

# CHAPITRE 10

## Transfert des informations



- 10.1. Transfert des informations relatives aux éléments de solide
  - 10.1.1. Introduction
  - 10.1.2. Transfert des variables (bibliographie)
    - 10.1.2.1. Approche classique
    - 10.1.2.2. Approches simplifiées
    - 10.1.2.3. Utilisation des splines
  - 10.1.3. Méthode originale de transfert
  - 10.1.4. Interpolation du tenseur contrainte
  - 10.1.5. Conservation des relations entre les variables interpolées
- 10.2. Transfert des informations relatives aux éléments de contact
  - 10.2.1. Introduction
  - 10.2.2. La formulation du contact
  - 10.2.3. Première méthode de transfert des informations
  - 10.2.4. Seconde méthode de transfert des informations
  - 10.2.5. Développement futur de l'élément de contact
- 10.3. Comparaison des essais de remaillage



## 10.1. TRANSFERT DES INFORMATIONS RELATIVES AUX ELEMENTS DE SOLIDE

### 10.1.1. Introduction

Selon la loi de comportement choisie, le nombre de variables à interpoler de l'ancien au nouveau maillage peut être très différent.

L'utilisation d'une loi viscoplastique de type NORTHON HOFF réduit le travail d'interpolation à 2 variables scalaires. En effet, cette loi néglige le comportement élastique des matériaux et est indépendante de l'histoire de la déformation :

$$\underline{s} = 2 K \left( \sqrt{3} \frac{\dot{\underline{\epsilon}}}{\underline{\epsilon}} \right)^{m-1} \dot{\underline{\epsilon}} \quad (10.1.)$$

où  $\underline{s}$  = déviateur de contraintes

$\dot{\underline{\epsilon}}$  = déviateur tenseur des vitesses de déformation

$\frac{\dot{\underline{\epsilon}}}{\underline{\epsilon}} = \frac{2}{3} \sqrt{\underline{\epsilon} \underline{\epsilon}}$  second invariant de  $\dot{\underline{\epsilon}}$

K = consistance du matériau

m = coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation

Les 2 derniers paramètres K et m sont fonction de la température et de l'état du matériau déterminé par la déformation plastique cumulée équivalente  $\epsilon^P$ . Lors d'un remaillage, il suffit d'interpoler les valeurs de la déformation plastique  $\epsilon^P$  aux points d'intégration et pour un cas anisotherme, les températures nodales. En pratique, il faut ajouter à la loi de NORTHON HOFF la contrainte :

$$\text{div } \underline{u} = 0 \text{ avec } \underline{u} = \text{champ de vitesse} \quad (10.2.)$$

pour tenir compte de l'incompressibilité (ER 16, FOR 19).

Cette loi très simple conduit à des temps de calcul peu élevés, elle a cependant le désavantage de ne fournir aucune information sur les éventuelles décharges élastiques locales, ni sur les contraintes résiduelles. Ces dernières sont fondamentales pour la prévision des fissures et la tenue à la fatigue des pièces en service. Cette raison a conduit de nombreux codes à utiliser des lois élastoplastiques (FOR 35, FOR 36) ou élastoviscoplastique (FOR 02, FOR 12). Ce choix entraîne une formulation incrémentale de

la loi de comportement et par conséquent l'interpolation du tenseur des contraintes lors d'un remaillage. Les temps de calcul annoncés par ces codes sont plus longs vu la complexité de la loi, mais les résultats obtenus sont plus complets.

Nous présentons en 10.1.2 une brève revue bibliographique des méthodes utilisées pour transmettre les variables nodales (température, vitesse) et les variables au point d'intégration (contraintes, variable d'état du matériau). Le paragraphe 10.1.3 explique la méthode originale que nous utilisons.

### 10.1.2. Transfert des variables (bibliographie)

Dans le cadre d'une approche par relocalisation continue des noeuds (r-version, voir chapitre 7), le transfert des variables est une opération aisée. Rappelons que le champ de vitesse de remaillage  $\underline{V}_m(t)$  permet de passer des coordonnées de l'ancien maillage  $\underline{X}(t)$  défini au temps  $t$  au nouveau maillage  $\underline{X}(t + \Delta t)$  défini un incrément de temps  $\Delta t$  plus tard.

$$\underline{X}(t + \Delta t) = \underline{X}(t) + \underline{V}_M(t) \Delta t \quad (\text{voir 7.2}).$$

Par conséquent, une variable scalaire  $Z$  du noeud  $i$ , connue au temps  $t$  sera obtenue au temps  $t + \Delta t$  par la formule 10.3 qui tient compte d'un terme de convection dû au mouvement de la matière par rapport au maillage (REM 10).

$$Z_i(t + \Delta t) = Z_i(t) + \text{grad } Z_i(t) (\underline{V}_i - \underline{V}_{mi}) \Delta t \quad (10.3)$$

avec  $\underline{V}$  vecteur vitesse des particules matérielles.

Dans la mesure où nous avons choisi un nouveau maillage "*indépendant*" de l'ancien (voir chapitre 7) et un remaillage discret dans le temps, nous ne pouvons recourir à ce type de formule. La littérature présente un grand nombre de méthodes d'interpolation adaptées à ce problème. Elles diffèrent par leur rapidité, leur précision et leur généralité (méthode spécifique ou non à un seul type d'élément). Avant de présenter notre méthode (§ 10.2.3), nous tenons à vous fournir un aperçu des méthodes utilisées dans des codes connus de forage.



**10.1.2.1. Approche classique (FOR 26, FOR 36, REM 6, REM 3, ER 27)**

Les méthodes de transfert d'une variable scalaire  $Z$  connue aux points d'intégration sont généralement constituées des 4 étapes successives suivantes :

1. calcul de la variable  $Z$  aux noeuds de l'ancien maillage,
2. localisation de chaque noeud du nouveau maillage dans un élément de l'ancien maillage
3. calcul de la variable  $Z$  aux noeuds du nouveau maillage,
4. calcul de la variable  $Z$  aux points d'intégration du nouveau maillage.

Le but de l'étape 1 est d'effectuer un lissage de la fonction  $Z$ . Le transfert d'une variable nodale se limite aux opérations 2 et 3.

**ETAPE 1.- "Extrapolation" nodale dans l'ancien maillage.**

Une première approche consiste en un calcul global par la méthode des moindres carrés (REM 8, REM 9). Il s'agit de minimiser la fonctionnelle  $\chi$  :

$$\chi = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_e} (Z^* - \hat{Z})^2 d\Omega \quad (10.4)$$

où  $Z^* = N_i \bar{Z}_i^*$  avec  $i = 1, n$

avec  $n$  : nombre de noeuds par élément

$N_i$  : fonction d'interpolation au noeud  $i$

$Z^*$  : valeur lissée de  $Z$

$\bar{Z}_i^*$  : valeur nodale

$\hat{Z}$  = valeur obtenue aux points d'interpolation par la méthode des éléments finis

$m$  = nombre total d'éléments décrivant le domaine  $\Omega$

La condition de minimum impose la relation :

$$\frac{\partial \chi}{\partial \bar{Z}_i^*} = 0 \text{ avec } q = 1, 2, \dots, p \text{ (nombre total de noeuds)} \quad (10.5.)$$

Et l'on obtient pour chaque élément  $e$  la matrice  $[M^e]$  et le vecteur  $[F^e]$

$$[M^e] = \begin{bmatrix} \int_{\Omega_k} N_1 N_1 d\Omega & \dots & \int_{\Omega_k} N_1 N_n d\Omega \\ \int_{\Omega_k} N_n N_1 d\Omega & \dots & \int_{\Omega_k} N_n N_n d\Omega \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (10.6.a)$$

$$\{F^e\} = \begin{bmatrix} \int_{\Omega_k} N_1 \hat{Z} d\Omega \\ \int_{\Omega_k} N_n \hat{Z} d\Omega \end{bmatrix}_n \quad (10.6.b)$$

Cette matrice  $[M^e]$  et ce vecteur  $\{F^e\}$  peuvent être assemblés pour tout le domaine et l'on obtient le système linéaire suivant :

$$[S]_{pp} \{\bar{Z}^*\}_p = \{F\}_p \quad (10.7.)$$

Remarquons que cette approche est finalement identique à celle suggérée par ZIENKIEWICZ (voir chapitre 8, formule 8.57.) pour augmenter la précision des composantes du tenseur contraintes. Par ailleurs, la matrice  $[M]_{pp}$  n'est autre que la matrice de masse calculée pour une masse volumique unitaire. Cette approche utilisée par CHENG (FOR 36) implique la résolution d'un système linéaire à moins de diagonaliser la matrice  $[M]$ .

*Une seconde façon* de procéder consiste à traiter chaque élément séparément. Le calcul des valeurs nodales peut alors être réalisé de différentes façons :

- par une méthode des moindres carrés locale, appliquée à un seul élément,
- par une méthode d'extrapolation des valeurs connues aux points d'intégration (ER 27),
- par simple égalité pour les éléments à un seul point d'intégration (REM 6).

Cette approche fournit  $b$  valeurs de la variable  $Z$  pour un seul noeud  $i$  appartenant à  $b$  éléments. Il faut donc ajouter un calcul de moyenne. Très fréquemment, les auteurs utilisent une moyenne pondérée par les aires :

$$\bar{Z}_i^* = \frac{(\bar{Z}_i^*)_j A_j}{\sum_{j=1}^b A_j} \quad \text{avec } j = 1, b \quad (10.8.)$$

$(\bar{Z}_i^*)_j$  = valeur de  $Z^*$  au noeud  $i$  obtenue dans l'élément

$A_j$  = aire de l'élément  $j$

$\bar{Z}_i^*$  = valeur finale de  $Z^*$  au noeud  $i$

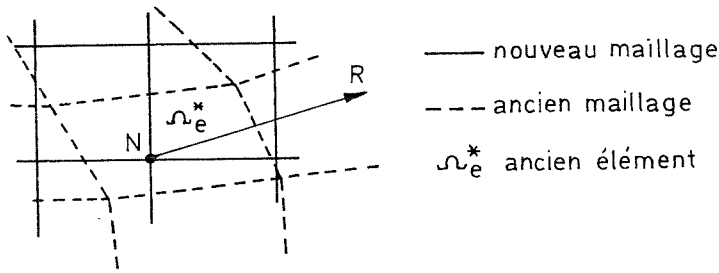
Ce choix de pondération (REM 6, FOR 26), nous paraît douteux puisqu'il consiste à donner plus d'importance aux éléments les plus grossiers et donc les moins précis.

La référence REM 6 a comparé l'utilisation de la méthode globale des moindres carrés et de la méthode de la moyenne pondérée pour des maillages réguliers d'éléments carrés à un seul point d'intégration. Les résultats montrent que la première méthode fournit une bonne précision aussi bien à l'intérieur qu'à la frontière du domaine  $\Omega$ . La seconde méthode fournit une meilleure précision pour les noeuds internes mais l'erreur à la frontière est nettement plus élevée. Après l'utilisation de ces 2 schémas sur des exemples pratiques, REM 6 choisit la formule de la moyenne pondérée qui a l'avantage d'être peu coûteuse en temps machine et qui fournit une précision raisonnable.

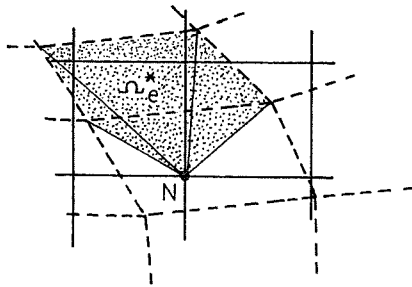
## **ETAPE 2.- Localisation d'un nouveau noeud dans l'ancien maillage**

Les nombreuses approches trouvées dans la littérature indiquent clairement le souci des chercheurs de réduire les temps de calcul de cette opération qui, si l'on y prend garde, peut être très longue. Deux méthodes sont citées ci-après à titre d'illustration.

