour } \left(\frac{b}{t_f}\right)_{\max} \end{cases} \quad (7.79)$$

$$r_N = \begin{cases} 1 & \text{pour } N = 0 \\ 0.7 & \text{pour } N = 0.3N_p \end{cases} \quad (7.80)$$

Pour les valeurs intermédiaires des proportions géométriques et de l'effort normal, les valeurs des coefficients r_s et r_N sont déterminées par interpolation.

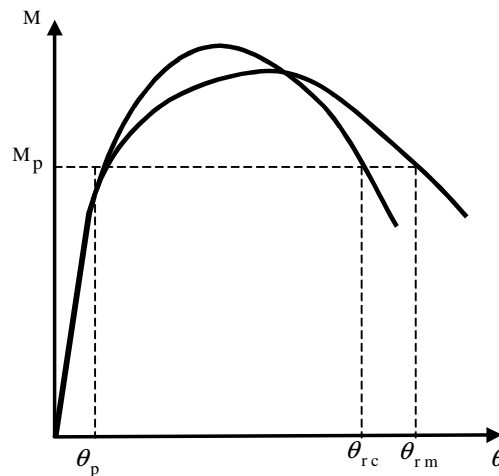


Figure 7.20. Réduction de la capacité de rotation due à l'action cyclique

7.2.10. CORRECTION DE LA CAPACITE DE ROTATION TENANT COMPTE DE L'ACTION SISMIQUE

Durant un événement sismique une structure résiste en moyenne à 100 cycles de chargement dynamique. Mais les déformations plastiques importantes sont dues uniquement à un petit nombre de cycles, ce nombre est approximativement égal à 20 si le séisme est de longue durée et à 5 cycles si le séisme est de courte durée avec de grandes excursions dans le domaine plastique. Plusieurs résultats expérimentaux ont montré que le chargement cyclique réduit la ductilité de façon progressive. Mais l'effet de l'action sismique est plus complexe, car l'histoire du mouvement de la structure est plus chaotique et l'amplitude des déformations plastiques varie d'un élément à l'autre et d'un séisme à l'autre. Donc, il est difficile de prévoir l'histoire des déformations. En raison de toutes ces incertitudes PETCU et GIONCU [P8], pour évaluer la capacité de rotation dans le cas de l'action sismique, proposent une approche qui utilise la capacité de rotation déterminée dans les conditions d'un chargement monotonique, selon la procédure suivante :

La rotation plastique θ_p est déterminée à l'aide des recommandations ECCS [E8] ou la capacité de rotation de [M16]

- Le nombre de cycles qui induisent des rotations dans le domaine plastique est déterminé à l'aide d'un logiciel de calcul, sur la base d'un accélérogramme type. En cas de manque d'informations les valeurs suivantes de n peuvent être utilisées.

- $n = 8 - 12$ en cas d'un séisme modéré
- $n = 4 - 8$ en cas d'un séisme intermédiaire
- $n = 2 - 4$ en cas d'un séisme majeur

- Le nombre de cycles qui n'ont pas d'influence sur la capacité de rotation est la partie entière de l'expression suivante :

$$n_b = \frac{\theta_u}{\theta_p} + 1 \quad (7.81)$$

- Le nombre de cycles qui causent les dégradations de la capacité de rotation est

$$n_r = n - n_b \quad (7.82)$$

Si $n_r < 0$ le chargement cyclique n'a aucune influence sur la capacité de rotation.

La réduction de la rotation ultime est déterminée à l'aide des relations suivantes :

- Cas d'un séisme modéré

$$\Delta\theta_u = \frac{i(i+1)}{2}\theta_p \quad (7.83)$$

- Cas d'un séisme intermédiaire

$$\Delta\theta_u = i\theta_p \quad (7.84)$$

- Cas d'un séisme majeur

$$\Delta\theta_u = \left(1 - \frac{1}{2i}\right)\theta_p \quad (7.85)$$

où i égale à n_r ou bien à la plus grande valeur immédiatement inférieure à n_r pour laquelle

$$\theta_u - \Delta\theta_u \geq 0 \quad (7.86)$$

La rotation ultime et la capacité de rotation corrigée sont données par les relations suivantes:

$$\theta_{us} = \theta_u - \Delta\theta_u \text{ et } \mu_{\theta s} = \frac{\theta_{us}}{\theta_p} \quad (7.87)$$

7.2.11. STRUCTURES ETUDIÉES

7.2.11.1. Description

Les structures étudiées sont des portiques auto-stables. Les nœuds poutre-colonne sont supposés rigides. Tous les degrés de liberté par nœud sont retenus, c'est à dire que chaque nœud peut se déplacer horizontalement, verticalement et tourner autour d'un axe perpendiculaire au plan de la structure. Ces structures sont de trois types différentes que l'on définit comme suit :

- Le premier type consiste en un portique simple, désigné par S1 (figure 7.21)
- Le deuxième type est un portique à une travée et un seul étage (deux planchers), désigné par S2 (figure 7.22)
- Le troisième type est un portique à deux travées et un seul étage (deux planches), désigné par S3 (figure 7.23)

Pour les besoins de la présentation des résultats de cette étude, les poutres, les colonnes et les rotules plastiques de chaque structure sont numérotées et sont désignées respectivement par les symboles suivants :

$P_i S_j$ ($i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots$) désigne poutre i de la structure j

$C_i S_j$ ($i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots$) désigne colonne i de la structure j

$R_i S_j$ ($i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots$) désigne rotule plastique i de la structure j

Pour les trois types de portique, la portée de chaque travée l et la hauteur d'étage H ont les valeurs suivantes : $l = 6.00$ m ; $H = 3.50$ m. Les poutres sont des profilés laminés IPE 300 et les colonnes sont des profilés laminés HEB 200. Les nuances d'acier utilisées sont les mêmes pour les poutres et les colonnes S235.

Le moment plastique de la poutre $M_p = 142$ kN.m ,

Le moment plastique de la colonne $M_p = 146$ kN.m

On considère une charge uniforme q (figures 7.21 , 7.22 , 7.23) qui englobe les charges permanentes $q_p = 16.1$ kN/m et les charges variables $q_v = 15.0$ kN/m . La charge de calcul q est obtenue par application des règles habituelles de combinaison de charges :

$$q = 1.35 q_p + 1.50 q_v = 1.35 \times 16.1 + 1.50 \times 15 = 44.00 \text{ kN/m}$$

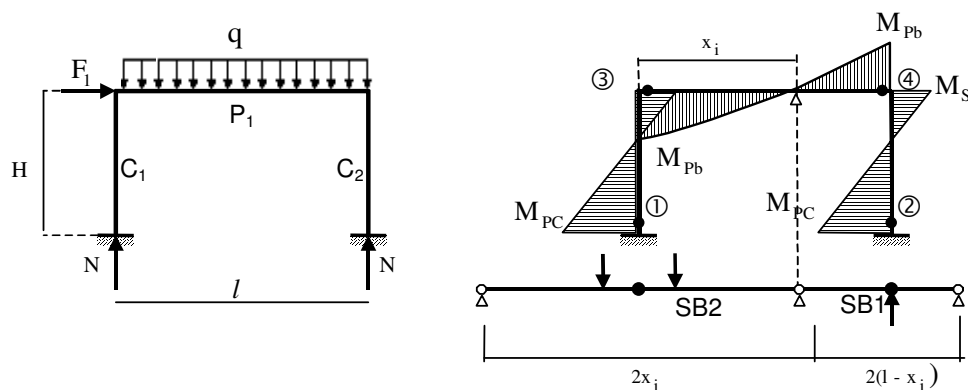


Figure 7.21. Structure S1

Dimensions des poutres standards et position des points d'inflexion du portique S1 :

- La poutre dans le mécanisme global, d'après la relation (7.5)

$$x_i = \left[1 - \frac{4M_p}{ql^2} + \left(1 + \frac{4M_p}{ql^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \frac{l}{2} = \left[1 - \frac{4 \times 142}{44. \times (6)^2} + \left(1 + \frac{4 \times 142}{44. \times (6)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \frac{6}{2} = 5.40 \text{ m}$$

La longueur de la poutre standard gauche SB2 égale $2 \times 5.4 = 10.8 \text{ m}$

La longueur de la poutre standard droite SB1 est égale à $2 \times (6.0 - 5.4) = 1.20 \text{ m}$

L'effort normal N dans les deux poutres standards est égal à 0

- La colonne dans le mécanisme global.

$$\text{L'effort normal dans chaque colonne } N = \frac{6 \times 44.0}{2} = 132.0 \text{ kN}$$

L'excentricité e_0 de l'effort normal N est calculée en appliquant la relation (7.7)

$$e_0 = -\frac{M_s}{N} = -\frac{0.5 \times 146}{132} = -0.553 \text{ m}$$

Dans ce cas on utilise pour les deux colonnes la poutre standard SB1 de longueur $l = 2H = 2 \times 3.5 = 7.0 \text{ m}$

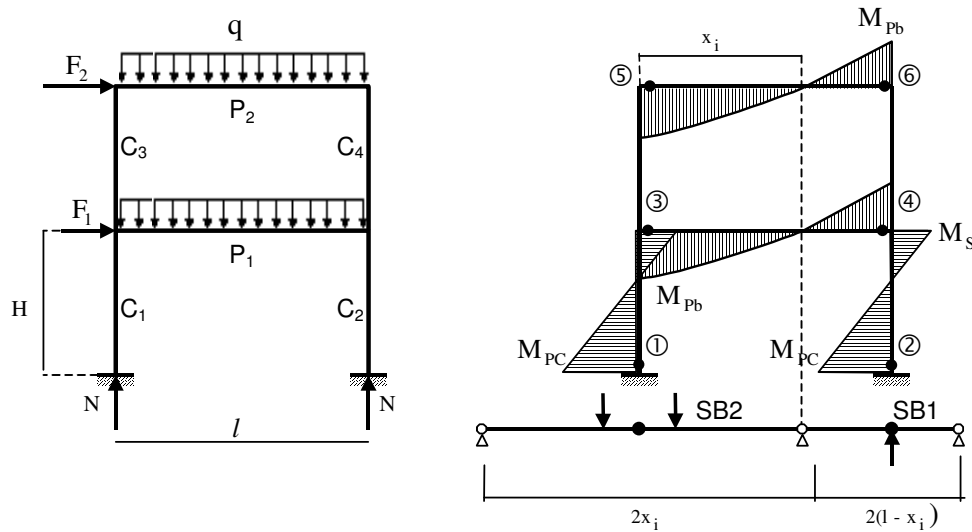


Figure 7.22. Structure S2

Dimensions des poutres standards et position des points d'inflexion du portique S2 :

- Les points d'inflexions dans la poutre supérieure et dans la poutre inférieure de la structure S2 ont même position que ceux de la poutre qui appartient à la structure S1
- Les poutres standards à gauche SB2 correspondantes aux deux poutres de la structure S2 sont identiques à la poutre standard à gauche SB2 de la structure S1. L'effort normal N dans les quatre poutres standards est également nul.
- Les poutres standards à droite SB1 correspondantes aux deux poutres de la structure S2 sont identiques à la poutre standard à droite SB1 de la structure S1.
- L'effort normal N dans les quatre poutres standards est nul.
- Les colonnes supérieures de la structure S2 ne participent pas au mécanisme de ruine global

- Les colonnes inférieures sont soumises à un effort normal $N = \frac{2 \times 6 \times 44.0}{2} = 264.0 \text{ kN/m}$
- L'excentricité $e_0 = -\frac{M_s}{N} = -\frac{0.5 \times 146}{264} = -0.276 \text{ m}$
- On utilise pour les deux colonnes inférieures la poutre standard SB1 de longueur $l = 2H = 2 \times 3.5 = 7.0 \text{ m}$

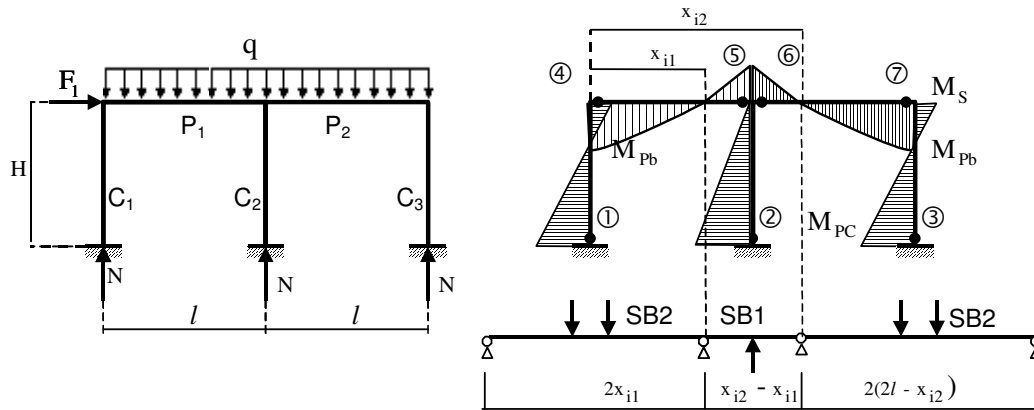


Figure 7.23. Structure S3

Dimensions des poutres standards et position des points d'inflexion du portique S3 :

- Le point d'inflexion dans la poutre gauche de la structure S3 a la même position que celui de la poutre qui appartient à la structure S1.
- Le point d'inflexion dans la poutre droite est symétrique à celui de la poutre gauche par rapport à la colonne centrale son abscisse $x_{i2} = 2l - x_{i1} = 2 \times 6.0 - 5.4 = 6.6 \text{ m}$
- Les poutres standards SB1 et SB2 correspondantes aux poutres de la structure S3 sont identiques aux poutres standards SB1 et SB2 correspondantes à la poutre de la structure S1
- L'effort N dans les poutres standards SB1 et SB2

Les colonnes dans le mécanisme global :

- La poutre standard SB1 qui représente les colonnes extérieures de la structure S3 est identique à la poutre standard SB1 qui représente les colonnes de la structure S1, même longueur et même effort normal
- La poutre standard SB1 qui représente la colonne centrale de la structure S3 est identique à la poutre standard SB1 qui représente les colonnes de la structure S2, même longueur et même effort normal

7.2.11.2. Classement des poutres standards et des rotules plastiques

L'étude que nous avons réalisé au paragraphe précédent permet de constater que des poutres standards identiques peuvent se présenter dans les trois types de structures. Par conséquent les rotules plastiques qui se forment dans ces poutres ont les mêmes caractéristiques et le même comportement, pour cette raison, on a classé les rotules plastiques R_i des trois structures en quatre groupes. Chaque groupe contient des rotules plastiques ayant des caractéristiques identiques (voir tableau 7.6). Les désignations adoptées sont les suivantes :

Groupe A	Groupe B	Groupe C	Groupe D
R ₁ S ₁ - R ₂ S ₁ R ₁ S ₃ - R ₃ S ₃	R ₁ S ₂ - R ₂ S ₂ R ₂ S ₃	R ₃ S ₁ - R ₃ S ₂ - R ₅ S ₂ R ₄ S ₃ - R ₇ S ₃	R ₄ S ₁ - R ₄ S ₂ R ₆ S ₂ - R ₅ S ₃ -R ₆ S ₃

Tableau 7.6. Groupes de rotules plastiques

7.2.12. ETUDE PAR SIMULATIONS NUMERIQUES DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEFORMATION

7.2.12.1. Introduction

Dans ce paragraphe nous présentons et nous analysons les résultats des simulations numériques effectuées pour trois structures types en portiques dont les schémas et les modes de chargement sont illustrés aux figures 7.21 , 7.22 et 7.23. En adoptant l'hypothèse d'un mécanisme de ruine global et le comportement des poutres standards, nous avons suivi la démarche suivante :

- A l'aide du logiciel DUCTROT M [P8] on détermine les caractéristiques, la capacité de rotation plastique et la ductilité des rotules plastiques de chaque structure avec et sans effet de la vitesse de déformation.
- La capacité de rotation plastique et la ductilité obtenue pour chaque rotule plastique sont corrigées par application des procédures exposées aux paragraphes 7.2.10 relatives à l'influence de l'action cyclique ou sismique.
- Sur la base des caractéristiques des rotules plastiques déterminées en utilisant le code de calcul DUCTROT M et à l'aide du logiciel DRAIN-2D[A1], on étudie la séquence de formation des rotules plastiques et l'influence de la vitesse de déformation sur cette séquence.
- Cette étude se conclut par des analyses et des commentaires relatifs à l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement dynamique des structures étudiées.

7.2.12.2 Présentation et analyse des résultats des simulations numériques relatives à la capacité de rotation et à la ductilité locale

La rotation plastique d'une structure est définie conventionnellement comme la valeur minimum des rotations plastiques évaluées pour chaque rotule plastique de cette structure. Donc la ductilité locale d'une structure est la ductilité de la rotule qui présente la plus faible rotation plastique. Les figures 7.24, 7.25, 7.26 et 7.27 présentent respectivement pour

l'ensemble des groupes de rotules plastiques A ,B ,C, D, les rapports de résistance $\left(\frac{M}{M_p} \right)$ en

fonction de la rotation θ de la rotule plastique normalisée par rapport à la rotation θ_p correspondante au moment plastique M_p . Cette représentation est élaborée, d'une part dans les conditions d'un voilement plan avec et sans influence de la vitesse de déformation, d'autre part dans les conditions d'un voilement hors plan également avec et sans influence de la vitesse de déformation.