Soit par exemple un nouveau noeud  $N$  à localiser dans un ancien maillage de quadrilatères.



**Fig. 10.1** - Localisation d'un noeud N à l'aide d'un rayon.



**Fig. 10.2** - Localisation d'un noeud N à l'aide de la somme des triangles.

*Méthode de FOR36 :*

On considère un vecteur  $\underline{R}$  issu de N et traversant l'élément  $\Omega_e^*$  sans passer par aucun de ses sommets. N est à l'intérieur de  $\Omega_e^*$  si le nombre d'intersections entre  $\underline{R}$  et les côtés de  $\Omega_e^*$  est impair (fig. 10.1).

*Méthode de FOR26 :*

La somme des aires des triangles constitués par chacun des 4 côtés de l'élément et le noeud N est égal à l'aire de l'élément. Dans le cas présenté figure 10.2 le noeud N n'appartient pas à l'élément  $\Omega_e^*$ .

### ETAPE 3.- Calcul de la variable Z aux noeuds du nouveau maillage.

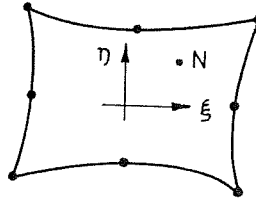
L'approche la plus logique consiste à rechercher les coordonnées isoparamétriques  $\xi^N$  du nouveau noeud N dans l'ancien élément et d'utiliser ensuite les fonction d'interpolation  $N_i$

$$Z^N = Z(\xi^N) = N_i(\xi^N) \bar{Z}_i^* \quad \text{avec } i = 1, n \quad (10.9.)$$

où  $\bar{Z}_i^*$  = valeur de Z au noeud i dans l'ancien maillage

n = nombre de noeuds par élément de l'ancien maillage

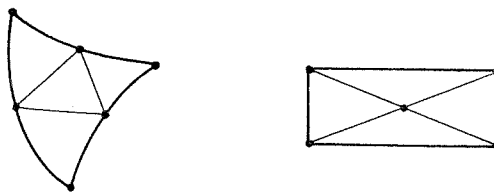
$Z^N$  = valeur de Z au noeud N du nouveau maillage



**Fig. 10.3** - Calcul de la variable  $Z$  au point  $N$ .

La recherche des valeurs des  $\xi^N$  implique généralement la résolution d'un système non linéaire et on utilise le plus souvent la méthode de NEWTON-RAPHSON.

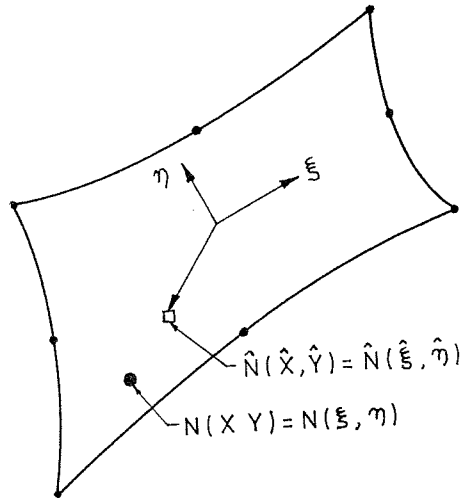
Pour éviter cette résolution, REM 3 et FOR 39 introduisent une étape supplémentaire : la subdivision de l'ancien élément en triangles à 3 noeuds avec prise en compte du noeud central si nécessaire (fig. 10.4).



**Fig. 10.4** - Triangulation

Une fois le triangle contenant le noeud  $N$  repéré, la valeur  $Z^N$  est obtenue par interpolation linéaire par rapport aux valeurs des sommets.

Une approche originale est illustrée par la figure 10.5 (FOR 36) ci-après :



**Fig. 10.5** - Méthode permettant de calculer  $Z_N$  sans connaître les coordonnées isoparamétriques exactes de  $N$ .

Un vecteur unitaire en coordonnées globales  $(X, Y)$  partant du centre de l'élément vers le noeud  $N$  fournit des coordonnées locales approximatives  $\hat{\xi}$ . Les coordonnées globales  $\hat{X}$  qui y correspondent sont obtenues par la formule classique :

$$\hat{\underline{X}} = \underline{X}_i N_i(\hat{\xi}) \quad i = 1, n \quad (10.10.)$$

où  $n$  = nombre de noeuds par élément

$\underline{X}_i$  = coordonnées globales des noeuds de l'élément (ancien maillage)

La valeur de  $Z$  en  $N$  est alors calculée par le développement de la série de TAYLOR autour de  $\hat{\underline{X}}$  :

$$Z^N = Z(\underline{X}) = Z(\hat{\underline{X}}) + \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_{\hat{x}} (x - \hat{x}) + \frac{\partial Z}{\partial y} \Big|_{\hat{y}} (y - \hat{y}) + \dots \quad (10.11.)$$

où  $\frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_{\hat{x}}$  est la dérivée de  $Z$  par rapport à la coordonnée globale  $\underline{x}$   
au point de coordonnées  $\hat{\underline{x}}$

Citons une dernière approche qui utilise une formule d'interpolation en 1/R qui ne nécessite pas la connaissance des coordonnées isoparamétriques (FOR 2) :

$$Z_N = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i / R_i}{\sum_{i=1}^n 1 / R_i} \quad i = 1, n \quad (10.12.)$$

où  $Z_i$  = valeur de  $Z$  au noeud  $i$  de l'élément (ancien maillage)  
 $R_i$  = distance du point  $N$  au noeud  $I$   
 $n$  = nombre de noeuds de l'élément.

MARTI présente cette formule dans un programme dynamique et il y ajoute une pondération par les masses nodales.

#### ETAPE 4. - Calcul de $Z$ aux nouveaux points d'intégration

Cette opération est immédiate puisque à ce moment, les valeurs nodales de  $Z$  sont connues dans le nouveau maillage.

Après avoir passé en revue les diverses étapes de l'approche classique, on comprend la tentation de nombreux chercheurs de trouver une méthode plus simple.

##### 10.1.2.2. *Approches simplifiées*

Deux programmes différents (FOR 39, FOR 14), utilisant respectivement des éléments triangulaires et des éléments quadrilatères du premier degré ont recours à une interpolation linéaire entre les 3 anciens points les plus proches du nouveau point considéré.

Les exemples pratiques traités par ces programmes prouvent l'efficacité de cette méthode qui évite notamment l'extrapolation nodale des fonctions définies aux points d'interpolation. Une simplification extrême est utilisée par COFFIGNAL (ER 19) qui se contente de prendre la valeur Z de l'ancien point le plus proche du nouveau point considéré.

### ***10.1.2.3. Utilisation de splines***

Un exemple d'utilisation des splines est fourni par le programme ALPID (FOR 12). Selon cette référence, cette méthode s'est avérée plus précise que l'utilisation d'une méthode des moindres carrés globale avec une matrice [M] diagonalisée. Par ailleurs, elle est plus rapide en présence d'un grand nombre de points à interpoler.

La procédure consiste à recouvrir le domaine par des régions rectangulaires. Les points d'intégration ou les noeuds de l'ancien maillage fournissent des valeurs précises de la variable Z à interpoler. Dans chaque région rectangulaire, on définit une fonction spline qui respecte ces valeurs. Les valeurs de la variable Z aux noeuds ou points d'interpolation du nouveau maillage sont obtenues par une somme pondérée de ces fonctions splines. Les fonctions de pondération sont des fonctions cubiques hermitiennes orthogonales définies sur des segments distincts. Le choix de ces fonctions de pondération et des splines est tel que la somme à effectuer contient au maximum 4 termes non nuls. Tous les détails de cette procédure sont donnés en REM 7.

### **10.1.3. Méthode originale de transfert.**

Une analyse critique des méthodes présentées en 10.2.2. permet de dresser la liste de leurs avantages et inconvénients (PI = point d'intégration) au tableau suivant.

L'utilisation des splines nous paraît être une voie d'avenir que nous n'avons malheureusement pas eu l'occasion d'explorer.

Nous avons recherché une méthode qui allie la précision de la méthode classique et la facilité de mise en oeuvre des méthodes simplifiées.



	AVANTAGE	INCONVENIENT
Méthode classique	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gain de précision pour les variables connues aux PI grâce au calcul de leur valeur aux anciens noeuds</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• développements importants à introduire dans un code existant</li> <li>• temps de calcul pouvant être important selon les choix particuliers des méthodes</li> </ul>
Méthode simplifiée	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rapidité d'exécution</li> <li>• très peu de développements à introduire dans un code existant</li> <li>• aucun lissage des variables connues aux PI</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• risque de perte de précision vu la prise en compte d'un nombre de valeurs très limitées</li> </ul>
Spline	<ul style="list-style-type: none"> <li>• précision</li> <li>• rapidité d'exécution pour des problèmes de taille importante</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• développements importants du code existant</li> </ul>

#### DESCRIPTION DE NOTRE METHODE D'INTERPOLATION

Soit  $Z$  la variable à interpoler, elle est connue en  $n$  points de l'ancien maillage. Selon le type de la variable, il s'agit des noeuds ( $Z$  = composante du vecteur déplacement, vitesse, ...) ou des points d'intégration ( $Z$  = composante du tenseur, contrainte, variable d'écroutissage, ...).

On recherche la valeur de  $Z$  en  $m$  points définis par le nouveau maillage. On utilise la formule suivante :

$$Z_j = \frac{\left( \sum_{k=1}^N \frac{Z_k}{R_{kj}^2} \right) + \frac{C Z_p}{R_{pj}^2}}{\left( \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_{kj}^2} \right) + \frac{C}{R_{pj}^2}} \quad (10.13.)$$

$C$  : constante fournie par l'utilisateur

$p$  : numéro de l'ancien point le plus proche du nouveau point considéré

$Z_j$  : variable  $Z$  au nouveau point considéré  $j$

$Z_k$  : variable  $Z$  à l'ancien point  $k$

$R_{kj}$  : distance du point  $k$  au point  $j$

$k = 1, n$                        $j = 1, m$

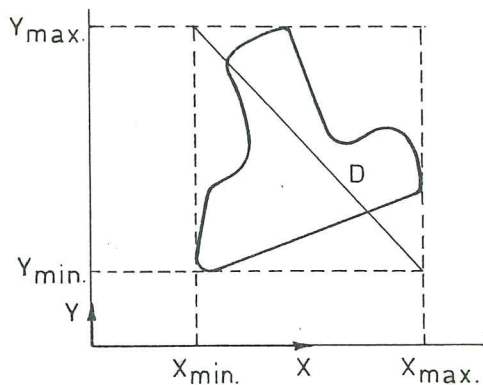
Le coefficient  $C$  permet d'augmenter l'influence de l'ancien point  $p$  le plus proche du nouveau point  $j$ .

Si ce coefficient est nul, on retrouve l'interpolation de SHEPPARD (REM 11).

Nous avons ajouté à cette formule un rayon d'influence limite  $R_1$ , tel qu'un ancien point  $k$  n'est pris en considération que si  $R_{kj}$  est inférieur à ce rayon  $R_1$ .