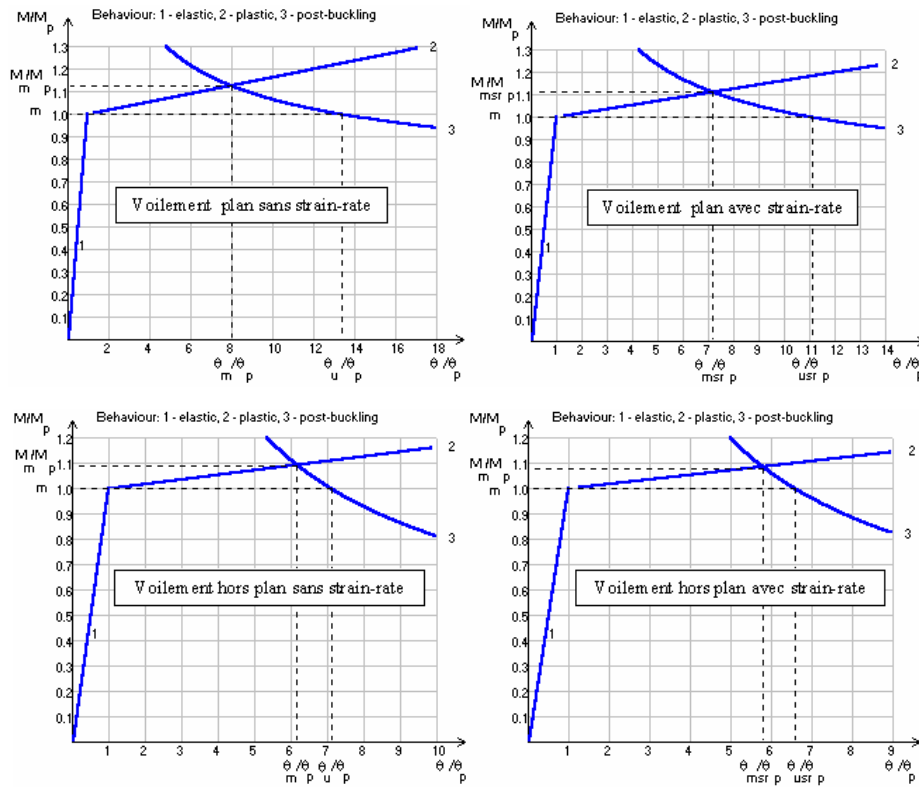


Figure 7.24. Courbes $M-\theta$ normalisées : Rotules plastiques, groupe A

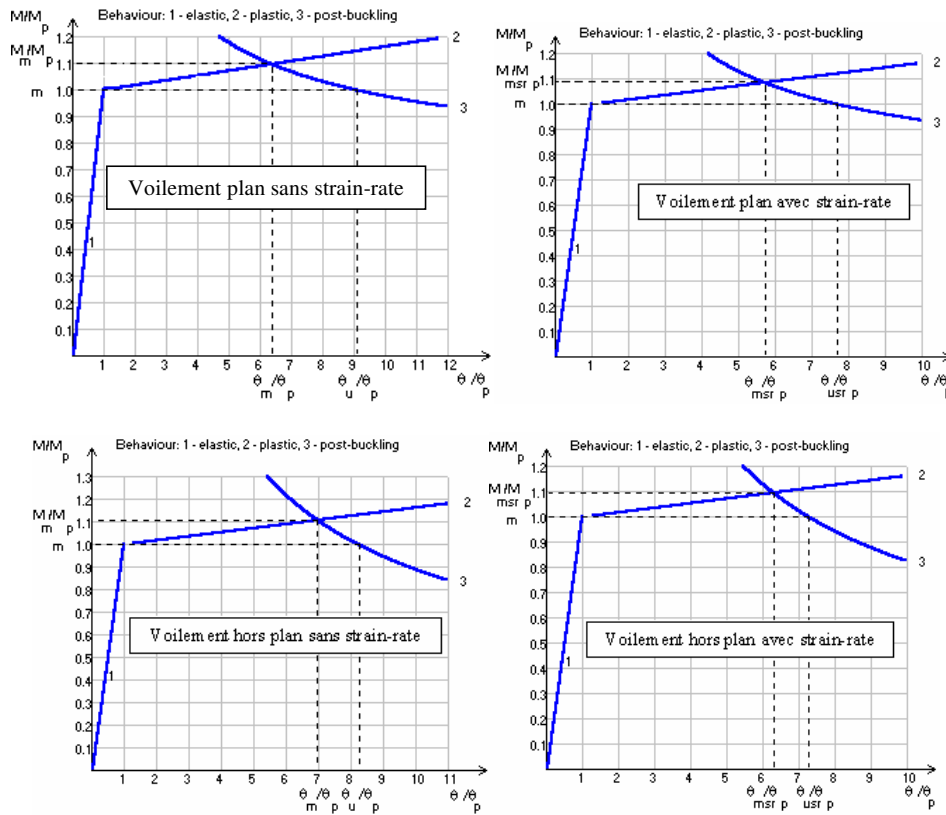


Figure 7.25. Courbes $M-\theta$ normalisées : Rotules plastiques, groupe B

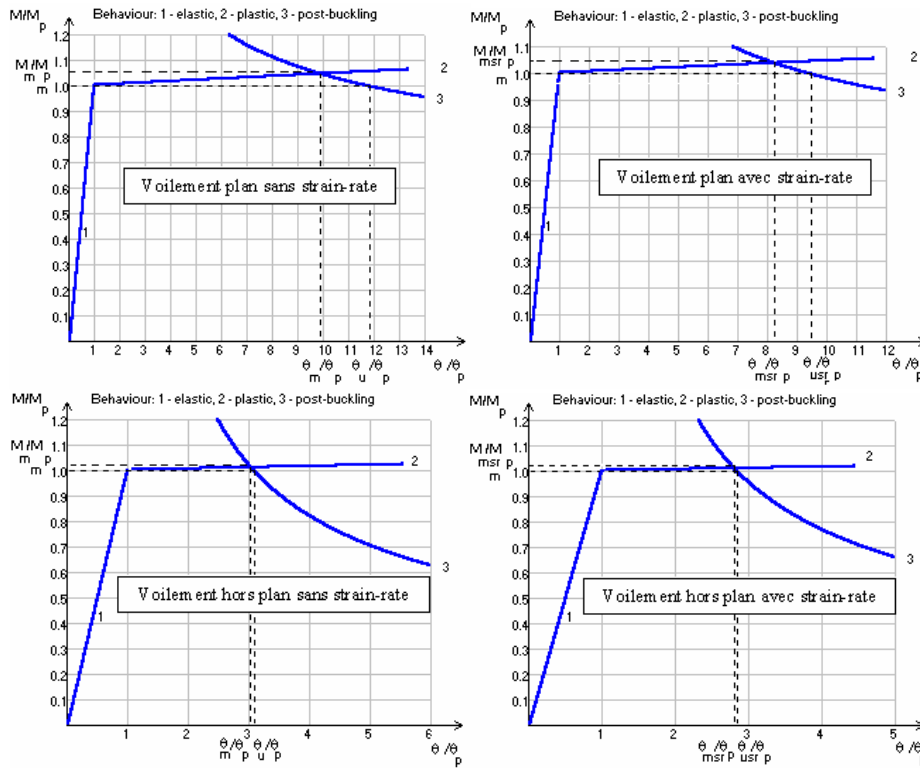


Figure 7.26 Courbes $M-\theta$ normalisées : Rotules plastiques, groupe C

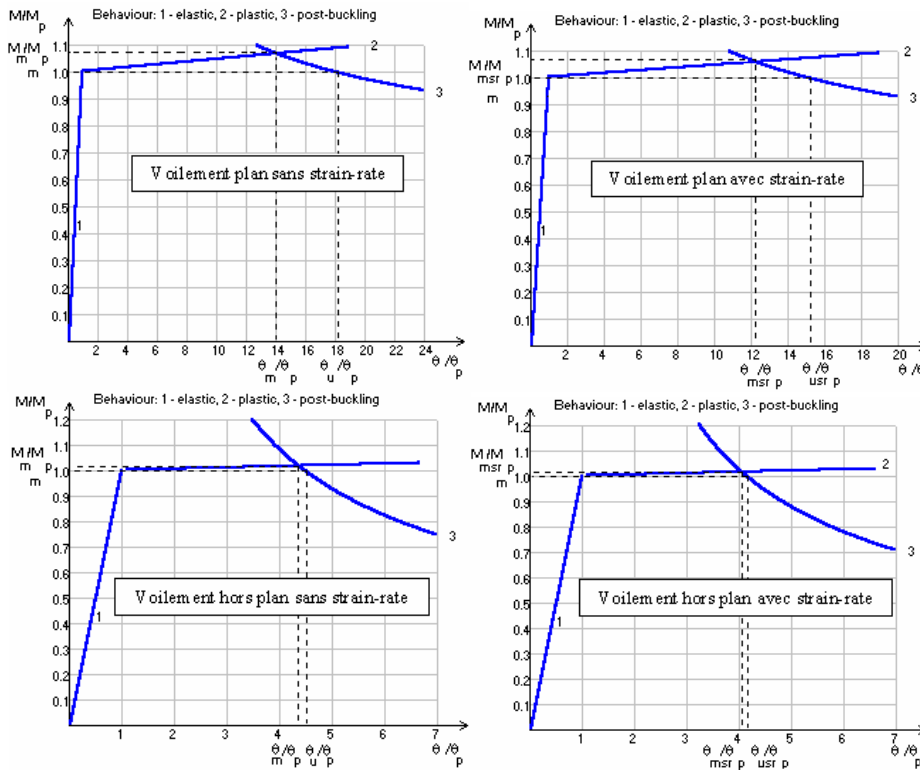


Figure 7.27. Courbes $M-\theta$ normalisées : Rotules plastiques, groupe D

Groupe	$\dot{\epsilon}$ (s ⁻¹)	M _p (kNm)	M _m (kNm)	M _u (kNm)	θ_p (rad)	θ_m (rad)	θ_u (rad)	μ_m	μ_θ	k
A	0,00	146	164	204	0,0165	0,1320	0,2214	4,80	8,25	0,0237
	0,01	168	178	226	0,0190	0,1265	0,2116	4,15	6,76	0,0288
B	0,00	146	160	240	0,0165	0,1053	0,1504	3,60	5,42	0,0357
	0,01	168	179	226	0,0190	0,0944	0,1465	3,15	4,48	0,0430
C	0,00	142	159	198	0,0144	0,1152	0,1709	5,94	7,24	0,0284
	0,01	158	178	218	0,0164	0,1030	0,1552	4,84	5,65	0,0333
D	0,00	142	158	198	0,0144	0,1580	0,2080	6,64	8,90	0,0170
	0,01	158	172	218	0,0164	0,1465	0,1910	5,30	7,10	0,0209

Tableau 7.7. Caractéristiques de ductilité des rotules plastiques sous chargement monotonique tenant compte de l'influence de la vitesse de déformation

Groupe	$\dot{\epsilon}$ (s ⁻¹)	θ_p (rad)	$\Delta\theta$ (rad)	θ_{uc} (rad)	μ_{θ_c}
A	0,00	0,0165	0,0330	0,1884	6,90
	0,01	0,0173	0,0346	0,2056	5,55
	0,50	0,0236	0,0473	0,2040	5,08
B	0,00	0,0165	0,0330	0,1174	4,74
	0,01	0,0173	0,0346	0,1286	4,29
	0,50	0,0236	0,0473	0,1223	3,49
C	0,00	0,0144	0,0288	0,1421	5,91
	0,01	0,0152	0,0302	0,1382	5,41
	0,50	0,0206	0,4130	0,1939	4,26
D	0,00	0,0144	0,0288	0,1792	7,62
	0,01	0,0184	0,0367	0,1643	6,90
	0,50	0,02623	0,0412	0,1500	4,46

Tableau 7.8. Ductilité et rotations plastiques requises des rotules plastiques

L'examen des figures correspondant au voilement local hors plan permet d'observer une chute très importante dans la résistance dès le premier stade de son apparition. Ce type de voilement réduit de façon vertigineuse la capacité de rotation et la ductilité locale des rotules plastiques. Aucune influence de la vitesse de déformation ni sur la capacité de rotation ni sur la ductilité locale des rotules plastiques n'est à considérer en présence de ce type de voilement.

L'examen des figures correspondantes au voilement local montre qu'une rotation plastique et une ductilité locale importante peuvent être souhaitées. L'effort normal réduit considérablement la rotation plastique et la ductilité locale.

Au tableau 7.7 on donne toutes les caractéristiques de ductilité relatives aux quatre groupes de rotules plastiques avec et sans influence de la vitesse de déformation obtenues dans les conditions d'un chargement monotonique et d'un voilement local plan. Au tableau 7.8 on donne toutes les caractéristiques de ductilité relatives aux quatre groupes de rotules plastiques avec et sans influence de la vitesse de déformation dans les conditions d'un chargement cyclique ou sismique et d'un voilement plan. Ces caractéristiques sont déduites de celles qui sont présentées au tableau 7.7 qu'on a corrigé en tenant compte de l'influence de l'action cyclique ou sismique.

L'examen des valeurs données au tableau 7.7 montrent que l'influence de la vitesse de déformation a pour effet de relever la pente de la branche décroissante correspondante au mécanisme de voilement local, ceci montre clairement que l'influence de la vitesse de

déformation a pour effet de retarder et de s'apposer à l'apparition du mécanisme du voilement local. Les valeurs de la pente k de la branche décroissante données avec et sans influence de la vitesse de déformation au tableau 7.7, montrent que sous une vitesse de déformation de $0.01s^{-1}$ cette pente augmente en moyenne de 20%, ceci peut se traduire par un accroissement de 20% dans la rigidité de la rotule plastique en présence d'une vitesse de déformation de l'ordre de $0.01s^{-1}$. Les ordres de grandeurs des valeurs des rotations plastiques et des ductilités locales correspondantes à chaque groupe de rotules évaluées avec et sans influence de la vitesse de déformation sont présentées au tableau 7.8. On constate que sous une vitesse de déformation de $0.01s^{-1}$, la rotation plastique et la ductilité locale sont réduites en moyenne de 20%, alors que sous une vitesse de déformation de $0.5s^{-1}$ ces deux paramètres sont en moyennes réduits de 40%.

MAZZOLANI et PILUSO[M13] proposent une nouvelle classification de ductilité qui est basée sur le comportement réel de l'élément au sein de la structure Cette classification définit trois classes de ductilité en fonction de la valeur du facteur de la ductilité locale μ_a disponible dans la structure de la façon suivante :

$\mu_a \geq 7.5$ ductilité supérieure

$4.0 \leq \mu_a < 7.5$ ductilité moyenne

$1.5 \leq \mu_a < 4.0$ faible ductilité

Les valeurs des ductilités locales μ_a obtenues au tableau 7.8 pour les quatre classes de rotules plastiques permettent de classer les structures S1, S2 et S3 comme suit :

- La ductilité de la structure S1 est déterminée par les rotules plastiques R1 et R2 appartenant au groupe A. Cette ductilité dépend de la vitesse de déformation, elle est égale à 6.9, 5.55 et 5.08 respectivement pour les vitesses de déformation $\dot{\epsilon} = 0.00s^{-1}$, $\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$ et $\dot{\epsilon} = 0.50s^{-1}$. On constate que la ductilité de la structure S1 décroît en fonction de la vitesse de déformation tout en restant dans la classe de la ductilité moyenne.
- La ductilité des structures S2 et S3 est déterminée respectivement par les rotules plastiques R1 et R2 de la structure S2 et la rotule R2 de la structure S3 appartenant toutes au groupe B. Donc les structures S2 et S3 possédant même ductilité, cette ductilité dépend de la vitesse de déformation, elle est égale à 4.74, 4.29 et 3.49 respectivement pour les vitesses de déformation $\dot{\epsilon} = 0.00s^{-1}$, $\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$ et $\dot{\epsilon} = 0.50s^{-1}$ on constate que la ductilité des structures S2 et S3 décroît en fonction de la vitesse de déformation, cette ductilité moyenne se transforme en faible ductilité sous l'influence des vitesses de déformation supérieures ou égales $0.50s^{-1}$.

Cette étude montre qu'en plus de l'influence de la vitesse de déformation l'effort est déterminant dans la ductilité, on constate que la ductilité locale des structures S1, S2 et S3 est conditionnée par les rotules plastiques sollicitées par l'effort normal à savoir les rotules des colonnes inférieures.

7.2.12.3. Présentation et analyse des résultats des simulations numériques relatives à la séquence de rotules plastiques

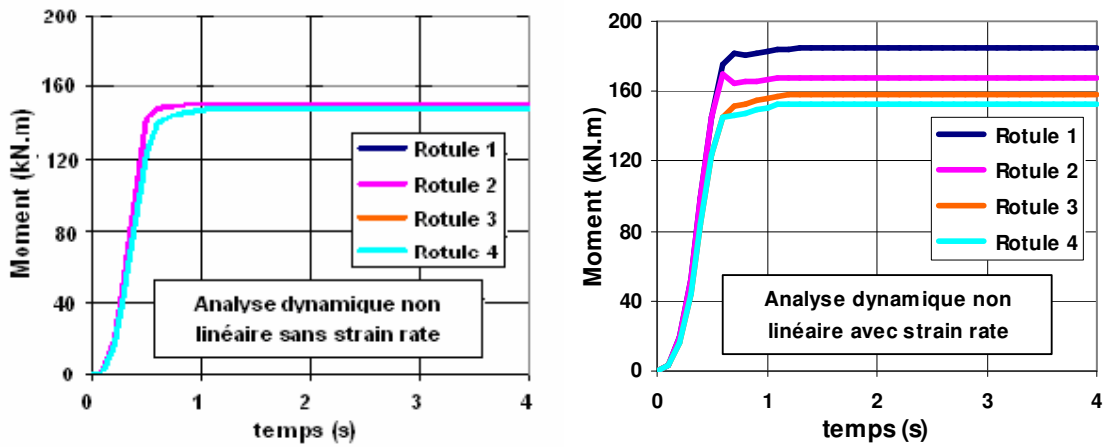


Figure 7.28. Séquence de rotules plastiques: Structure S1

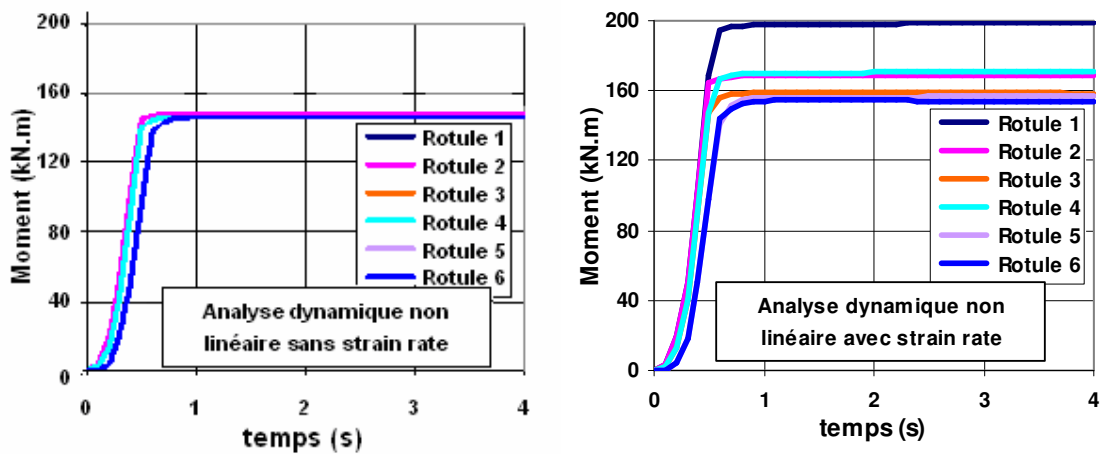


Figure 7.29 Séquence de rotules plastiques: Structure S2

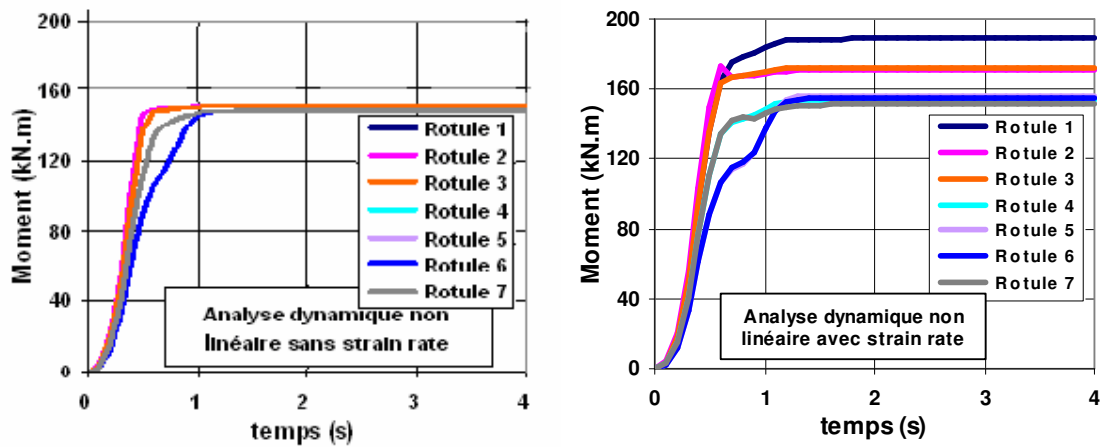


Figure 7.30. Séquence de rotule plastique: Structure S3

On suppose qu'une rotule plastique est pleinement développée dès que le moment M atteint le moment plastique M_p . L'évolution des moments en fonction du temps avec et sans influence de la vitesse de déformation dans les différentes rotules plastiques des structures S1, S2 et S3 soumises à un chargement monotone croissant sont représentées respectivement aux figures 7.28, 7.29 et 7.30. L'ensemble des courbes obtenues à l'aide de l'analyse qui consiste à ne pas tenir compte de l'influence de la vitesse de déformation montre que les rotules plastiques de chaque structure se forment pratiquement en même temps.

Selon l'analyse qui consiste à ne pas tenir compte de l'influence de la vitesse de déformation, la séquence des rotules se fait de la manière suivante :

- Les rotules plastiques de chaque niveau apparaissent en même temps. Les rotules plastiques de la poutre du plancher supérieure se forment en premier lieu suivi par les rotules plastiques de la poutre du plancher immédiatement inférieur. Les rotules plastiques qui se situent à la base des colonnes inférieures apparaissent les dernières, le retard peut être très important si les vitesses de déformation sont élevées.
- Les moments plastiques des rotules qui se situent à la base des colonnes sont les plus influencées par la vitesse de déformation, on constate également que les rotules de gauche que ce soit dans les colonnes ou dans les poutres sont plus influencées par la vitesse de déformation que les rotules de droite. Au tableau 7.9 on donne pour l'ensemble des rotules plastiques de chaque structure, les moments plastiques M_p , la répartition des moments plastiques dynamiques M_p^d et les accroissements relatifs $\frac{\Delta M}{M_p}$ des moments plastiques dus à l'influence de la vitesse de déformation, où $\Delta M = M_p^d - M_p$.

Structure	Rotule	M_p (kN.m)	M_p^d (kN.m)	$\frac{\Delta M}{M_p}$ (%)
S1	R1	150	184	22
	R2	150	167	11
	R3	147	158	7
	R4	147	153	4
S2	R1	150	197	31
	R2	150	168	12
	R3	147	158	8
	R4	147	170	15
	R5	147	156	6
	R6	147	154	5
S3	R1	150	188	25
	R2	150	170	13
	R3	150	172	14
	R4	147	154	5
	R5	147	156	6
	R6	147	156	6
	R7	147	151	3

Tableau 7.9. Distribution des moments plastiques dans les rotules des structures avec et sans influence de la vitesse de déformation

Les deux types d'analyses présentés ci dessus montrent qu'il peut y avoir une modification significative dans le comportement des structures soumises à une action sismique en champ proche par rapport au comportement des structures soumises à une action sismique en champ lointain. En effet en champ proche l'influence de la vitesse de déformation a pour effet de s'opposer à la formation des rotules plastiques dans les bases des colonnes et les poutres des étages inférieures et favorisent la formation du mécanisme plastique aux étages supérieurs. Ce phénomène est similaire à celui observé, [G14] qui est dû à l'influence des modes de vibration et à d'autres phénomènes qui sont dus à des forces impulsives intenses et de courte durée semblables à l'action sismique induite dans les structures en champs proche. Dans la suite on discutera brièvement ces deux phénomènes qui montrent dans quelle mesure le mécanisme de déformation plastique dépend de l'intensité et de la vitesse de chargement.