Pour les variables nodales, ce rayon est fourni par l'utilisateur ou calculé par le programme de la façon suivante :

- recherche du rectangle circonscrit à la pièce :

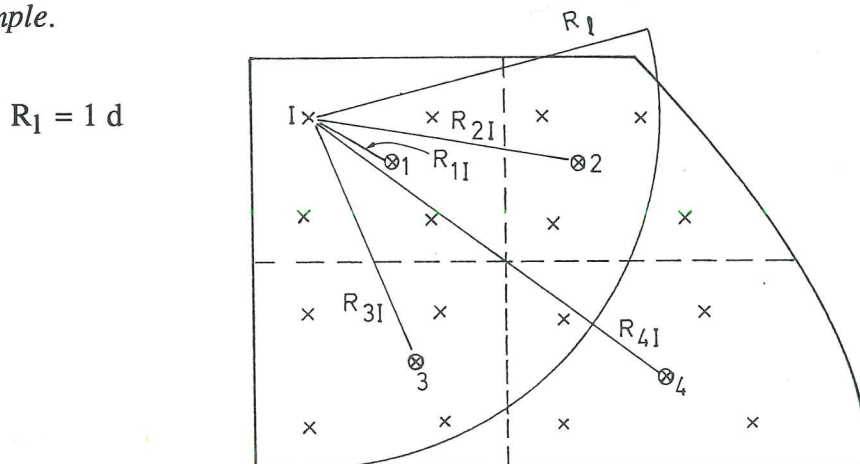


**Figure 10.6.**  
Rectangle circonscrit à la pièce

- $R_1$  est une fraction  $F$  de la diagonale  $D$  de ce rectangle.

Pour les variables relatives aux points d'interpolation, la taille de l'élément est importante. Le rayon d'influence  $R_1$  est défini comme un multiple  $M$  de la plus grande diagonale  $d$  de l'élément.

*Exemple.*



— ancien élément                      ⊗ anciens points d'intégration  
 --- nouveaux éléments                x nouveaux points d'intégration.

**Fig. 10.7.** - Cas particulier où l'ancien maillage est réduit à un seul.

Soit pour l'exemple de la figure 10.7 :

$$R_1 = \infty \quad Z_1 = \frac{Z_1/R_{11}^2 + Z_2/R_{21}^2 + Z_3/R_{31}^2 + Z_4/R_{41}^2}{1/R_{11}^2 + 1/R_{21}^2 + 1/R_{31}^2 + 1/R_{41}^2}$$

$$R_1 = 1 \text{ d} \quad Z_1 = \frac{Z_1/R_{11}^2 + Z_2/R_{21}^2 + Z_3/R_{31}^2}{1/R_{11}^2 + 1/R_{21}^2 + 1/R_{31}^2}$$

Le cas d'un ancien et d'un nouveau point très proche est pris en compte par un rayon  $R_c$  tel que si  $R_{kj}$  est inférieur à  $R_c$  les variables du nouveau point  $j$  sont égales à celle de l'ancien point  $k$ .

Des expérimentations numériques nous ont permis de choisir par défaut les valeurs suivantes pour les différents coefficients.

$R_1 = F D = 0,3 D$	variables nodales
$R_1 = M d = 1,5 d$	variables aux points d'intégration
$R_c = 0,001 D$	variables nodales ou non
$C = 5$	

La possibilité de choisir ces coefficients est toujours laissée à l'utilisateur. On peut ainsi s'adapter à des géométries particulières.

#### AVANTAGES DE NOTRE METHODE

Un des avantages de notre méthode réside dans sa souplesse. Grâce aux différents coefficients, un utilisateur peut choisir l'importance du lissage à effectuer sur les champs fournis par l'ancien maillage. Cette marge de manoeuvre constitue un atout important en cas de problèmes lors de la poursuite de la simulation. Cette situation peut arriver si la décision de remaillage est survenue trop tard, par exemple, si l'on a négligé l'information d'indicateurs locaux pour retenir uniquement les informations moins alarmantes d'un indicateur global de l'erreur.

Dans une procédure entièrement automatique, la précision et la sécurité doivent primer et le choix des valeurs des critères doit empêcher de tels cas de se produire. Par contre, dans la recherche de procédures simplifiées plus rapides mais moins précises, cette situation est envisageable. Les méthodes classiques et simplifiées de la littérature n'offrent aucune souplesse et ne sont donc pas adaptées. Notre méthode permettra dans ce cas d'essayer plusieurs champs interpolés différents grâce à un accès aisé aux paramètres de lissage.

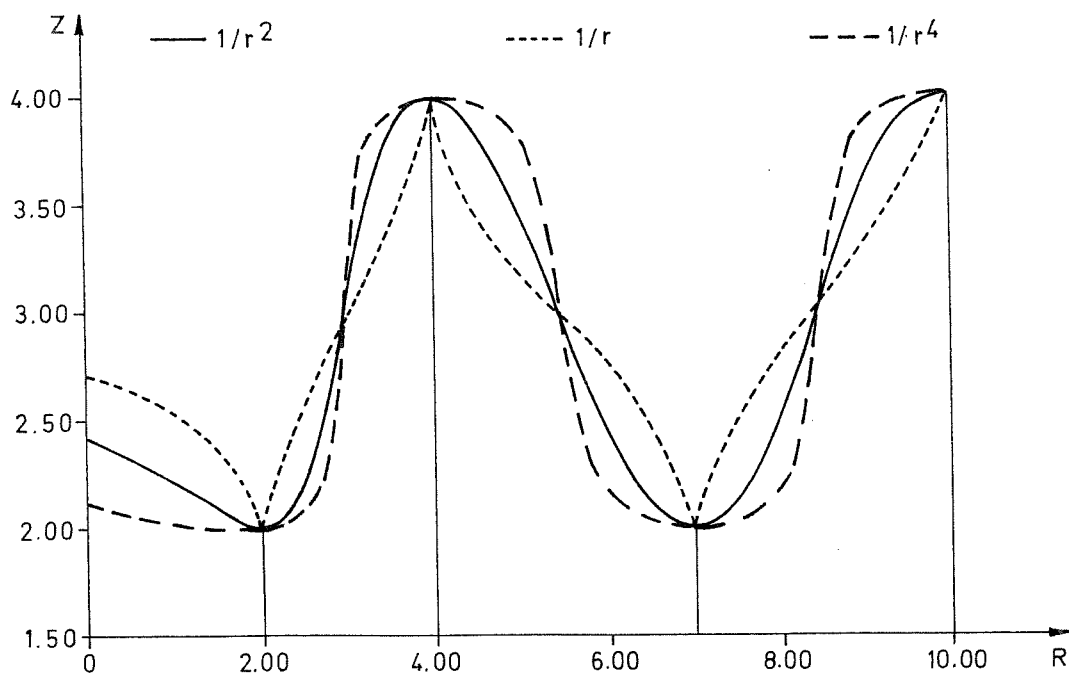
Un autre avantage de cette méthode réside dans le peu de développements nécessaires pour l'introduire dans un code existant. Sa rapidité d'exécution est relative, elle nécessite pour chaque nouveau point  $j$  le calcul de la distance  $R_{kj}$  entre ce point et tous les points  $k$  de l'ancien maillage ainsi que le calcul de la formule (10.13) pour les points  $k$  retenus et les différentes variables  $Z$  à interpoler .

Notons que le choix de la puissance 2 appliquée à la distance  $R_{kj}$  est justifié à la fois par l'économie de calcul et par la précision :

- *économie* :  $R_{kj}^2 = (X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2$  (10.14.)

utiliser n'importe quelle autre puissance impliquerait une opération supplémentaire ;

- *précision* : une interpolation en  $1/R^n$  à une dérivée discontinue pour les puissances impaires : la figure 10.8 le met en évidence pour le choix de  $1/R$ . Par ailleurs, plus la puissance est élevée, plus un point augmente son influence dans son voisinage et l'on voit apparaître des zones à gradients élevés entre des zones de valeurs quasi-constantes (figure 10.8). Le choix  $1/R^2$  constitue le meilleur compromis pour avoir un champ continu sans gradients excessifs.



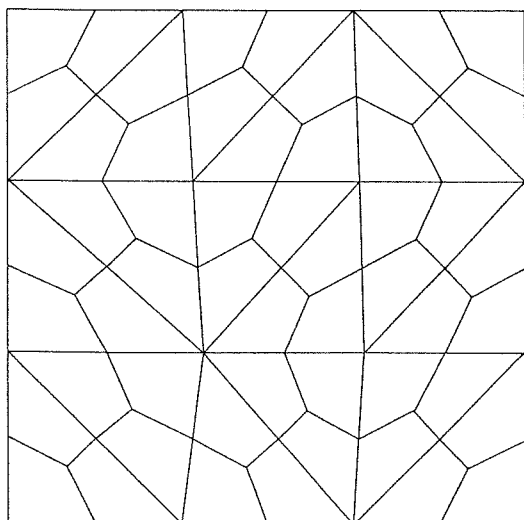
**Figure 10.8.-** Interpolation en  $1/R$ ,  $1/R^2$  et  $1/R^4$  du scalaire  $Z$  définis en 4 points alignés

#### TESTS DE LA PRECISION DE NOTE METHODE

Nous n'avons pu réaliser un test "complet" comparant le champ de la variable  $Z$  interpolé dans le nouveau maillage par notre méthode et une autre méthode. Cela demanderait en effet la programmation complète de deux méthodes différentes.

Cependant, nous avons réalisé le test suivant :

- considérons un carré maillé de la façon suivante :



**Figure 10.9.-** Maillage utilisé pour le test de précision des méthodes d'interpolation



- une fonction connue :

$$f(x, y) = \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) \cosh(2y) \quad \begin{array}{l} x \in [9, 10] \\ y \in [9, 10] \end{array} \quad (10.15.a)$$

- à partir des valeurs de  $f$  aux points d'interpolations des éléments, on calcule les valeurs nodales :
  - par la méthode des moindres carrés appliquée de façon globale avec une matrice "de masse" diagonale (voir 10.2.1.1., étape 1),
  - par une méthode d'extrapolation des valeurs aux points d'intégration aux noeuds suivie d'une moyenne non pondérée des différentes valeurs nodales obtenues (méthode présentée au § 8.4, formules 8.80 à 8.82),
  - par notre méthode d'interpolation en  $1/R^2$
- les valeurs nodales de référence peuvent être obtenues directement par la fonction  $f(x, y)$ .

Les résultats de ce test sont illustrés par la figure 10.10.