7.2.13. INFLUENCE DES MODES DE VIBRATION

En champ proche les périodes de vibration du sol sont très courtes et les forces induites par l'action sismiques possèdent un caractère impulsif, l'effet des modes supérieures de vibrations est dominant, en comparaison avec les modes de vibrations des structures en champ lointain où le mode fondamental est dominant. Dans les structures soumises à des forces impulsives, l'onde qui est due à l'impact se propage et produit des déformations très localisées dans la structure et d'importants déplacements relatifs entre étages, essentiellement entre étages de la partie supérieure de cette structure (voir figure 7.31). Contrairement au cas du champ lointain où le déplacement latéral de la structure montre que l'influence du premier mode de vibration est dominante. Donc les méthodes classiques d'analyse basées sur la réponse d'une structure à un seul degré de liberté et qui suppose que le mode fondamental est dominant ne sont pas adéquates pour décrire le comportement réel de la structure en champ proche. Les chercheurs estiment qu'il est nécessaire d'élaborer une méthodologie appropriée aux cas des séismes en champ proche.

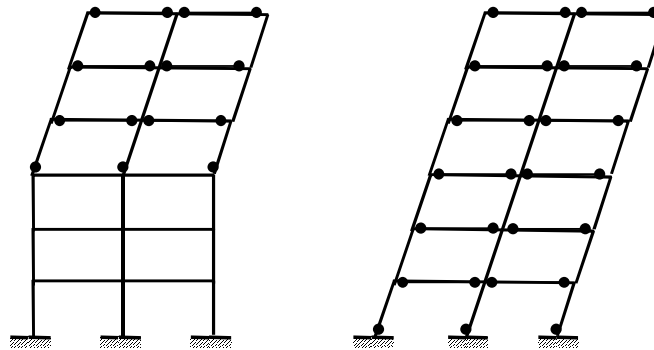


Figure 7.31 Influence des modes de vibration

7.2.14. INFLUENCE DES CHARGES IMPULSIVES

Une charge impulsive est une force dynamique dont l'intensité est très importante, mais la durée est très courte. Dans ce cas la charge est spécifiée en fonction du temps. Cependant un impact est une force dynamique de grande intensité qui ne peut pas être spécifiée en fonction du temps. Une action sismique en champ lointain peut être représentée par une impulsion de courte durée, alors un impact représente des forces qui sont dues aux chocs et aux collisions. Dans la suite on s'intéressera essentiellement au comportement des structures simples sous l'action d'une charge impulsive.

Plusieurs études aussi bien expérimentales que théoriques sont présentées dans [S14], ces études sont réalisées sur des structures simples ayant la forme d'une poutre cantilever encastrée à sa base dont l'autre extrémité est libre avec l'hypothèse d'un comportement rigide plastique parfait. Cette structure est soumise à une force $F(t)$, $t \geq 0$ supposée appliquée soudainement à l'extrémité libre de la poutre (voir figure 7.32). La charge de ruine F_c de la structure est liée au moment plastique par la relation $M_p = F_c l$ où l est la longueur de la poutre. Dans la suite on présentera l'étude de quelques cas de charges.

7.2.14.1. Charge impulsive rectangulaire de durée illimitée

Ces études ont montré que l'analyse statique ne peut être valable que dans le cas où la force appliquée est inférieure ou égale à la charge de ruine $F(t) \leq F_c$. Dans le cas où $F(t) > F_c$ une analyse correcte doit utiliser les équations dynamiques qui régissent les déformations de la structure au lieu des équations d'équilibre statique.

Examinons le cas d'une force $F(t) = F$, $t > 0$ d'intensité constante. Cette force engendre une distribution de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment fléchissant $M(x)$ sur toute la longueur de la poutre tel que :

$$\frac{dM(x)}{dx} = -T(x), \quad T(x) = -F, \quad \frac{dT(x)}{dx} = -g(x) \tag{7.88}$$

Où $g(x)$ est la distribution des forces d'inertie.

Il convient d'envisager plusieurs cas :

- Cas où la force F n'est pas très importante $F \leq F_c$.

Dans ce cas il n'y a pas de forces d'inertie:

$$\frac{dT(x)}{dx} = -g(x) = 0. \tag{7.89}$$

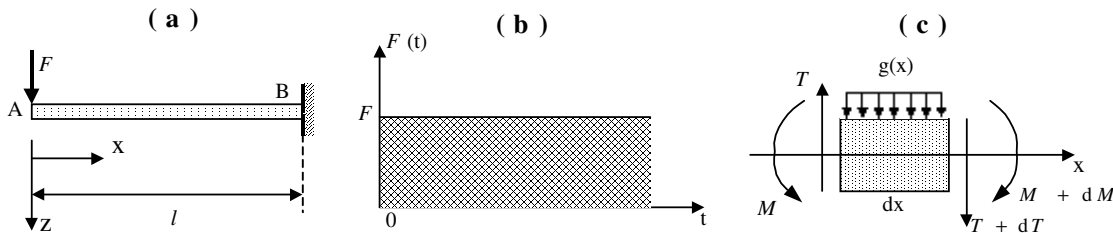


Figure 7.32. Nature de la charge appliquée à la structure

Dans le cas limite où $F = F_c$ les diagrammes du moment fléchissant et de l'effort tranchant sont représentés à la figure 7.33., la rotule plastique apparaît à la racine de la poutre.

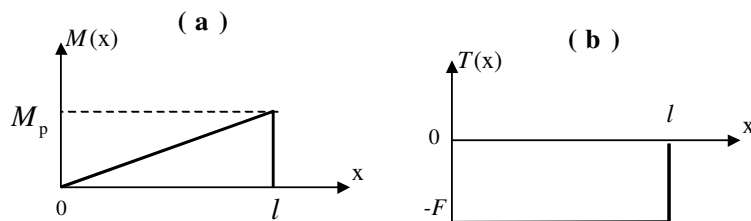


Figure 7.33. Distribution du moment fléchissant et de l'effort tranchant pour $F = F_c$

- Cas où la force $F > F_c$.

Dans ce cas $F - F_c$ génère un mouvement accéléré de la structure. Si on suppose que la rotule plastique se situe à la base de la poutre (voir figure 7.34), la poutre tourne alors autour de cette rotule plastique.

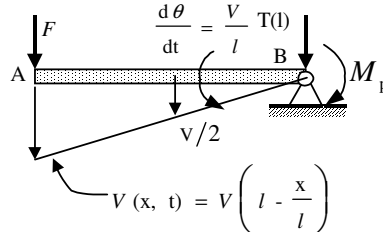


Figure 7.34. Mécanisme de déformation de la structure avec rotule plastique à la racine de la poutre.

L'équation du mouvement de translation s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho l \frac{dV}{dt} = F + T(l) \quad (7.90)$$

ρ est la masse par unité de longueur de la poutre.

V est la vitesse de l'extrémité de la poutre au point A.

L'équation du mouvement de rotation autour de la rotule s'écrit :

$$\frac{1}{3} \rho l^2 \frac{dV}{dt} = Fl - M_p \quad (7.91)$$

De l'équation (7.91) on déduit l'équation suivante :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3(Fl - M_p)}{\rho l^2} = \frac{3(F - F_c)}{\rho l} \quad (7.92)$$

Si la force F reste constante l'accélération de l'extrémité de la poutre est constante elle est égale à :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{\rho l} (F - F_c) \quad (7.93)$$

La résolution des équations (7.90) et (7.92) tenant compte des conditions aux limites :

$T(0) = -F$, $M(0) = 0$, $M(l) = M_p$, permet de déterminer la distribution de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment fléchissant $M(x)$ le long de la poutre.

$$T(x) = \frac{1}{2} (F - 3F_c) - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2 (F - F_c) \quad (7.94)$$

$$M(x) = -\frac{1}{2} \left\{ x(F - 3F_c) + l \left[\left(1 - \frac{x}{l} \right)^3 - 1 \right] (F - F_c) \right\} \quad (7.95)$$

L'étude des fonctions $T(x)$ et $M(x)$ incite à envisager deux cas selon la valeur de l'intensité de la force F :

- Cas où la force F est modérée $F_c < F \leq 3F_c$.

Dans ce cas la distribution de l'effort tranchant et du moment fléchissant qui résultent de l'application de la force F et du champ d'accélération est représentée à la figure 7.35. $T(0)$ et $T(l)$ sont tous les deux négatifs $T(0) < 0$, $T(l) < 0$ l'effort tranchant garde un signe constant le long de la poutre.

$\frac{dM}{dx} = -T(x)$, donc le moment fléchissant croît depuis l'extrémité de la poutre jusqu'à sa base et la valeur maximum du moment fléchissant est obtenue à la base de la poutre $M_{\max} = M(l) = M_p$.

Donc si une force F tel que $F_c < F \leq 3F_c$ est appliquée soudainement à l'extrémité libre de la poutre, il en résulte une seule rotule plastique localisée à la base de la poutre dont la réaction en ce point $T(l) < 0$

Dans le cas limite où $F = 3F_c$ l'effort tranchant $T(l) = 0$

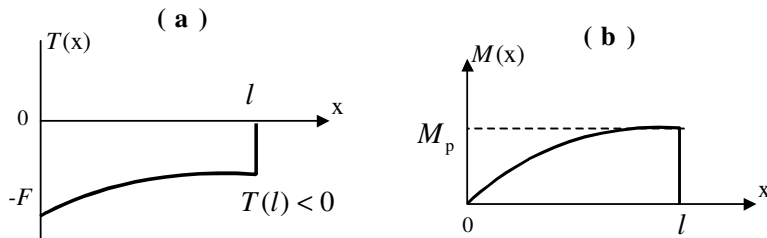


Figure 7.35. Distribution de l'effort tranchant et du moment fléchissant pour $F_c < F \leq 3F_c$

- Cas où la force F est très intense $F > 3F_c$

Si on suppose que la rotule plastique se situe toujours à la base de la poutre comme dans le cas précédent les expressions de l'effort tranchant $T(x)$ et du moment fléchissant $M(x)$ obtenues aux équations (7.94) et (7.95) restent toujours valables et les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant correspondant sont donnés aux figures 7.36.a. Dans ce cas on constate que $T(0) < 0$ et $T(l) > 0$. Donc l'effort tranchant s'annule dans une section quelconque à l'intérieur de la poutre, cette section se situe à une distance \bar{x} de l'extrémité libre de la poutre, \bar{x} est la racine de l'équation $\frac{dM(x)}{dx} = -T(x) = 0$,

$$\text{soit } \bar{x} = l \left(1 - \sqrt{\frac{F - 3F_c}{3(F - F_c)}} \right) \text{ le moment fléchissant dans cette section est un maximum. On}$$

constate que le moment maximum se situe à l'intérieur de la poutre dont la valeur est supérieure à celle du moment plastique à la base de la poutre. $M_{\max} = M(\bar{x}) > M(l) = M_p$, ce résultat erroné est une conséquence de l'hypothèse qui consiste à supposer que la rotule plastique se situe à la base de la poutre.