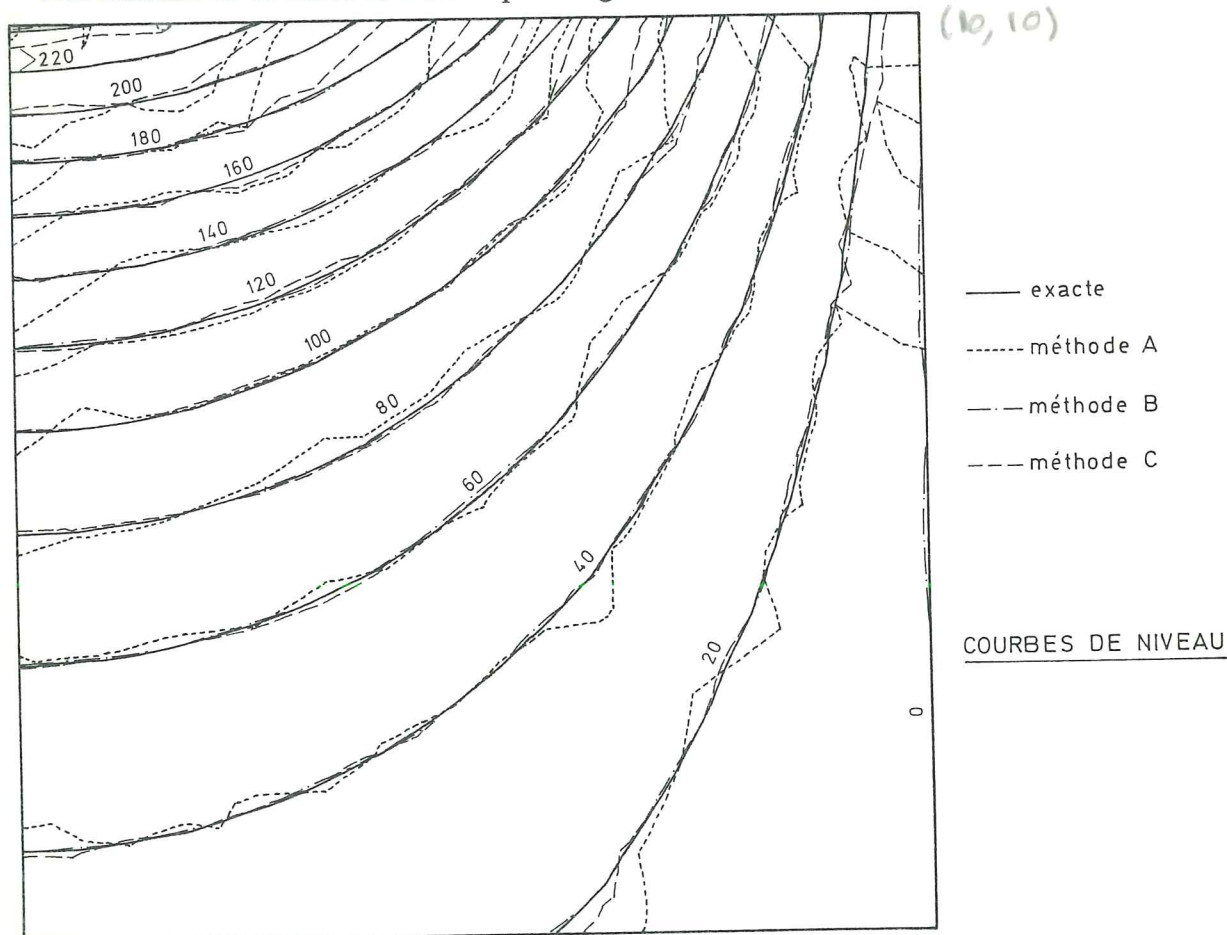


Figure 10.10.- Comparaison des courbes de niveau de la fonction  $f$  exacte et interpolée par les méthodes A, B, C

Les méthodes B et C semblent donner des résultats plus précis que la méthode A. Une étude plus approfondie est possible en observant l'écart E des valeurs nodales interpolées face à la valeur exacte :

$$E = \left( \frac{\sum_{i=1}^N (f_i^* - f_i^e)^2}{N} \right)^{1/2} \quad (10.15.b)$$

$f_i^*$  = valeur de la fonction interpolée au noeud i

$f_i^e$  = valeur exacte de la fonction au noeud i

N = nombre total de noeuds

E calculé pour	Méthode A 10 <sup>5</sup>	Méthode B 10 <sup>5</sup>	Méthode C 10 <sup>5</sup>
Tous les noeuds	86,4	6,4	37,3
Les noeuds de contour	167,6	7,6	72,5
Les noeuds intérieurs	18,4	6,0	7,9

*Figure 10.11.- Tableau comparatif des méthodes A, B, C.*

Ce tableau confirme la supériorité des méthodes B et C par rapport à la méthode A. Il classe la méthode B comme la plus précise.

En pratique, l'avantage de la méthode B par rapport à la méthode C n'est pas aussi marqué que semble le démontrer le tableau 10.12. En effet, la majorité des variables à interpoler concerne les points d'intégration, points intérieurs et non de contour, pour lesquels la différence entre la précision des méthodes B et C n'est pas forte. De plus, l'utilisation de la méthode B sous-entend la localisation d'un nouveau noeud N dans un ancien élément et le calcul de la variable en ce point (étape 2 et 3 du § 10.1.2.1).

#### **10.1.4. Interpolation du tenseur contrainte**

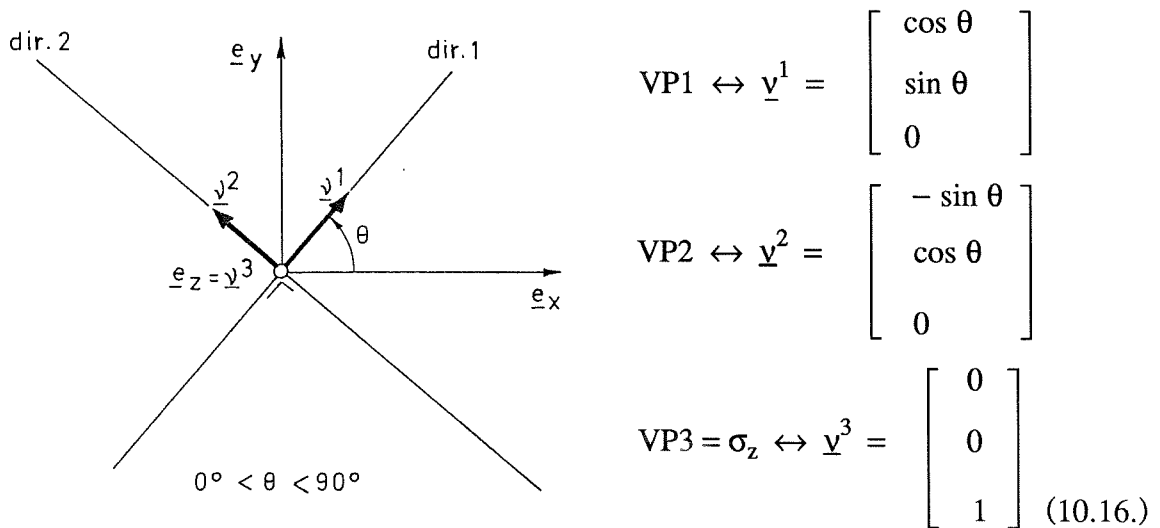
Comme nous l'avons déjà indiqué dans l'introduction, les codes modélisant des lois constitutives élastoplastiques ou élastoviscoplastiques utilisent une formulation incrémentale. Le tenseur contrainte  $\underline{\sigma}$  au temps  $t + \Delta t$  est obtenu à partir du tenseur

$\underline{\sigma}$  connu en t et de l'incrément de contrainte  $\Delta\sigma$  correspondant à l'intégration de la dérivée objective  $\overset{\nabla}{\sigma}$  au cours de l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

De façon générale, dans la littérature, le tenseur contrainte est interpolé composante par composante en appliquant les méthodes relatives aux scalaires. L'efficacité de cette approche a été démontrée par la réussite de nombreuses simulations de formage. Il était cependant intéressant de voir si une interpolation "tensorielle" n'était pas plus avantageuse. Nous avons traité le cas d'éléments en état plan de déformations, pour lesquels le tenseur contrainte a la forme suivante :

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Ce tenseur est caractérisé par ces 3 valeurs propres VP1, VP2, VP3 et un angle  $\theta$  qui détermine les 2 vecteurs propres différents du vecteur  $\underline{e}_z$  :



**Figure 10.12.-** Définition de l'angle  $\theta$

Les valeurs propres et l'angle  $\theta$  sont interpolés à l'aide de la formule (10.13) et le tenseur contrainte interpolé est obtenu par :

$$\underline{\sigma}^* = \text{VP1}^* \underline{v}^{1*} \otimes \underline{v}^{1*} + \text{VP2}^* \underline{v}^{2*} \otimes \underline{v}^{2*} + \text{VP3}^* \underline{v}^3 \otimes \underline{v}^3 \quad (10.17.)$$

où \* indique une valeur interpolé,  $\otimes$  le produit tensoriel.



Des tests de cette interpolation ont été réalisés et les résultats furent médiocres :

- les courbes de niveau des contraintes dans l'ancien maillage sont fortement différentes des courbes de niveau des contraintes interpolées dans le nouveau maillage ;
- la poursuite de la simulation s'est avérée impossible.

Cette approche a donc été abandonnée. Nous préconisons donc de réaliser l'interpolation d'un tenseur composante par composante.

### 10.1.5. Conservation des relations "constitutives" entre les variables interpolées.

Ce problème n'apparaît pas pour des lois simples où seuls  $\varepsilon^P$  et la température sont interpolés (loi de NORTON-HOFF, voir introduction). Par contre, pour *des lois élastoplastiques* la notion de surface de plasticité  $f$  apparaît et on a, par exemple :

$$f = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \kappa^2 = 0 \quad (10.18.)$$

$s_{ij}$  = tenseur des contraintes déviatoriques

$K$  = limite élastique.

Pour être admissible, un état de contrainte doit être tel que  $f(s, K) \leq 0$ .

$f(\underline{s}, \kappa) < 0$  : état de contrainte élastique

$f(\underline{s}, \kappa) = 0$  : état de contrainte plastique

$f(\underline{s}, \kappa) > 0$  : état de contrainte inadmissible.

Dans la mesure où, en cas de remaillage,  $\underline{s}$  et  $\kappa$  sont interpolés indépendamment, on risque d'obtenir un champ de contraintes inadmissible en certains points. Le signe \* caractérise les valeurs obtenues par interpolation.

Plusieurs solutions sont alors possibles (REM 2) :

- multiplier les contraintes interpolées par un coefficient tel que  $F(\alpha \sigma^*, \kappa^*) = 0$
- accroître la limite élastique  $\kappa' = \beta \kappa^*$  pour obtenir  $F(\sigma^*, \beta \kappa^*) = 0$
- travailler sur les 2 plans :  $F(\alpha \sigma^*, \beta \kappa^*) = 0$ .

La loi utilisée le plus couramment dans nos exemples de formage est *une loi élastoviscoplastique à écrouissage isotrope* décrite par les relations suivantes (EF 7) :

$$D_{ij}^n = \phi(F) \frac{1}{\sqrt{J_2}} s_{ij}$$

$$\dot{\kappa} = h_k |D_{ij}^n| \quad (10.19.)$$

$$\overset{\nabla}{s}_{ij} = c_{ijkl} (D_{kl} - D_{kl}^n)$$

$$\text{avec } F = \frac{\sqrt{J_2}}{\kappa} ; J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$$

$D_{ij}^n$  = vitesse de déformation non élastique

$\overset{\nabla}{s}_{ij}$  = dérivée matérielle (objective) du tenseur déviatorique des contraintes de CAUCHY

$\kappa$  = variable d'écrouissage.

On constate que la vitesse de déformation non élastique a pour direction celle de  $s_{ij}$  et que sa grandeur est totalement définie par le paramètre F.

Dans cette loi, il faut donc chercher à conserver le paramètre F qui traduit la relation existant entre les contraintes et la variable d'écrouissage  $\kappa$ . Nous avons d'ailleurs mis en évidence que lors d'un redémarrage du calcul, les forces hors d'équilibre étaient maximales dans les zones où le paramètre F était le moins bien conservé (REM 4). Tout comme pour une loi élastoplastique, on peut choisir d'agir sur les contraintes  $\sigma$  ou sur le paramètre d'écrouissage  $\kappa$ .

### 1. Multiplication du paramètre d'écrouissage $K' = \alpha K^*$ .

Le coefficient multiplicateur est déterminé par la relation :

$$F^* \alpha^2 K^2 - J_2 = 0 \quad (10.20)$$

Cette méthode est séduisante et rapide dans la mesure où elle ne perturbe pas les contraintes. Si l'on fait l'hypothèse que le champ interpolé n'est pas trop éloigné d'un champ en équilibre, on n'augmente pas la difficulté de rééquilibrage.

Par contre, cette méthode affecte le coefficient d'écrouissage selon nos tests, elle a tendance à l'augmenter en général et donc à réduire la rigidité de la structure.

Cette perte de rigidité n'est pas récupérée dans la suite de la simulation : le remaillage a donc modifié l'état de la structure déformée. Pour cette raison, nous avons éliminé cette méthode.

## 2. Modification des contraintes interpolées.

Une première idée consiste à multiplier toutes les composantes du tenseur contrainte par un même coefficient  $\alpha$  tel que :

$$\alpha = \sqrt{\frac{F^{*2} K^{*2}}{J_2^*}} \quad (10.21)$$

Cette méthode a le désavantage de modifier la contrainte moyenne et on pourrait envisager une méthode qui n'affecte que le déviateur des contraintes. Quelle que soit la méthode choisie, si l'on arrive à réaliser le rééquilibrage, l'évolution des contraintes va se poursuivre et "*effacer*" l'erreur commise lors du remaillage.

Dans la mesure où lors des simulations traitées, les forces hors d'équilibre au sein de la pièce sont restées faibles, nous n'avons pas utilisé de méthode de modifications du champ de contraintes interpolé. Une étude plus approfondie de la question n'a malheureusement pu être abordée dans cette thèse.

## 10.2. INFORMATIONS RELATIVES AUX ELEMENTS DE CONTACT

### 10.2.1. Introduction

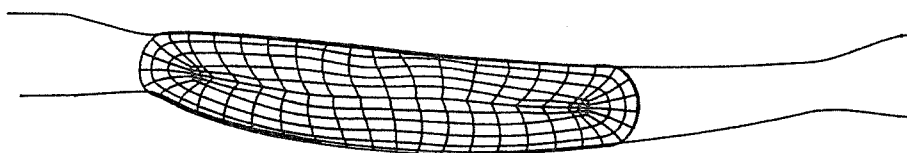
De façon assez surprenante, la littérature ne parle pas du problème du transfert des informations relatives au contact. Ce fait est probablement dû aux nombreuses formulations différentes du phénomène de contact, ce qui empêche toute généralisation du procédé de transfert des informations. Nous tenons cependant à présenter notre méthode de transfert qui est adaptée à la formulation du contact introduite dans le code LAGAMINE. Cette approche vous permettra de mieux saisir les problèmes rencontrés dans toute opération de transfert du contact d'un maillage à un autre. Les solutions présentées constituent une étape essentielle du processus de remaillage.

### 10.2.2. La formulation du contact.

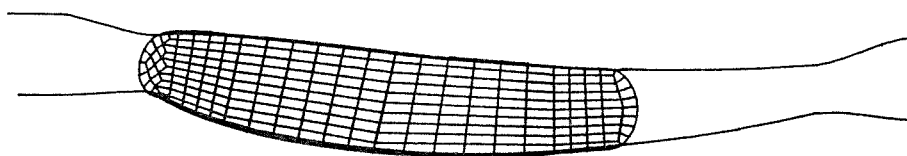
L'élément de contact utilisé dans notre code a été réalisé par CHARLIER. Une description détaillée de sa formulation est disponible dans sa thèse EF4. Nous avons joint un résumé succinct de cette méthode en annexe 3 afin que vous puissiez facilement en prendre connaissance.

### 10.2.3. Première méthode de transfert des informations.

Considérons un remaillage qui corresponde à l'état déformé présenté figure 10.13.



*Maillage 1*



*Maillage 2*

*Figure 10.13.- Premier remaillage de la section médiane d'une aube de turbine*

Le contour de la pièce déformée fourni par le premier maillage est respecté, il sert à définir le second maillage. De plus, la position des matrices est inchangée. Par conséquent, la distance  $d$  d'interpénétration entre la pièce et la fondation est conservée au cours du remaillage. Pour autant que le coefficient de pénalisation  $K_p$  choisi au début de la simulation donne satisfaction, on a directement

$$p = K_p d \quad (10.22.)$$

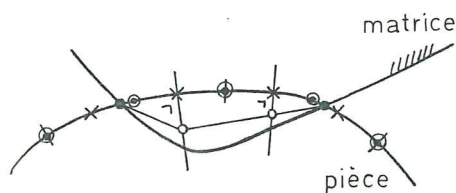
et les contraintes de pression sont automatiquement transférées d'un maillage à l'autre.

Si  $K_p$  a été choisi trop faible, l'interpénétration  $d$  de la pièce et la fondation n'est plus négligeable et on peut profiter d'un remaillage pour corriger ce coefficient de pénalisation. Les nouvelles distances  $d$  aux anciens points d'interpolation sont calculés de façon à conserver la pression

$$p = K_p^A d = K_p^N d' \rightarrow d' = \frac{K_p^A}{K_p^N} d \quad (10.23.)$$

$K_p^A$  = coefficient avant remaillage

$K_p^N$  = coefficient après remaillage



**Figure 10.14.**  
*Définition du nouveau contour*

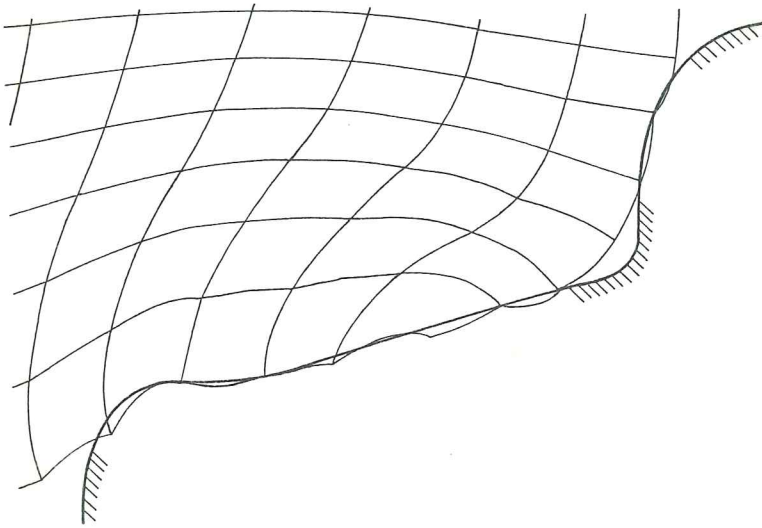
- ⊙ noeud
- position corrigée du point d'interpolation
- point d'intersection de la pièce et de la matrice
- × point d'interpolation
- ⊕ séparation de 2 éléments de contact

On détermine ainsi des points de passage obligé du nouveau contour. Ce dernier est donc défini par des segments de droite dans les zones en contact. On a perdu en précision, cependant dans le cas où cette méthode est applicable cet effet est négligeable.

La loi constitutive (voir Annexe 3) implique la connaissance de la contrainte tangentielle en début de pas (une seule contrainte - cas 2D). Dans ce but, on dresse une liste des coordonnées (corrigées ou non) des anciens points d'interpolation et de leur contrainte tangentielle. Pour chaque nouveau point d'intégration en contact (distance  $d$  non nulle), une interpolation en  $1/R^2$  limitée aux deux anciens points les plus proches est effectuées pour obtenir la valeur de la contrainte tangentielle.

En pratique, l'application de cette méthode est limitée au cas de contact "doux", c'est-à-dire lorsque le contour fourni dans les zones de contact ~~est nul~~ dans le nouveau maillage n'est pas affecté par la discrétisation. La figure 10.13 illustre cette possibilité alors

que la figure 10.15 fournit un cas opposé. Le contour obtenu dans cette simulation présente des discontinuités liées à la discrétisation et non au processus physique du formage. La seconde méthode de transfert présente la solution que nous avons apportée à ce problème.



**Figure 10.15.-** Contour de la pièce fortement lié à la discrétisation dans les zones de contact.

#### 10.2.4. Seconde méthode de transfert des informations.

Pour traiter les cas où le contour fourni par le maillage déformé est inacceptable, on pourrait imaginer de lisser les pressions de contact et en déduire de nouvelles valeurs d'interpénétration  $d$  aux points d'interpolation. On aurait ainsi déterminé un contour corrigé approximatif sur lequel on pourrait appliquer la première méthode de transfert. Quelle que soit la qualité du lissage et du nouveau contour obtenu, les nouveaux éléments risquaient d'être affectés par les erreurs de discrétisation du maillage précédent. Nous avons préféré construire le nouveau maillage sur un contour physiquement correct, soit remplacer les zones de contact perturbées par la matrice. Cela entraîne une distance d'interpénétration  $d$  nulle dans le nouveau maillage. Poursuivre la simulation en introduisant des pressions de contact nulles à l'instant du remaillage entraîne la présence d'un déséquilibre important. Il se peut que malgré les itérations, il n'y ait pas rééquilibrage.

Pour éviter ces problèmes, une formulation incrémentale de la pression a été adoptée :

$$p_B = p_A + K_p \dot{d} \Delta t \quad (10.24.)$$

$p_B$  = pression en fin de pas

$p_A$  = pression en début de pas.

Dans l'hypothèse de déplacements linéaires sur le pas CHARLIER a démontré que cette formule ne respectait pas l'objectivité. Cependant, la loi de pression est élastique dans le cas des métaux. Au cours d'un mouvement de corps rigide, il y a chargement et déchargement élastique et l'état final obtenu est correct.

Concernant les contraintes tangentielles, nous adoptons la même formulation incrémentale que CHARLIER (voir Annexe 3), son objectivité a été démontrée.

Par ailleurs, les critères d'entrée en contact (voir Annexe 3, formules 9, 10 et 11) ont dû être modifiés de la façon suivante :

- si le produit scalaire des normales à la pièce et à la matrice est négatif (voir fig. 4 Annexe 3),
- et • si le point intersection est dans la parabole de la matrice étudiée (voir fig. 3 Annexe 3) :  $-1 \leq \xi \leq 1$
- et • si on n'est pas dans le cas de  $p_A$  nul et  $\dot{d}$  négatif, alors on calcule :

$$p_B = p_A + K_p \dot{d} \Delta t \quad (10.24.)$$

Si le résultat  $p_B$  est négatif, alors il n'y a pas contact et  $p_B$  est remis à zéro.

On remarque qu'en cas de décharge, la distance d'interpénétration peut être négative sans que la pression de contact ne le soit. L'écart entre la pièce et la fondation sera toutefois limité de la même façon que l'est la distance  $d$  d'interpénétration en cas de chargement. Le choix du facteur de pénalisation reste toujours important et délicat, mais il peut être corrigé lors du remaillage sans entraîner d'opérations supplémentaires.

Résumons les étapes nécessaires pour transférer les données de contact selon cette méthode.

### 1. Traitement de l'ancien maillage.

- a. création de la liste des noeuds déterminant le contour de la pièce (voir Annexe 2),
- b. calcul des abscisses curvilignes de ces noeuds,
- c. traitement successif de tous les éléments de contact :
  - grâce aux noeuds de l'élément de contact appartenant au contour de la pièce on situe l'élément de contact sur le contour,
  - calcul de l'abscisse curviligne de ses points d'intégration,



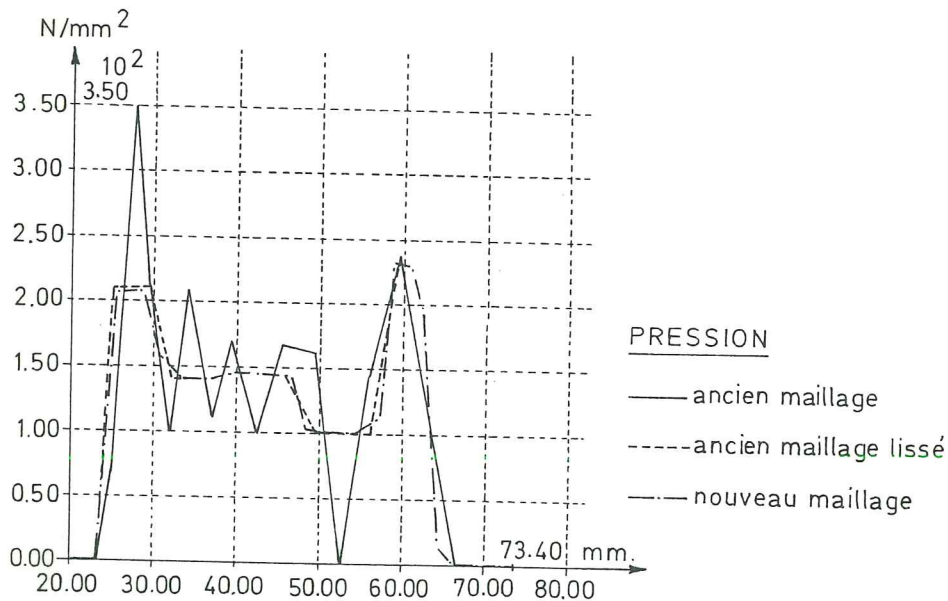
- si contact, identification de la parabole de la matière concernée.