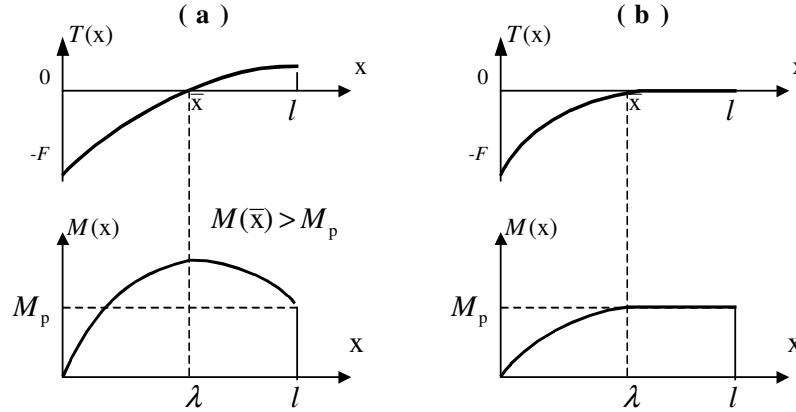


Figure 7.36. Distribution de l'effort tranchant et du moment fléchissant pour $F > 3F_c$

Donc lorsque $F > 3F_c$ la rotule plastique doit apparaître dans une section à l'intérieur de la poutre. On suppose que cette rotule plastique est localisée à une distance λ de l'extrémité libre de la poutre. Le mécanisme de déformation est montré à la figure 7.37.

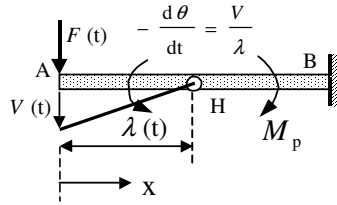


Figure 7.37. Mécanisme de déformation de la structure avec rotule plastique à l'intérieur de la poutre.

La rotule plastique se situe au point H, le segment AH tourne de la rotule plastique avec une accélération angulaire $\frac{1}{\lambda} \left(\frac{dV}{dt} \right)$ alors que le segment HB reste stationnaire. Les conditions aux limites deviennent $M(\lambda) = M_p$ et $T(\lambda) = 0$. Les équations du mouvement du segment AH sont établies selon les égalités suivantes :

$$\frac{1}{2} \rho \lambda \frac{dV}{dt} = F \quad (7.96)$$

$$\frac{1}{3} \rho \lambda \frac{dV}{dt} = F \lambda - M_p \quad (7.97)$$

Les deux inconnues sont la position de la rotule plastique λ et la vitesse V de l'extrémité de la poutre. On note qu'au point H $M(\lambda) = M_p$ et $T(\lambda) = 0$.

La résolution des équations (7.96) et (7.97) permet de donner la distribution de l'effort tranchant $T(x)$, du moment fléchissant $M(x)$ et de la position λ de la rotule plastique.

$$T(x) = -F \left(1 - \frac{x}{\lambda} \right)^2 \quad (7.98)$$

$$M(x) = M_p \left[1 - \left(1 - \frac{x}{\lambda} \right)^3 \right] \quad (7.99)$$

$$\lambda = \frac{3F_c}{F} l \tag{7.100}$$

λ est déterminé à l'aide de la condition $M(0) = 0$.

L'accélération de l'extrémité de la poutre est évaluée à l'aide des équations (7.96) et (7.97)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{2}{3} \frac{F_c}{\rho l} \left(\frac{F}{F_c} \right)^2 \tag{7.101}$$

On résume ci après l'expression de l'accélération de l'extrémité libre de la poutre $\frac{dV}{dt}$ en fonction de l'intensité de la force appliquée F

$$\frac{dV}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < F \leq F_c \\ \frac{3}{\rho l} (F - F_c) & \text{si } F_c < F \leq 3F_c \\ \frac{2}{3} \frac{F_c}{\rho l} \left(\frac{F}{F_c} \right)^2 & \text{si } F > 3F_c \end{cases} \tag{7.102}$$

On remarque que dans le dernier cas où l'intensité de la force est grande l'accélération $\frac{dV}{dt}$ est proportionnelle à F^2 au lieu de $F - F_c$. A la figure 7.38 on représente l'évolution de $\frac{\rho l}{F_c} \frac{dV}{dt}$ en fonction de $\frac{F}{F_c}$ qui montre la dépendance de l'accélération et de la force appliquée. La rotation de la rotule plastique en fonction du temps peut être obtenue facilement en intégrant par rapport au temps les équations (7.102)

Les remarques les plus importantes déduites de cette analyse sont les suivantes :

- Si $F \leq F_c$ il n'y a pas de déformation plastique dans la poutre.
- Si $F_c < F \leq 3F_c$ la rotule plastique est localisée à la racine de la poutre.
- Si $F > 3F_c$ la rotule plastique est localisée à l'intérieur de la poutre à une distance

$\lambda = 3 \frac{M_p}{F}$ de l'extrémité libre de la poutre.

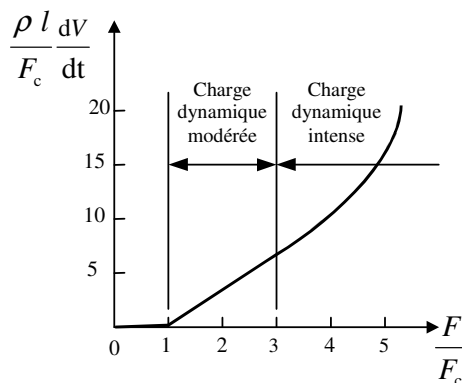


Figure 7.38. Variation de la vitesse de l'extrémité de la poutre en fonction de l'intensité de la charge appliquée.

7.2.14.2. Charge impulsive rectangulaire de courte durée

Souvent les forces impulsives ont une intensité supérieure à la charge de ruine F_c de la structure, elles sont généralement de très courte durée, par conséquent, les déformations de la structure dépendent à la fois de l'intensité de la force F et de la durée t_d d'application de cette force.

Supposons qu'une force F_0 d'intensité supérieure à F_c est appliquée instantanément à l'extrémité de la poutre et retirée soudainement à l'instant $t = t_d$, la représentation schématique est montrée à la figure 7.39

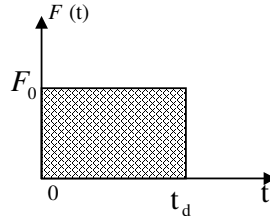


Figure 7.39. Charge impulsive rectangulaire de durée t_d

La force $F(t)$ est définie par l'équation suivante :

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & \text{si } 0 \leq t \leq t_d \\ 0 & \text{si } t > t_d \end{cases} \quad (7.103)$$

La période de chargement $0 \leq t \leq t_d$ est appelée phase I, pendant cette phase la solution du problème est identique à celle qui est établie pour le cas d'une charge impulsive de forme rectangulaire et de durée illimitée.

- Si $F_c < F_0 \leq 3F_c$ une rotule plastique se forme à la racine de la poutre et reste stationnaire à cet endroit.
- Si $F_0 > 3F_c$, une rotule plastique se forme à l'intérieur de la poutre à une distance $\lambda_0 = 3 \frac{M_p}{F_0}$ et reste stationnaire à cet endroit durant la phase I. Durant cette phase la position de la rotule plastique est notée H_0 .

Si la force F_0 est retirée soudainement à l'instant $t = t_d$. Par application du théorème de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique nous allons démontrer que pendant la période $t > t_d$ la position H de la rotule plastique et la distance $\lambda(t)$ qui la sépare de l'extrémité libre de la poutre varient en fonction du temps.

$$\frac{1}{2} \rho \lambda V = \int_0^t F(\bar{t}) d\bar{t} = \begin{cases} F_0 t & \text{si } 0 \leq t \leq t_d \\ F_0 t_d & \text{si } t > t_d \end{cases} \quad (7.104)$$

Jusqu'à présent nous avons désigné par V la vitesse de l'extrémité libre de la poutre. Dans ce qui suit, on désignera par $V(x,t)$ la vitesse en un point qui se situe à une distance x de l'extrémité de la poutre. En ce point $x = 0$, on note $V(0,t) = V$

$V(x,t)$ s'exprime en fonction de $V(0,t)$, de x , et de $\lambda(t)$ à l'aide de l'expression suivante :

$$V(x,t) = \left(1 - \frac{x}{\lambda(t)}\right) V(0,t) = \left(1 - \frac{x}{\lambda(t)}\right) V \quad (7.105)$$

$$\int_0^{\lambda(t)} \rho V(x,t) x dx = M_p t \quad (7.106)$$

On remplace $V(x,t)$ par son expression, après intégration on aboutit à la relation suivante :

$$\frac{1}{6} \rho \lambda(t)^2 V = M_p t. \quad (7.107)$$

La position $\lambda(t)$ de la rotule plastique et la vitesse V de l'extrémité libre de la poutre sont données par les expressions (7.108) et (7.109).

Durant la première phase de chargement phase I. $0 \leq t \leq t_d$, la position de la rotule plastique est stationnaire. et la vitesse V varie linéairement en fonction du temps.

$$\lambda(t) = \lambda_0 = 3 \frac{F_c}{F_0} l \quad (7.108)$$

$$V = V(0,t) = \frac{2}{3} \frac{F_c}{\rho l} \left(\frac{F_0}{F_c}\right)^2 t \quad (7.109)$$

On note $V_1 = V(0,t_d)$ la vitesse de l'extrémité de la poutre atteinte à la fin de la phase I.

$$V_1 = V(0,t_d) = \frac{2}{3} \frac{F_c}{\rho l} \left(\frac{F_0}{F_c}\right)^2 t_d \quad (7.110)$$

A l'instant $t = t_d$, le déplacement δ_1 de l'extrémité de la poutre et la rotation θ_1 du segment AH_0 sont donnés par les expressions suivantes :

$$\delta_1 = \delta(t_d) = \frac{1}{3} \left(\frac{F_0^2}{F_c l}\right) \left(\frac{t_d^2}{\rho l}\right) l \quad (7.111)$$

$$\theta_1 = \theta(t_d) = -\frac{1}{9} \left(\frac{F_0^3}{F_c^2}\right) \left(\frac{t_d^2}{\rho l}\right) \quad (7.112)$$

Quand la force F_0 est retirée soudainement à l'instant $t = t_d$ la rotule plastique commence à s'éloigner de la position H_0 localisée à la distance λ_0 de l'extrémité libre de la poutre.

La période qui vient juste immédiatement après l'instant t_d est appelée phase II. Pendant cette deuxième phase la rotule plastique se déplace vers la racine de la poutre et sa position $\lambda(t)$ dépend du temps, les équations (7.104) et (7.106) permettent de déterminer $\lambda(t)$.

$$\lambda(t) = 3l \left(\frac{F_c}{F_0}\right) \frac{t}{t_d} \quad (7.113)$$

Pendant cette deuxième phase la rotule plastique se déplace vers la racine de la poutre avec une vitesse constante $\dot{\lambda}(t)$ et la vitesse $V = V(0,t)$ de l'extrémité de la poutre décroît très vite

$$\dot{\lambda}(t) = 3 \left(\frac{F_c}{F_0}\right) \frac{l}{t_d} \quad (7.114)$$

$$V = V(0, t) = \frac{2}{3} \left(\frac{F_c}{\rho l} \right) \left(\frac{F_0}{F_c} \right)^2 \frac{t_d^2}{t} \quad (7.115)$$

Durant cette deuxième phase le déplacement de l'extrémité de la poutre en fonction du temps est donné par la relation suivante :

$$\delta(t) = \delta(t_d) + \int_{t_d}^t V(0, \bar{t}) d\bar{t} \quad (7.116)$$

$$\delta(t) = \frac{1}{3} \left(\frac{F_c}{\rho l} \right) \left(\frac{F_0}{F_c} \right)^2 t_d^2 \left[1 + 2 \ln \left(\frac{t}{t_d} \right) \right] \quad (7.117)$$

Cette phase II se termine dès que la rotule atteint la racine de la poutre (point B). Le temps t_2 qui marque la fin de cette phase est obtenu en faisant $\lambda(t) = l$ dans l'équation (7.113).

$$t_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{F_0}{F_c} \right) t_d \quad (7.118)$$

La vitesse V_2 et le déplacement δ_2 de l'extrémité de la poutre à la fin de la phase II sont donnés par les relations suivantes :

$$V_2 = V(0, t_2) = 2 \left(\frac{F_0}{\rho l} \right) t_d \quad (7.119)$$

$$\delta_2 = \delta(t_2) = \frac{1}{3} \left(\frac{F_c}{\rho l} \right) \left(\frac{F_0}{F_c} \right)^2 t_d^2 \left[1 + 2 \ln \left(\frac{F_0}{3F_c} \right) \right] \quad (7.120)$$

Une troisième phase commence à partir de l'instant $t > t_d$, pendant cette phase la rotule est fixée à la base et la poutre continue à tourner autour de sa racine et la vitesse de l'extrémité de la poutre décroît linéairement pour s'annuler à la fin de la phase finale comme indiqué à la figure 7.40. Le temps $t_3 = t_f$ qui marque la fin de la phase III et le déplacement $\delta_3 = \delta_f$ correspondant sont donnés par les relations suivantes :

$$t_f = t_3 = 3t_2 = \left(\frac{F_0}{F_c} \right) t_d \quad (7.121)$$

$$\delta_f = \delta_3 = \delta(t_f) = \frac{1}{3} \left(\frac{F_c}{\rho l} \right) \left(\frac{F_0}{F_c} \right)^2 t_d^2 \left[3 + 2 \ln \left(\frac{F_0}{3F_c} \right) \right] \quad (7.122)$$

A la fin de la phase III, la structure est au repos avec une rotation résiduelle θ_f tel que :

$$\theta_f = \theta_3 = \theta(t_3) = -\frac{2}{3} \left(\frac{F_c}{\rho l} \right) \left(\frac{F_0}{F_c} \right)^2 \left(\frac{t_d}{l} \right) \quad (7.123)$$

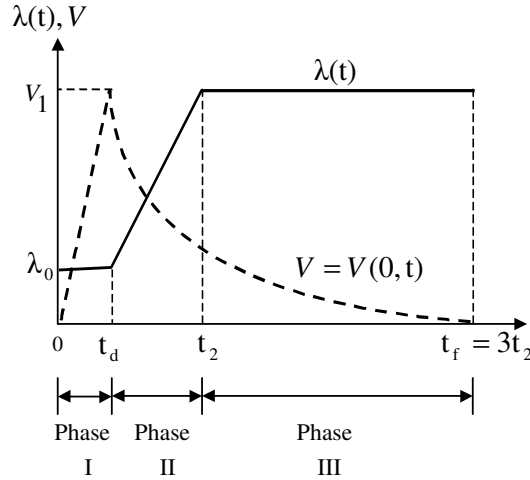


Figure 7.40. Variation de la position de la rotule plastique et de la vitesse en fonction du temps pour $F_0 > 3F_c$

L'énergie totale dissipée par la structure durant le processus de déformation est la somme des énergies dissipées pendant chaque phase, après calcul l'expression de cette énergie dissipée est donnée par la relation suivante :

$$E = \frac{F_0^3 t_d^2}{3 \rho M_p} = \frac{1}{3} \frac{P_f^2}{M_p} \frac{F_0}{\rho} \quad (7.124)$$

L'énergie E_I dissipée dans la structure durant la phase I est toujours égale au tiers de l'énergie totale dissipée indépendamment de l'amplitude de la force et de la durée d'application de cette force. Les parts des énergies E_{II} et E_{III} dissipées dans les phases II et III sont distribuées selon l'intensité de la force appliquée, la part de l'énergie dissipée dans la phase II croît au détriment de la part de l'énergie dissipée dans la phase III quand la force croît.

$$\begin{cases} E_I = \frac{1}{9} \frac{P_f^2}{M_p} \frac{F_0}{\rho} \\ E_{II} = \frac{2}{9} \frac{P_f^2}{M_p} \frac{F_0 - 3F_c}{\rho} \\ E_{III} = \frac{2}{3} \frac{P_f^2}{M_p} \frac{F_c}{\rho} \end{cases} \quad (7.125)$$

En résumé, dans le cas d'une charge impulsive de courte durée et de forme rectangulaire le comportement de la structure dépend de l'intensité de la force F_0 appliquée, trois cas sont à envisager :

- Si $F_0 \leq F_c$, la structure possède un comportement statique, il n'y a pas de formation de rotule plastique.
- Si $F_c < F_0 \leq 3F_c$ la rotule se forme à la racine de la poutre et reste stationnaire, toute l'énergie est dissipée à cet endroit le déplacement résiduel δ_f de l'extrémité de la poutre est donné par la relation suivante :

$$\delta_f = \frac{3}{2} \left(\frac{F_0}{F_c} \right) \left(\frac{F_0 - F_c}{\rho l} \right) t_d^2 \quad (7.126)$$

- Si $F_0 > 3F_c$ la réponse de la structure consiste en trois phases, les résultats obtenus pendant ces trois phases sont rassemblés au tableau 7.10.

Phase	Temps	Position de la rotule	Vitesse	Déplacement
Phase I	$t = 0$	$\lambda_0 = 3 \frac{F_c}{F} l$	$v = 0$	$\delta = 0$
	$t_1 = t_d$	$\lambda_0 = 3 \frac{F_c}{F} l$	$V_1 = \frac{2}{3} \frac{F_0}{\rho l} t_d$	$\delta_1 = \frac{1}{3} \frac{F_0^2}{\rho l F_c} t_d^2$
Phase II	$t_2 = \frac{F_0}{F_c} t_d$	$\lambda = l$	$V_2 = 2 \frac{F_0}{\rho l} t_d$	$\delta_2 = \frac{1}{3} \frac{F_0^2}{\rho l F_c} t_d^2 \left[1 + \ln \left(\frac{F_0}{3F_c} \right) \right]$
Phase III	$t_f = 3t_2$	$\lambda = l$	$v_f = 0$	$\delta_f = \frac{1}{3} \frac{F_0^2}{\rho l F_c} t_d^2 \left[1 + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{F_0}{3F_c} \right) \right]$

Tableau 7.10. Phases de transition de la réponse de la structure à la charge impulsive rectangulaire de courte durée pour $F_0 > 3F_c$

7.2.14.3. Charge impulsive de forme quelconque et de courte durée

Supposons qu'une charge impulsive de courte durée t_d dont l'intensité $F(t)$ est fonction du temps est appliquée à l'extrémité libre de la poutre tel que $F(0) \geq F_c$ comme indiqué à la figure 7.41.

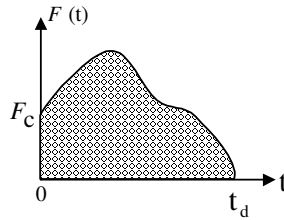


Figure 7.41. Charge impulsive de forme quelconque et de courte durée

Dans l'objectif de déterminer de savoir quelle mesure la position $\lambda(t)$ de la rotule plastique et la vitesse $V = V(0, t)$ de l'extrémité de la poutre dépendent de l'intensité de la force $F(t)$ et de la durée d'application t_d de cette force on établit de façon similaire aux cas précédents les deux équations du mouvement du segment AH.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \rho \lambda(t) V \right) = F(t) \tag{7.127}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{6} \rho \lambda(t)^2 V \right) = M_p \tag{7.128}$$

On pose $P(t) = \int_0^t F(\bar{t}) d\bar{t}$ ce terme est appelé impulsion, tenant compte de cette expression les solutions des équations (7.127) et (7.128) sont les suivantes :

$$\lambda(t) = 3 \frac{M_p}{P(t)} t \tag{7.129}$$

$$V = V(0,t) = \frac{2}{3} \frac{[P(t)]^2}{\rho M_p} \frac{1}{t} \quad (7.130)$$

La rotule plastique se déplace avec une vitesse $\dot{\lambda}(t)$ dont l'expression est la suivante :

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} = \frac{3M_p}{[P(t)]^2} [P(t) - tF(t)] \quad (7.131)$$

Le signe de $\dot{\lambda}(t)$ est celui du terme $P(t) - tF(t)$. La rotule se déplace vers la racine ou vers l'extrémité de la poutre selon le signe de $\dot{\lambda}(t)$. Une étude mathématique de la fonction $\dot{\lambda}(t)$ en utilisant le théorème des accroissements finis permet de faire un certain nombre de conclusions :

- Si $F(t)$ est croissante alors $\dot{\lambda}(t) < 0$ et la rotule se dirige vers l'extrémité libre de la poutre.
- Si $F(t)$ est décroissante alors $\dot{\lambda}(t) > 0$ et la rotule se dirige vers la racine de la poutre.
- Si $F(t)$ est constante alors la rotule reste stationnaire tant que $F(t)$ reste constante.
- Si $F(t)$ croît puis décroît un peu plus tard, la rotule change de direction et le point de retour est obtenu lorsque $P(t) - tF(t) = 0$.