Grâce à ces informations, on constitue le tableau suivant qui résume toutes les données nécessaires à l'interpolation du contact.

C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>		
Abscisse curviligne des PI rangé par ordre croissant	Valeur de la pression de contact	Valeur de la contrainte tangentielle	N <sub>A</sub>	N <sub>B</sub>	N <sub>C</sub>
			Numéros des noeuds de la parabole de la matrice en contact		

*Figure 10.16. - Tableau 1.*

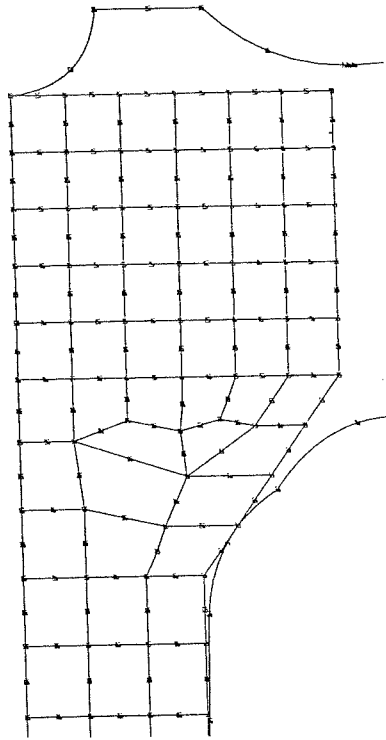
A partir de ces informations, on peut obtenir des diagrammes de la pression ou de la contrainte tangentielle en fonction de l'abscisse curviligne (fig. 10.17).



*Figure 10.17. - Pression de contact dans l'ancien maillage avant et après lissage.*

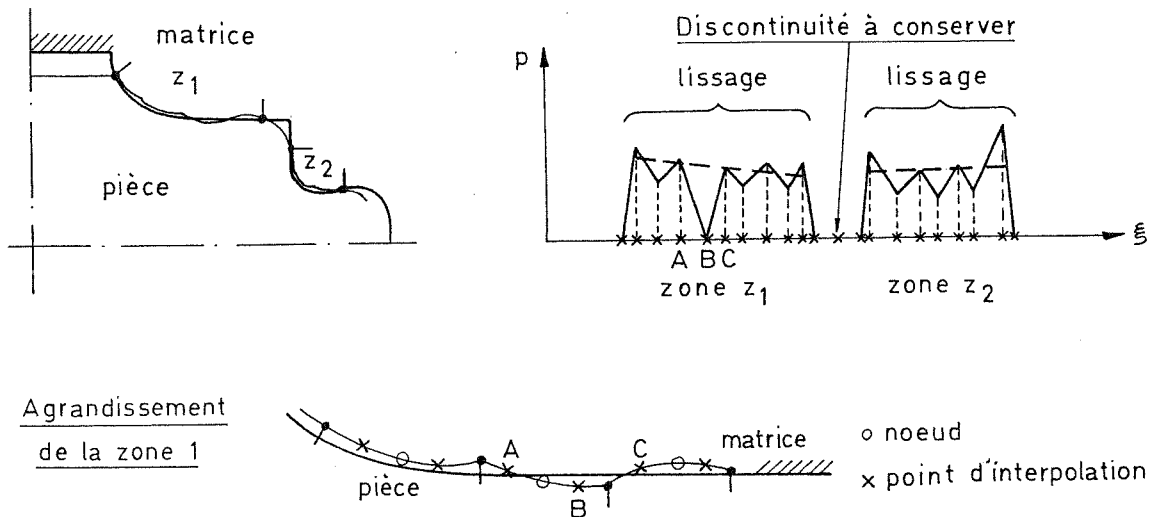
Il ne faut pas s'étonner de l'allure discontinue de ce diagramme puisque cette méthode traite les cas où le contact présente des situations délicates telles que l'écrasement d'arêtes vives de la pièce (fig. 10.18).





**Figure 10.18.** - Présence d'arêtes vives qui disparaissent au cours du formage.

Il est visible que les diagrammes de pression ou de contrainte tangentielle ne peuvent pas être utilisés tels quels. Il faut leur appliquer un lissage avant de s'en servir pour l'interpolation du contact dans le nouveau maillage. Il est cependant important de conserver les discontinuités physiquement correctes et de ne pas mélanger lors du lissage des informations relatives à des contacts différents.



**Figure 10.19.** - Définition des zones homogènes de contact

Nous avons mis au point un algorithme qui détecte les points réels d'entrée en contact et isole les zones homogènes. Le lissage des informations est alors très simple :

- on divise chaque zone de contact en plusieurs sous-zones ;
- le nombre de points d'intégration (en abrégé PI) intervenant dans chaque sous-zone est choisi par l'utilisateur (il est le même pour toutes les sous-zones d'une même zone) ; pour chaque sous-zone, on effectue la moyenne arithmétique des pressions et des contraintes tangentielles.

Dans la banque d'informations sur le contact, les valeurs brutes sont remplacées par les valeurs lissées (tableau 1 - figure 10.16).

## 2. Traitement du nouveau maillage.

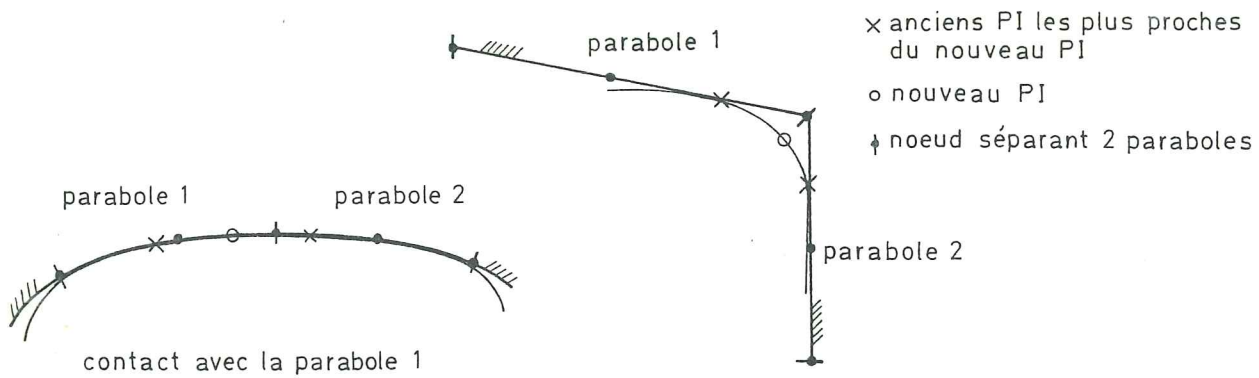
Par une démarche analogue à celle réalisée pour l'ancien maillage, on établit une liste de noeuds de contour et de leur abscisse curviligne (points 1a et 1b). L'origine des abscisses est évidemment prise identique pour l'ancien et le nouveau maillage. Les contours sont cependant légèrement différents puisque le nouveau maillage est construit sur un contour corrigé où les zones en contact épousant parfaitement la matrice (chapitre 9). On a vérifié que la longueur totale des deux contours diffèrent toujours de moins d'1% et dans cette mesure, les abscisses curvilignes permettent effectivement de passer d'un maillage à l'autre.

Chaque élément de contact est analysé :

- calcul des abscisses curvilignes de ses points d'intégration,
- situation dans le tableau 1 à l'aide de cette abscisse,
- l'interpolation de la pression et de la contrainte tangentielle se fait avec les deux points les plus proches de l'ancien maillage. Certaines vérifications sont cependant nécessaires pour couvrir tous les cas possibles.

La figure 10.20 ci-après illustre un cas délicat .

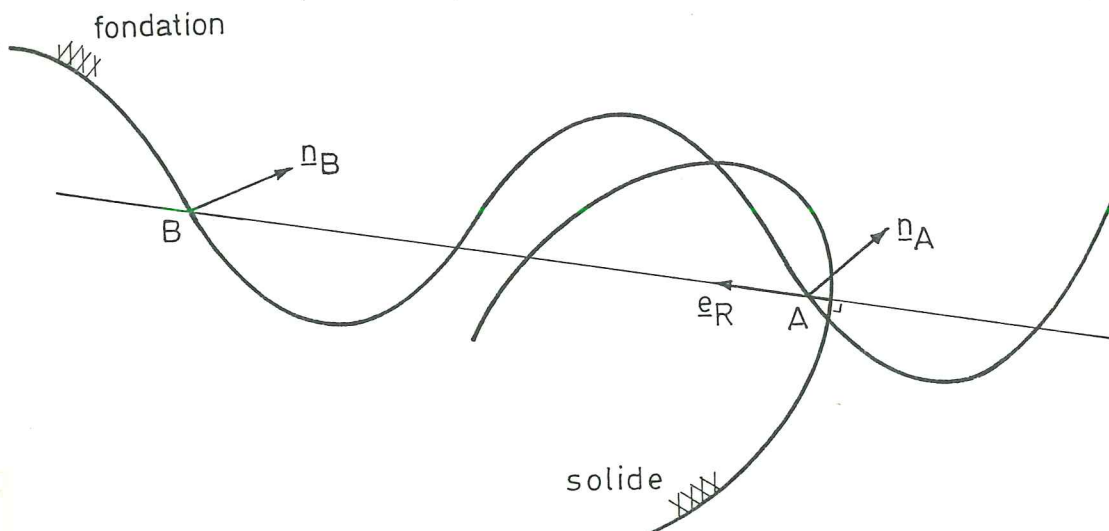
Lorsqu'un nouveau point peut appartenir à 2 paraboles de la matrice car son abscisse curviligne le situe entre deux anciens point en contact avec des paraboles différentes, on vérifie s'il appartient ou non à une de ces paraboles.



**Figure 10.20.** - Contact réel ou non pour un nouveau point d'intégration

### 10.2.5. Développement futur de l'élément de contact

Actuellement, l'emploi de l'élément oblige l'utilisateur à définir les portions de matrice avec lesquelles le contour de la pièce peut entrer en contact. Etant donné les grands déplacements, il n'est pas toujours aisé de prédire quelles seront les zones exactes en contact. La tendance est donc par sécurité, de définir un contact possible avec l'entièreté de la matrice supérieure ou inférieure. Dans ce cadre, la condition de contact relative au produit des normales peut être inappropriée. C'est le cas lorsqu'une série de paraboles de courbures inversées sont considérées simultanément dans un élément de contact (fig. 10.21).



**Figure 10.21.** - Matrice constituée par une suite de paraboles dont la courbure change de signe.

Pour définir si le contact réel se produit en A ou en B, il faut adjoindre systématiquement au critère du produit des normales une vérification de l'ordre de grandeur de la distance  $d$ . En effet, tous les cas pratiques où cette erreur s'est présentée, concernaient des cas où subitement une pression anormalement élevée apparaissait.