7.2.14.4. Charge impulsive symétrique de forme triangulaire et de courte durée

On suppose qu'une charge impulsive de courte durée t_d et de forme symétrique triangulaire est appliquée à la structure avec $F(0) = F_c$ (voir figure 7.42)

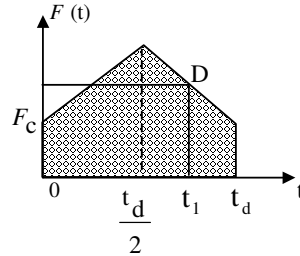


Figure 7.42 Charge impulsive de forme triangulaire de courte durée

L'étude réalisée au paragraphe 7.2.13.3 correspondante à une charge impulsive d'une forme quelconque appliquée à ce cas simple montre que la rotule plastique se forme à la racine de la poutre, cette rotule commence par se diriger vers l'extrémité libre de la poutre, le retour de la rotule vers sa position d'origine se fait à l'instant $t_1 = \frac{t_d}{\sqrt{2}} = 0.707t_d$. La rotule arrive de

nouveau à la base de la poutre à l'instant $t_2 = \frac{l P(t_d)}{3 \rho l}$ où elle reste stationnaire pour $t > t_2$,

la vitesse V_2 de l'extrémité de la poutre à l'instant t_2 est donnée par la relation suivante :

$$V_2 = 2 \frac{P(t_d)}{\rho l} \quad (7.132)$$

La rotation résiduelle θ_f de la rotule plastique quand le mouvement cesse est donné par la relation suivante :

$$\theta_f = -\frac{2}{3} \frac{1}{\rho l} \frac{P(t_d)}{M_p} \quad (7.133)$$

7.2.14.5. Charge impulsive décroissante et de courte durée

On suppose que la structure est soumise à son extrémité libre à une force impulsive $F(t)$ de courte durée t_d et décroît linéairement en fonction du temps, cette force est représentée à la figure 7.43.

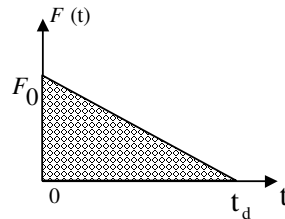


Figure 7.43. Charge impulsive linéairement décroissante de courte durée

La fonction $F(t)$ est définie par l'équation suivante :

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \left(1 - \frac{t}{t_d} \right) & \text{si } 0 \leq t \leq t_d \\ 0 & \text{si } t > t_d \end{cases} \quad (7.134)$$

Cette étude incite à envisager plusieurs cas selon la valeur de la charge initiale F_0

- Si $F_0 < F_c$, la structure reste statique et indéformable.
- Si $F_c < F_0 < 2F_c$, la rotule plastique se forme à la racine de la poutre et reste stationnaire à cet endroit, la rotation de la poutre autour de la rotule commence à l'instant $t = 0$, cette rotation cesse avant l'instant t_d , soit $t_f < t_d$.
- Si $2F_c < F_0 < 3F_c$ la rotule plastique se forme à la racine de la poutre elle reste stationnaire à cet endroit, la rotation de la poutre autour de la rotule cesse à l'instant t_f avec $t_f > t_d$.
- Si $3F_c < F_0 < 6F_c$, la rotule se forme à l'intérieur de la poutre ayant pour position initiale $\lambda_0 = 3 \frac{F_c}{F_0}$, la rotule se déplace vers la racine de la poutre, elle atteint la racine avant que la force cesse d'agir et le mouvement de rotation autour de la racine continue.
- Si $F_0 > 6F_c$, le mouvement initial est similaire à celui correspondant au cas où $3F_c < F_0 < 6F_c$, la force cesse d'agir avant que la rotule ait atteint la racine, le mouvement de la rotule continue pour atteindre la racine de la poutre. Les résultats correspondants à ce cas sont rassemblés au tableau 7.11. et représentés à la figure suivante.

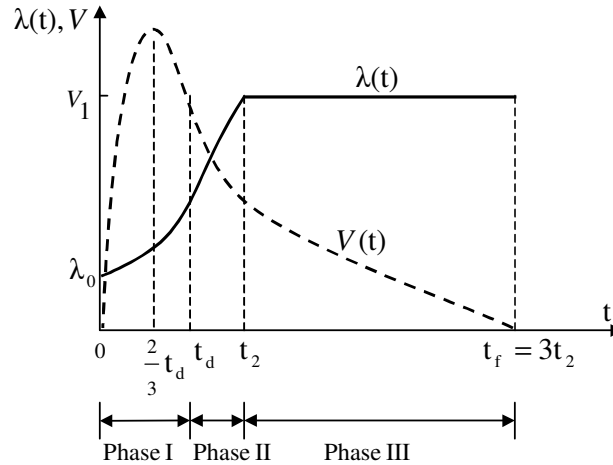


Figure 7.44. Variation de la position de la rotule plastique et de la vitesse en fonction du temps pour $F_0 > 6F_c$

Phase	Temps	Position de la rotule	Vitesse	Déplacement
Phase I $F(t) > 0, \dot{\lambda}(t) > 0$	$t = 0$	$\lambda_0 = 3 \frac{F_c}{F_0} l$	$v = 0$	$\delta = 0$
	$t = \frac{2}{3} t_d$	$\lambda = \frac{9}{2} \frac{F_c}{F_0} l$	$V_{\max} = \frac{16 F_0^2 t_d}{81 \rho l F_c}$	$\delta = \frac{22}{243} \frac{F_0^2}{\rho l F_c} t_d^2$
	$t_1 = t_d$	$\lambda = 6 \frac{F_c}{F_0} l$	$V_1 = \frac{1}{6} \frac{F_0^2 t_d}{\rho l F_c}$	$\delta_1 = \frac{11}{72} \frac{F_0^2}{\rho l F_c} t_d^2$
Phase II $F(t) = 0, \dot{\lambda}(t) > 0$	$t_2 = \frac{1}{6} \frac{F_0}{F_c} t_d$	$\lambda = l$	$V_2 = \frac{F_0}{\rho l} t_d$	$\delta_2 = \frac{1}{4} \frac{F_0^2 t_d^2}{\rho l F_c} \left[\frac{11}{18} + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{F_0}{6 F_c} \right) \right]$
Phase III $F(t) = 0, \dot{\lambda}(t) = 0$	$t_f = 3 t_2$	$\lambda = l$	$v_f = 0$	$\delta_f = \frac{1}{4} \frac{F_0^2 t_d^2}{\rho l F_c} \left[\frac{23}{18} + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{F_0}{6 F_c} \right) \right]$

Tableau 7.11. Phases de transition de la réponse de la structure à la charge impulsive rectangulaire de courte durée pour $F_0 > 6F_c$

7.3. COMPORTEMENT GLOBAL

L'objectif de ce chapitre est de faire une étude comparative du facteur de comportement q des portiques métalliques obtenu dans les deux hypothèses ; la première considère l'effet de la vitesse de déformation et la seconde ignore cet effet. Après avoir défini le facteur de comportement, on présente les différentes méthodes qui permettent d'évaluer le facteur de comportement développées par divers chercheurs. Sur la base des simulations numériques et par applications de ces différentes méthodes on verra ensuite les valeurs du facteur de comportement q obtenues dans les deux hypothèses indiquées ci dessus. Cette étude se conclut par des commentaires sur la sensibilité du facteur de comportement à la vitesse de déformation.

7.3.1. DEFINITION DU FACTEUR DE COMPORTEMENT D'UNE STRUCTURE

Le dimensionnement des structures du génie civil à la tenue au séisme se base dans la majorité des cas sur une approche quasi-statique équivalente, menée à partir d'une analyse modale élastique. C'est en particulier la position réglementaire de l'EC8 [E4]. La non-linéarité matérielle peut être prise en compte au travers d'un coefficient global de comportement, qui traduit l'aptitude de la structure à se déformer dans le domaine inélastique. Ce coefficient joue un rôle clef dans une stratégie de dimensionnement se voulant la plus économique possible. Il peut être relativement élevé pour les structures métalliques, en comparaison de celui retenu pour d'autres types de structures, à condition que la ductilité de la structure puisse être effectivement mobilisée durant la réponse au séisme.

D'une manière générale, on peut dire que le coefficient de comportement q est défini comme le rapport entre l'accélération nominale $(a_N)_{\max}$, que peut supporter la structure sans risque de ruine (de type effondrement global) et l'accélération $(a_N)_e$ pour laquelle apparaît une première déformation plastique dans la structure. Soit :

$$q = \frac{(a_N)_{\max}}{(a_N)_e} \quad (7.135)$$

Il est clair que cette définition reste relativement vague, parce que l'action sismique n'est pas définie, par la seule grandeur de l'accélération nominale, le seuil de ruine d'une structure n'est que conventionnel, tout en notant que le critère d'une première déformation plastique peut ne pas être très significatif. En admettant cette définition on peut dire que le facteur de comportement q tient compte à la fois de la demande de ductilité associée à l'action sismique et des ressources dissipatives d'énergie disponibles dans la structure. Selon cette définition on s'attend à ce que le facteur de comportement q décroît si le séisme introduit des vitesses de déformations élevées dans les zones plastifiées de la structure qui ont pour effet de s'opposer au mécanisme dissipatif.

7.3.2. EVALUATION PRATIQUE

Les méthodes simplifiées du facteur de comportement q sont généralement basées sur un modèle de réponse inélastique à un seul degré de liberté, ceci nécessite plusieurs analyses dynamiques non linéaires pour différents accélérogrammes, ce qui implique de la part de la structure une configuration géométrique régulière, une distribution uniforme des rigidités et un mécanisme de ruine le plus global possible. L'intérêt du modèle à un seul degré de liberté est apparu dès 1973 avec les travaux de NEWMARK et HALL [N11] sur les spectres de réponse inélastiques, avec l'hypothèse d'un comportement élastique parfait.

Selon la valeur de la période propre de vibration de la structure ces auteurs ont proposé deux approches différentes pour établir un spectre inélastique à partir d'un spectre élastique.

Pour les structures de faible amortissement et de période propre de vibration T supérieure à 0.5 s, ce qui est souvent le cas avec les structures métalliques.

Si la structure est considérée comme souple, le coefficient de comportement devenait égal à la ductilité μ_δ de l'oscillateur équivalent, du fait de l'égalité constaté entre le déplacement maximal élastique-plastique et le déplacement maximale dans l'hypothèse d'un comportement élastique figure 7.46 soit

$$q = \mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_e} \quad (7.136)$$