### 10.3. COMPARAISON DES ESSAIS DE REMAILLAGE

Dans le but de vérifier l'importance du transfert des informations de l'ancien au nouveau maillage, nous avons réalisé une série de tests. Pour les trois remaillages de la simulation du formage d'un pignon de machine (voir chapitre 11), les quatre possibilités suivantes ont été envisagées :

- *le remaillage "s = p = k = o"* où ni le champ des contraintes internes (s), ni le champ de pression à la surface (p), ni la variable d'écouissage (k) ne sont interpolés, ils sont initialisés à zéro. Après un chargement élastique, on observe une plastification du matériau à un niveau de contrainte moindre que dans l'ancien maillage puisque l'écouissage est négligé. Ce résultat peut être observé sur les figures où la force résultante verticale  $F_V$  et horizontale  $F_{HS}$  appliquée par la matrice supérieure sont représentées avant et après remaillage.

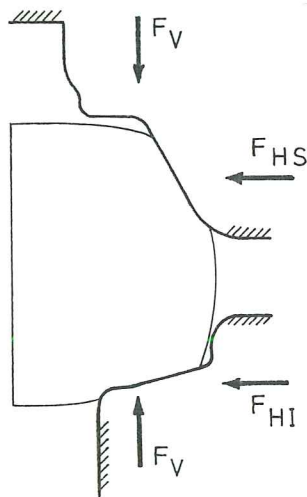


Figure 10.22. - Définition de  $F_V$ ,  $F_H$ .

Grâce à la stratégie automatique du LAGAMINE, on a pu déterminer la taille maximum  $\Delta t_1$  du premier pas de temps qui conduit à la convergence du processus itératif de recherche d'équilibre. Ce pas est important :  $\approx 3 \cdot 10^{-5}$  secondes alors que le pas maximum atteint pour cette simulation de formage est de  $6 \cdot 10^{-4}$  secondes. La convergence est bonne et rapide, on atteint rapidement le pas maximum de  $6 \cdot 10^{-4}$  secondes.

Quelle que soit la rapidité du temps de calcul, **cette méthode doit être rejetée** puisqu'elle introduit une modification importante entre les résultats obtenus avant et après remaillage ;

- **le remaillage "s = p = 0 et k ≠ 0"** où seul le paramètre d'écroutissement est interpolé. Les courbes  $F_v(t)$  et  $F_{HS}(t)$  (fig. 10.24 à 10.26) rejoignent les courbes obtenues avant remaillage. Pour le remaillage 3 (fig. 10.26), on observe cependant une légère perte de rigidité, par rapport au précédent maillage ou au remaillage "s, p, k ≠ 0" où tous les paramètres sont interpolés. Cette imprécision peut s'expliquer par le fait que pendant le chargement élastique du nouveau maillage aucun écroutissement n'est présent, alors que le matériau réel situé dans le domaine plastique continue à s'écrouter. Plus le matériau sera écrouti, plus le chargement élastique sera important et cet effet sera marqué, ce qui justifie que seul remaillage 3 présente une perte notable de rigidité. Le tableau 10.23 illustre les pas de temps initiaux  $\Delta t_1$  et la vitesse de mise en charge élastique grâce au paramètre NITER. Un temps  $t_a$  défini pour chaque remaillage est situé après le chargement élastique. NITER représente le nombre d'itérations cumulées sur les NPAS pas de temps réalisés pour atteindre  $t_a$ .

		s = p = k = 0	s = p = 0 k ≠ 0	s, k, ≠ 0 p = 0	s, k, p ≠ 0
<b>Remaillage 1</b> en t = 0,033 sec $t_a = 0,0352$ sec	$\Delta t_1 10^{-5}$	10	1,1	0,12	1,1
	NITER	30	31	34	22
<b>Remaillage 2</b> en t = 0,050 sec $t_a = 0,0519$ sec	$\Delta t_1 10^{-5}$	3,3	0,37	0,10	2,9
	NITER	35	44	63	36
<b>Remaillage 3</b> en t = 0,070 sec $t_a = 0,0738$ sec	$\Delta t_1 10^{-5}$	3,3	0,12	impossible avec la précision demandée	2,9
	NITER	40	54	55	35

**Figure 10.23.**

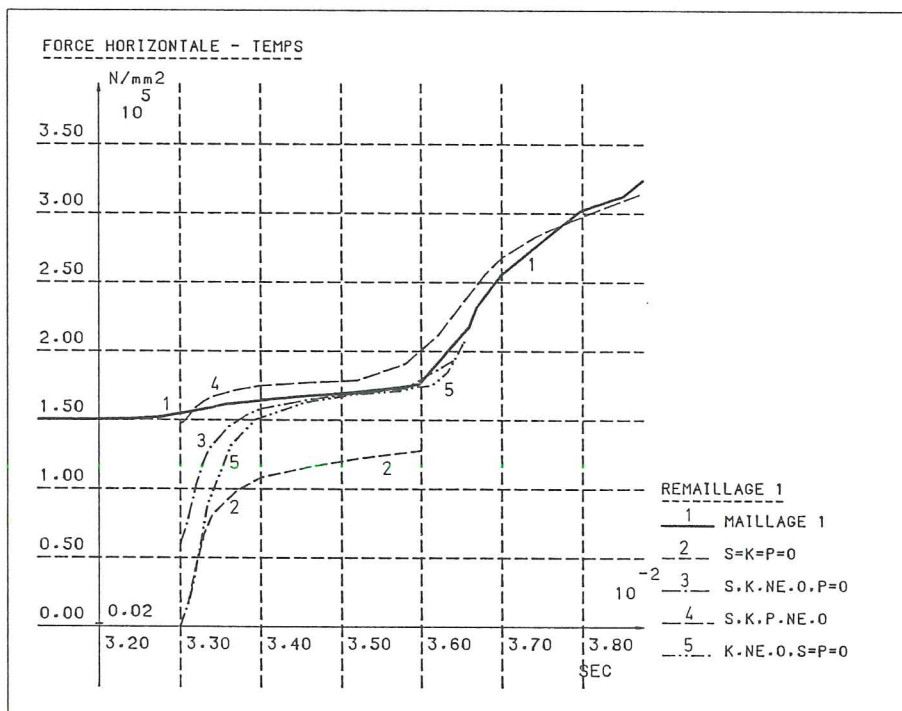
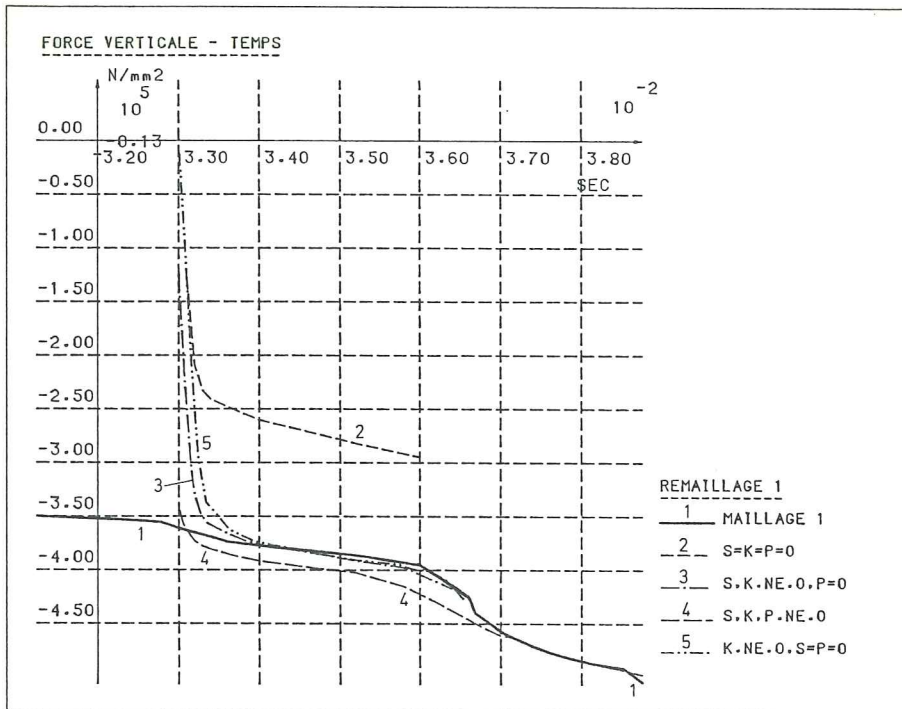


Figure 10.24.

a.- Remillage 1, force  $F_H$  - b.- Remillage 1, force  $F_V$



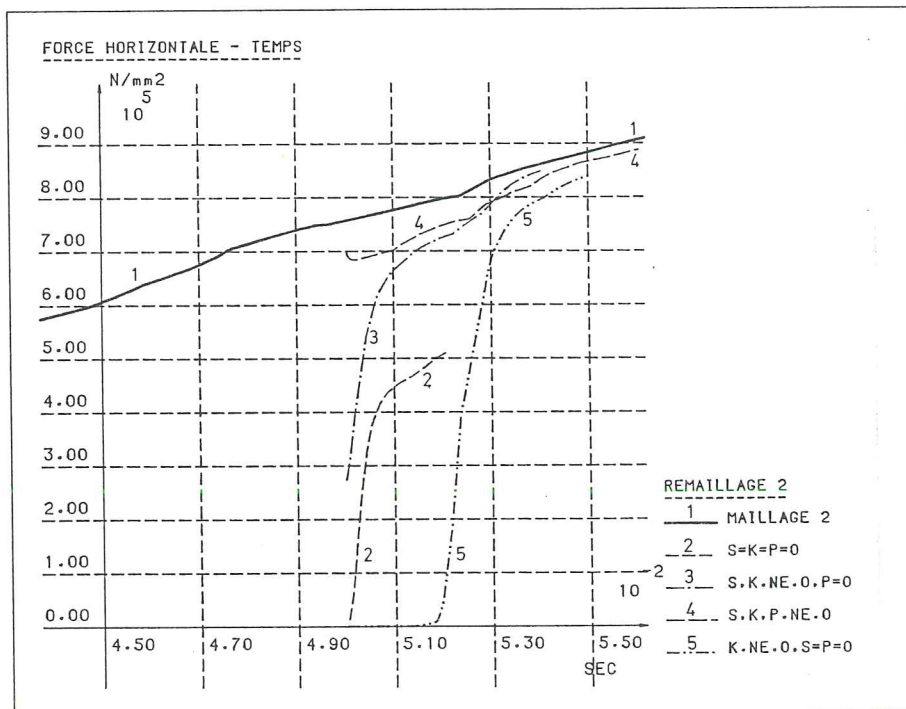
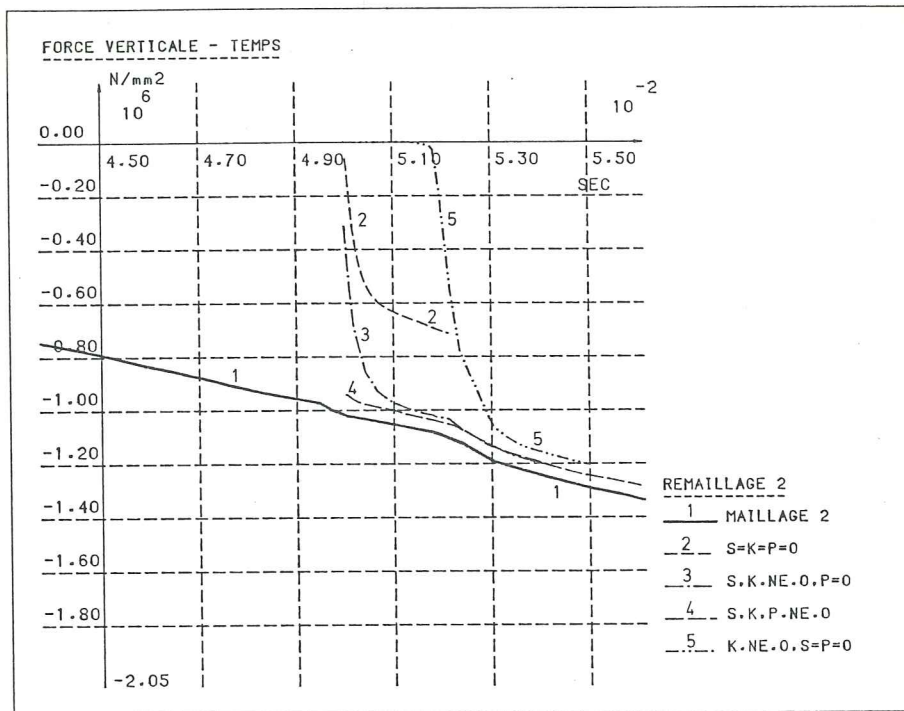


Figure 10.25.

a.- Remillage 2, force  $F_H$  - b.- Remillage 2, force  $F_V$

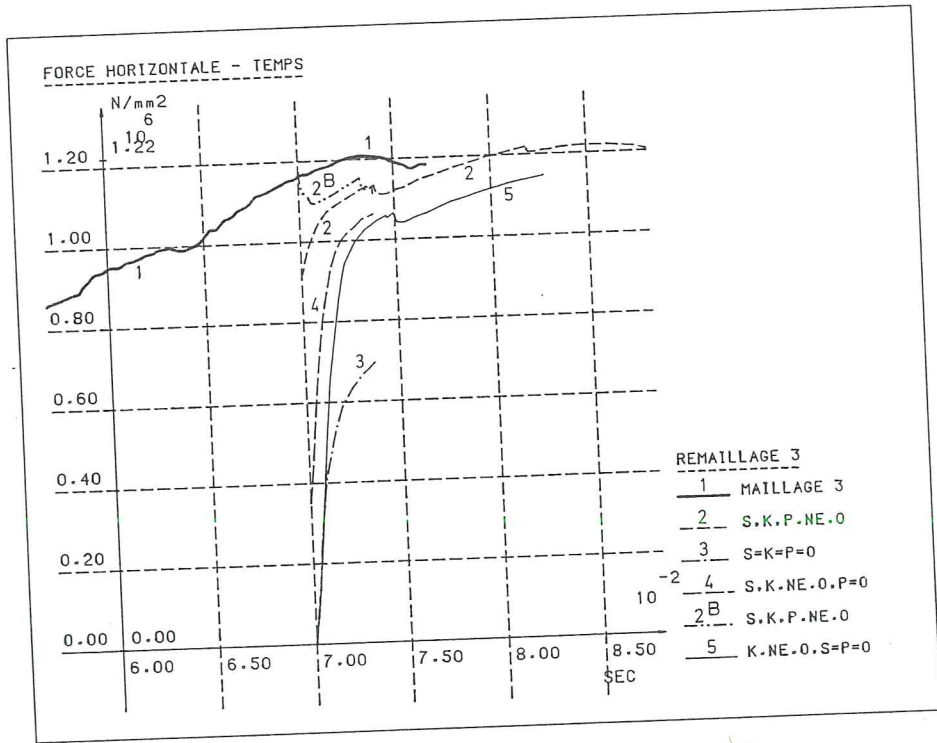
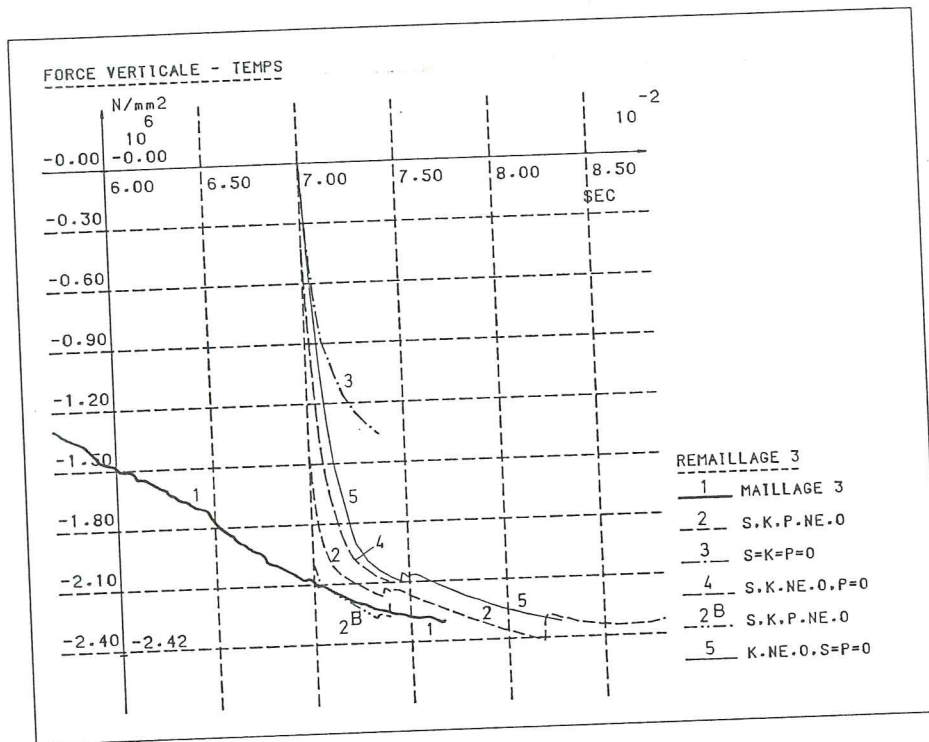


Figure 10.26.

a.- Remillage 3, force  $F_H$  - b.- Remillage 3, force  $F_V$



- *le remaillage "s, k ≠ 0 et p = 0"* où les contraintes s et le paramètre d'écrouissage k sont interpolés mais pas la pression. Dans cette approche, la situation initiale présente un déséquilibre important puisque les pressions de surface nulles n'équilibrent pas les contraintes internes. Ce fait explique la taille réduite du  $\Delta t_1$  (voir tableau 10.23). Pour le remaillage 3, il a fallu multiplier la précision demandée par un facteur 10 pour obtenir la convergence du premier pas avec  $t_1 = 110^{-6}$  secondes. De plus, le nombre d'itérations NITER important témoigne de la difficulté de convergence de cette approche. Sa précision traduite par les courbes  $F_v(t)$ ,  $F_{HS}(t)$  est du même ordre que pour l'approche "s, p = 0 et k ≠ 0" avec peut-être une perte de rigidité légèrement moins forte pour le remaillage 3 ;
- *le remaillage "s, p, k ≠ 0"* où toutes les informations sont transmises d'un maillage à l'autre, constitue l'approche la plus précise et la plus rapide comme le confirment le tableau 10.23 et les figures 10.24 à 10.26.

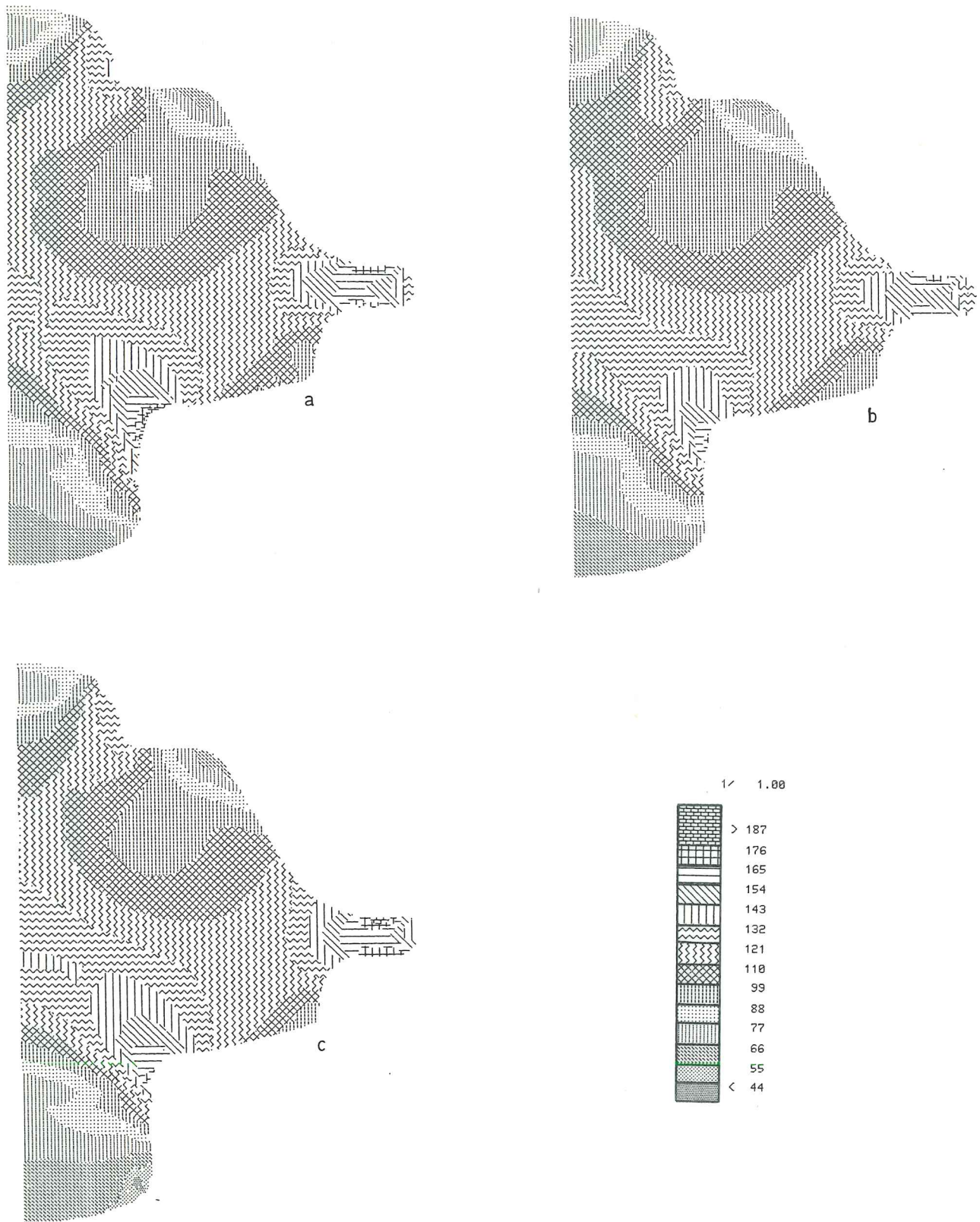
En conclusion, l'importance du transfert des informations tant en volume (s et k) qu'en surface (p) a été illustrée. L'approche  $s = p = k = 0$  est inacceptable, quant aux autres, nous les classifions de la façon suivante :

1. "s, p, k ≠ 0" : la plus rapide et la plus précise
2. "s = p = 0, k ≠ 0" : de rapidité moyenne et d'une bonne précision pour le cas où le matériau n'a pas encore subi un écrouissage important
3. "s, k ≠ 0, p = 0" : méthode lente avec risque de non convergence et d'une perte de précision au niveau des contraintes proches de la surface.

Une vérification supplémentaire consiste à représenter des courbes de niveau de s, de k et des diagrammes de p :

- avant remaillage
- après interpolation des variables dans le nouveau maillage
- après quelques pas avec ce maillage :
  - soit à la fin du chargement élastique pour l'approche  $s = p = 0, k \neq 0$
  - soit après rééquilibrage des contraintes pour les approches "s, k ≠ 0, p = 0" et "s, k, p ≠ 0".

Une bonne coïncidence est observée entre les différentes courbes ou diagrammes. La figure 10.27 illustre le cas de l'approche "s, k, p ≠ 0".



**Figure 10.27.**

- a.- Courbe de niveau de la contrainte de VON MISES avant le 3e remaillage*
- b.- Courbe de niveau de la contrainte de VON MISES après interpolation du tenseur  $\underline{\sigma}$  dans le 4e maillage*
- c.- Courbe de niveau de la contrainte de VON MISES après rééquilibrage en  $t_a$ .*